

# 激光与光电子学进展

## 非马尔可夫环境下 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和非均匀磁场对自旋系统的纠缠影响

杨帆, 阿拉帕提·阿不力米提, 艾合买提·阿不力孜\*

新疆师范大学物理与电子工程学院物理系, 新疆 乌鲁木齐 830054

**摘要** 应用非马尔可夫量子态扩散方法探究了环境记忆效应、Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用及磁场均匀程度对海森堡 XXZ 自旋链的量子纠缠的影响。研究发现: 环境记忆效应取值越小, 环境记忆时间越长, 环境的非马尔可夫性越强, 量子纠缠存活的时间越长。另外还发现可以通过调控 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和磁场的均匀程度来操控系统的量子纠缠, 使系统保持较好的纠缠特性。

**关键词** 量子光学; 非马尔可夫量子态扩散方法; 环境记忆效应; Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用; 磁场均匀程度; 量子纠缠

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0727003

## Influences of Dzyaloshinskii-Moriya Interaction and Inhomogeneous Magnetic Field on Entanglement of Spin System in Non-Markov Environment

Yang Fan, Ablimit Arapat, Abliz Ahmad\*

School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University, Urumchi, Xinjiang 830054, China

**Abstract** In this paper, the influences of the environmental memory effect, Dzyaloshinskii-Moriya interaction, and non-uniform magnetic field on the quantum entanglement of Heisenberg XXZ spin chain are investigated by using the non-Markov quantum state diffusion method. It is found that the smaller the value of the environmental memory effect is, the longer the environmental memory time is, the stronger the non-Markov nature in the environment is, and the longer the survival time of quantum entanglement is. In addition, it is also found that the quantum entanglement of the system can be controlled by adjusting the Dzyaloshinskii-Moriya interaction and uniformity of magnetic field, so that the system maintains good entanglement characteristics.

**Key words** quantum optics; non-Markov quantum state diffusion method; environmental memory effect; Dzyaloshinskii-Moriya interaction; uniformity of magnetic field; quantum entanglement

**OCIS codes** 270.5565; 270.5585

### 1 引言

量子纠缠作为量子信息和量子计算的重要资

源, 已经广泛地应用于量子信息的存储、传输、提取等方面, 以实现量子密集编码<sup>[1]</sup>、量子隐形传态<sup>[2]</sup>、公开密钥体系 RSA (Ron Rivest & Adi Shamir &

收稿日期: 2020-10-12; 修回日期: 2020-11-06; 录用日期: 2020-11-19

基金项目: 国家自然科学基金地区科学基金(11864042)

\*E-mail: aahmad@126.com

Leonard Adleman)的大数因子分解等<sup>[3]</sup>。量子纠缠的非局域性使得研究纠缠更具有实际物理意义。

量子自旋系统作为固态系统,其体积小、易集成等优点使得它在量子态制备方面和存储方面有着潜在的应用价值,其中海森堡自旋系统应用较为广泛<sup>[4-9]</sup>。海森堡自旋系统具有良好的稳定性、可扩展性和易实现等特性,同时海森堡自旋系统也具有纠缠这一特性<sup>[10-13]</sup>,因此可用来描述核自旋<sup>[14]</sup>、量子点<sup>[15]</sup>、电子自旋<sup>[16]</sup>及量子光学晶体等系统,且已经应用到量子计算、量子信息传输等方面,其中对具有 Dzyaloshinskii-Moriya(DM)相互作用<sup>[17-18]</sup>的自旋系统的研究得到了大家的关注。这是因为拥有 DM 相互作用的量子自旋系统不仅可以存在于铁磁体中,而且也可以存在于反磁体中,并且对量子相变和量子纠缠都具有重要影响。大量研究表明<sup>[19-25]</sup>,海森堡自旋链中的各向异性会对量子纠缠产生影响,除此之外,DM 相互作用也是影响纠缠大小的重要因素,因此可以通过调控这些参量来获得有效的纠缠资源,这使得研究量子自旋系统奇特的物理性质更有意义<sup>[26-27]</sup>。此外,现实中不仅存在不可避免的非均匀塞曼耦合,而且有些量子计算方案中还利用非均匀塞曼耦合实现更快的逻辑门操作,这使得讨论外加磁场尤其是非均匀磁场对纠缠的作用变得尤为重要。

罗丹丹等<sup>[28]</sup>通过计算共生纠缠度,研究了外磁场下 DM 相互作用对海森堡 XYZ 链热纠缠的影响,发现可以通过调控 DM 相互作用来扩大热纠缠的范围;Hu 等<sup>[29]</sup>采用 Negativity 理论研究了具有 DM 相互作用的伊辛模型在非均匀磁场中的纠缠特性,发现 DM 相互作用的存在明显增强了两个量子比特间的热纠缠并且能够把纠缠度增加到最大值 0.5,非均匀磁场对热纠缠的影响类似于匀强磁场;Mahmoudi<sup>[30]</sup>研究了 DM 相互作用对非马尔可夫体系中自旋链纠缠动力学的影响,研究发现在具有 three-spin interaction 和海森堡相互作用的系统中,存在一个从马尔可夫系统到非马尔可夫系统的动态相变的临界值;Martin 等<sup>[31]</sup>通过 Lindblad 主方程研究双量子位 XYZ 自旋链在 DM 相互作用和依赖时间的各向异性磁场下的纠缠动力学。因此,这项工作中主要研究在 DM 相互作用和磁场均匀程度下海森堡 XXZ 自旋链中两个二能级原子在非马尔可夫环境中的纠缠随时间的演化。本课题组通过改变外磁场的强度和 DM 相互作用强度来观察系统,

从而更好地理解非马尔可夫现象。本课题组之所以对这项研究感兴趣,是因为开放的量子系统会与周围环境耦合并发生退相干现象,会对量子信息处理的效率有较大的影响。因此如何通过克制量子退相干现象或延长退相干时间来提高量子信息处理效率是一项非常重要的工作。Yu 等<sup>[32-33]</sup>提出了非马尔可夫量子态扩散(NMQSD)方法,研究了开放量子系统的非马尔可夫动力学。当系统处在非马尔可夫环境下,环境具有记忆效应,使得部分能量和信息返回系统,这解释了量子退相干等方面的重要概念以及其在量子光学、凝聚态物理和量子信息处理中的广泛应用<sup>[34-35]</sup>。本文利用 NMQSD 方法,直接从微观模型(量子化哈密顿量)推导出开放量子系统的基本动力学方程。根据已有的系统哈密顿量引入  $O$  算符,算出对易关系。利用将  $O$  算符的微分方程代入到 NMQSD 方法中得出非马尔可夫主方程,通过求解非马尔可夫主方程得出系统的约化密度矩阵,利用已经得出的密度矩阵求解系统的量子纠缠,研究在海森堡自旋系统中 DM 相互作用和磁场均匀程度对两个二能级原子的量子纠缠的影响。

本文引入两个二能级原子模型,介绍了非马尔可夫量子态扩散方法;介绍了量子纠缠理论,探究了环境记忆效应系数、DM 相互作用及磁场的均匀程度对两个二能级原子的量子纠缠的影响;通过数据模拟分析及参数的调控得出有利于提高系统量子纠缠的条件,这为扩展量子系统在量子信息领域中的应用提供理论依据。

## 2 模型与方法

当两个二能级原子的海森堡 XXZ 模型线性耦合于一组谐振子组成的费米库时,总哈密顿量<sup>[36]</sup>(约化普朗克常数  $\hbar = 1$ )可以写为

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{\text{tot}} = \mathbf{H}_S + \mathbf{H}_F + \mathbf{H}_{\text{int}} \\ \mathbf{H}_F = \sum_{\lambda} \omega_{\lambda} \alpha_{\lambda}^{\dagger} \alpha_{\lambda} \\ \mathbf{H}_{\text{int}} = \sum_{\lambda} (g_{\lambda} \mathbf{L} \alpha_{\lambda}^{\dagger} + g_{\lambda}^* \mathbf{L}^{\dagger} \alpha_{\lambda}) \end{cases}, \quad (1)$$

式中: $\mathbf{H}_{\text{tot}}$ 为总的哈密顿量; $\mathbf{H}_S$ 为系统的哈密顿量; $\lambda$ 为库中所对应的原子; $\omega_{\lambda}$ 为原子的跃迁频率; $g_{\lambda}^*$ 为自旋链与库的耦合系数的复共轭; $\mathbf{L}^{\dagger}$ 为 Lindblad 算符的厄米共轭; $\mathbf{H}_F$ 为费米环境的哈密顿量; $\mathbf{H}_{\text{int}}$ 为系统与费米环境耦合的哈密顿量; $\alpha_{\lambda}$ 和  $\alpha_{\lambda}^{\dagger}$ 为湮灭算符和产生算符并满足反对易关系, $\{\alpha_{\lambda_i}, \alpha_{\lambda_j}^{\dagger}\} = \delta_{\lambda_i, \lambda_j}$ ,

其中,  $\alpha_{li}$  为湮灭算符,  $\alpha_{lj}^\dagger$  为产生算符,  $\delta_{li,lj}$  为克罗内克符号,  $i=1,2,3, j=1,2,3$ ;  $g_\lambda$  为系统与环境之间的耦合系数;  $L$  为费米环境与系统耦合的 Lindblad 算符,  $L = \kappa\sigma_z^{(A)} + \kappa\sigma_z^{(B)}$  其中,  $\kappa_A$  和  $\kappa_B$  为常量,  $\sigma_z^{(A)}$  为

作用于 A 原子的泡利算符,  $\sigma_z^{(B)}$  为作用于 B 原子的泡利算符。包含外加磁场和 Z 方向上 DM 相互作用的两个二能级原子的海森堡自旋链的系统哈密顿量为

$$H_S = \omega_A \sigma_z^A + \omega_B \sigma_z^B + J_{xy} (\sigma_x^A \sigma_y^B + \sigma_y^A \sigma_x^B) + J_z \sigma_z^A \sigma_z^B + (B+b) \sigma_z^A + (B-b) \sigma_z^B + D_z (\sigma_x^A \sigma_y^B - \sigma_y^A \sigma_x^B), \quad (2)$$

式中:  $\omega_A$  和  $\omega_B$  为两个原子的能级跃迁频率;  $\sigma_x^A, \sigma_x^B, \sigma_y^A, \sigma_y^B, \sigma_z^A, \sigma_z^B$  为泡利算符;  $J_{xy}$  为自旋耦合常数;  $J_z$  为 z 方向上的自旋耦合常数;  $B$  为均匀磁场强度;  $b$  为非均匀磁场强度;  $D_z$  为 z 方向上的 DM 相互作用。

两个二能级原子间的相互作用在海森堡自旋链模型中得到了广泛的研究, 且被证实是基于自旋链的量子信息处理的一个有用模型, 假设  $\psi(t, \xi^*)$  是系统的波函数, 则根据量子态扩散方法 (QSD) 理论, 波函数  $\psi(t, \xi^*)$  所满足的随机薛定谔方程<sup>[37]</sup> 可以写为

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi(t, \xi^*)\rangle = \left[ -iH_S + L\xi_t^* - L^\dagger \int_0^t ds K(t, s) \frac{\delta}{\delta \xi_s^*} \right] |\psi(t, \xi^*)\rangle, \quad (3)$$

式中:  $t$  为时间;  $\xi^*$  为噪声变量;  $\delta$  为虚变;  $K(t, s)$  为零温下的环境关联函数,  $K(t, s) = \sum_j |g_\lambda|^2 \times \exp[-i\omega_j(t-s)]$ , 其中,  $\omega_j$  为原子的跃迁频率,  $j$  为库中第  $j$  个原子;  $\xi_t^*$  为环境噪声函数,  $\xi_t^* = -i \sum_j g_\lambda^* \xi_j^* \exp(i\omega_j t)$ ,  $\xi_j^*$  为噪声变量,  $\xi_t^*$  满足  $M\{\xi_t^*\} = 0$ ,  $M\{\xi_t^* \xi_s^*\} = K(t, s)$ ,  $M\{\cdot\} = \int \frac{d^2 \xi}{\pi} \exp(-|\xi|^2)$  为环境噪声的系综平均值, 其中,  $\xi_t$  为  $t$  时刻噪声变量,  $\xi_s^*$  为  $s$  时刻的噪声变量,  $\xi$  为噪声变量。本文选取 Ornstein-Uhlenbeck (OU) 噪声为环境关联函数, 因为利用 OU 噪声能够观察到从非马尔可夫体系到马尔可夫体系的演化过程。OU 噪声表达

式为  $K(t, s) = \frac{\gamma}{2} \exp(-\gamma|t-s|)$ , 其中  $\gamma$  为费米库的环境记忆效应系数, 当  $\gamma$  趋近于无穷时, 系统完全处于马尔可夫环境中, 反之系统处于非马尔可夫环境中<sup>[38]</sup>。

由于费米环境下 NMQSD 方法中包含时间-非局部 Grassmann 函数导数, 为了找到一个时间-局部的 NMQSD 方程, 可以引入一个依赖时间的  $O(t, s, \xi^*)$  算符, 这个  $O(t, s, \xi^*)$  算符的表达式为

$$\frac{\delta |\psi(t, \xi^*)\rangle}{\delta \xi_s^*} = O(t, s, \xi^*) |\psi(t, \xi^*)\rangle, \quad (4)$$

由于  $\psi(t, \xi^*)$  是多变函数, 通过使用一致性条件  $\frac{\delta}{\delta \xi_s^*} \frac{\partial \psi_t}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \psi_t}{\delta \xi_s^*}$  (其中,  $\psi_t$  为含时波函数), 可得  $O(t, s, \xi^*)$  算符的演化过程为

$$\frac{\partial}{\partial t} O(t, s, \xi^*) = [-iH_S + L\xi_t^* - L^\dagger O(t, \xi^*), \bar{O}(t, s, \xi^*)] - L^\dagger \frac{\delta}{\delta \xi_s^*} \bar{O}(t, \xi^*), \quad (5)$$

式中:  $\bar{O}(t, s, \xi^*)$  为  $O$  算符与环境关联函数的积分形式;  $\bar{O}(t, \xi^*) = \int_0^t ds K(t, s) O(t, s, \xi^*)$ 。但是 NMQSD 方程中由于  $\psi(t, \xi^*)$  包含除了系统之外的信息还包含了环境的信息, 不能完全描述系统的演化过程。为了看到系统演化的全貌, 仍然需要量子轨迹在系

统平均值下的密度矩阵, 即

$$\rho(t) = M\{P_t\} = M\{|\psi(t, \xi^*)\rangle \langle \psi(t, -\xi)\rangle\}, \quad (6)$$

式中:  $P_t$  为随机密度算子。

根据 (6) 式, 系统的  $\psi(t, \xi^*)$  所满足的随机薛定谔方程 [(3) 式] 对应的主方程可以写为

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H_S, \rho] + LM\{\xi_t^* P_t\} - M\{P_t \xi_t\} L^\dagger - L^\dagger M\{\bar{O} P_t\} - M\{P_t \bar{O}^\dagger(-\xi)\} L, \quad (7)$$

式中:  $\bar{O}^\dagger$  为  $\bar{O}$  的厄米共轭。

基于 Novikov-type 定理, (7) 式可以改写<sup>[36]</sup> 为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[H_s, \rho] + [L, M\{P_i \bar{O}^\dagger(-\xi)\}] + [M\{\bar{O} P_i\}, L^\dagger]. \quad (8)$$

当  $\bar{O}(t, \xi) \approx \bar{O}_0(t)$  时, 表明算符  $\bar{O}(t, \xi)$  对于噪声  $\xi_i^*$  可以忽略不计, 其中,  $\bar{O}_0(t)$  为与噪声变量无关的

零阶近似。因此, 在零阶近似情况下两个二能级原子耦合到费米库的主方程[(8)式]可以采用以下形式<sup>[36]</sup>:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[H_s, \rho] + [L, \rho \bar{O}_0^\dagger(t)] + [\bar{O}_0(t) \rho, L^\dagger], \quad (9)$$

式中:  $\bar{O}_0^\dagger(t)$  为  $\bar{O}_0(t)$  的厄米共轭。

前人在计算时发现非马尔可夫过程中一阶近似和零阶近似的结果相似, 并且零阶近似在计算过程中可以被简化。因此, 本文中将通过零阶近似情况下的主方程来求解系统的约化密度矩阵, 通过求解出的约化密度矩阵来计算两个二能级原子的量子纠缠, 探究环境记忆效应、DM 相互作用及磁场的均匀程度对海森堡 XXZ 自旋链的量子纠缠的影响。

### 3 量子纠缠的动力学演化

纠缠度表示纠缠态携带纠缠量的多少, 纠缠度的引入使人们可以更好地描述纠缠。纠缠度的提出, 为不同纠缠态之间建立了可比关系。目前, 大部分纠缠度都是通过量子熵来定义的, 纠缠度共有 4 种定义方式: 可提纯纠缠度<sup>[39]</sup>、部分熵纠缠度<sup>[40]</sup>、形成纠缠度<sup>[41]</sup>以及相对熵纠缠度<sup>[42]</sup>。本文中的量子纠缠主要是利用形成纠缠度来度量。

1998 年 Wootters<sup>[41]</sup> 提出共生纠缠度 ( $C$ ), 用来描述两个二能级原子间的纠缠,  $C$  定义为

$$C(\rho_t) = \max\{0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\}, \quad (10)$$

式中:  $\lambda_i (i=1, 2, 3, 4)$  为矩阵  $(\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B) \rho_t^* (\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B)$  按照直积降序排列的本征值;  $\sigma_y$  为泡利矩阵;  $\rho_t^*$  为  $\rho_t$  的复共轭。  $C$  的取值范围是  $[0, 1]$ , 当  $C$  为 0 时表示系统没有纠缠, 当  $C$  为 1 时表示系统的纠缠最大。形成纠缠是一种比较好的纠缠度量方式, 目前在两体纠缠动力学和热纠缠的研究中应用十分广泛。本文利用共生纠缠度来完成纠缠度的计算。

下面通过数值计算讨论环境记忆效应系数、DM 相互作用及磁场的均匀程度对耦合到费米库中的两个二能级原子的纠缠随时间演化的影响。本文中假设系统处于最大 Bell 纠缠态  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$  或 Bell 直积态  $|\psi\rangle = |01\rangle$  (下文中所有参数以能量为单位)。

当两个二能级原子在没有 DM 相互作用 ( $D_z = 0$ ) 和磁场作用 ( $B = 0, b = 0$ ) 下, 两个二能级原子的纠缠随时间的演化过程。从图 1(a) 中可知, 系统的量子纠缠会随着  $\gamma$  值的增大而减小, 当  $\gamma$  取值较大时, 出现了纠缠消失现象;  $\gamma$  取值越小, 系统量子纠缠存活的时间越长。从图 1(b) 中可以看出: 当  $\gamma$  取

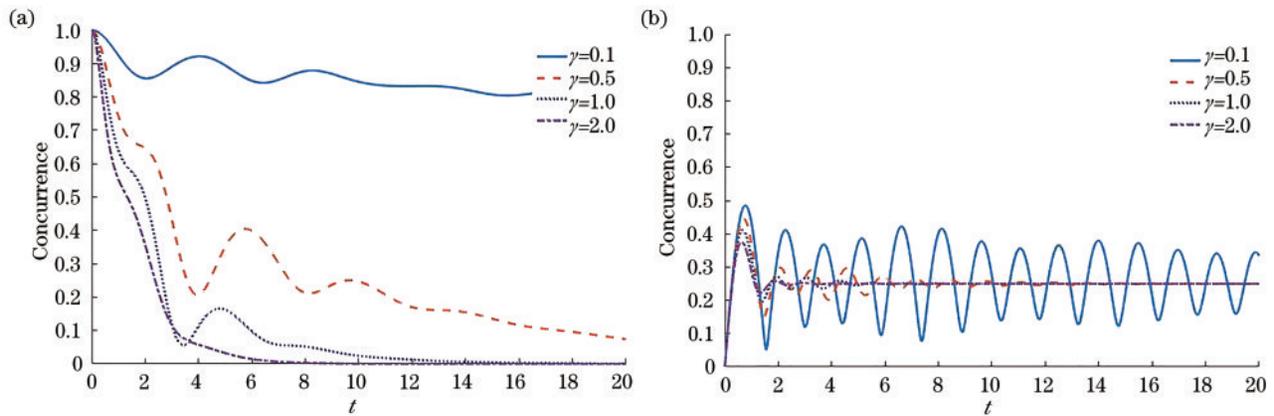


图 1 环境记忆效应系数  $\gamma$  对系统量子纠缠的影响 ( $J_{xy} = 1, J_z = 0.7, \omega_A = \omega_B = 0.5, \kappa_A = \kappa_B = 1, B = 0, b = 0, D_z = 0$ )。

(a)  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ ; (b)  $|\psi\rangle = |01\rangle$

Fig. 1 Influence of environmental memory effect coefficient  $\gamma$  on quantum entanglement of system

( $J_{xy} = 1, J_z = 0.7, \omega_A = \omega_B = 0.5, \kappa_A = \kappa_B = 1, B = 0, b = 0, D_z = 0$ ). (a)  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ ; (b)  $|\psi\rangle = |01\rangle$

值较大时,系统的纠缠没有随时间发生变化,而是趋于一个稳定值,这是由于纠缠不随时间演化而是收敛为常数,这与环境马尔可夫特性有关;反之,当  $\gamma$  值较小,系统的量子纠缠会随着时间呈现周期性变化。通过比较图 1(a)、(b),可以看出  $\gamma$  值越小,系统的量子纠缠现象越明显,这是由于在较强的环境记忆效应下(即  $\gamma$  取值越小),流入环境中的部分信息和部分能量会返回到系统,并且会使系统尽可能恢复到历史状态,从而使得系统的量子纠缠得到明显的提高,即  $\gamma$  取值越小,对系统的量子纠缠现象越有积极作用,环境记忆时间越长,环境的非马尔可夫性越强,这有助于系统维持最大纠缠态。

其次,考虑只存在 DM 相互作用时,耦合到费米库的两个二能级原子的纠缠随时间的演化过程。这里假设没有磁场作用( $B=0, b=0$ )、环境记忆效应  $\gamma=0.1$  的情况。从图 2(a)中可以看出,DM 相互作

用对系统的影响存在临界值  $D_m$  ( $D_m \approx 1.5$ ),当  $D_z < D_m$  时,系统的量子纠缠度随 DM 相互作用的增强而减小;当  $D_z > D_m$  时,系统的量子纠缠度随 DM 相互作用的增强迅速增大然后趋于平稳状态,即系统的量子纠缠没有随时间发生变化,这是由于较强的 DM 相互作用可增大系统的量子纠缠度,只是量子纠缠度极大值出现的时间范围不同。当  $D_z = 1$  时,出现量子相变点<sup>[42]</sup>,这是由于基态与激发态不发生连续变化,基态与激发态出现交叉点。从图 2(b)可以看出,系统的量子纠缠随时间呈周期振荡,振幅涨落不大。当 DM 相互作用增大时,量子纠缠呈现出一个周期变化的正弦函数。通过比较图 2(a)、(b),发现利用 DM 相互作用可以控制系统的量子纠缠,使系统之间的纠缠特性更明显,因此可以选择适当的 DM 相互作用来达到最佳的量子纠缠效果,这种特性对于量子信息实用方面很有价值。

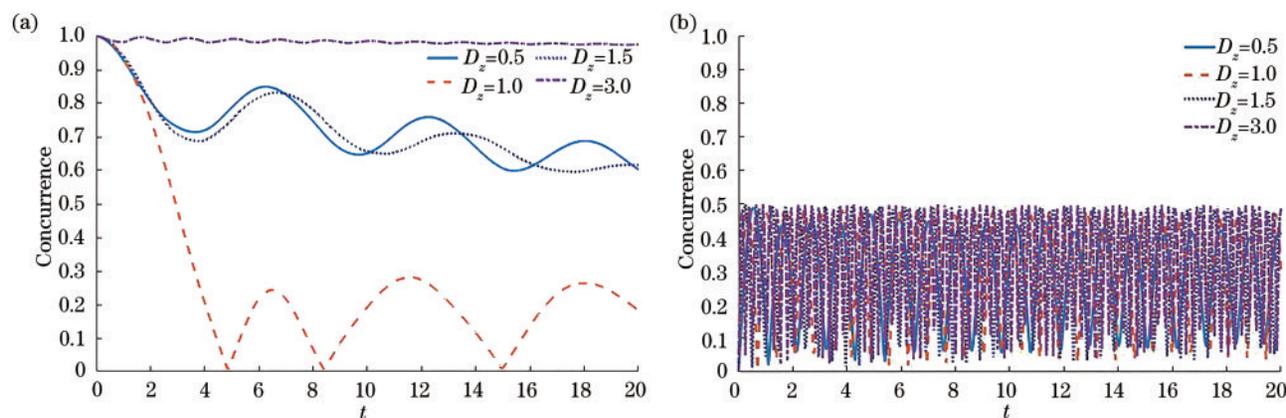


图 2 DM 相互作用对系统量子纠缠的影响( $B=0, b=0, \gamma=0.1$ ,其他参数同图 1)。

(a)  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ ; (b)  $|\psi\rangle = |01\rangle$

Fig. 2 Influence of DM interaction on quantum entanglement of system ( $B=0, b=0, \gamma=0.1$ , other parameters are the same with those in Fig. 1). (a)  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ ; (b)  $|\psi\rangle = |01\rangle$

考虑系统处于最大纠缠态  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$  时,磁场均匀程度对两个原子的纠缠随时间的演化过程。假设环境记忆效应  $\gamma=0.1$ ,没有 DM 相互作用( $D_z=0$ ),这一部分数值模拟结果如图 3 所示。通过比较图 3(a)、(b)发现,在没有外加磁场的作用下,系统的纠缠度随时间的推移减小,当外加磁场增加时,纠缠度随时间的推移增大。尤其是当外加均匀磁场较大时,系统纠缠会达到最大值 1 且趋于稳定。非均匀磁场也会提高系统的纠缠度,但是均匀磁场的积极作用更大,非均匀磁场的作用更明显。总之,均匀、非均匀的磁场

对量子纠缠都有比较显著的影响。这是由于外加磁场存在的电磁噪声会影响量子纠缠效应,因此可以通过调控磁场强度来提高量子纠缠度。

### 4 结 论

利用 NMQSD 方法探究了在非马尔可夫环境下,两个二能级原子的海森堡 XXZ 自旋链线性耦合于一组谐振子组成的费米库中,在 DM 相互作用和磁场强度作用下量子纠缠随时间的演化过程。讨论了环境记忆效应系数、DM 相互作用及磁场的均匀程度对量子纠缠的影响。结果表明,在较强的环境记忆效应下,  $\gamma=0.1$  时,系统的量子纠缠存活时

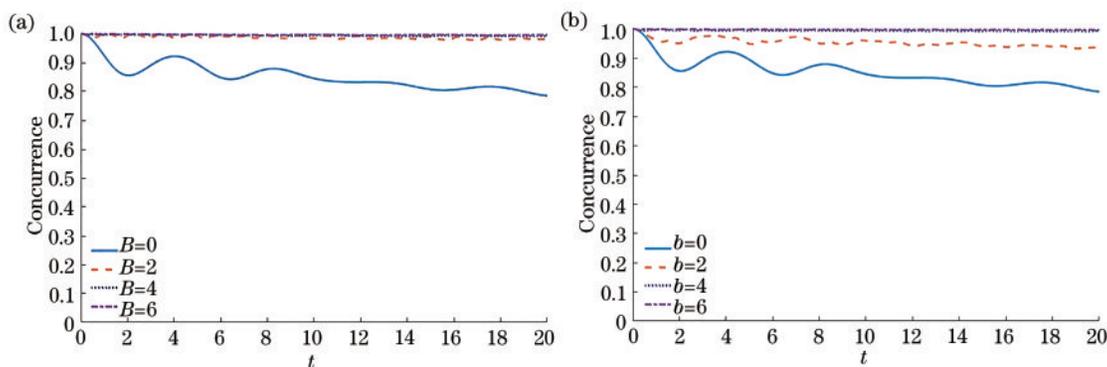


图 3 当系统初态为  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$  时, 磁场均匀程度对系统量子纠缠的影响 ( $D_z = 0, \gamma = 0.1$ , 其他参数同图 1)。

(a)  $b = 0$ ; (b)  $B = 0$

Fig. 3 Influence of magnetic field uniformity on quantum entanglement when initial state of system is  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$  ( $D_z = 0, \gamma = 0.1$ , other parameters are the same with those in Fig. 1). (a)  $b = 0$ ; (b)  $B = 0$

间越久, 纠缠特性越明显; 当  $\gamma = 2$  时, 环境已经表现出马尔可夫性质, 出现了纠缠消失现象。DM 相互作用和磁场强度的引入在一定程度上可以增强量子纠缠。当存在 DM 相互作用 ( $D_z = 1$ ) 时, 出现量子相变; 当  $D_z > 1.5$  时, 系统的量子纠缠明显得到增强。磁场的均匀程度也会对量子纠缠起积极作用, 尤其是非均匀磁场对纠缠的影响较明显。实际操作中很难对固态自旋系统中的内在参数进行调控, 对固态自旋系统的外在参量进行调控相对容易。因此, 本文研究结果对研究固态自旋系统的量子纠缠提供了一个可参考的理论依据。

### 参 考 文 献

- [1] Valentini A. Subquantum information and computation[J]. *Pramana*, 2002, 59(2): 269-277.
- [2] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(13): 1895-1899.
- [3] Shor P W. Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science [J]. *Journal of Modern Physics*, 1994, 22(20): 365747.
- [4] Zhang G F, Li S S. Thermal entanglement in a two-qubit Heisenberg XXZ spin chain under an inhomogeneous magnetic field [J]. *Physical Review A*, 2005, 72(3): 034302.
- [5] Xi X Q, Liu W M. An important property of entanglement: pairwise entanglement that can only be transferred by an entangled pair [J]. *Chinese Physics*, 2007, 16(7): 1858-1862.
- [6] Shan C J, Liu J B, Chen T, et al. Entanglement for two-qubit extended Werner-like states: effect of non-Markovian environments [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2010, 54(3): 427-432.
- [7] Zhang G F. Thermal entanglement and teleportation in a two-qubit Heisenberg chain with Dzyaloshinski-Moriya anisotropic antisymmetric interaction [J]. *Physical Review A*, 2007, 75(3): 034304.
- [8] Mu Q X, Yang J, Luo D D, et al. Influences of anisotropy and spin coupling parameters on quantum entanglement of Heisenberg XYZ chain [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(24): 242701. 慕琦雄, 杨晶, 罗丹丹, 等. 各向异性与自旋耦合参数对海森堡 XYZ 链量子纠缠的影响 [J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(24): 242701.
- [9] Lu F. Controllable quantum entanglement based on cavity structure [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(4): 042701. 陆繁. 基于腔结构的可控量子纠缠 [J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(4): 042701.
- [10] Xu Y L. Quantum correlation and quantum phase transition of spin systems [D]. Qufu: Qufu Normal University, 2015: 7-14. 徐玉良. 自旋系统量子关联与量子相变 [D]. 曲阜: 曲阜师范大学, 2015: 7-14.
- [11] Jiang C L. Quantum entanglement and information process in cavity QED and Heisenberg spin system [D]. Changsha: Hunan Normal University, 2009: 38-45. 姜春蕾. 腔 QED 与海森堡自旋系统中的量子纠缠与信息处理 [D]. 长沙: 湖南师范大学, 2009: 38-45.
- [12] Huang L Y. Quantum thermal entanglement and the entanglement teleportation in the Heisenberg model

- [D]. Changsha: Hunan Normal University, 2008: 13-15.
- 黄利元. 海森堡模型中的量子热纠缠与纠缠隐形态[D]. 长沙: 湖南师范大学, 2008: 13-15.
- [13] Huang A J, Wang D, Wang J M, et al. Exploring entropic uncertainty relation in the Heisenberg XX model with inhomogeneous magnetic field [J]. *Quantum Information Processing*, 2017, 16(8): 1-11.
- [14] Kane B E. A silicon-based nuclear spin quantum computer[J]. *Nature*, 1998, 393(6681): 133-137.
- [15] Vrijen R, Yablonovitch E, Wang K, et al. Electron-spin-resonance transistors for quantum computing in silicon-germanium heterostructures [J]. *Physical Review A*, 2000, 62: 012306.
- [16] Burkard G, Loss D, DiVincenzo D P. Coupled quantum dots as quantum gates[J]. *Physical Review B*, 1999, 59(3): 2070-2078.
- [17] Dzyaloshinsky I. A thermodynamic theory of "weak" ferromagnetism of antiferromagnetics [J]. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 1958, 4 (4) : 241-255.
- [18] Moriya T. New mechanism of anisotropic superexchange interaction [J]. *Physical Review Letters*, 1960, 4(5): 228-230.
- [19] Yu P F, Cai J G, Liu J M, et al. Effects of phase decoherence on the entanglement of a two-qubit anisotropic Heisenberg XYZ chain with an in-plane magnetic field [J]. *The European Physical Journal D*, 2007, 44(1): 151-158.
- [20] Li D C, Cao Z L. Entanglement in the anisotropic Heisenberg XYZ model with different Dzyaloshinskii-Moriya interaction and inhomogeneous magnetic field [J]. *The European Physical Journal D*, 2008, 50 (2): 207-214.
- [21] Xu X B, Liu J M, Yu P F. Entanglement of a two-qubit anisotropic Heisenberg XYZ chain in nonuniform magnetic fields with intrinsic decoherence [J]. *Chinese Physics*, 2008, 17(2): 456-461.
- [22] Zhang G F. Effects of anisotropy on optimal dense coding[J]. *Physica Scripta*, 2009, 79(1): 015001.
- [23] Jiang C L, Liu X J, Liu M W, et al. Properties and coherence-controlling of entanglement of a two-qubit Heisenberg XY chain with intrinsic decoherence[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(17): 170302.
- 姜春蕾, 刘晓娟, 刘明伟, 等. 内禀退相干下海森堡 XY 模型中的热纠缠性质及其相干调控[J]. *物理学报*, 2012, 61(17): 170302.
- [24] Qin M, Bai Z, Li B Y, et al. Thermal entanglement and teleportation in a two-qubit Heisenberg XXZ chain with different Dzyaloshinskii-Moriya interactions [J]. *Optics Communications*, 2011, 284(12): 3149-3153.
- [25] Abliz A, Gao H J, Xie X C, et al. Entanglement control in an anisotropic two-qubit Heisenberg XYZ model with external magnetic fields [J]. *Physical Review A*, 2006, 74(5): 052105.
- [26] Derzhko O, Richter J. Thermodynamic properties of spin-1/2 transverse XY chains with Dzyaloshinskii-Moriya interaction: exact solution for correlated Lorentzian disorder [J]. *Physical Review B*, 1999, 59(1): 100-103.
- [27] Li Y C, Li S S. Retraction: quantum critical phenomena in the XY spin chain with the Dzyaloshinski-Moriya interaction [J]. *Physical Review A*, 2009, 80: 019903.
- [28] Luo D D, Mu X Q, Huang Y X. Effect of Dzyaloshinskii-Moriya interaction on the thermal entanglement of Heisenberg XYZ chain under external magnetic field [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(1): 012701.
- 罗丹丹, 慕琦雄, 黄燕霞. 外磁场下 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用对海森堡 XYZ 链热纠缠的影响 [J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(1): 012701.
- [29] Hu J, Fang J X, Qian L, et al. Thermal entanglement of Ising model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction in an inhomogeneous magnetic field [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2011, 28(3): 032906.
- [30] Mahmoudi M. The effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction on entanglement dynamics of a spin chain in a non-Markovian regime [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2020, 545: 123707.
- [31] Martin T, Giresse T A. Entanglement dynamics of a two-qubit XYZ spin chain under both Dzyaloshinskii-Moriya interaction and time-dependent anisotropic magnetic field [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2020, 59(7): 2232-2248.
- [32] Yu T, Diósi L, Gisin N, et al. Non-Markovian quantum-state diffusion: perturbation approach [J]. *Physical Review A*, 1999, 60(1): 91-103.
- [33] Diósi L, Gisin N, Strunz W T. Non-Markovian quantum state diffusion [J]. *Physical Review A*, 1998, 58(3): 1699-1712.
- [34] Calzetta E A, Hu B L B. Nonequilibrium quantum field theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

- [35] Breuer H P, Petruccione F. Decoherence[M]//The theory of open quantum systems. New York: Oxford University Press, 2007: 219-280.
- [36] Zhao X Y. Stochastic theory of non-markovian open quantum system [EB/OL]. [2020-10-12]. <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2014PhDT.....57Z/abstract>.
- [37] Strunz W T. The Brownian motion stochastic Schrödinger equation[J]. Chemical Physics, 2001, 268(1/2/3): 237-248.
- [38] Chiu T Y. Non-Markovian master equation for interacting qubits coupled to a bosonic bath: analytic form and asymptotic approximation [J]. Quantum Physics, 2015, 3(3): 1983-1989.
- [39] Eisert J, Wilkens M. Catalysis of entanglement manipulation for mixed states [J]. Physical Review Letters, 2000, 85(2): 437-440.
- [40] Chang K L. Mathematical foundation of quantum mechanics [M]. Princeton: Princeton University Press, 1955.
- [41] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. Physical Review Letters, 1998, 80(10): 2245-2248.
- [42] Vedral V, Plenio M B, Rippin M A, et al. Quantifying entanglement [J]. Physical Review Letters, 1997, 78(12): 2275-2278.