

部分相干椭圆涡旋光在湍流下的相干特性演化

郑 国

江苏自动化研究所, 江苏 连云港 222000

摘要 基于广义惠更斯-菲涅耳定理, 对部分相干椭圆涡旋光在各向异性非 Kolmogorov 湍流下光谱密度、相干度及相干涡旋的演变进行研究, 其中重点探讨相干涡旋作为部分相干涡旋光束的重要特性。研究发现, 椭圆率、相干长度及湍流参数均影响守恒距离, 且部分相干椭圆涡旋光在传输过程中新生的相干涡旋点比部分相干圆涡旋光新生的相干涡旋点更易分离。

关键词 大气光学; 各向异性非 Kolmogorov 湍流; 相干涡旋; 部分相干椭圆涡旋光束; 相干性

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0901001

Coherent Property Evolution of Partially Coherent Elliptical Vortex Beam Propagation Through Turbulence

Zheng Guo

Jiangsu Automation Research Institute, Lianyungang, Jiangsu 222000, China

Abstract Based on the generalized Huygens-Fresnel principle, the spectral density, degree of coherence, and the coherent vortex of partially coherent elliptical vortex beam propagation through anisotropic non-Kolmogorov turbulence are studied. Among them, we focus on the important properties of coherent vortex beams as partially coherent vortex beams. It is found that the elliptic rate, coherence length, and turbulence parameters all have influences on the conservation distance. Moreover, it is easier to separate the newly generated coherent vortex points of partially coherent elliptical vortex beams than that of partially coherent circular vortex beams.

Key words atmospheric optics; anisotropic non-Kolmogorov turbulence; coherent vortex; partially coherent elliptical vortex beam; coherence

OCIS codes 010.1330; 010.1300; 030.1640

1 引 言

涡旋光束因携带轨道角动量, 在自由空间光通信中存在重要的潜在价值和应用^[1-3]。而涡旋光束在大气湍流中传输时, 折射率的随机起伏易造成螺旋相位的畸变, 故研究涡旋光束在湍流介质下的传输特性是一个有价值 and 实际应用意义的研究课题^[4]。现有的研究发现, 光束的涡旋结构能够降低

光强闪烁指数和抑制光束漂移^[5-6]。近年来, 对涡旋光束的研究已经衍生到部分相干涡旋光束领域。目前学界广泛认同: 对光束进行涡旋相位调制和相干性调制后, 光束对湍流的抵抗力显著增强。部分相干涡旋光束还存在一重要的特性, 即所谓的相干涡旋^[7], 其定义为光谱相干度或交叉谱密度函数为零的点。不过, 目前相关的研究仍然集中在整数阶涡旋光束上, 关于携带分数阶轨道角动量的涡旋光

收稿日期: 2020-09-14; 修回日期: 2020-09-18; 录用日期: 2020-09-20

基金项目: 国家自然科学基金(61675098)

*E-mail: 18061732317@163.com

束的研究关注较少。相比整数阶涡旋光束,携带分数阶轨道角动量的涡旋光束可以有效抑制湍流下的热晕效应,而椭圆涡旋光束则是携带分数阶轨道角动量的典型例^[8],仅仅调节椭圆率即可控制轨道角动量。此外,在近地大气条件下,实验发现湍流存在各向异性,而经典的 Kolmogorov 湍流则是各向同性的^[9],故研究光束在各向异性湍流下的特性是一个具有很大研究价值的方向^[10]。本文研究部分相干椭圆涡旋光束在各向异性湍流下的传输特性,重点分析光束的相干特性演化和湍流参数对部分相干椭圆涡旋光束的影响。

2 理论推导

在直角坐标系下,椭圆涡旋光的光场^[8]为

$$U(x', y') = (\alpha x' + iy')^n U_0(x', y'), \quad (1)$$

式中: $U_0(x', y')$ 为背景光束波包分布; n 为涡旋的整

数拓扑荷; α 为椭圆率, $0 < \alpha < 1$ 说明主轴在 x 轴, $\alpha > 1$ 说明主轴在 y 轴, $\alpha < 0$ 时涡旋相位顺时针旋转, $\alpha > 0$ 时涡旋相位逆时针旋转。 $n = 1$ 时,椭圆涡旋光的归一化轨道角动量为 $2\alpha/(1 + \alpha^2)$; $n = 2$ 时,归一化轨道角动量为 $8\alpha(1 + \alpha^2)/(3 + 2\alpha^2 + 3\alpha^4)$ 。可以发现:当 $\alpha = \pm 1$ 时,椭圆涡旋光退化为一般的圆涡旋光,其归一化轨道角动量的模是和拓扑荷相等的,这里负号仅代表涡旋相位旋转方向;而 $\alpha \neq \pm 1$ 时,调节椭圆率 α 可以控制椭圆涡旋光束的轨道角动量,且其值为分数,不再为整数。不失一般性,假设 $U_0(x', y')$ 为高斯分布,即

$$U_0(x', y') = \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{w_0^2}\right), \quad (2)$$

式中: w_0 为光束宽度。

将椭圆涡旋光束拓展到部分相干场,引入高斯关联函数,则光源面光场的交叉谱密度函数为

$$W(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2) = \langle U^*(\boldsymbol{\rho}'_1)U(\boldsymbol{\rho}'_2) \rangle = (\alpha x'_1 - iy'_1)^n (\alpha x'_2 + iy'_2)^n \times \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}'_1{}^2 + \boldsymbol{\rho}'_2{}^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2}{2\delta^2}\right], \quad (3)$$

式中: δ 为相干长度;位矢 $\boldsymbol{\rho}' = (x', y')$ 。为方便理论计算,以下部分仅考虑 $n = 1$ 的情况。

根据广义惠更斯-菲涅耳原理^[9],接收面光场的交叉谱密度函数为

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint W(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, 0) \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}'_1)^2 + \frac{ik}{2z}(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2\right] \times \langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}_1, z) + \psi(\boldsymbol{\rho}'_2, \boldsymbol{\rho}_2, z)] \rangle_m d^2\boldsymbol{\rho}'_1 d^2\boldsymbol{\rho}'_2, \quad (4)$$

式中: $\langle \cdot \rangle_m$ 为对湍流介质的系综平均; $\psi(\cdot)$ 为湍流引起的复相位扰动。

$$\langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}_1, z) + \psi(\boldsymbol{\rho}'_2, \boldsymbol{\rho}_2, z)] \rangle_m = \exp\left\{-M_T [(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 + (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2) + (\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2]\right\}, \quad (5)$$

$$M_T = \frac{\pi^2 k^2 z}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa. \quad (6)$$

对于各向异性非 Kolmogorov 湍流,其功率谱函数^[11]为

$$\Phi_n(\kappa) = A(\alpha') \bar{C}_n^2 \zeta^2 [\kappa_z^2 + \zeta^2(\kappa_x^2 + \kappa_y^2) + \kappa_0^2]^{-\alpha'/2} \exp\left[-\frac{\zeta^2(\kappa_x^2 + \kappa_y^2) + \kappa_z^2}{\kappa_m^2}\right] \quad (0 \leq \kappa < \infty, 3 < \alpha' < 4), \quad (7)$$

式中:功率谱波数 $\kappa = \sqrt{\zeta^2(\kappa_x^2 + \kappa_y^2) + \kappa_z^2}$; \bar{C}_n^2 为广义折射率结构常数; ζ 为各向异性因子; $\kappa_0 = 2\pi/L_0$, $\kappa_m = c(\alpha')/l_0$, L_0 为湍流的外尺度, l_0 为湍流的内尺度。

$$c(\alpha') = \left[\Gamma\left(\frac{5 - \alpha'}{2}\right) A(\alpha') \frac{2\pi}{3}\right]^{1/(\alpha' - 5)}, \quad (8)$$

$$A(\alpha') = \frac{1}{4\pi^2} \Gamma(\alpha' - 1) \cos\left(\frac{\alpha'\pi}{2}\right), \quad (9)$$

式中: $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数。如果 $\alpha' = 11/3$ 且 $\zeta = 1$, 则(7)式退化为传统的 Kolmogorov 湍流功率谱。将(7)式代入(6)式,那么湍流干扰项 M_T 的数学式为

$$M_T = \frac{\bar{C}_n^2 A(\alpha') \pi^2 k^2 z}{6\zeta^2 (\alpha' - 2)} \kappa_0^{4 - \alpha'} \left\{ \left(\frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right)^{2/\alpha' - 2} (\alpha' - 2 + 2\frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}) \exp\left(\frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) \times \Gamma\left[2 - \frac{\alpha'}{2}, \frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right] - 2 \right\}, \quad (10)$$

式中:不完全伽玛函数 $\Gamma(x, a) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt$ 。

将(3)式代入(4)式,引入“和”,“差”变量 $u = \frac{\rho_1' + \rho_2'}{2}, v = \rho_1' - \rho_2'$,那么部分相干椭圆涡旋光在湍流 z 平面的交叉谱密度函数为

$$W(\rho_1, \rho_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \exp[-M_T(\rho_1 - \rho_2)^2] \times \iint d^2u d^2v \left[\alpha^2(u_x^2 - \frac{v_x^2}{4}) + (u_y^2 - \frac{v_y^2}{4}) - i\alpha(u_x v_y - u_y v_x)\right] \exp\left(-\frac{2u^2}{w_0^2}\right) \times \exp\left[\frac{ik}{z}(\rho_1 - \rho_2)u\right] \exp(-Qv^2 - \frac{ik}{z}uv) \times \exp\left\{v\left[\frac{ik}{2z}(\rho_1 + \rho_2) - M_T(\rho_1 - \rho_2)\right]\right\}. \quad (11)$$

其中,

$$Q = \frac{1}{2w_0^2} + \frac{1}{2\delta^2} + M_T. \quad (12)$$

利用公式^[12]

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \exp[-\rho x^2 + 2qx] dx = n! \exp\left(\frac{q^2}{\rho}\right) \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} \left(\frac{q}{\rho}\right)^n \sum_{m=0}^{[n/2]} \frac{1}{m!(n-2m)!} \left(\frac{\rho}{4q^2}\right)^m, \quad (13)$$

经过冗长的积分计算后,部分相干椭圆涡旋光在各向异性非 Kolmogorov 湍流中的交叉谱密度函数为

$$W(\rho_1, \rho_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\right] \exp[-M_T(\rho_1 - \rho_2)^2] \times [\alpha^2 I_1 + I_2 - \alpha(I_3 - I_4)]. \quad (14)$$

其中,

$$I_1 = \frac{\pi^2}{QA} C_x C_y \exp\left(\frac{D_x^2 + D_y^2}{A}\right) \left(\frac{1}{2A} + \frac{D_x^2}{A^2}\right) - \frac{\pi^2 w_0^2}{8B} \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2}{8z^2}(\rho_1 - \rho_2)^2\right] \times \exp\left(\frac{E_x^2 + E_y^2}{B}\right) \left(\frac{E_x^2}{B^2} + \frac{1}{2B}\right), \quad (15)$$

$$I_2 = \frac{\pi^2}{QA} C_x C_y \exp\left(\frac{D_x^2 + D_y^2}{A}\right) \left(\frac{1}{2A} + \frac{D_y^2}{A^2}\right) - \frac{\pi^2 w_0^2}{8B} \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2}{8z^2}(\rho_1 - \rho_2)^2\right] \times \exp\left(\frac{E_x^2 + E_y^2}{B}\right) \left(\frac{E_y^2}{B^2} + \frac{1}{2B}\right), \quad (16)$$

$$I_3 = \frac{i\pi^2 w_0}{\sqrt{2QAB}} C_x \frac{D_x E_y}{AB} \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2}{8z^2}(y_1 - y_2)^2\right] \exp\left(\frac{D_x^2}{A} + \frac{E_y^2}{B}\right), \quad (17)$$

$$I_4 = \frac{i\pi^2 w_0}{\sqrt{2QAB}} C_y \frac{D_y E_x}{AB} \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2}{8z^2}(x_1 - x_2)^2\right] \exp\left(\frac{D_y^2}{A} + \frac{E_x^2}{B}\right), \quad (18)$$

$$A = \frac{2}{w_0^2} + \frac{k^2}{4Qz^2}, \quad (19)$$

$$B = Q + \frac{k^2 w_0^2}{8z^2}, \quad (20)$$

$$C_x = \exp\left\{\frac{1}{4Q} \left[\frac{ik}{2z}(x_1 + x_2) - M_T(x_1 - x_2)\right]^2\right\}, \quad (21)$$

$$D_x = \frac{1}{2} \left[\frac{ik}{z}(x_1 - x_2) + \frac{k^2}{4Qz^2}(x_1 + x_2) + \frac{ik}{2Qz} M_T(x_1 - x_2)\right], \quad (22)$$

$$E_x = \frac{1}{2} \left[\frac{ik}{2z}(x_1 + x_2) - M_T(x_1 - x_2) + \frac{k^2 w_0^2}{4z^2}(x_1 - x_2)\right], \quad (23)$$

将 C_x, D_x, E_x 中的 x_1 和 x_2 替换为 y_1 和 y_2 , 即转换为 C_y, D_y, E_y 。(14)式提供部分相干椭圆涡旋光在湍流下传输的交叉谱函数闭合解。

借助(13)式,接收面的光谱密度 $S(\rho, z)$, 相干度 $\mu(\rho_1, \rho_2, z)$ 及相干涡旋可以确定, 表达式为

$$S(\rho, z) = W(\rho, \rho, z), \quad (24)$$

$$\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \frac{W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z)}{\sqrt{W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_1, z)W(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_2, z)}} \quad (25)$$

相干涡旋的位置为

$$\text{Re}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z)] = 0, \quad (26)$$

$$\text{Im}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z)] = 0. \quad (27)$$

3 数值模拟与分析

3.1 光谱密度演化

借助数值模拟分析拓扑荷 $n=1$ 时的部分相干椭圆涡旋光束在各向异性非 Kolmogorov 湍流中的光谱密度演化, 为方便比较, 同时数值模拟真空环境下的光谱密度演化。仿真参数: 广义折射率结构常数 $\bar{C}_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{3-\alpha}$; 各向异性因子 $\zeta = 3$; 湍流外尺度 $L_0 = 1 \text{ m}$, 湍流内尺度 $l_0 = 1 \text{ mm}$; 波长 $\lambda = 850 \text{ nm}$, $w_0 = 0.02 \text{ m}$, $z = 1 \text{ km}$; 湍流功率谱指数 $\alpha' = 3.1$; 空间相干长度 $\delta = 2.5 \text{ cm}$ 。没有特别说明, 以上仿真参数保持不变。因为椭圆率

α 正负不影响光谱密度, 所以仅考虑 α 为正数情况。图 1 和图 2 分别为部分相干椭圆涡旋光在真空和大气湍流中传输的光谱密度。可见: 随着椭圆率 α 的增加, 光强逐渐分裂为两部分, 且光束中心存在暗核, 是相位奇点引起的; 在真空中, 随着传输距离的增加, 暗核因为光束的衍射效应而逐渐消失, 但是这一过程比较缓慢; 而在湍流下, 光束的分布呈现明显的衰退性, 即湍流对光束的扰动使得暗核快速消失, 最终退化为高斯分布, 不过相比圆涡旋光, 椭圆涡旋光的光谱密度衰退的速度要慢些。在传输到 2 km 处, 对于圆涡旋光, 此处的光强呈现高斯分布, 但是对于椭圆涡旋光束, 特别是椭圆率为 5 时, 光强分布更趋于平顶分布。而随着光束进一步传输, 光束最终均演变为高斯分布^[13]。

图 3 为不同相干长度的部分相干椭圆涡旋光在真空和湍流下的光谱密度。在真空中传输时, 降低光源相干性会严重破坏光束的涡旋结构, 如

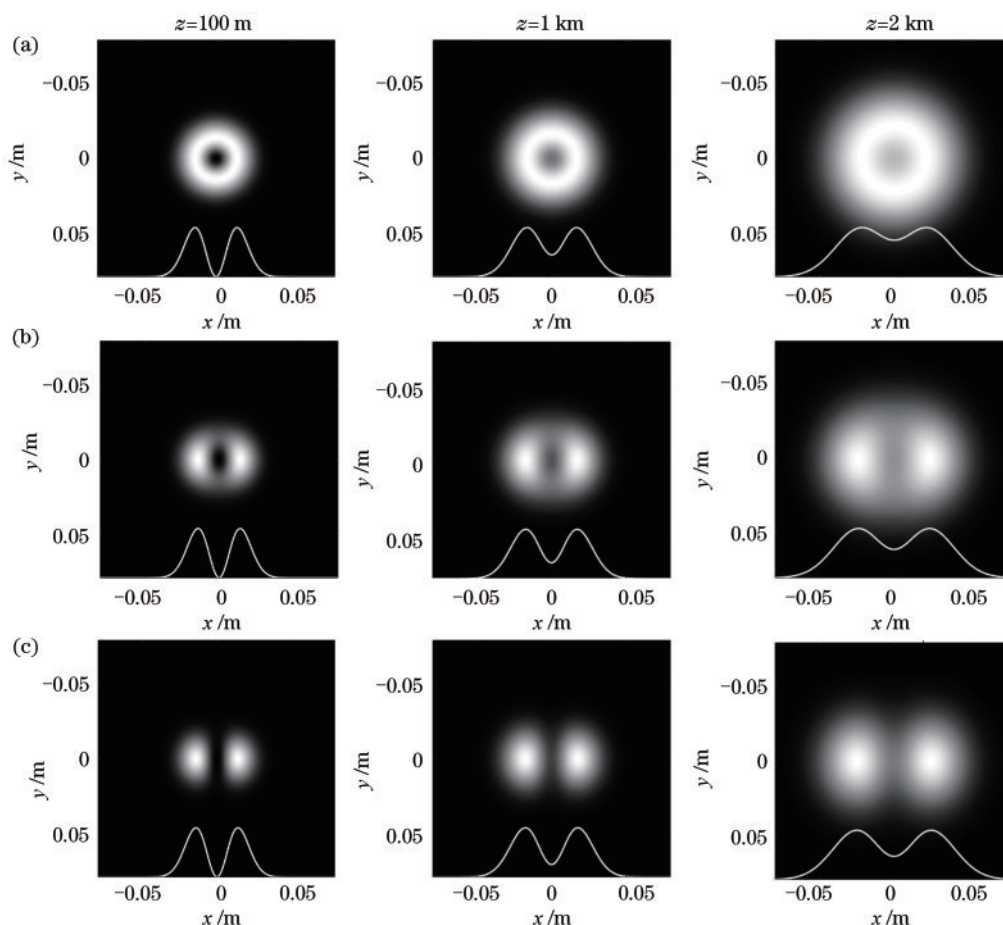


图 1 部分相干椭圆涡旋光在真空环境下(即 $\bar{C}_n^2 = 0$)传输的光谱密度演变。(a)椭圆率 $\alpha = 1$; (b) $\alpha = 5/3$; (c) $\alpha = 5$
 Fig. 1 Spectral density evolution of partially coherent elliptical vortex beam propagation in vacuum ($\bar{C}_n^2 = 0$). (a) Elliptic rate $\alpha = 1$; (b) $\alpha = 5/3$; (c) $\alpha = 5$

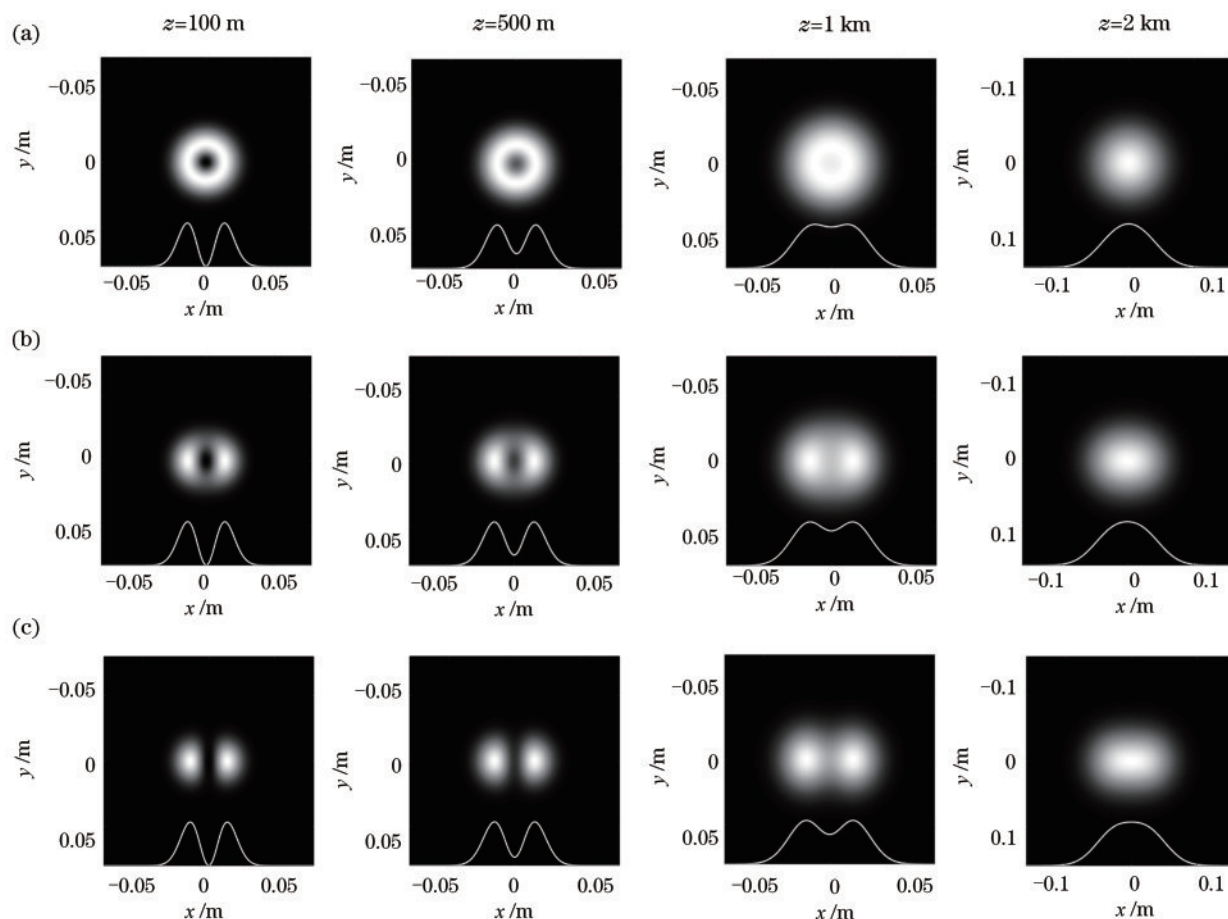


图 2 部分相干椭圆涡旋光在各向异性非 Kolmogorov 湍流下传输的光谱密度演变。(a) 椭圆率 $\alpha=1$; (b) $\alpha=5/3$; (c) $\alpha=5$
 Fig. 2 Spectral density evolution of partially coherent elliptical vortex beam propagation through anisotropic non-Kolmogorov turbulence. (a) $\alpha=1$; (b) $\alpha=5/3$; (c) $\alpha=5$

相干长度为 5 cm 时,暗核仍然存在,且其对衍射的抑制作用明显。但是相干长度降低到 1 cm 时,光束分布已经趋于平顶,暗核完全消失,随着相干性的进一步降低,光谱密度最终演变为高斯分布。在湍流中传输时,光源相干性和湍流对光束的影响均非常明显。相干长度为 5 cm 时,对比真空环境,湍流的扰动对中心光强的补偿已经近乎为光强峰值的一半。而随着相干长度的进一步降低,在光源相干性和湍流的共同作用下,光强分布呈现平顶分布和高斯分布,而且降低光源相干性后,光束得到进一步展宽。

图 4 为在湍流下传输 1 km 后各向异性因子对光谱密度的影响。可以发现,各向同性非 Kolmogorov 湍流对光谱密度的影响比各向异性非 Kolmogorov 湍流明显,而且各向异性因子越大,轴上点光强增加得越慢。在各项同性湍流中,传输 1 km 后光束分布已经演变为高斯分布,而在各项

异性湍流中,轴上光强仍然低于峰值。解释这一现象,根据(10)式可以发现,湍流干扰项 M_T 和各向异性因子 ζ 关系为 $M_T \propto \zeta^{-2}$,故各向异性因子 ζ 越大,湍流对光束的扰动越低,进而光束演变越慢。

3.2 相干度和相干涡旋演化

基于(25)~(27)式对光束的光谱相干度和相干涡旋进行探讨,其中相干涡旋的符号确定可以参考文献[14]。仿真中的参数和 3.1 节一样,没有特殊说明的话,椭圆率 α 取 5。首先讨论光谱相干度在湍流下的演变,选取空间中具有对称位置的点 $\rho_1=(x,0)$ 和点 $\rho_2=(-x,0)$,这种情况下的光谱相干度为实数。

图 5 为真空和湍流下 x 方向对称点的光谱相干度。图 5(a)和图 5(b)中均存在相干涡旋点,且随着椭圆率的增加向原点处偏移。对比真空和湍流下的光谱相干度,湍流对光束的相干度有显著的影响。

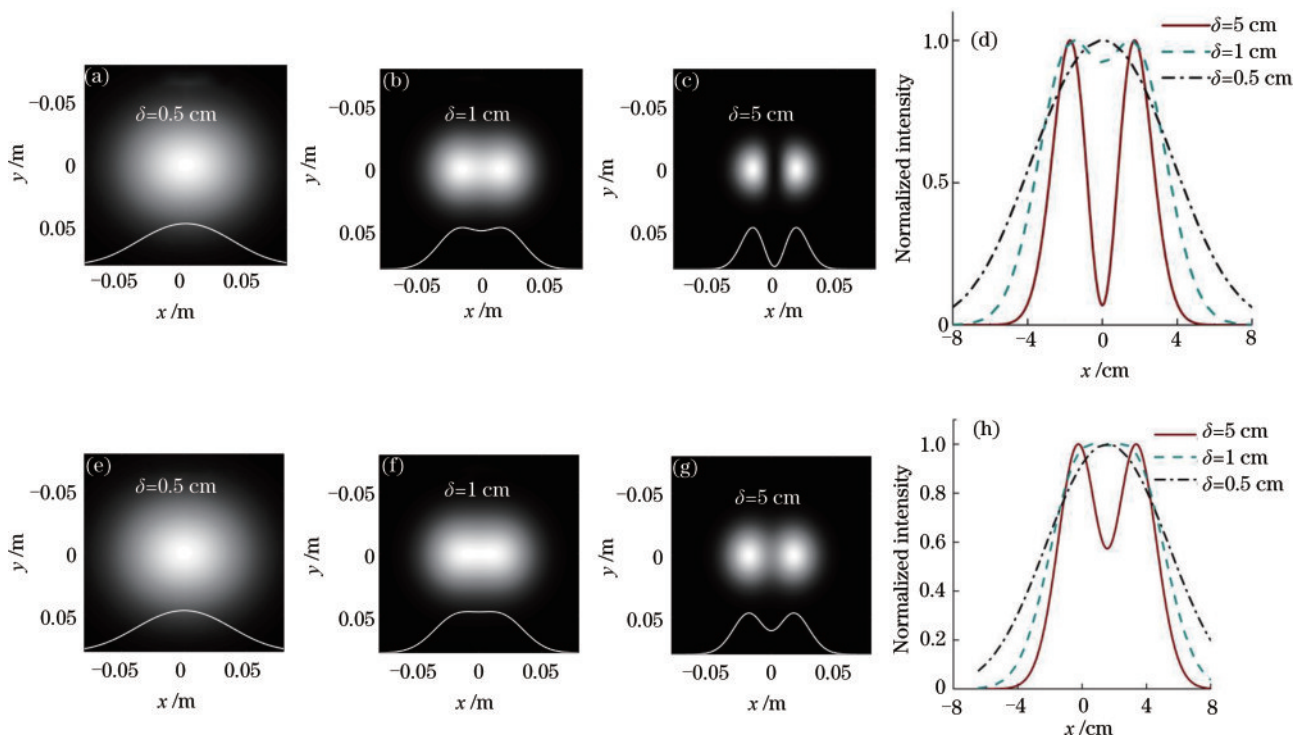


图 3 不同相干长度的部分相干椭圆涡旋光($\alpha=5$)传输 1 km 后的光谱密度。(a)~(d)真空；(e)~(h)各向异性非 Kolmogorov 湍流

Fig. 3 Spectral density of partially coherent elliptical vortex beam ($\alpha=5$) with different coherence lengths after 1 km transmission. (a)–(d) Vacuum; (e)–(h) anisotropic non-Kolmogorov turbulence

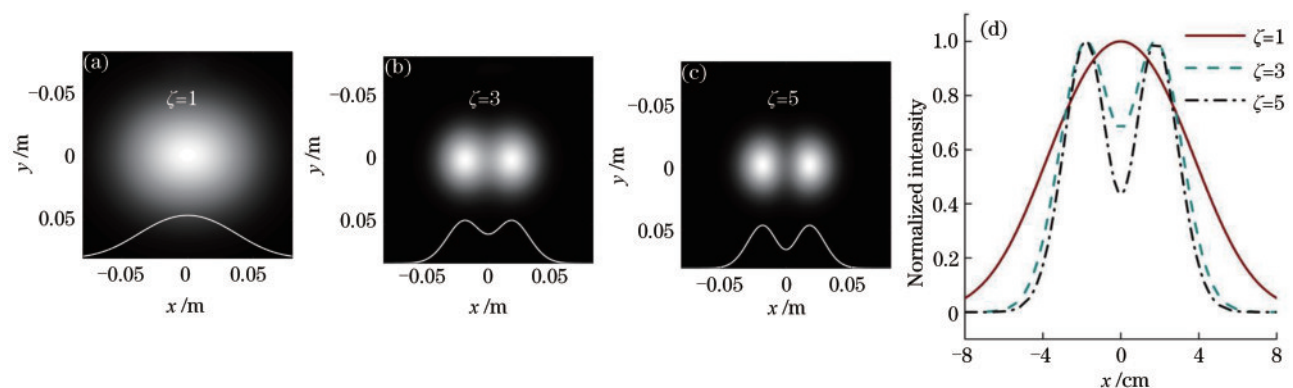


图 4 部分相干椭圆涡旋光($\alpha=5$)在不同各向异性因子的非 Kolmogorov 湍流下传输 1 km 后的光谱密度。(a)~(c)各向异性因子为 1, 3, 5; (d)归一化光谱密度

Fig. 4 Spectral density of partially coherent elliptical vortex beam ($\alpha=5$) propagation through non-Kolmogorov turbulence with different anisotropic factors after 1 km transmission. (a)–(c) anisotropic factors with 1, 3, 5; (d) normalized spectral density

响。在湍流中横向坐标 $x=2\text{ cm}$ 处,对称点间的相干度已经趋于 0,而在真空中,直到 $x=4\text{ cm}$ 时相干度趋于 0。而且湍流对两点间的负相干度抑制明显。另外从图 5(c)中可知:随着传输距离的增加,相干度的波动程度越来越小;传输足够远距离后,负相干度消失,相干度曲线呈现平滑的类高斯分布。

对部分相干椭圆涡旋光在湍流下的相干涡旋

演变进行研究,如图 6 所示,其中 ρ_1 点为 $(2\text{ cm}, 4\text{ cm})$ 。从图 6(a)和图 6(b)可知:对于部分相干圆拓扑荷为 +1 的相干涡旋点,其坐标为 $(0.53\text{ cm}, 0.32\text{ cm})$;传输 1 km 后,出现一对拓扑荷为 +1 和 -1 的相干涡旋点,其中原来拓扑荷为 +1 的相干涡旋点移到 $(1.11\text{ cm}, 1.24\text{ cm})$ 处,新生的拓扑荷为 -1 的相干涡旋点则出现在 $(1.63\text{ cm}, 11.04\text{ cm})$ 处。因此,在湍流中传输时,相干涡旋点的位置和

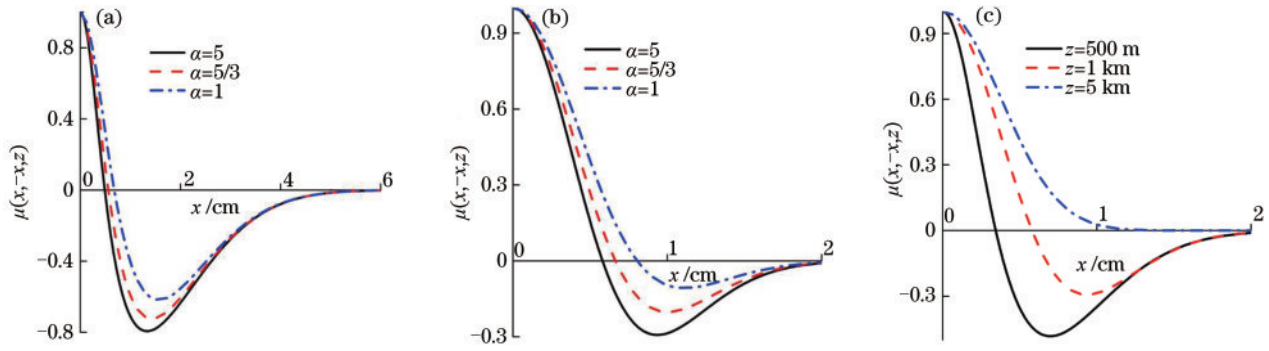


图 5 部分相干椭圆涡旋光的光谱相干度 $\mu(x, -x, z)$ 分布。(a)真空；(b)(c)各向异性非 Kolmogorov 湍流
 Fig. 5 Spectral coherence distribution of partially coherent elliptical vortex beam propagation through different medium.
 (a) Vacuum; (b)(c) anisotropic non-Kolmogorov turbulence

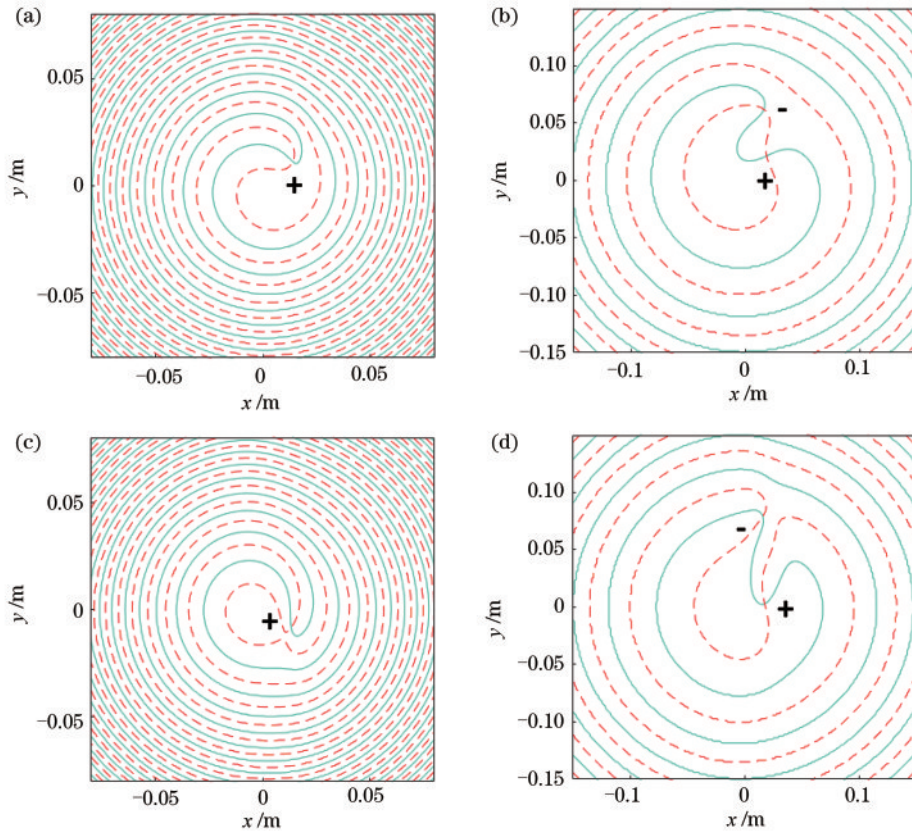


图 6 部分相干椭圆涡旋光在湍流下传输后的 $\text{Re } \mu = 0$ 和 $\text{Im } \mu = 0$ 曲线, 其中实线为 $\text{Re } \mu = 0$, 虚线为 $\text{Im } \mu = 0$ 。(a) $\alpha = 1$, 传输 500 m; (b) $\alpha = 1$, 传输 1 km; (c) $\alpha = 3$, 传输 500 m; (d) $\alpha = 3$, 传输 1 km
 Fig. 6 Curves of $\text{Re } \mu = 0$ and $\text{Im } \mu = 0$ for partially coherent elliptical vortex beam propagation through turbulence, solid line is $\text{Re } \mu = 0$, dash line is $\text{Im } \mu = 0$. (a) $\alpha = 1$, 500 m transmission; (b) $\alpha = 1$, 1 km transmission; (c) $\alpha = 3$, 500 m transmission; (d) $\alpha = 3$, 1 km transmission

数目均在改变。相似的规律对椭圆涡旋光仍然适用, 如图 6(c) 和 6(d) 所示, 在 500 m 处的相干涡旋点的拓扑荷为 +1, 且坐标为 (0.53 cm, -0.88 cm), 在传输 1 km 后同样出现一对相干涡旋, 其中正负涡旋点的位置分别为 (1.13 cm, -0.83 cm) 和 (1.43 cm, 13.49 cm)。图 7 列出以上

相干涡旋点随距离传输的位置和数目变化情况。可以发现, 存在一个数百米大小的距离, 在此距离内传输, 相干涡旋点仍然只是一个, 且拓扑荷保持守恒, 这个距离称为守恒距离 z_c [15]。此外, 对比图 7(a) 和图 7(b)、图 7(c) 和图 7(d) 可知, 新出现的涡旋点和原来的涡旋点坐标在 x 方向上相近, 但

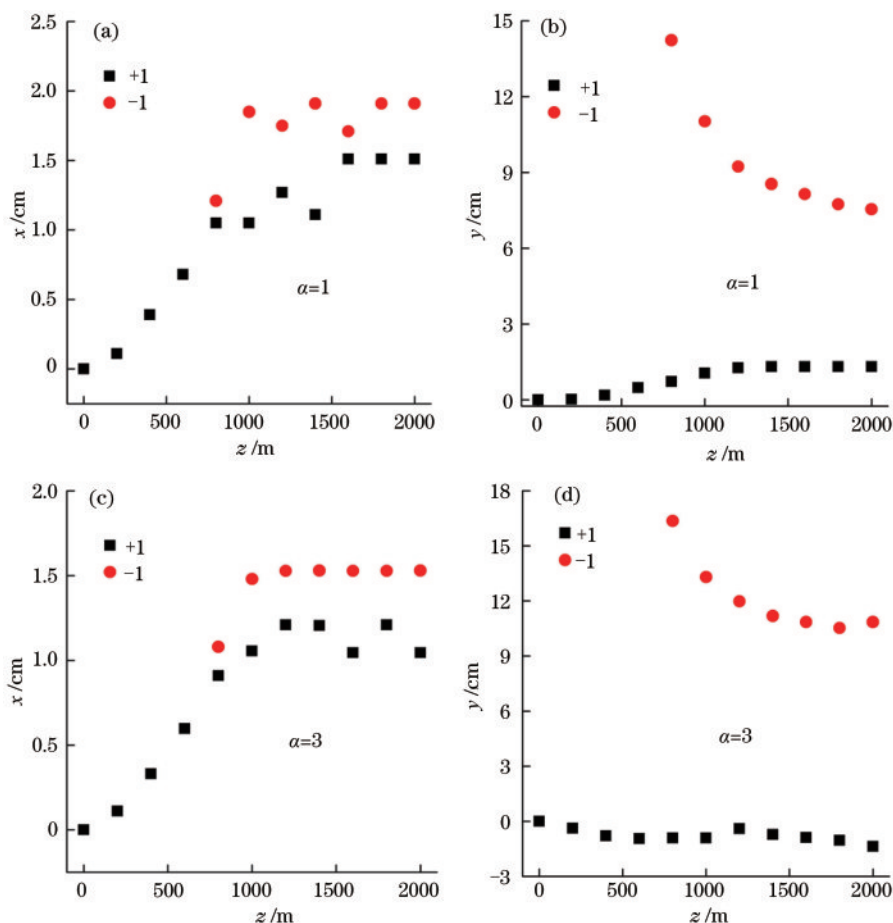


图 7 部分相干椭圆涡旋光在湍流下传输的相干涡旋点位置演变。(a)(c) x 方向坐标; (b)(d) y 方向坐标
 Fig. 7 Position evolution of the coherent vortex point for partially coherent elliptical vortex beam propagation through turbulence.
 (a)(c) x direction; (b)(d) y direction

是在 y 方向上相差较大,而且新出现的涡旋点的 y 坐标值比 x 坐标值大数倍,可以根据这一特性对此进行分离。以图 7 为例,如果在接收端放置一半径为 5 cm 的孔径光阑,那么超出孔径范围的相干涡旋点则不可探测,因而在相当长的距离上相干涡旋点数目和拓扑荷均保持不变。对比图 7(b) 和图 7(d),椭圆涡旋光在 y 方向上新生的涡旋点和原来涡旋点的差异较圆涡旋光明显,这意味着椭圆涡旋光可以在更长的传输距离上对涡旋点进行分离。

表 1 归纳了不同椭圆率 α 和相干长度 δ 下的守恒距离 z_c 。可见:守恒距离与光束的相干性及椭圆率密切相关,增加光束相干性,其守恒距离迅速增加;但是相干长度超过 5 cm 后,继续增加相干长度对守恒距离的影响已经不大;而在椭圆率大于 1 时,增加椭圆率,守恒距离同时增加,但是在椭圆率小于 1 时,部分相干椭圆涡旋光的守恒距离和圆涡旋光相差不大。因而以优化守恒距离为目的时应使用椭圆率大

表 1 不同椭圆率 α 和相干长度 δ 下的守恒距离 z_c
 Table 1 Conservation distance z_c under different ellipticity α and coherence length δ unit: m

α	$\delta=0.5$ cm	$\delta=1$ cm	$\delta=5$ cm	∞ (completely coherent)
0.2	222	438	770	798
1	221	440	773	799
3	251	466	795	817
5	285	533	837	853
7	334	595	889	905

于 1 的部分相干涡旋光,且不宜过低地降低光束相干性。以上仅研究光束参数对守恒距离的影响,接下来考察湍流参数对守恒距离的影响,相关的数据列在表 2 中。基于(9)式和图 8,广义折射率结构常数 \bar{C}_n^2 值越大,各向异性因子 ζ 越大,湍流对光束的扰动越强。对于湍流谱幂指数 α' ,其值在 3~3.06 时,湍流扰动随 α' 增加而增强,但是 α' 超过 3.06 后,湍流扰动越来越小,直至趋于 0。根据以上事实,从表 2 可以发

表 2 不同湍流参数下的守恒距离 z_c

Table 2 Conservation distance z_c under different turbulence parameters

\tilde{C}_n^2	10^{-13}	10^{-14}	10^{-15}	0 (vacuum)
z_c / m	379	775	1401	1801
α'	3.01	3.06	3.2	3.8
z_c / m	865	759	893	1791
ζ	1	2	3	5
z_c / m	391	605	778	1049

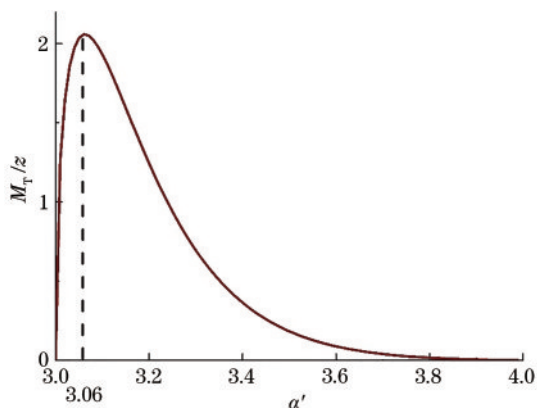


图 8 各向异性非 Kolmogorov 湍流的干扰项 M_T/z 和湍流谱幂指数 α' 的关系

Fig. 8 Relationship between the interference term M_T/z of anisotropic non-Kolmogorov turbulence and the power index α' of the turbulence spectrum

现,湍流扰动越强,守恒距离衰减得越快,特别是在强湍流扰动下,守恒距离衰减到不足 400 m。

表 3 不同参考点 ρ_1 下的守恒距离 z_c ($\alpha=5$)

Table 3 Conservation distance z_c at different reference points ρ_1 ($\alpha=5$)

ρ_1	(1 cm, 1 cm)	(1 cm, 3 cm)	(1 cm, 5 cm)	(2 cm, 2 cm)
z_c / m	251	287	318	358
ρ_1	(3 cm, 1 cm)	(3 cm, 3 cm)	(3 cm, 5 cm)	(5 cm, 3 cm)
z_c / m	383	408	426	469

4 结 论

以部分相干椭圆涡旋光为例,理论推导部分相干椭圆涡旋光在各向异性非 Kolmogorov 湍流下的交叉谱密度函数,然后借此研究光束的光谱密度、相干度、相干涡旋的演变。研究发现,随着椭圆率的增加,部分相干椭圆涡旋光强逐渐分裂为两部分,在真空中传输时,暗核因为光束衍射效应而缓慢消失;而在湍流下传输,光强因为湍流的扰动呈现明显的衰退性,即暗核快速消失,光强退化为高斯分布。不过,椭圆率越大,部分相干椭圆涡旋光退化的速度

越慢。另外,降低光束相干性会严重破坏光束的涡旋结构,光束暗核随之迅速消失。研究湍流下光谱相干度发现,湍流造成的光束退相干性明显,且在传输距离足够远后,负相干度消失,光谱相干度呈现高斯分布。对湍流下相干涡旋进行研究的结果表明:相干涡旋点的位置和数目在传输过程中可能改变,即在守恒距离内,相干涡旋点仍保持一个,且拓扑荷不变;但是超过守恒距离后出现一个新的相干涡旋点,且其拓扑荷相反。而守恒距离与光束参数(如椭圆率、相干长度)和湍流强度相关,合理选择光束参数能显著增加守恒距离的长度。研究还发现,参考

表 3 为不同的参考点 ρ_1 下的守恒距离,其中广义折射率结构常数 $\tilde{C}_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{3-\alpha}$,其他仿真参数不变。对于两不同的参考点 ρ_1 ,如果坐标 x_1 值和 y_1 值相等,那么选择远离原点的参考点,其守恒距离高于靠近原点的参考点;而坐标 x_1 值和 y_1 值不等时,如果两参考点的 x_1 值和 y_1 值正好颠倒,即类似表中 (1 cm, 3 cm) 和 (3 cm, 1 cm) 情况,那么 x_1 值大于 y_1 值时的守恒距离远大于 x_1 值小于 y_1 值情况;如果参考点坐标 x_1 值和 y_1 值均不低于另一参考点对应坐标时,参考点离原点越远,守恒距离越远;如果参考点坐标 x_1 值高于另一参考点坐标 x_1 值, y_1 值低于另一参考点 y_1 值,或者 x_1 低于另一参考点 x_1 值, y_1 高于另一参考点 y_1 值时,参考点离原点越远,守恒距离却不是越远。比如表 3 中 (1 cm, 5 cm) 和 (2 cm, 2 cm) 或者 (1 cm, 5 cm) 和 (3 cm, 1 cm) 情况,对于远离原点的参考点,即便 y_1 值明显大于另一参考点 y_1 值,但是守恒距离却远低于靠近原点的参考点,因而 x_1 值大小对守恒距离影响明显占主导地位。而且对比 (1 cm, 3 cm) 和 (1 cm, 5 cm) 及 (1 cm, 3 cm) 和 (3 cm, 3 cm),同样可以说明这一情况,前者在 y_1 值上相差 2 cm,守恒距离仅相差 31 m,而后者在 x_1 值上相差 2 cm,守恒距离却相差 121 m。这是因为 x_1 值占主导和椭圆率的选择有关,椭圆率 α 值取 5,椭圆涡旋主轴位于 y 轴。因而在选择参考点 ρ_1 时,应遵循以下规则:横坐标 x_1 值应远离原点,在此前提下,纵坐标 y_1 离原点越远越好。

点位置的选择同样影响守恒距离,总结出参考点选择规则,即横坐标 x_1 值远离原点,在此前提下,纵坐标 y_1 离原点越远越好。而对相干涡旋点位置演变进行统计后发现,新生相干涡旋点在 y 方向和原来相干涡旋点相差较大,根据这一特性,使用孔径光阑消除新生相干涡旋点,以保持相干涡旋点的守恒。部分相干椭圆涡旋光的相干涡旋点之间的间距比部分相干圆涡旋光大,因而如果使用相干涡旋点作为信息载体,那么部分相干椭圆涡旋光相比部分相干圆涡旋光能在更长距离上保持相干涡旋守恒。

参 考 文 献

- [1] Gibson G, Courtial J, Padgett M, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. *Optics Express*, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [2] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(7): 488-496.
- [3] Willner A E, Huang H, Yan Y, et al. Optical communications using orbital angular momentum beams[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2015, 7(1): 66-106.
- [4] Li Y Q, Wang L G, Wang Q. Intensity and phase characteristics of ring Airy-Gaussian vortex beam in atmospheric turbulence[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(14): 140101.
李亚清, 王利国, 王谦. 湍流大气中环形 Airy 高斯涡旋光束的强度和相位特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(14): 140101.
- [5] Zhang K N, Liu Y X, Pu J X. Scintillation index of vortex beams propagating in oceanic turbulence[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(7): 0705001.
张凯宁, 刘永欣, 蒲继雄. 涡旋光束在海洋湍流中传输的闪烁因子[J]. *中国激光*, 2019, 46(7): 0705001.
- [6] Aksenov V P, Pogutsa C E. Increase in laser beam resistance to random inhomogeneities of atmospheric permittivity with an optical vortex included in the beam structure[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(30): 7262-7267.
- [7] Gori F, Santarsiero M, Borghi R, et al. Partially coherent sources with helicoidal modes[J]. *Journal of Modern Optics*, 1998, 45(3): 539-554.
- [8] Kotlyar V V, Kovalev A A, Porfirev A P. Elliptic Gaussian optical vortices[J]. *Physical Review A*, 2017, 95(5): 053805.
- [9] Andrews L C, Phillips R L. *Laser beam propagation through random media*[M]. Bellingham: SPIE, 2005.
- [10] Chen X W, Li B Z, Tang M Y, et al. Spreading regions of truncated beams in non-Kolmogorov turbulence[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(1): 010102.
陈晓文, 李宾中, 汤明玥, 等. 截断光束在非 Kolmogorov 湍流中的扩展区域[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(1): 010102.
- [11] Zhang L P, Deng D M, Chen X Y, et al. Propagation of a radially polarized partially coherent rotating elliptical cosine-Gaussian beam with vortices in anisotropic turbulence[J]. *Applied Physics B*, 2019, 125(5): 1-12.
- [12] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. *Norms*[M]//Table of integrals, series, and products. Amsterdam: Elsevier, 1980: 1114-1125.
- [13] Wang F, Yu J Y, Liu X L, et al. Research progress of partially coherent beams propagation in turbulent atmosphere[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(18): 184203.
王飞, 余佳益, 刘显龙, 等. 部分相干光束经过湍流大气传输研究进展[J]. *物理学报*, 2018, 67(18): 184203.
- [14] Freund I, Shvartsman N. Wave-field phase singularities: the sign principle[J]. *Physical Review A*, 1994, 50(6): 5164-5172.
- [15] Li J H, Lü B. Propagation of Gaussian Schell-model vortex beams through atmospheric turbulence and evolution of coherent vortices[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, 11(4): 045710.