

激光与光电子学进展

连续变量高阶模压缩态光场的实验研究进展

马龙^{1*}, 燕曼君², 郭常员¹, 范宏进¹

¹重庆三峡学院计算机科学与工程学院智能信息处理与控制重庆高校市级重点实验室, 重庆 404120;

²重庆三峡学院机械工程学院, 重庆 404120

摘要 连续变量压缩态光场在量子信息处理中占据重要的地位,其最有效的产生方式是光学参量振荡器。目前大多数研究集中于基模压缩态光场,而高阶模的相位分布以及强度分布相比基模更为复杂,基于不同阶模式的特点及正交特性,高阶模压缩光为量子通信与量子精密测量等领域带来广泛的应用前景。本文介绍了基于光学参量振荡器制备连续变量高阶模压缩态光场的实验研究进展,阐述了目前常用的两种产生高阶模压缩态光场的方式,包括运转于高阶模 OPO 和基模压缩光结合模式整形装置。

关键词 量子光学; 压缩态; 高阶模; 连续变量; 光学参量振荡器

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202259.0100005

Experimental Research Progress in Squeezed Light of Continuous Variable Higher-Order Mode

Ma Long^{1*}, Yan Manjun², Guo Changyuan¹, Fan Hongjin¹

¹Key Laboratory of Intelligent Information Processing and Control of Chongqing Municipal Institutions of Higher Education, College of Computer Science and Engineering, Chongqing Three Gorges University, Chongqing 404120, China;

²School of Mechanical Engineering, Chongqing Three Gorges University, Chongqing 404120, China

Abstract Continuous variable squeezed light plays an important role in quantum information processing, and the most effective generation tool known is the optical parametric oscillator. At present, most research focus on the fundamental mode, however, the intensity and phase distribution of higher-order mode are more complicated. In addition, based on the characteristics of different order modes and their orthogonal characteristics, high-order mode squeezed light brings more choices and applications for quantum communication and quantum precision measurement. This review introduces the experimental research progress of the continuous variable higher-order mode squeezed light based on the optical parametric oscillator, and expounds two common methods for generating high-order mode squeezed light field, including operation in high-order mode OPO and fundamental mode squeezed light combined mode shaping device.

Key words quantum optics; squeezed states; higher-order mode; continuous variable; optical parametric oscillator

收稿日期: 2021-03-16; 修回日期: 2021-04-13; 录用日期: 2021-04-22

基金项目: 重庆三峡学院引进人才科研启动项目(0903321)、重庆市教委科学技术研究项目(KJQN202101216, KJQN202101223)、重庆市自然科学基金(cstc2021jcyjsh0193, cstc2018jcyjA2453)

通信作者: *malong0805@126.com

1 引言

压缩光是连续变量量子信息领域重要的一种资源,被广泛地应用在量子精密测量、量子成像以及量子计算等领域。1985年美国贝尔实验室首次制备了压缩光^[1],自此开启了一系列围绕压缩光产生与应用的研究。距今为止经过30多年的研究,压缩光的产生以及相关实验技术发展越来越成熟。光学参量振荡器(OPO)是应用最广泛并且最有效的方式之一^[2]。随着光学元件工艺的提升以及仪器的更新,在2016年德国马克斯·普朗克研究所制备了15 dB的压缩光^[3]。

目前大部分研究集中于基模压缩光,近年来,高阶模压缩光为激光物理、生物光子学以及量子信息等领域带来了新的应用前景。高阶模,例如厄米高斯模(HG)和拉盖尔高斯模(LG),各自构成一组正交完备的模式基矢,任意空间分布的模式均可以在HG或LG基矢下线性展开。由于高阶模的强度与相位分布相较基模更为复杂,在量子精密测量中比基模的测量精度更高。高阶HG模可以用于激光横向小位移测量^[4-5]。高阶LG模携带轨道角动量,可以对转动物体的转角进行测量^[6-7]。高阶模压缩光在量子精密测量中的优势,使其有望在高精度分子旋转测量^[8]、分子生物学^[9]、旋转粒子真空摩擦力的测量^[10]以及空间遥感^[11]中发挥重要作用。此外,引力波探测中可以利用高阶HG模压缩光解决模式不匹配引入损耗的问题^[12],利用高阶LG模可以有效降低镜面的热噪声^[13]。

此外,高阶模压缩态光场相比基模压缩态光场的自由度更多,可以提供更大的态空间编码与操纵量子信息,因此拥有更高的信息密度以及更好的安全性。高阶模压缩态光场可以通过超密集编码技术增加信道容量,还可以用来优化量子计算系统,在量子信息处理中具有更为突出的优势。

目前基于OPO产生连续变量高阶模压缩态光场的方式有两种:第一种是利用运转于高阶模OPO直接产生,另一种是利用基模OPO结合模式整形装置。本文将围绕以上两种方式近年来的实验研究进展进行回顾与讨论。

2 运转于高阶模OPO

高阶模压缩态光场可以通过运转于高阶模的OPO直接产生,即改变光学参量放大过程中种子光

的横模分布,激发出谐振腔的高阶模下转换场,获得不同阶模式压缩态光场。2006年,澳大利亚国立大学Lassen等^[14]利用I类OPO制备了HG₀₀、HG₁₀、HG₂₀模压缩光。2009年,丹麦科技大学和德国马克斯·普朗克研究所合作利用I类OPO产生了拉盖尔高斯一阶模纠缠光^[15]。2014年,山西大学光电所Liu等^[16]实验上利用单个II类OPO将偏振与空间模式这两个自由度编码进去,产生了同时具有自旋角动量纠缠以及轨道角动量纠缠的连续变量超纠缠态。在上述实验中,采用的是基模作为泵浦场对OPO进行泵浦。目前大多数OPO针对基模设计的,因此基模可以达到很高的经典增益,然而对于高阶模,随着阶数的增加其经典增益在逐渐降低,这样的话由于非线性转化效率低,最后导致制备的高阶模压缩光的压缩度较低,极大地限制了实际应用。

在高阶模压缩态光场制备的过程中会受到多方面因素的影响,比如晶体的非线性系数、腔模匹配、OPO内腔损耗、泵浦光强度等,此外还有一个非常关键的因素是下转换场与泵浦场的模式匹配。制备基模压缩光时,所需的最佳泵浦模式对应的也是基模,因此在实验上使用基模泵浦可以得到最佳压缩。但制备高阶模压缩光时,其对应的最佳泵浦模式不是基模,因此使用基模进行泵浦时,会极大地限制高阶模压缩光的性能。通过计算泵浦场与下转换场之间的横向分布耦合系数 $\Gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_p(\mathbf{r})u^2(\mathbf{r})}{\alpha} d\mathbf{r}$ 寻找最佳泵浦模式,其中 $v_p(\mathbf{r})$ 表示泵浦场的横向空间分布, $u(\mathbf{r})$ 表示下转换场的横向空间分布, α 表示归一化系数^[14]。山西大学光电所郜江瑞教授团队^[17]通过优化泵浦模式增强了HG₁₀模纠缠态以及空间四组分Cluster纠缠态^[18]。对于HG₁₀模的下转换场,其最佳泵浦模式是HG₀₀模与HG₂₀模的耦合模,并且光强比为1:2。图1所示为通过最佳泵浦模式增强HG₁₀模纠缠的装置图,实验中,采用腔模失配的方法产生所需的高阶模,利用模式转换腔1(MC1)产生HG₁₀模注入光与用于测量的本地光。将泵浦场分成两路,通过半波片与偏振分光棱镜调节两路光强,一路通过MC2产生HG₂₀模,与另一路HG₀₀模耦合。实验中通过小孔提取HG₀₀模与HG₂₀模中间区域的干涉信号,锁定两束光之间的相对相位,从而耦合成最佳泵浦模式。图2给出了在不同泵浦模式下HG₁₀模的正交振相关和正交位相关联的噪声功率谱。结果表明,使用最佳泵浦模式可以获得最大纠缠输出。

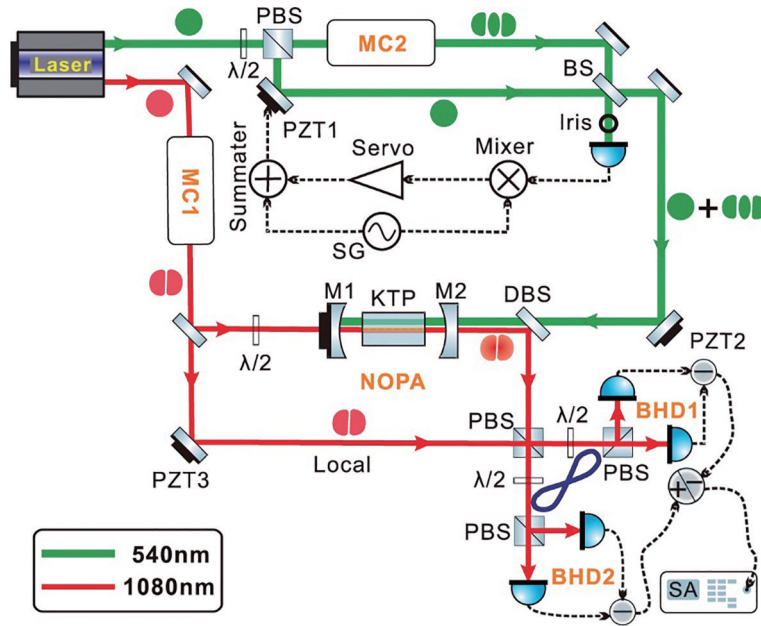


图 1 HG_{10} 模纠缠的实验装置图^[17]

Fig. 1 Experimental setup of HG_{10} mode entanglement^[17]

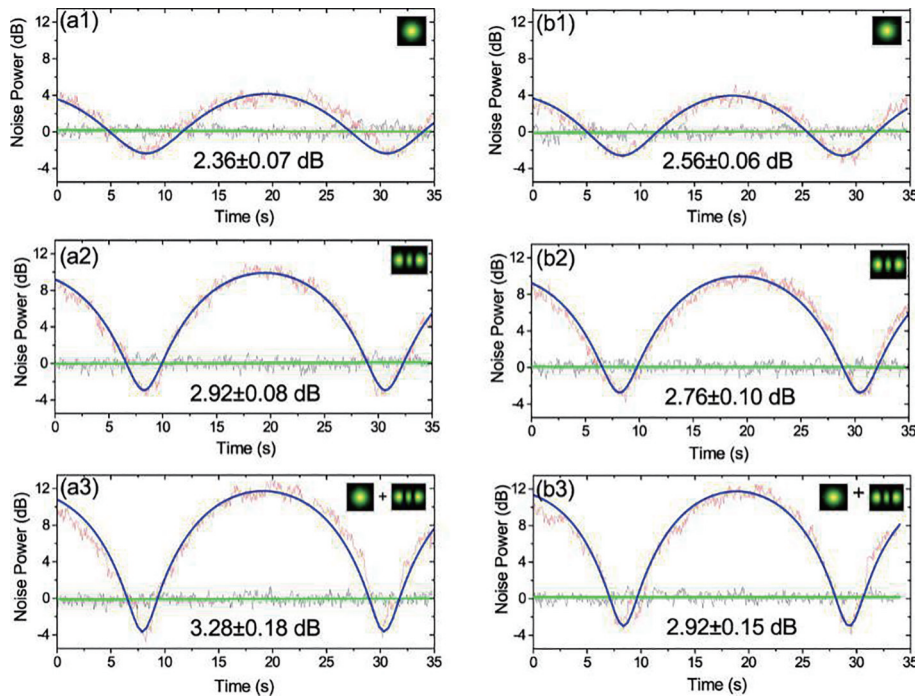
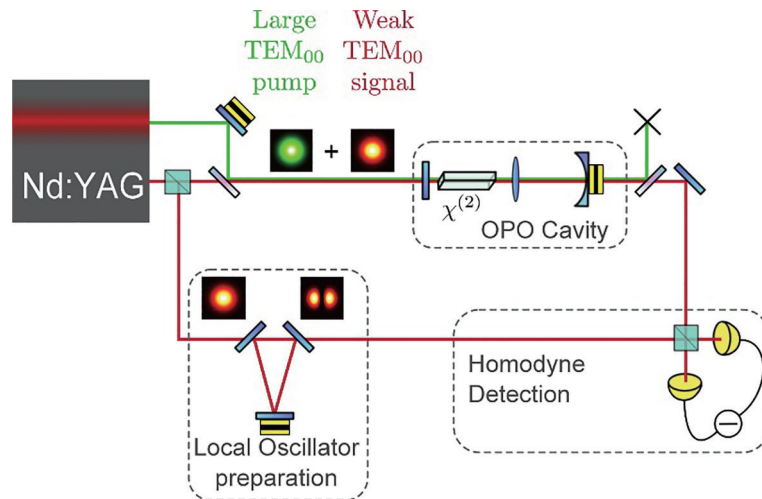


图 2 HG_{10} 模纠缠增强的实验结果^[17]

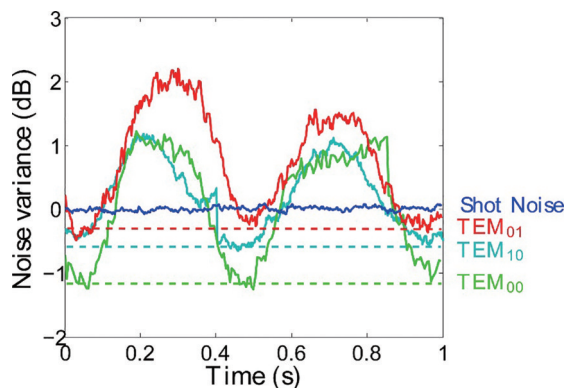
Fig. 2 Experimental results of entanglement enhancement of HG_{10} mode^[17]

此外,利用特殊设计的OPO同样可以制备高阶模压缩态光场^[19-26],比如自成像腔、大菲涅耳数腔等。在OPO中加入透镜等元件可以构成自成像腔,自成像腔是一种空间横模高度简并的多模腔,理论上任意阶空间模式都可以在腔内同时共振,可以产生任意空间多模压缩态光场。2011年,Treps小组^[19]利用自成像腔制备了 HG_{00} 模、 HG_{10} 模与 HG_{01}

模压缩态光场,图3所示为实验装置图。他们实验中所用的自成像腔由一个平面腔镜、一块非线性晶体、一块透镜、一个平凹腔镜组成,其中透镜到两个腔镜的距离严格满足一定的关系。想要产生多个模式的压缩态光场,需要保证OPO内泵浦场的腰斑要大于非线性晶体的相干长度。利用模式转换腔产生不同阶模式的本地光,通过平衡零拍探测系统

图 3 自成像腔产生多模压缩态光场装置图^[19]Fig. 3 Experimental setup of self-imaging cavity generated multimode squeezed light^[19]

测量产生的下转换场的量子起伏,测量结果如图 4 所示。由于更高阶模式压缩光的压缩度低,无法与散粒噪声基准分开,因此只测到 HG_{00} 模、 HG_{10} 模与 HG_{01} 模三个模式压缩态光场。此外在腔内加入透镜导致内腔损耗较大,最终制备的多模压缩态光场的压缩度较低。

图 4 自成像腔产生多模压缩态光场的测量结果^[19]Fig. 4 Experimental results of self-imaging cavity generated multimode squeezed light^[19]

目前报道的通过 OPO 直接产生的方式所制备的高阶模压缩态光场都是低阶模式,对于高阶模式,其最佳泵浦模式和实验系统更为复杂,实验的难度加大。利用特殊设计的 OPO,由于腔型结构复杂,受到诸多因素的影响,导致制备的高阶模压缩光的效果并不理想。

3 基模压缩光结合模式整形装置

随着科技的进步,空间光调制器与可变形镜等模式整形装置为空间高阶横模的产生提供了良好的工

具。我们简单对比两者各自的优缺点,可变形镜的表面由许多驱动单元构成,这些驱动单元称为像素,市面销售的可变形镜的像素大多数是一百到两百个,常见的是压电式可变形镜,即加载的电压值不同,对应的像素伸缩量不同,最终实现对入射光场的波前进行调制。可变形镜的响应速度能够达到 kHz,而且可变形镜的镜面膜是电介质膜或金属膜,因此具有较高的损伤阈值。空间光调制器由液晶分子组成,液晶分子的体积较小,一般在几微米到几十微米之间,因此空间光调制器拥有更多的像素,可达上百万个像素,能够对入射光束的波前进行精细调控,但是空间光调制器的响应速度不如可变形镜。空间光调制器由液晶分子组成,所以空间光调制器的损伤阈值低,无法对大功率激光波前进行调制。

空间光调制器和可变形镜在模式转换中只有器件造成的损耗,可以很好地保持其量子特性。通过 OPO 产生的基模压缩态光场结合模式整形装置产生高阶模压缩态光场,避免了高阶模 OPO 的设计以及非线性转换效率低的问题。2011 年,法国 LKB 实验室 Morizur 等^[27]通过可变形镜产生了 HG_{10} 模、 HG_{20} 模、 HG_{30} 模压缩态光场。从 OPO 输出的基模压缩光在可变形镜上连续反射 3 次,将基模压缩光整形形成高阶模压缩光。受限于可变形镜像素数量以及在可变形镜上反射次数,而无法获得更高阶模式压缩态光场。

可变形镜的像素数量有限,因此对光场的调控能力有限,不适用于产生空间分布复杂的目标光场。与可变形镜相比,空间光调制器拥有更多的像素数量,进而可以对入射的光场精细的调控。目前已经有很多文献报道通过单个空间光调制器或者

级联空间光调制器对入射光场的相位分布与强度分布同时进行调制^[28-36],因此,空间光调制器受到人们越来越多的关注。2016年,德国马克斯·普朗克研究所 Semmler 等^[37]通过单个空间光调制器加载相位分布函数单次调制制备了高阶 LG 模、高阶贝塞尔高斯(BG)模与任意强度分布图案压缩态光场。图 5 所示为空间光调制器上加载的相息图,用来产生 LG₁₁ 模以及 BG 一阶模,图中不同的灰度表示不同的相位值。从相息图中可以看出, LG 模与 BG 模

是通过对入射基模光场的相位分布整形直接产生,并没有对入射光场的强度分布进行调制,因此产生的 LG 模与 BG 模并不是标准模式^[38]。实验上对产生模式的质量以及量子噪声进行了测量,测量结果如图 6 所示。从测量结果中可以看到对于各阶 LG 模与 BG 模,测量的压缩度相差不大,与系统总效率(约等于 50%)有关,对于更高阶模式,系统总效率会有所降低。对于任意强度分布图案光场,转换效率只有 15%。

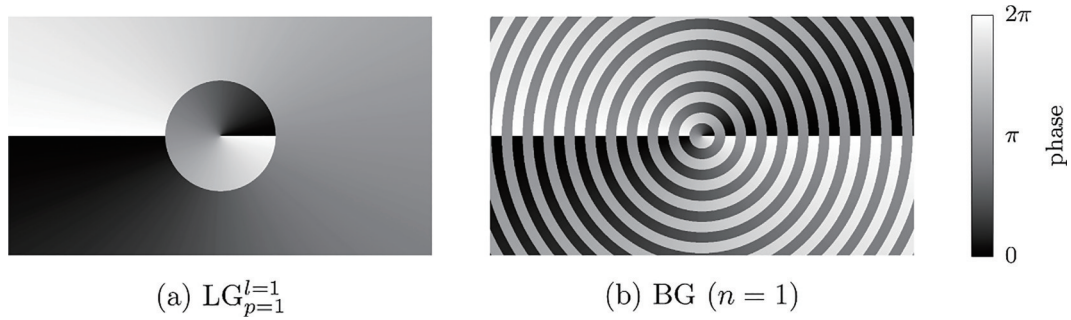


图 5 用于生成拉盖尔-高斯光束和贝塞尔-高斯光束的全息图^[34]

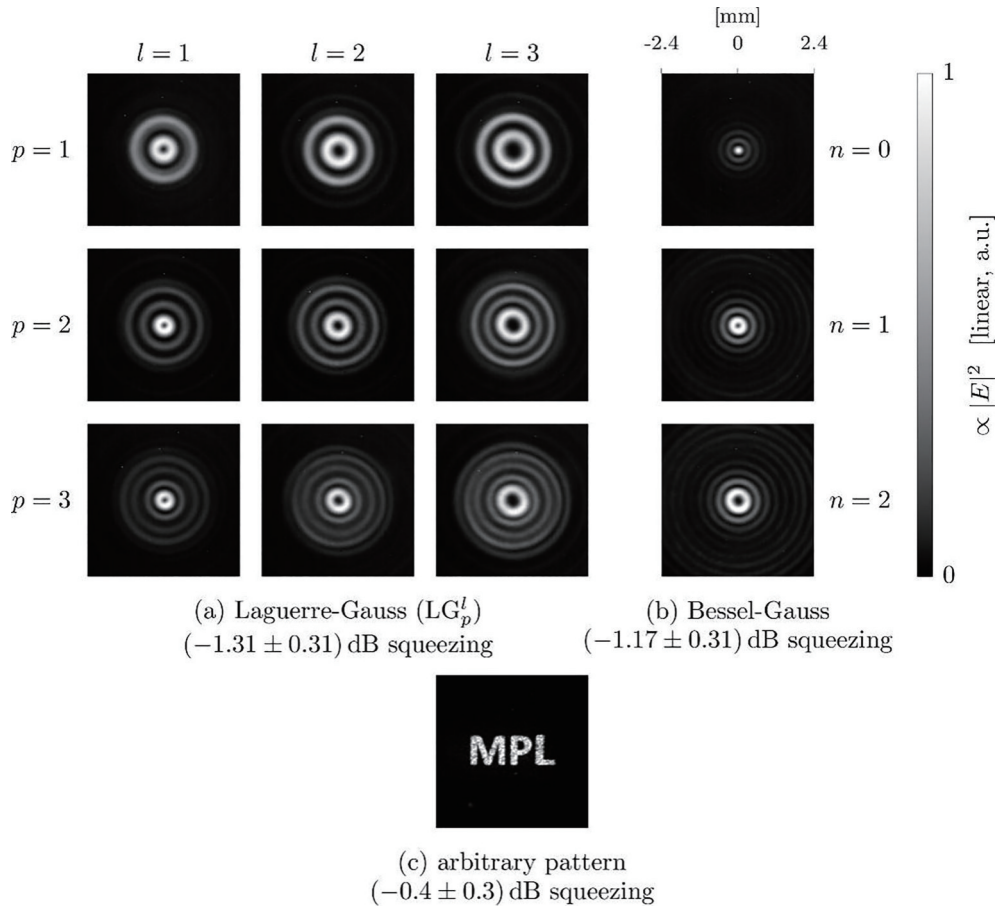


图 6 产生模式的质量以及量子噪声^[34]

Fig. 6 Quality of the generated modes and quantum noise^[34]

但是,高阶 HG 模乃至任意复振幅光场并不能通过空间光调制器单次调制高效高质量产生。再则,光学损耗是影响压缩光质量的一个重要因素,光学损耗会降低压缩光的压缩度,进而极大地限制了实际应用的发展,因此系统的转换效率是必须考虑的因素。2008年,奥地利 Jesacher 等^[30]提出一种高效的模式整形方案,使用级联空间光调制器对入射光场的相位与强度同时进行调制产生任意复振幅分布光场,理论上效率是 100%。其原理是通过第一台空间光调制器结合 Gerchberg-Saxton 算法在第二台空间光调制器平面处得到强度分布,但是相位分布是杂散的,通过第二台空间光调制器对其相位分布进行修正,进而在目标平面得到目标光场。在此基础上,山西大学光电所部江瑞教授团队^[39]将 OPO 产生的基模压缩光注入级联空间光调制器组成的光束整形系统,对入射光场的强度与相位同时调制,制备了前五阶 HG 模、LG₃₃ 模以及任意复振幅分布压缩态光场。图 7 为产生 HG₁₀ 模与 HG₅₀ 模两台空

间光调制器上加载的相息图,图中不同的灰度表示不同的相位值。从图中可以看出,想要产生的模式越复杂,空间光调制器上加载的相息图也越复杂。

之后实验上对整形后产生的模式质量以及量子噪声进行了测量,结果如图 8 所示,系统最高效率

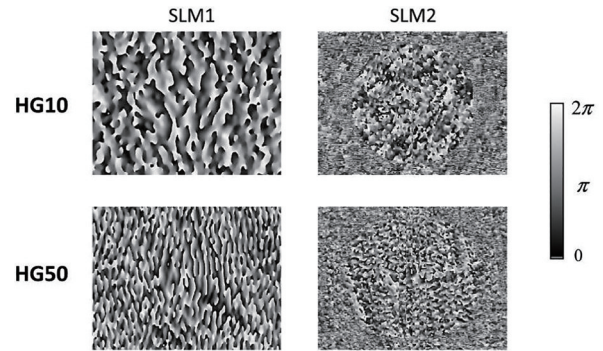


图 7 产生 HG₁₀ 模与 HG₅₀ 模两台空间光调制器上加载的相息图^[36]

Fig. 7 Holograms loaded onto two SLMs for generating HG₁₀ and HG₅₀ modes^[36]

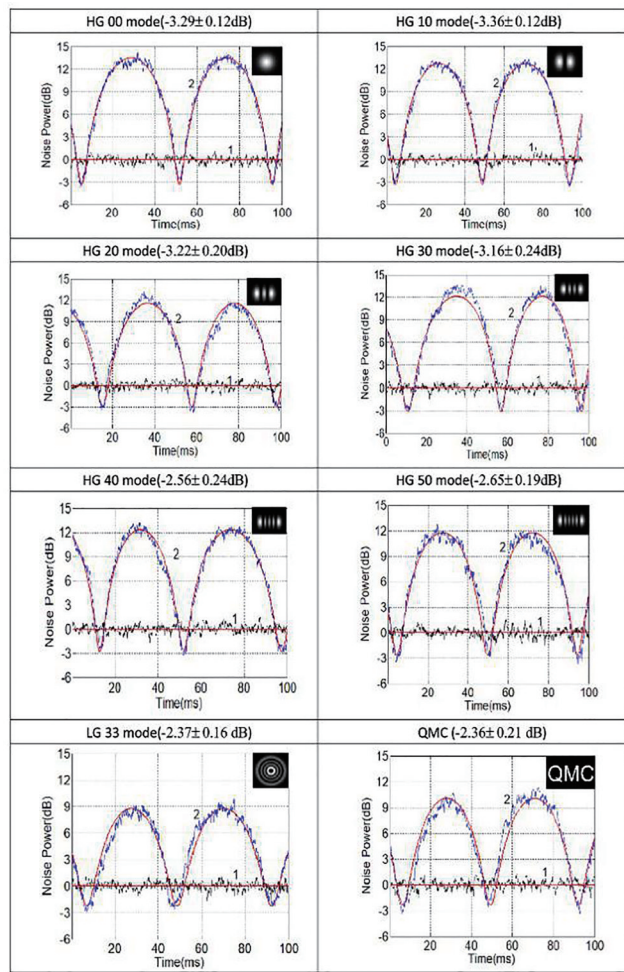
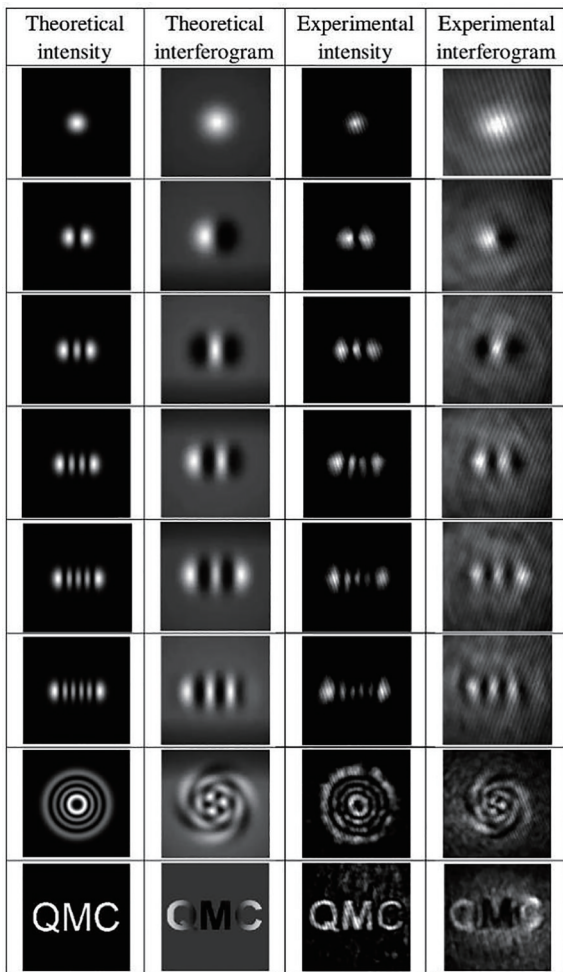


图 8 光束整形后产生的模式质量以及量子噪声^[36]

Fig. 8 Mode quality and quantum noise of the generated modes after beam shaping^[36]

达到 77%, 对于任意复振幅分布压缩态光场, 效率可到 60%。验证了该系统可以高效高质量产生高阶 HG 模以及任意复振幅分布压缩态光场。此外, 从图 8 中可以看出, 所产生的模式并不是标准模式, 这是由于空间光调制器像素串扰^[40]、光学元件损耗以及空间光调制器衍射效率不是 100%^[41]等因素造成。

空间光调制器或可变形镜可以通过电脑编程控制加载相息图而不影响非经典光场的量子特性。随着这些光束整形装置的硬件发展, 与之而来是性能的提升。可以预测, 通过 OPO 制备的基模压缩光结合光束整形装置产生复杂空间分布的压缩态光场将是未来发展趋势。如何提高产生模式的质量以及效率是目前亟待解决的一个问题。此外, OPO 结合空间光调制器可以拓展到其他量子信息领域, 例如产生多组分纠缠态及空间多通道量子通信和量子计算等。

4 结 论

本文简单回顾了连续变量高阶模压缩态光场的研究进展, 阐述了目前常用的两种产生高阶模压缩态光场的方式, 包括运转于高阶模 OPO 和基模压缩光结合模式整形装置。目前连续变量高阶模压缩态光场的实验制备已经取得了一系列进展, 但仍存在一些问题, 比如 OPO 直接产生方案中如何提高高阶模压缩态光场的模式阶数和压缩度, 以及基模压缩光结合模式整形装置方案中如何提高高阶模压缩态光场产生的效率与质量。随着量子信息以及量子测量领域朝着多模多组分方向发展, 相信连续变量高阶模压缩态光场以及纠缠态光场将会扮演着重要的角色, 必将推动该领域向前发展。

参 考 文 献

- [1] Slusher R E, Hollberg L W, Yurke B, et al. Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity[J]. *Physical Review Letters*, 1985, 55(22): 2409-2412.
- [2] Wu L A, Kimble H J, Hall J L, et al. Generation of squeezed states by parametric down conversion[J]. *Physical Review Letters*, 1986, 57(20): 2520-2523.
- [3] Vahlbruch H, Mehmet M, Danzmann K, et al. Detection of 15 dB squeezed states of light and their application for the absolute calibration of photoelectric quantum efficiency[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(11): 110801.
- [4] Treps N, Grosse N, Bowen W P, et al. A quantum laser pointer[J]. *Science*, 2003, 301(5635): 940-943.
- [5] Sun H X, Liu K, Liu Z L, et al. Small-displacement measurements using high-order Hermite-Gauss modes[J]. *Applied Physics Letters*, 2014, 104(12): 121908.
- [6] Lavery M P J, Speirits F C, Barnett S M, et al. Detection of a spinning object using lights orbital angular momentum[J]. *Science*, 2013, 341(6145): 537-540.
- [7] Liu K, Cai C X, Li J, et al. Squeezing-enhanced rotating-angle measurement beyond the quantum limit[J]. *Applied Physics Letters*, 2018, 113(26): 261103.
- [8] Korech O, Steinitz U, Gordon R J, et al. Observing molecular spinning via the rotational Doppler effect[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(9): 711-714.
- [9] Lipfert J, van Oene M M, Lee M, et al. Torque spectroscopy for the study of rotary motion in biological systems[J]. *Chemical Reviews*, 2015, 115(3): 1449-1474.
- [10] Bercegol H, Lehoucq R. Vacuum friction on a rotating pair of atoms[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(9): 090402.
- [11] Tamburini F, Thidé B, Molina-Terriza G, et al. Twisting of light around rotating black holes[J]. *Nature Physics*, 2011, 7(3): 195-197.
- [12] Steinlechner S, Rohweder N O, Korobko M, et al. Mitigating mode-matching loss in nonclassical laser interferometry[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(26): 263602.
- [13] Granata M, Buy C, Ward R, et al. Higher-order Laguerre-Gauss mode generation and interferometry for gravitational wave detectors[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(23): 231102.
- [14] Lassen M, Delaubert V, Harb C C, et al. Generation of squeezing in higher order Hermite-Gaussian modes with an optical parametric amplifier[J]. *Journal of the European Optical Society: Rapid Publications*, 2006, 1: 06003.
- [15] Lassen M, Leuchs G, Andersen U L. Continuous variable entanglement and squeezing of orbital angular momentum states[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(16): 163602.
- [16] Liu K, Guo J, Cai C X, et al. Experimental generation of continuous-variable hyperentanglement in an optical parametric oscillator[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(17): 170501.
- [17] Guo J, Cai C X, Ma L, et al. Higher order mode entanglement in a type II optical parametric oscillator

- [J]. *Optics Express*, 2017, 25(5): 4985-4993.
- [18] Cai C X, Ma L, Li J, et al. Generation of a continuous-variable quadripartite cluster state multiplexed in the spatial domain[J]. *Photonics Research*, 2018, 6(5): 479-484.
- [19] Chalopin B, Scazza F, Fabre C, et al. Direct generation of a multi-transverse mode non-classical state of light[J]. *Optics Express*, 2011, 19(5): 4405-4410.
- [20] Navarrete-Benlloch C, de Valcárcel G J, Roldán E. Generating highly squeezed hybrid Laguerre-Gauss modes in large-Fresnel-number degenerate optical parametric oscillators[J]. *Physical Review A*, 2009, 79(4): 043820.
- [21] Chalopin B, Scazza F, Fabre C, et al. Multimode nonclassical light generation through the optical-parametric-oscillator threshold[J]. *Physical Review A*, 2010, 81(6): 061804.
- [22] Liu K, Guo J, Cai C X, et al. Direct generation of spatial quadripartite continuous variable entanglement in an optical parametric oscillator[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(22): 5178-5181.
- [23] Rodrigues R B, Gonzales J, da Silva B P, et al. Orbital angular momentum symmetry in a driven optical parametric oscillator[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(11): 2486-2489.
- [24] Sharma V, Kumar S C, Samanta G K, et al. Orbital angular momentum exchange in a picosecond optical parametric oscillator[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(15): 3606-3609.
- [25] Cai C X, Ma L, Li J, et al. Experimental characterization of continuous-variable orbital angular momentum entanglement using Stokes-operator basis[J]. *Optics Express*, 2018, 26(5): 5724-5732.
- [26] Sharma V, Aadhi A, Samanta G K. Controlled generation of vortex and vortex dipole from a Gaussian pumped optical parametric oscillator[J]. *Optics Express*, 2019, 27(13): 18123-18130.
- [27] Morizur J F, Armstrong S, Treps N, et al. Spatial reshaping of a squeezed state of light[J]. *The European Physical Journal D*, 2011, 61(1): 237-239.
- [28] Arrizón V. Complex modulation with a twisted-nematic liquid-crystal spatial light modulator: double-pixel approach[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(15): 1359-1361.
- [29] Arrizón V, Ruiz U, Carrada R, et al. Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2007, 24(11): 3500-3507.
- [30] Jesacher A, Maurer C, Schwaighofer A, et al. Near-perfect hologram reconstruction with a spatial light modulator[J]. *Optics Express*, 2008, 16(4): 2597-2603.
- [31] Zhu L, Wang J. Arbitrary manipulation of spatial amplitude and phase using phase-only spatial light modulators[J]. *Scientific Report*, 2014, 4: 7441.
- [32] Bowman D, Harte T L, Chardonnet V, et al. High-fidelity phase and amplitude control of phase-only computer generated holograms using conjugate gradient minimisation[J]. *Optics Express*, 2017, 25(10): 11692-11700.
- [33] Fuentes J L M, Moreno I. Random technique to encode complex valued holograms with on axis reconstruction onto phase-only displays[J]. *Optics Express*, 2018, 26(5): 5875-5893.
- [34] Liu S Y, Zhang J Y. Principles and applications of ultrafast laser processing based on spatial light modulators[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(11): 111431.
刘思垣, 张静宇. 基于空间光调制器的超快激光加工原理及应用[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(11): 111431.
- [35] Liu Q, Pan J, Wan Z S, et al. Generation methods for complex vortex structured light field[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(5): 0500006.
柳强, 潘婧, 万震松, 等. 复杂涡旋结构光场的产生方法[J]. *中国激光*, 2020, 47(5): 0500006.
- [36] Liu K, Li Z, Guo H, et al. Generation of high-order Hermite-Gaussian beams using a spatial light modulator[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(9): 0905004.
刘奎, 李治, 郭辉, 等. 使用空间光调制器产生高阶厄米高斯光束[J]. *中国激光*, 2020, 47(9): 0905004.
- [37] Semmler M, Berg-Johansen S, Chille V, et al. Single-mode squeezing in arbitrary spatial modes[J]. *Optics Express*, 2016, 24(7): 7633-7642.
- [38] Sephton B, Dudley A, Forbes A. Revealing the radial modes in vortex beams[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(28): 7830-7835.
- [39] Ma L, Guo H, Sun H X, et al. Generation of squeezed states of light in arbitrary complex amplitude transverse distribution[J]. *Photonics Research*, 2020, 8(9): 1422-1427.
- [40] Persson M, Engström D, Goksör M. Reducing the effect of pixel crosstalk in phase only spatial light modulators[J]. *Optics Express*, 2012, 20(20): 22334-22343.
- [41] Chille V, Berg-Johansen S, Semmler M, et al. Experimental generation of amplitude squeezed vector beams[J]. *Optics Express*, 2016, 24(11): 12385-12394.