

基于点线面混合控制基元的点云地理化

王家晖¹, 姚吉利^{1*}, 赵雪莹², 胡信志¹, 赵猛¹

¹山东理工大学建筑工程学院, 山东 淄博 255049;

²中勘天成(北京)科技有限公司, 北京 100097

摘要 点云配准和点云地理化是点云数据处理中的重要步骤,其中地理化是点云数据与其他地理空间数据集成的基础。静态地面激光扫描点云地理化中,基于最少混合控制基元的点云地理化研究较少,因此,提出了一种由 1 个点基元、1 条线基元和 1 个面基元构成的混合控制基元解算点云地理化参数的方法。实验结果表明,本方法的地理化精度较高,且能快速直接解算地理化参数,从而为精地理化提供初值。

关键词 成像系统; 地理化; 混合控制基元; 地理化参数; 精度

中图分类号 P232

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0828001

Point Cloud Georeferencing Based on Fixed Control Primitives of Point, Line, and Surface

Wang Jiahui¹, Yao Jili^{1*}, Zhao Xueying², Hu Xinzhi¹, Zhao Meng¹

¹ School of Architecture Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China;

² China-Explo TianCheng(Beijing) Technology Co., Ltd., Beijing 100097, China

Abstract Point cloud registration and georeferencing are essential steps in point cloud data processing. Georeferencing is the basis of point cloud data integration with other geospatial data. In the georeferencing of static ground laser scanning point clouds, there are few studies on the georeferencing of point clouds based on the least fixed control primitives. Therefore, we propose a fixed control primitives method consisting of 1 point primitive, 1 line primitive and 1 surface primitive, which can be used to calculate the point cloud georeferencing parameters. The experiment results show that the method has high georeferencing accuracy, can quickly and directly calculate geography parameters, and provide initial values for fine georeferencing.

Key words imaging systems; georeferencing; fixed control primitives; georeferencing parameters; accuracy

OCIS codes 110.6880; 150.6910; 280.4788

1 引言

地面激光扫描(TLS)技术具有速度快、精度高和设站灵活等优势,广泛应用于城市三维(3D)建模、变形监测、文化遗产保护等领域^[1-2]。在数字化时代要求空间数据基准统一的大背景下,需将多站扫描点云置于外部/地理坐标系中进行研究与分析^[3]。将点云从扫描坐标系转换到地理参考坐标系

的过程为点云地理参考化(Georeferencing),简称地理化^[4-5]。点云配准(Registration)和点云地理化是点云数据处理中必不可少的两个过程^[5],点云地理化也是点云数据与其他地理空间数据集成的基础。地理化点云中丰富的点、线、面特征均可作为传递地理参考基准的载体,这些传递载体也被称为控制点、控制线、控制面等控制基元。

点云地理化的概念由Gordon等^[6]提出,与点

收稿日期: 2020-09-15; 修回日期: 2020-10-21; 录用日期: 2020-11-05

* E-mail: ysy_941123@sdut.edu.cn

云配准原理^[7]类似,是将多站/块自由点云的扫描坐标系变换到统一坐标系。点云配准的统一坐标系是指扫描坐标系, z 轴为扫描仪的旋转轴, xoy 平面为起算面,属于 3D 笛卡儿坐标系^[8-9]。而点云地理化的统一坐标系则是通过大地测量基准变换而来^[10-11],是由高斯坐标系的东坐标和北坐标(或经度和纬度)与 85 高程(1985 国家高程基准)构成的 3D 基准。其中,小范围内点云地理化的统一坐标系可视为平面坐标和 85 高程构成的近 3D 笛卡儿坐标系,但较大范围内的点云地理化中,需在全区域内布设地理参考框架下的控制点,以消除地球曲率带来的系统误差。统一坐标系不属于严格的 3D 直角正交坐标系^[12],可视为由平面坐标和 85 高程构成的 2+1 维坐标系。

点云地理化有直接地理化(DG)和间接地理化(IG)两种方法^[13-14]。直接地理化是将扫描仪集成到定位系统中实时获取地理化参数,在国内也被称为地对地定位/地理定位^[15-16],主要应用于移动扫描测量中。间接地理化是扫描后通过同名控制基元计算地理化参数,根据基元的几何特征可将间接地理化方法分为基于点基元^[17-18]、基于线基元^[19-21]、基于面基元^[22-23]和基于混合基元的地理化^[24-25]。现有的 TLS 点云地理化方法多为基于点基元的地理化,该方法虽然精度较高,但其扫描时需在 3 个及以上地面控制点(GCPs)处布设标靶,费时费力,且不适用于建筑物密集的区域(不利于摆放标靶球)。线、面基元可从点云中直接提取,且在基于线、面基元的地理化中,点云重叠区域内的控制基元直接参与地理化参数解算,不同扫描站地理化后的同名基元有唯一的特征参数,使各站点云能达到最佳融合^[26],为城市建模提供建筑物的唯一骨架数据。

目前对基于混合控制基元地理化的研究较少,张步等^[23]集成点、面基元建立点云配准误差方程;郑德华等^[25]提出了一种基于点面基元、线面基元特

征约束的点云配准方法;王永波等^[26]提出了一种基于点基元、线基元特征约束的点云配准方法。这些配准方法通常用配准站与待配准站中同名点基元、线基元、面基元间的相对位置、距离精度进行评定,不适用于点云地理化。针对上述问题,本文基于 3D 坐标转换算法推导了点、线、面混合基元地理化的模型,提出了一种基于 3 类控制基元联合解算地理化参数的方法,并用实验验证了该方法的正确性与可靠性。

2 基本原理

2.1 点云地理化的理论基础

点云地理化的实质是 3D 坐标转换,主要包括:1)确定地理化参数,即角度参数 φ 、 ω 、 κ 和位置参数 X_s 、 Y_s 、 Z_s ,其中, φ 、 ω 分别为扫描坐标系的 z 轴在北方向与东方向的投影与铅垂线的夹角, κ 为高斯坐标系的北坐标与扫描坐标系 x 轴的夹角;2)将点云转换到地理参考坐标系中,并确定扫描点转换到地理参考坐标系后的位置误差;3)不同站重叠区域的地理化点云最佳融合。传统的控制点地理化方法至少需利用 3 个同名点解算出地理化参数,然后通过坐标转换模型计算出点云从一个坐标系转换到另一个坐标系的对应关系,可表示为^[27]

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix} + \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中, (X, Y, Z) 和 (x, y, z) 分别为同名点在地理参考坐标系和扫描坐标系中的坐标,旋转矩阵 \mathbf{R} 由角度参数 φ 、 ω 、 κ 构成。求解地理化参数时,为使方程线性化,可用反对称矩阵中的三个独立元素 a 、 b 、 c 表示

\mathbf{R} 。设反对称矩阵 $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -c & -b \\ c & 0 & -a \\ b & a & 0 \end{bmatrix}$,则 \mathbf{R} 可由 \mathbf{S} 构成的罗德里格矩阵表示为^[28]

$$\mathbf{R} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 1 + a^2 - b^2 - c^2 & -2c - 2ab & -2b + 2ac \\ 2c - 2ab & 1 - a^2 + b^2 - c^2 & -2a - bc \\ 2b + 2ac & 2a - 2bc & 1 - a^2 - b^2 + c^2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中, $\Delta = 1 + a^2 + b^2 + c^2$ 。

2.2 混合控制基元地理化参数求解

点线面混合控制基元的地理化参数求解步骤:

1)利用 1 条控制线和 1 个控制面求解旋转矩阵 \mathbf{R}

和角度参数;2)用 1 个控制点求解位置参数。设控制面的单位法向量为 $\mathbf{n} = (u, v, w)$,平面上任意一点的坐标为 (x, y, z) ,则控制面的方程可表示为

$$ux + vy + wz + d = 0. \quad (3)$$

控制线的单位方向向量可通过两相交平面的法向量获取,设控制线的单位方向向量为 $\mathbf{u} = (l, m, n)$, $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ 为线上任意两点的坐标,则控制线的方程可表示为

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1},$$

$$l = x_2 - x_1, m = y_2 - y_1, n = z_2 - z_1. \quad (4)$$

设地理参考坐标系中任一控制线的单位方向向量为 (L, M, N) , 扫描坐标系中同名控制线的单位方向向量为 (l, m, n) , 根据(1)式可得到

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix}. \quad (5)$$

根据罗德里格矩阵的性质 $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{S})^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{S})$, \mathbf{I} 为 3 阶单位矩阵, 对(5)式两边同时左乘 $(\mathbf{I} + \mathbf{S})\mathbf{R}^{-1}$, 得到

$$\begin{bmatrix} 0 & N + n & M + m \\ N + n & 0 & -L - l \\ -M - m & -L - l & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l - L \\ m - M \\ n - N \end{bmatrix}. \quad (6)$$

同理, 设地理参考坐标系中控制面的单位法向量为 (U, V, W) , 扫描坐标系中同名控制面的法向量为 (u, v, w) , 根据(5)式和(6)式可得到

$$\begin{bmatrix} 0 & W + w & V + v \\ W + w & 0 & -U - u \\ -V - v & -U - u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - U \\ v - V \\ w - W \end{bmatrix}. \quad (7)$$

联立(6)式与(7)式, 得到

$$\mathbf{B}\mathbf{X} = \mathbf{A}, \quad (8)$$

式中,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & W + w & V + v \\ W + w & 0 & -U - u \\ -V - v & -U - u & 0 \\ 0 & N + n & M + m \\ N + n & 0 & -L - l \\ -M - m & -L - l & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} u - U \\ v - V \\ w - W \\ l - L \\ m - M \\ n - N \end{bmatrix}. \quad (11)$$

由于 \mathbf{B} 为列满秩矩阵, 用 \mathbf{B} 左乘 \mathbf{B}^T 可得到

$$\mathbf{X} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{A}. \quad (12)$$

将 \mathbf{X} 代入(2)式得旋转矩阵 \mathbf{R} , 根据文献[29]可求解出角度参数 φ, ω, κ , 再将旋转矩阵代入(1)式, 可得到位置参数 X_s, Y_s, Z_s 。

3 实验和分析

3.1 实验数据

选取学校内的办公楼进行扫描, 建筑物周围有由 41 个控制点构成的高精度一级导线控制网和水准网, 地理参考平面坐标系采用 CGCS2000 坐标系, 北坐标加常数为 4070000 m, 东坐标加常数为 580000 m, 中央子午线为 117°, 高程基准为 85 高程, 投影方式为高斯投影。实验需要的 4 个控制点平差后的 3D 坐标及精度如表 1 所示。

表 1 地面控制点的坐标及精度

Table 1 Coordinates and accuracies of ground control points

Point number	North coordinate /m	East coordinate /m	Elevation /m	Planar point position error /mm	Elevation error /mm
K1	5495.4386	8218.0336	37.2285	1.36	0.209
K2	5525.7044	8112.3495	37.1517	1.52	0.315
K3	5477.9588	8189.2281	37.9380	1.04	0.161
K4	5368.6824	8165.1235	37.2274	2.07	0.217

用 REGEL VZ-400 扫描仪采集点云, 仪器扫描视场范围为 $100^\circ \times 360^\circ$ (垂直 \times 水平), 每隔 100 m 进行一次单点扫描时, 扫描点的 3D 坐标精度为 2 mm。图 1 为实验扫描的 4 站(S1~S4)点云, 每站

点云的数量约为 5000 万, 扫描时在 4 个控制点处架设自制的球形标靶, 并将球形标靶的中心坐标作为地理化标准的控制点; 同时在扫描站四周布设一定数量的精度检验标靶, 扫描前后各独立测量 3 次标

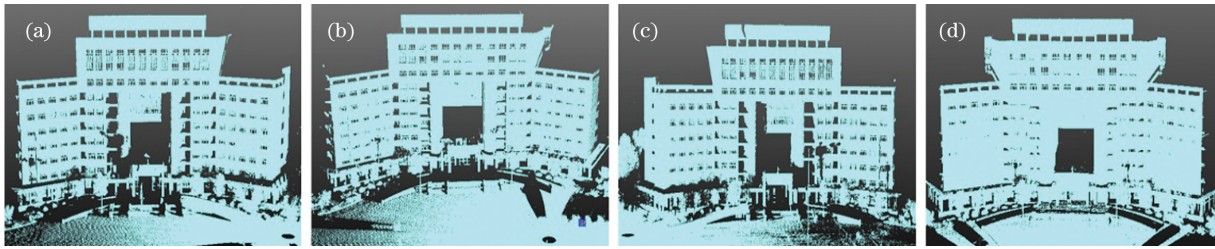


图 1 扫描的点云。(a) S1;(b) S2;(c) S3;(d) S4

Fig. 1 Point cloud obtained by scanning. (a) S1; (b) S2; (c) S3; (d) S4

靶的高。

3.2 实验流程

1) 用传统控制点地理化方法通过 3 个标准控制点对 S4 站点云进行地理化,并获取地理化参数,为其他站点云中的控制线和控制面提供地理参考坐标系下的单位方向向量和单位法向量,S4 站地理化后的空间点位误差为 1.6 mm。地理化需要的标靶球中心扫描坐标通过标靶球表面点云拟合获取,

控制面的单位法向量用交互式数据语言 (IDL) 拟合获取,控制线的单位方向向量通过两面相交法提取,地理参考坐标系下各控制基元的特征参数如表 2 所示。其中,控制面 P1 的拟合误差为 1.43 mm,P2 的拟合误差为 1.29 mm,P3 的拟合误差为 2.28 mm;控制线 L1 的方向向量误差为 (0.00129,0.00079,0.00021),L2 的方向向量误差为(0.00118,0.00093,0.00254)。

表 2 地理参考坐标系下控制基元的特征参数

Table 2 Characteristic parameters of the control primitives in the geographic reference coordinate system

Primitive category	Primitive number	Primitive characteristic parameter		
		X	Y	Z
Control point	K1/m	5495.4386	8218.0336	38.7994
	K2/m	5525.7044	8112.3495	38.7681
	K3/m	5477.9588	8189.2281	39.4380
	K4/m	5368.6824	8165.1235	38.7274
Control line	L1	0.00127295	0.00035120	0.99999913
	L2	-0.00298367	0.00017343	0.99999553
Control plane	P1	0.10908025	0.99403020	-0.00233792
	P2	-0.40381974	0.91483312	0.00315886
	P3	0.99387286	-0.11052110	0.00134817

2) 用相同方法获取 S1、S2、S3 站点云中点、线、面基元的扫描特征参数,其中,S1 站点基元 K1'、K2'、K3'的拟合误差分别为 0.9,1.7,1.5 mm;线基元 L1'的方向向量误差为(0.00022,0.00008,0.000047),面基元 P2'的拟合误差为 1.06 mm;S2 站点基元 K1'、K2'、K4'的拟合误差分别为 2.2,0.8,2.1 mm,线基元 L2'的方向向量误差为(0.00010,0.00005,0.00013),面基元 P1'的拟合误差为 1.50 mm;S3 站点基元 K2'、K3'、K4'的拟合误差分别为 2.5,1.3,1.1 mm,线基元 L1'的方向向

量误差为(0.00015,0.00021,0.00009),面基元 P3'的拟合误差为 1.43 mm,各扫描站控制基元的扫描特征参数如表 3 所示。

3) 分别用传统控制点地理化方法(方法 1)和混合控制基元地理化方法(方法 2)对 S1、S2、S3 站点云进行地理化,并统计两种方法解算的地理化参数和均方根误差(RMSE),结果如表 4 和表 5 所示。可以发现,两种地理化方法计算的地理化参数相差较小,且本方法求解的地理化参数精度优于传统控制点地理化方法,这验证了本方法的正确性。

表 3 扫描坐标系下各站控制基元的特征参数

Table 3 Characteristic parameters of the control primitives of each station in the scanning coordinate system

Scan station	Primitive number	Primitive characteristic parameter		
		X	Y	Z
S1	K1'/m	24.1957	-27.3355	-0.9703
	K2'/m	-36.6460	64.1949	2.1386
	K3'/m	-3.3906	58.8066	2.4820
	L1'	0.00291538	-0.03029386	0.99953678
	P2'	0.28538658	0.95806159	0.02593249
S2	K1'/m	39.0932	98.8350	-0.8236
	K2'/m	-3.3451	-2.5881	3.7250
	K4'/m	-122.9577	64.8070	2.482
	L2'	0.03001756	-0.00074751	0.99954909
	P1'	0.97409640	-0.22370053	-0.03307980
S3	K2'/m	-28.0789	-49.9781	-0.5254
	K3'/m	37.2946	12.6000	1.1517
	K4'/m	137.1247	-37.9807	1.9611
	L2'	-0.01497985	0.00140723	0.99988681
	P3'	0.35472909	0.93494524	0.00668375

表 4 两种地理化方法的地理化参数

Table 4 Geographical parameters of two geographic methods

Scan station	Geographic method	X_s/m	Y_s/m	Z_s/m	$\varphi /(^{\circ})$	$\omega /(^{\circ})$	$\kappa /(^{\circ})$
S1	method1	5148.4953	8520.5665	38.8158	-1.1155	1.1393	220.2606
	method2	5148.4966	8520.5660	38.8134	-1.1138	1.1407	220.2577
S2	method1	5194.8133	8478.6433	39.5442	-0.0115	2.1240	272.8248
	method2	5194.8091	8478.6463	39.5432	-0.0134	2.1316	272.8271
S3	method1	5167.7385	8510.9581	38.8667	-0.2330	0.5101	104.6584
	method2	5167.7412	8510.9603	38.8638	-0.2114	0.4851	104.6563

表 5 两种地理化方法的 RMSE

Table 5 RMSE of two geography methods

Scan station	Geographic method	X_s/m	Y_s/m	Z_s/m	$\varphi /(^{\circ})$	$\omega /(^{\circ})$	$\kappa /(^{\circ})$
S1	method1	3.0	2.9	0.4	0.0086	0.0005	0.0036
	method2	2.6	2.0	1.2	0.0047	0.0011	0.0031
S2	method1	4.1	3.3	1.6	0.0045	0.0092	0.0044
	method2	2.7	1.8	2.4	0.0097	0.0068	0.0029
S3	method1	3.9	1.3	0.3	0.0004	0.0044	0.0024
	method2	1.4	2.1	1.1	0.0075	0.0003	0.0015

3.3 实验分析

地理化精度用认可度较高的 3 项误差指标进行评定,将 S4 站地理化点云中的检验标靶球心 3D 坐

标作为真值,通过各检验点的北坐标、东坐标与高程的方向误差计算两种地理化方法各检验点的平面点位 RMSE 和空间点位 RMSE,结果如图 2 所示。

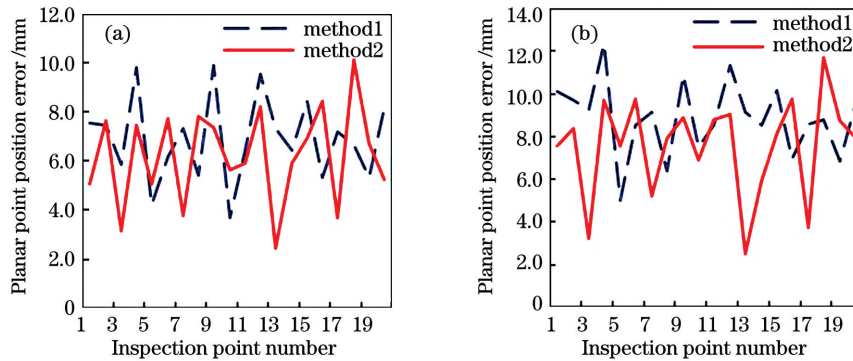


图 2 两种地理化方法的误差。(a)平面点位误差;(b)空间点位误差

Fig. 2 Errors of two geography methods. (a) Error of the plane point; (b) error of the spatial point

从图 2 可以发现,传统方法的平面点位 RMSE 为 7.1 mm,空间点位 RMSE 为 9.0 mm;本方法的平面点位 RMSE 为 6.5 mm,空间点位 RMSE 为 7.9 mm。其中,传统地理化方法的最大平面点位误差、空间点位误差分别为 9.9 mm、12.3 mm,本方法的最大平面点位误差、空间点位误差分别为 10.1 mm、11.7 mm。相比传统的控制点地理化方法,混合控制基元地理化的精度更高,原因是传统控制点地理化模型简单,在点云重叠区域控制点并没有直接参与地理化参数的解算,而混合控制基元地理化方法中的控制线、控制面在点云重叠区域直接参与了地理化参数的解算。

基于本方法和传统控制点地理化方法计算的地理化参数,对 4 站扫描点云处理后进行地理化,地理化后点云的目视效果如图 3 所示,其中,深色为传统控制点地理化后的点云,灰色为混合控制基元地理化后的点云,可以看出,本方法的运行结果与设计初衷一致,这表明本方法具有外业工作量少、精度高等优点。

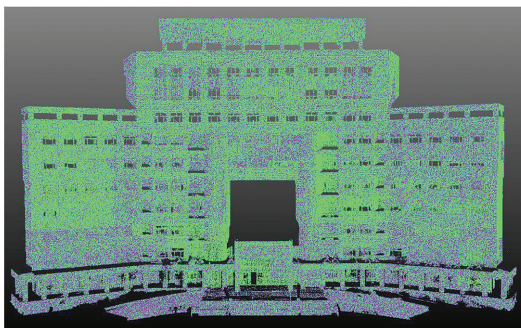


图 3 地理化点云的目视效果

Fig. 3 Visual effect of the georeferencing point cloud

4 结 论

提出了一种基于混合控制基元联合求解地理化参数的方法,首先,根据反对称矩阵和罗德里格矩阵的性质,利用 1 条线和 1 个面混合控制基元解算旋转矩阵;其次,用 1 个点基元解算位置参数。实验结果表明,本方法模型正确、计算简便,地理化后的精度在 mm 量级;与传统地理化方法相比,线、面基元的引入使地理化精度更高,且极大减少了野外工作量。本方法可用于扫描区域控制基元较少且不易摆放标靶的实际扫描测量中,为点云精地理化提供初值。受建筑物的施工 RMSE 与变形等因素的影响,建筑物每小段平面、棱线的拟合特征参数差值较大,因此还需进一步研究控制线、控制面的相似性,构建相应的相似测度模型,进一步提高点云地理化的精度。

参 考 文 献

[1] Cheng L, Chen S, Liu X Q, et al. Registration of laser scanning point clouds: a review [J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2018, 18(5): E1641.

[2] Hu H Y, Hui Z Y, Li N. Airborne LiDAR point cloud classification based on multiple-entity eigenvector fusion [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(8): 0810002.
胡海瑛, 惠振阳, 李娜. 基于多基元特征向量融合的机载 LiDAR 点云分类[J]. 中国激光, 2020, 47(8): 0810002.

[3] Zong W P, Li G Y, Wang L, et al. Accuracy evaluation of trajectory interpolation algorithm in direct geo referencing [J]. Bulletin of Surveying and

- Mapping, 2015(11): 35-38.
宗文鹏, 李广云, 王力, 等. 直接地理参考中轨迹插值算法对精度影响的评估[J]. 测绘通报, 2015(11): 35-38.
- [4] Pandžić J, Pejić M, Božić B, et al. Error model of direct georeferencing procedure of terrestrial laser scanning[J]. Automation in Construction, 2017, 78: 13-23.
- [5] Fan L, Smethurst J A, Atkinson P M, et al. Error in target-based georeferencing and registration in terrestrial laser scanning[J]. Computers & Geosciences, 2015, 83: 54-64.
- [6] Gordon S J, Lichti D D. Terrestrial laser scanners with a narrow field of view: the effect on 3D resection solutions[J]. Survey Review, 2004, 37(292): 448-468.
- [7] Lang W, Xue J P, Li C H, et al. Splicing of multi-view point clouds based on calibrated parameters of turntable[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(11): 1104003.
郎威, 薛俊鹏, 李承杭, 等. 基于旋转台参数标定实现多视角点云拼接[J]. 中国激光, 2019, 46(11): 1104003.
- [8] Reshetyuk Y. Self-calibration and direct georeferencing in terrestrial laser scanning [D]. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 2009.
- [9] Renaudin E. Feature-based registration of terrestrial laser scans with minimum overlap using photogrammetric data[J]. ETRI Journal, 2011, 33(4): 517-527.
- [10] Jaud M, Letortu P, Augereau E, et al. Adequacy of pseudo-direct georeferencing of terrestrial laser scanning data for coastal landscape surveying against indirect georeferencing [J]. European Journal of Remote Sensing, 2017, 50(1): 155-165.
- [11] Mohd A, Lau C, Setan H, et al. Terrestrial laser scanners pre-processing: registration and georeferencing[J]. Jurnal Teknologi, 2014, 71(4): 2180-3722.
- [12] Jia X Y, Yao J L, Ma N, et al. Three dimensional laser scanning coordinate transformation with taking systematic errors into account [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2015(11): 32-34, 38.
贾象阳, 姚吉利, 马宁, 等. 顾及系统误差的三维激光扫描坐标转换[J]. 测绘通报, 2015(11): 32-34, 38.
- [13] Lichti D D, Gordon S J, Tipdecho T. Error models and propagation in directly georeferenced terrestrial laser scanner networks [J]. Journal of Surveying Engineering, 2005, 131(4): 135-142.
- [14] Yavari S, Valadan Zoj M J, Sahebi M R, et al. Accuracy improvement of high resolution satellite image georeferencing using an optimized line-based rational function model[J]. International Journal of Remote Sensing, 2018, 39(6): 1655-1670.
- [15] Xia J, Jiang L X, Fan X Z. Error analysis of airborne LiDAR with air-to-ground positioning system [J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2011, 28(5): 365-368.
夏靖, 蒋理兴, 范孝忠. 机载激光雷达对地定位误差分析[J]. 测绘科学技术学报, 2011, 28(5): 365-368.
- [16] Chen J, Li J, Du L, et al. Application and precision analysis of tight coupling direct georeferencing method[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2017(1): 93-96, 111.
陈洁, 李京, 杜磊, 等. 紧耦合直接地理定位技术精度分析与应用[J]. 测绘通报, 2017(1): 93-96, 111.
- [17] Yao J L, Xu G P, Ma N, et al. An overall orientation method for the regional network of laser beam block point cloud based on linear fitting [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(10): 1344-1350.
姚吉利, 徐广鹏, 马宁, 等. 激光束区域网节点云整体定向的线性拟合方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2016, 41(10): 1344-1350.
- [18] Liu G X, Liu D M, Liu F P, et al. A robust image registration algorithm based on feature points matching[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(3): 454-461.
刘贵喜, 刘冬梅, 刘凤鹏, 等. 一种稳健的特征点配准算法[J]. 光学学报, 2008, 28(3): 454-461.
- [19] dos Santos D R, dal Poz A P, Khoshelham K. Indirect georeferencing of terrestrial laser scanning data using control lines [J]. The Photogrammetric Record, 2013, 28(143): 276-292.
- [20] Sheng Q H, Chen S W, Liu J F, et al. LiDAR point cloud registration based on Plücker line [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2016, 45(1): 58-64.
盛庆红, 陈姝文, 柳建锋, 等. 基于 Plücker 直线的 LiDAR 点云配准法[J]. 测绘学报, 2016, 45(1): 58-64.
- [21] Wang Y B, Wang Y J, She W W, et al. A linear features-constrained, Plücker coordinates-based, closed-form registration approach to terrestrial LiDAR point clouds[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(9): 1376-1384.
王永波, 汪云甲, 余雯雯, 等. 直线特征约束下利用 Plücker 坐标描述的 LiDAR 点云无初值配准方法

- [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2018, 43(9): 1376-1384.
- [22] Zhang D, Huang T. Point cloud registration algorithm for terrestrial LiDAR based on planar features [J]. Science of Surveying and Mapping, 2015, 40(11): 146-149.
张东, 黄腾. 基于平面特征的地面雷达点云配准算法 [J]. 测绘科学, 2015, 40(11): 146-149.
- [23] Zhang B, Yao W Q, Chen P. Research on building scanning point cloud registration based on geometric feature constraint [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2015, 35(3): 416-419.
张步, 姚顽强, 陈鹏. 基于几何特征的建筑物点云配准方法 [J]. 大地测量与地球动力学, 2015, 35(3): 416-419.
- [24] Grant D, Bethel J, Crawford M. Point-to-plane registration of terrestrial laser scans [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2012, 72: 16-26
- [25] Zheng D H, Yue D J, Yue J P. Geometric feature constraint based algorithm for building scanning point cloud registration [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008, 37(4): 464-468.
郑德华, 岳东杰, 岳建平. 基于几何特征约束的建筑物点云配准算法 [J]. 测绘学报, 2008, 37(4): 464-468.
- [26] Wang Y B, Wang Y J, Han X Z, et al. A unit quaternion based, point-linear feature constrained registration approach for terrestrial LiDAR point clouds [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2018, 47(3): 671-677.
王永波, 汪云甲, 韩新哲, 等. 点线特征约束下基于单位四元数描述的 LiDAR 点云配准算法 [J]. 中国矿业大学学报, 2018, 47(3): 671-677.
- [27] Peng Z, Lü Y J, Qu C, et al. Accurate registration of 3D point clouds based on keypoint extraction and improved iterative closest point algorithm [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(6): 061002.
彭真, 吕远健, 渠超, 等. 基于关键点提取与优化迭代最近点的点云配准 [J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(6): 061002.
- [28] Yao J L, Han B M, Yang Y X. Applications of Lodrigues matrix in 3D coordinate transformation [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2006, 31(12): 1094-1096, 1119.
姚吉利, 韩保民, 杨元喜. 罗德里格矩阵在三维坐标转换严密解算中的应用 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2006, 31(12): 1094-1096, 1119.
- [29] Yao J L. Rigorous formula for direct calculating parameter in 3D transformation [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2006(5): 7-10.
姚吉利. 3 维坐标转换参数直接计算的严密公式 [J]. 测绘通报, 2006(5): 7-10.