

激光与光电子学进展

降雨对星地量子链路及隐形传态性能的影响

刘琦^{1*}, 杨光^{1,2}, 聂敏¹, 张美玲¹

¹西安邮电大学通信与信息工程学院, 陕西 西安 710121;

²西北工业大学电子信息学院, 陕西 西安 710072

摘要 为了研究降雨对星地量子链路传输质量及量子通信性能的影响, 基于 M-P 雨滴谱和 Mie 散射理论, 分析了降雨强度、雨滴的消光系数与星地链路衰减系数的关系, 建立了降雨背景下信道容量和信道平均保真度关系的模型, 并基于两粒子纠缠态概率隐形传态方案, 得到了降雨环境下的隐形传态保真度。理论分析与仿真结果表明, 降雨强度的增加导致消光系数增加, 进而导致信道容量和信道平均保真度减小; 同时, 降雨引起信道纠缠度减小, 从而使隐形传态保真度减小。因此, 降雨对星地量子链路的性能有显著影响, 需要根据降雨强度适当调整星地量子链路中的各项参数, 以保证通信质量。

关键词 量子光学; 星地量子链路; 降雨强度; 信道容量; 信道平均保真度; 隐形传态

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0727001

Influence of Rainfall on Performance of Satellite-Ground Quantum Links and Teleportation

Liu Qi^{1*}, Yang Guang^{1,2}, Nie Min¹, Zhang Meiling¹

¹*School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China;*

²*School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China*

Abstract In order to study the influence of rainfall on the transmission quality and quantum communication performance of the satellite-to-ground quantum links, this paper analyzes the relationship between rainfall intensity, extinction coefficient of raindrops and attenuation coefficient of the satellite-to-ground links based on the M-P raindrop spectra and the Mie scattering theory, establishes the model of relationship between the capacity and average fidelity of information channels under the rainfall background, and obtains the teleportation fidelity under rainfall environment on the basis of the two-particle entangled state probabilistic teleportation scheme. The theoretical analysis and simulation results show that the increase of rainfall intensity results in the increase of extinction coefficient, which further leads to the decrease of capacity and average fidelity of information channels. At the same time, rainfall causes the channel entanglement degree to be weakened, thereby reducing the fidelity of teleportation. Therefore, rainfall has a significant impact on the performance of the quantum satellite-to-ground links, and the various parameters in the satellite-to-ground quantum links must be appropriately adjusted according to rainfall intensity in order to ensure the communication quality.

收稿日期: 2020-07-07; 修回日期: 2020-08-14; 录用日期: 2020-09-03

基金项目: 国家自然科学基金(61971348, 61201194)、陕西省国际科技合作与交流计划(2015KW-013)、陕西省教育厅科研计划(16JK1711)

*E-mail: 414558844@qq.com

Key words quantum optics; satellite-ground quantum link; rainfall intensity; channel capacity; average fidelity of channel; teleportation

OCIS codes 270.5565; 010.1290; 060.2605

1 引言

量子卫星是基于量子力学原理^[1]和卫星中转技术^[2-3]的量子通信系统,利用其可实现高效和绝对安全的广域通信^[4-5]。随着量子信息处理技术的不断升级,各国纷纷建立了自己的量子通信实验网络,并积极开展量子卫星计划。欧洲的研究小组提出了“Space-quest”方案^[6],目的是将纠缠光源部署在空间站上并向地面进行纠缠光子对的分发。新加坡计划发射携带纠缠光子源的小型卫星^[7]。2016年,酒泉卫星发射中心发射了开展空间尺度量子科学实验的卫星“墨子号”^[8]。

量子通信网络常采用光纤量子信道^[9-10],目前中国已建成了量子信息保密干线——“京沪干线”,由于衰减效应和退相干效应,光纤链路的距离被限制在百千米级别^[11],如在全长 2000 km 的京沪干线中,共设置了 32 个中继站点,平均每两个站点间的距离为 62.5 km。基于卫星中转的星地量子链路在外太空的损耗几乎可以忽略,在实现广域量子通信方面具有明显优势。然而,星地量子链路会受到背景噪声、光子偏振态失真等因素的影响。围绕这些问题,文献[12]研究了在降雨、降雪和雾霾天气下,不同波长信号对自由空间量子通信系统安全密钥率的影响,研究结果为实际的自由空间量子通信系统提供了一定的参考。文献[13]研究了雾的能见度和传输距离对自由空间量子通信中信道容量、信道保真度及信道误码率的影响。文献[14]研究了煤烟凝聚粒子对量子卫星通信中振幅阻尼信道容量、纠缠保真度和信道误码率的影响。文献[15]研究了雷暴云对星地量子链路中信道保真度、信道生存函数和密钥分发误码率的影响。文献[16]研究了一种新的三镜偏振跟踪、补偿和检测算法以处理卫星运动引起的偏振态畸变。

作为一种常见的天气因素,降雨使得星地链路出现散射和能量损失,导致纠缠度和保真度下降,进而影响通信质量。高锟等^[17]研究了降雨对自由空间量子通信中信道容量、生存函数、误码率的影响,为降雨条件下自由空间量子通信的研究提供了依据。文献[18]研究了基于变色龙算法的每脉冲

最优平均光子数自适应策略,提高了量子通信系统在降雨条件下的有效性和可靠性。但是,目前关于降雨对星地量子链路性能影响的研究鲜有报道。本文根据 M-P 雨滴谱模型,研究了雨滴消光系数、星地链路衰减系数等函数,通过理论分析与仿真,得到了降雨强度与信道容量、信道平均保真度的关系,并在此基础上分析了降雨对星地隐形传态保真度的影响。

2 降雨对星地量子链路传输质量的影响

2.1 降雨对星地链路衰减系数的影响

降雨强度是指一定时间内的降雨量,降雨强度等级的大小划分如表 1^[17]所示。

表 1 降雨强度的等级划分

Table 1 Grade classification of rainfall intensity

Grade	Light-moderate rain	Moderate-heavy rain	Rainstorm
Rainfall / (mm·h ⁻¹)	[0.41, 1.04)	[1.04, 2.04]	(2.04, +∞)

经研究表明, M-P 模型^[19]可表征典型的雨滴谱分布特性,适合用于模拟星地链路场景,其形式为

$$N(D) = N_0 \exp(-\lambda_1 D), \quad (1)$$

式中: D 为雨滴等效直径; N_0 为粒子的浓度参数, $N_0 = 8 \times 10^3 \text{ m}^{-3} \cdot \text{mm}^{-1}$; λ_1 为粒子的尺度参数, $\lambda_1 = 4.1R^{-0.21}$, 其中 R 为降雨强度。

根据朗伯定律,光子在雨中传输时可以表示为

$$I' = I_1 \exp(-\delta_{\text{ext}} L), \quad (2)$$

式中: I_1 为初始光强; I' 为光子在雨中传播距离 L 后的强度; δ_{ext} 为雨滴的消光系数^[20], 可表示为

$$\delta_{\text{ext}} = \int_{D_1}^{D_2} \delta_e(r, \lambda, m) N(D) dD, \quad (3)$$

式中: D_1 和 D_2 分别为雨滴直径的下限和上限; δ_e 为雨滴的衰减截面函数; r 为微粒的半径; λ 为波长; m 为折射率。衰减界面函数 δ_e 由散射界面函数 δ_s 和吸收界面函数 δ_a 组成:

$$\delta_e(r, \lambda, m) = \delta_s(r, \lambda, m) + \delta_a(r, \lambda, m). \quad (4)$$

在 Mie 散射理论中,可以用吸收效率因子 $Q_a(x, m)$ 、散射效率因子 $Q_s(x, m)$ 、衰减效率因子

$Q_e(x, m)$ 来描述雨滴的衰减特性:

$$\delta_s(r, \lambda, m) = \pi r^2 Q_s(x, m), \quad (5)$$

$$\delta_a(r, \lambda, m) = \pi r^2 Q_a(x, m), \quad (6)$$

$$\delta_e(r, \lambda, m) = \pi r^2 Q_e(x, m), \quad (7)$$

式中: $x = kr$, 其中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 。用 $Q_e(x, m)$ 代替 $\delta_e(r, \lambda, m)$, (3)式变为

$$\delta_{\text{ext}} = \int_{D_1}^{D_2} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \times Q_e(x, m) N(D) dD. \quad (8)$$

根据 van de Hulst 近似公式^[21], 雨滴的半径通常为 $5 \mu\text{m} \sim 5 \text{mm}$, 量子通信中的光信号波长范围一般为 $850 \sim 1550 \text{nm}$, 当雨滴的半径远大于光信号的波长时, $Q_e(x, m)$ 将趋近于 2, D_1 和 D_2 分别为 $120 \mu\text{m}$ 和 $4000 \mu\text{m}$ 。光信号采用衰减较小的 $1.31 \mu\text{m}$ 波长, 忽略其他大气因素的影响。图 1 给出了消光系数随降雨强度的变化情况, R 的取值范围为 $0 \sim 100 \text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 。可以看出, 当降雨强度为 0 时, 光子没有衰减, 与理想状态相同。当降雨强度小于 $10 \text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 时, 消光系数的斜率最大, 之后衰减减缓, 但是随着降雨强度的不断增大, 消光系数呈递增趋势。

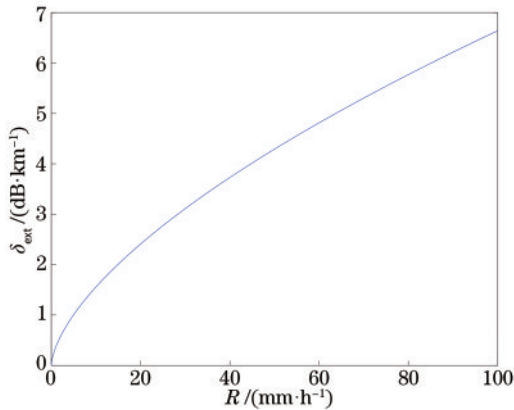


图 1 消光系数和降雨强度的关系

Fig. 1 Relationship between extinction coefficient and rainfall intensity

光子在雨中传输时的能量衰减可以表示^[22]为

$$\frac{I_L}{I_0} = \exp(-\delta_{\text{ext}} \cdot L), \quad (9)$$

式中: I_0 为光子的初始能量; I_L 为光子在雨中传播距离 L 后的能量。

根据星地链路衰减系数的定义, 可以得到受降雨影响的星地链路衰减系数为

$$A_{\text{atm}} = 10 \lg \frac{I_0}{I_L} = 10 \cdot L \cdot \delta_{\text{ext}} \cdot \lg e. \quad (10)$$

采用 $\lambda = 1.31 \mu\text{m}$ 的光信号, 忽略星地链路其他因素的影响, 星地链路衰减系数随衰减距离、降雨强度的变化情况如图 2 所示, 其中 A_{atm} 为星地链路的衰减系数。可以看出, 当降雨强度和衰减距离都为 0 时, 星地链路系数为 0, 与理论值一致。当降雨强度为 $2 \text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$ (大雨情况) 且衰减距离为 1km 时, 衰减系数达到了 $2.445 \text{dB} \cdot \text{km}^{-1}$, 星地链路发生严重的衰减。

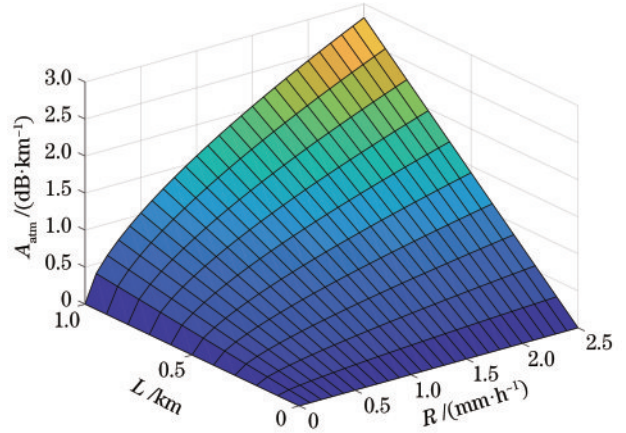


图 2 星地链路衰减系数与衰减距离、降雨强度的关系

Fig. 2 Attenuation coefficient of satellite-ground link versus attenuation distance and rainfall intensity

2.2 降雨对量子链路信道容量的影响

2.2.1 降雨对比特翻转信道容量的影响

比特翻转信道的运算元为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_0 = \sqrt{p} \mathbf{I} = \sqrt{p} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{E}_1 = \sqrt{1-p} \mathbf{X} = \sqrt{1-p} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (11)$$

式中: \mathbf{E}_0 和 \mathbf{E}_1 为信道的运算元; \mathbf{I} 为单位矩阵; $1-p$ 为量子比特从 $|0\rangle$ 翻转为 $|1\rangle$ 的概率; \mathbf{X} 为量子算子; p 的表达式为

$$p = \frac{I_0 - I_L}{I_0} = 1 - \exp(-\delta_{\text{ext}}) = 1 - 10^{-0.1 \cdot A_{\text{atm}} \cdot L}. \quad (12)$$

星地量子链路系统在经过比特翻转信道后变为

$$\epsilon(\rho_i) = (1-p_i)\rho_i + p_i \mathbf{X} \rho_i \mathbf{X}, \quad (13)$$

式中: p_i 为量子字符取 ρ_i 时的概率; 下标参数 i 为整数。

设比特翻转信道的容量为 C , 信源为 $\{p_i, \rho_i\}$ 。假设输入的字符为 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$ 。

$$\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right) = \epsilon(p_1 \rho_1 + p_1 \rho_2) = \begin{bmatrix} p + p_1 - 2pp_1 & 0 \\ 0 & 1 - (p + p_1 - 2pp_1) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

对应的 Neumann 熵为

$$s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] = -\{(p + p_1 - 2pp_1) \text{lb}(p + p_1 - 2pp_1) + [1 - (p + p_1 - 2pp_1)] \text{lb}[1 - (p + p_1 - 2pp_1)]\}, \quad (15)$$

当 $p_1 = \frac{1}{2}$, (15) 式取得最大值 1。

$$\sum_i p_i s[\epsilon(\rho_i)] = H_2(p), \quad (16)$$

式中: $H_2(p)$ 为二元香农熵, 比特翻转信道的容量为

$$C(p, p_1) = s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] - \sum_i p_i s[\epsilon(\rho_i)] = 1 - H_2(p). \quad (17)$$

2.2.2 降雨对退极化信道容量的影响

在退极化信道上, 量子位以 $p = 1 - 10^{-0.1 \cdot A_{\text{att}} \cdot L}$ 的概率退极化, 星地链路系统 S 与环境 E 的演化为

$$|\psi\rangle_s \otimes |0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p} |\psi\rangle_s \otimes |0\rangle_E + \sqrt{\frac{p}{3}} \mathbf{X} |\psi\rangle_s \otimes |1\rangle_E + \sqrt{\frac{p}{3}} \mathbf{Y} |\psi\rangle_s \otimes |2\rangle_E + \sqrt{\frac{p}{3}} \mathbf{Z} |\psi\rangle_s \otimes |3\rangle_E, \quad (18)$$

式中: $|\psi\rangle_s$ 为星地链路系统的状态向量; $|0\rangle_E, |1\rangle_E, |2\rangle_E, |3\rangle_E$ 为环境系统的状态向量; \mathbf{Y}, \mathbf{Z} 为量子算子; \otimes 为张量积符号。

退极化信道的运算元可以表示为 $\mathbf{E}_0 = \sqrt{1-p} \mathbf{I}, \mathbf{E}_1 = \sqrt{\frac{p}{3}} \mathbf{X}, \mathbf{E}_2 = \sqrt{\frac{p}{3}} \mathbf{Y}, \mathbf{E}_3 = \sqrt{\frac{p}{3}} \mathbf{Z}$, 则有

$$\epsilon(p) = (1-p)\rho + \frac{p}{3}(\mathbf{X}\rho\mathbf{X} + \mathbf{Y}\rho\mathbf{Y} + \mathbf{Z}\rho\mathbf{Z}). \quad (19)$$

同样设输入的字符为 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$, 则退极化信道容量为

$$C(p, p_1) = s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] - \sum_i p_i s[\epsilon(\rho_i)] = 1 - H_2\left(\frac{p}{2}\right). \quad (20)$$

2.2.3 降雨对幅值阻尼信道容量的影响

量子链路受到降雨的影响, 光子在幅值阻尼信

道中发生损耗, 以 $p = 1 - 10^{-0.1 \cdot A_{\text{att}} \cdot L}$ 的概率丢失一个光子, 幅值阻尼信道的运算元为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix} \\ \mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (21)$$

一个单量子比特可以表示为

$$\rho = \begin{pmatrix} a & b \\ b^* & c \end{pmatrix}, \quad (22)$$

式中: a, b, c 为矩阵参数; $*$ 表示取复共轭。

星地量子链路系统在经过幅值阻尼信道后变为

$$\epsilon(\rho) = \begin{bmatrix} 1 - (1-p)(1-a) & b\sqrt{1-p} \\ b^*\sqrt{1-p} & c\sqrt{1-p} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

同样设输入的字符为 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$, 则幅值阻尼信道容量为

$$C(p, p_1) = s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] - \sum_i p_i s[\epsilon(\rho_i)] = -\{[p_1 + (1-p_1)p] \text{lb}[p_1 + (1-p_1)p] + (1-p_1)(1-p) \text{lb}(1-p_1)(1-p)\} - (1-p_1)H_2(p). \quad (24)$$

2.2.4 降雨环境下的融合量子信道模型

在实际降雨环境下, 光信号的衰减由吸收和散射组成, 吸收发生在幅值阻尼信道上, 散射发生在比特翻转信道和退极化信道上。因此降雨对量子

信道的影响并非只是发生在单一的量子噪声信道上, 本文提出了降雨背景下的融合量子信道模型。

设融合信道由比特翻转信道、退极化信道和幅值阻尼信道组成, 则融合信道的运算元为

$$\left\{ \begin{array}{l} E_0 = \sqrt{\alpha} \sqrt{p_1} \mathbf{I} = \sqrt{\alpha} \sqrt{p_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ E_1 = \sqrt{\alpha} \sqrt{1-p_1} \mathbf{X} = \sqrt{\alpha} \sqrt{1-p_1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ E_2 = \sqrt{\beta} \sqrt{1-p_2} \mathbf{I} \\ E_3 = \sqrt{\beta} \sqrt{\frac{p_2}{3}} \mathbf{X} \\ E_4 = \sqrt{\beta} \sqrt{\frac{p_2}{3}} \mathbf{Y} \\ E_5 = \sqrt{\beta} \sqrt{\frac{p_2}{3}} \mathbf{Z} \\ E_6 = \sqrt{\gamma} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p_3} \end{bmatrix} \\ E_7 = \sqrt{\gamma} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p_3} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right. , \quad (25)$$

式中： α 为比特翻转信道的概率； β 为退极化信道的概率； γ 为幅值阻尼信道的概率； $1-p_1$ 为比特翻转信道上量子比特 $|0\rangle$ 翻转为 $|1\rangle$ 的概率； p_2 为量子位退极化的概率； p_3 为幅值阻尼信道上丢失一个光子的概率； α, β, γ 满足 $\alpha + \beta + \gamma = 1$ 。

同样设输入的字符为 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$, 则融合信道容量为

$$C(p, p_i) = s \left[\epsilon \left(\sum_i p_i \rho_i \right) \right] - \sum_i p_i s \left[\epsilon(\rho_i) \right] = \alpha \left\{ 1 - \left[p_1 \text{lb} \left(\frac{1}{p_1} \right) + (1-p_1) \text{lb} \left(\frac{1}{1-p_1} \right) \right] \right\} + \beta \left\{ 1 - \left[p_2 \text{lb} \left(\frac{2}{p_2} \right) + (1-p_2) \text{lb} \left(\frac{2}{1-p_2} \right) \right] \right\} - \gamma \left\{ [p_3 + (1-p_3)p] \text{lb} [(p_3 + (1-p_3)p)] + (1-p_3)(1-p) \text{lb} [(1-p_3)(1-p)] \right\} - \gamma(1-p_3) \left[p_3 \text{lb} \left(\frac{1}{p_3} \right) + (1-p_3) \text{lb} \left(\frac{1}{1-p_3} \right) \right] \quad (26)$$

根据文献[23]的结论可知,雨滴对波长在 $1 \mu\text{m}$ 附近的光信号的吸收作用明显,吸收损耗高于散射损耗,并且吸收系数随着降雨强度的增大而增加,因此针对本文提出的融合信道模型,采用 $\lambda = 1.31 \mu\text{m}$ 的光信号时,幅值阻尼信道概率 γ 较大。假设散射作用对比特翻转信道和退极化信道的影响相同,即 $\alpha = \beta$,图 3 给出了融合信道上信道容量 C 随降雨强度 R 、幅值阻尼信道概率 γ 的变化情况。设雨中衰减距离为 1 km ,可以看出,随着降雨强度的增大,融合信道容量减小,降雨对信道容量的影响很大。

以降雨强度为 $1 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ (中雨)为例,此时光信号的吸收较为严重,可设 α, β, γ 值分别为 $0.2, 0.2, 0.6$ 。图 4~7 分别给出了四种量子噪声信道上信道容量 C 随降雨强度 R 、衰减距离 L 的变化情

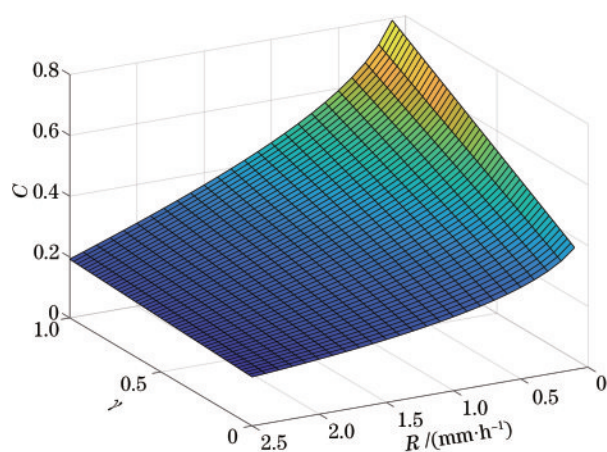


图 3 信道容量与降雨强度和 γ 的关系

Fig. 3 Channel capacity versus rainfall intensity and γ

况。仍采用 $\lambda = 1.31 \mu\text{m}$ 的光信号,忽略量子链路上其他因素的影响,可以看出,随着降雨强度

及衰减距离的增大,四种量子噪声信道的容量均减小;当降雨强度和距离都为0时,四种信道均为理想信道,信道容量为1;当降雨强度为 $1 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ (中雨),衰减距离为 0.5 km 时,比特翻转信道容量为 0.3508 ,退极化信道容量为 0.6632 ,幅值阻尼信道容量为 0.6553 ,融合信道信道容量为 0.596 。

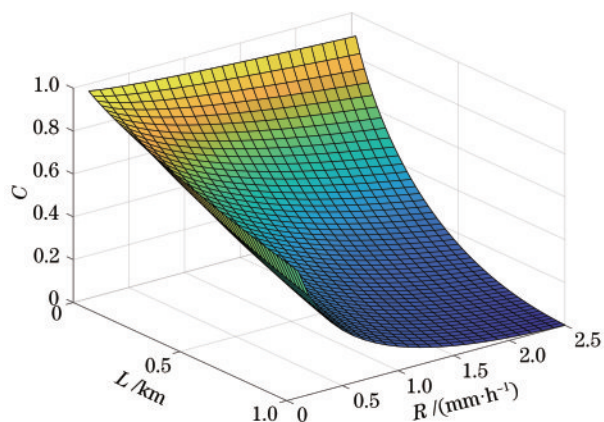


图 4 比特翻转信道的信道容量与衰减距离、降雨强度的关系
Fig. 4 Channel capacity of bit-flip channel versus attenuation distance and rainfall intensity

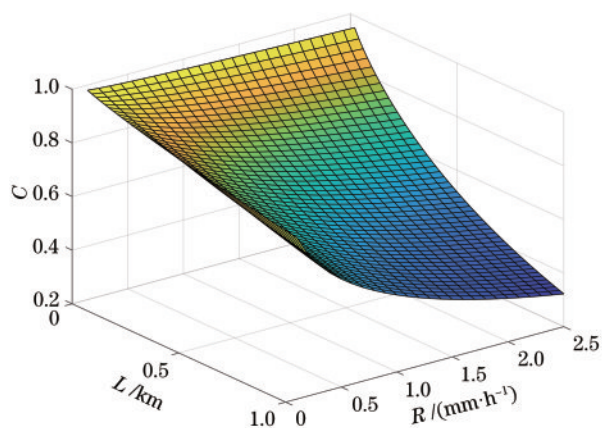


图 5 退极化信道的信道容量与衰减距离、降雨强度的关系
Fig. 5 Channel capacity of depolarized channel versus attenuation distance and rainfall intensity

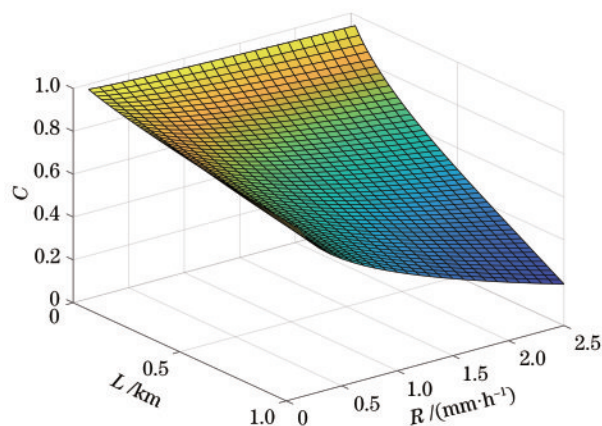


图 6 幅值阻尼信道的信道容量与衰减距离、降雨强度的关系
Fig. 6 Channel capacity of amplitude damping channel versus attenuation distance and rainfall intensity

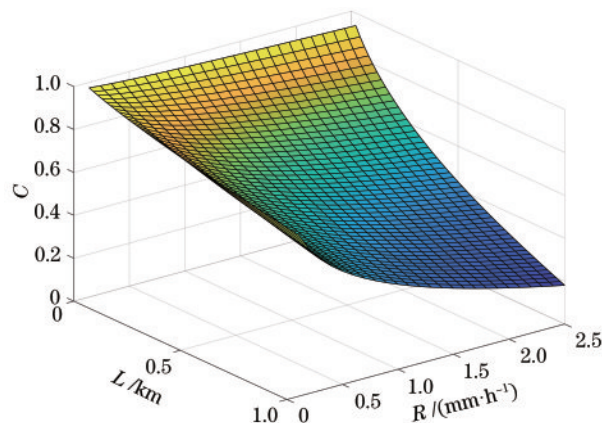


图 7 融合信道的信道容量与衰减距离、降雨强度的关系
Fig. 7 Channel capacity of fusion channel versus attenuation distance and rainfall intensity

2.3 降雨对信道平均保真度的影响

两个量子混态 ρ_1 和 ρ_2 的保真度定义^[24]为

$$F(\rho_1, \rho_2) = \left(\text{tr} \sqrt{\rho_1^{1/2} \rho_2 \rho_1^{1/2}} \right)^2, \quad (27)$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 为求迹。

定义降雨背景下星地量子链路信道的平均保真度为

$$F \left[\sum_i p_i \rho_i, \varepsilon \left(\sum_i p_i \rho_i \right) \right] = \text{tr} \left\{ \left[\left(\sum_i p_i \rho_i \right)^{1/2} \cdot \varepsilon \left(\sum_i p_i \rho_i \right) \cdot \left(\sum_i p_i \rho_i \right)^{1/2} \right]^{1/2} \right\}, \quad (28)$$

则比特翻转信道的平均保真度可以表示为

$$F_1 = \sqrt{p_1(p + p_1 - 2pp_1)} + \sqrt{(1 - p_1)[1 - (p + p_1 - 2pp_1)]}, \quad (29)$$

式中: p_1 为信源量子字符取 $|0\rangle$ 的概率。

退极化信道的平均保真度为

$$F_2 = \sqrt{\frac{[p + 2(1-p)p_1]p_1}{2}} + \sqrt{\frac{[p + 2(1-p)(1-p_1)](1-p_1)}{2}} \quad (30)$$

幅值阻尼信道的平均保真度为

$$F_3 = \sqrt{p_1[p_1 + (1-p_1)p]} + (1-p_1)\sqrt{1-p} \quad (31)$$

融合信道的信道平均保真度可以表示为

$$F_4 = \alpha \left\{ \sqrt{p_0(p_1 + p_0 - 2p_1p_0)} + \sqrt{(1-p_0)[1 - (p_1 + p_0 - 2p_1p_0)]} \right\} + \beta \left\{ \sqrt{\frac{[p_2 + 2(1-p_2)p_0]p_0}{2}} + \sqrt{\frac{[p_2 + 2(1-p_2)(1-p_0)](1-p_0)}{2}} \right\} + \gamma \left\{ \sqrt{p_0[p_0 + (1-p_0)p_3]} + (1-p_0)\sqrt{1-p_3} \right\} \quad (32)$$

式中： p_0 为信源量子字符取 $|0\rangle$ 的概率。

同样假设散射作用对比特翻转信道和退极化信道的影响相同，雨中衰减距离为 1 km，图 8 给出了融合信道上信道平均保真度 F 随 p_0 和 γ 的变化情况，可以看出，随着 p_0 的减小，保真度增大。

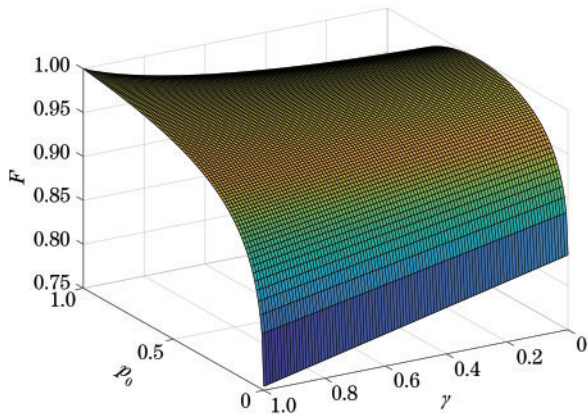


图 8 融合信道的平均保真度随 p_0 和 γ 的变化
Fig. 8 Average fidelity of fusion channel versus p_0 and γ

以降雨强度为 $2 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ (中雨) 为例，此时光信号的吸收非常严重，可设 α, β, γ 值分别为 0.1、0.1、0.8。图 9~12 分别给出了四种量子噪声信道上信道平均保真度随降雨强度、信源字符为 $|0\rangle$ 的概率的变化情况。采用 $\lambda = 1.31 \mu\text{m}$ 的光信号，设衰减距离为 1 km，忽略量子链路信道上其他因素的影响。可以看出，图 9 与图 10 相似，当 $p_1 = \frac{1}{2}$ 时，保真度取得最大值 1，这说明量子态和降雨环境的相互作用对字符 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的影响是相同的，且随着降雨强度的增大，比特翻转信道与退极化信道的保真度减小。如图 11 所示，随着 p_1 的减小和降雨强度的增加，幅值阻尼信道的平均保真度逐渐减小。这表明对于

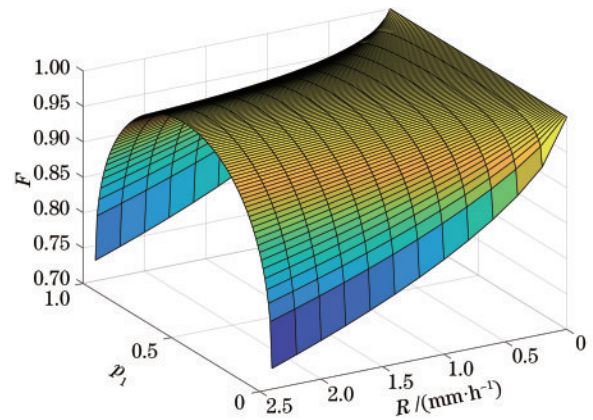


图 9 比特翻转信道的平均保真度随 p_1 和降雨强度的变化
Fig. 9 Average fidelity of bit-flip channel versus p_1 and rainfall intensity

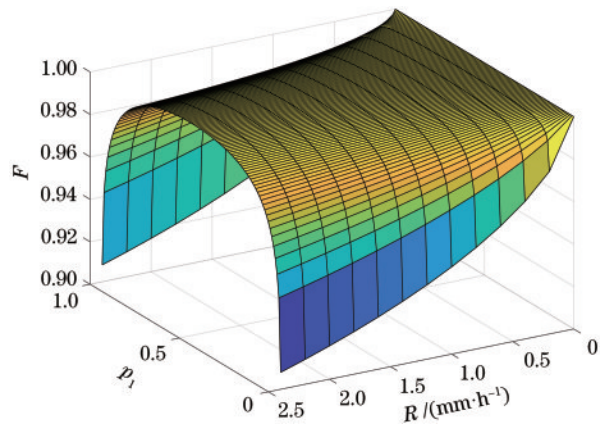


图 10 退极化信道的平均保真度随 p_1 和降雨强度的变化
Fig. 10 Average fidelity of depolarized channel versus p_1 and rainfall intensity

幅值阻尼信道，量子态和降雨环境的相互作用只对字符 $|1\rangle$ 有作用，而对字符 $|0\rangle$ 无影响。如图 12 所示，融合信道的保真度同样随着降雨强度的增加而减

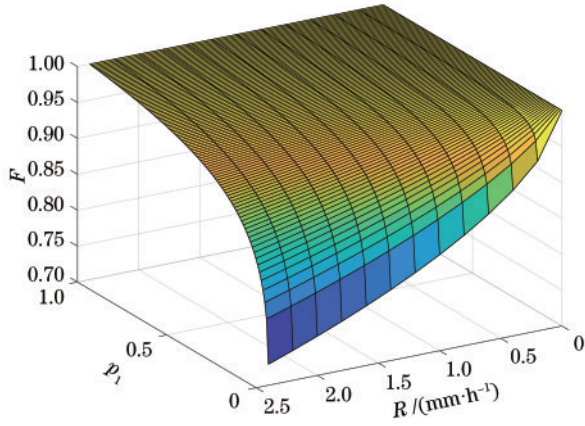


图 11 幅值阻尼信道的平均保真度随 p_1 和降雨强度的变化
Fig. 11 Average fidelity of amplitude damping channel versus p_1 and rainfall intensity

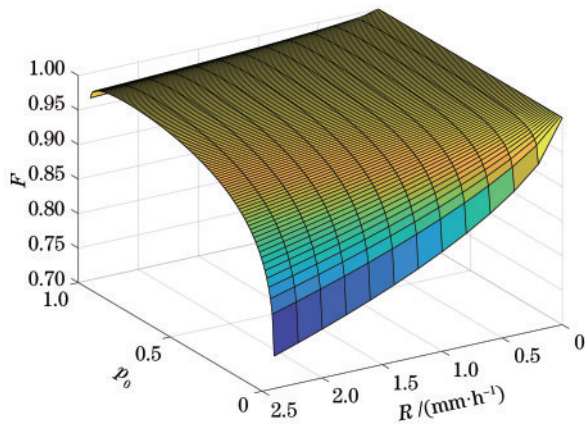


图 12 融合信道的平均保真度随 p_0 和降雨强度的变化
Fig. 12 Average fidelity of fusion channel versus p_0 and rainfall intensity

小,当 $p_0 < \frac{1}{2}$ 时, F 递增,在 $p_0 > \frac{1}{2}$ 时, F 递减,这说明在实际情况中,量子态和降雨环境的相互作用对字符 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 均有不同程度的影响。当降雨强度为 $2 \text{ mm}\cdot\text{h}^{-1}$ (大雨) 且 $p_{1,2} = 0$ 时,比特翻转信道的保真度为 0.7546,退极化信道的保真度为 0.9157,幅值阻尼信道的保真度为 0.7546,融合信道的保真度为 0.7708。

3 降雨对星地量子链路隐形传态的影响

量子隐形传态是一个重要的量子信息传输过

程,利用两粒子纠缠态的隐形传态可以提高星地链路的效率,本文采用的两粒子概率隐形传态协议^[25]与文献[26]所采用的方案相比,通过减少接收双方共享的纠缠态数量来简化星地链路的传输。

3.1 两粒子纠缠态的概率隐形传态

图 13 为星地量子链路的隐形传态示意图。在该隐形传态方案中,量子卫星用户 Alice 欲传送一个两粒子纠缠态给量子卫星用户 Bob,其形式为

$$|\phi\rangle_{12} = x|00\rangle_{12} + y|11\rangle_{12}, \quad (33)$$

式中: $|\phi\rangle_{12}$ 为粒子 1 和 2 的状态向量; $|00\rangle_{12}$ 和 $|11\rangle_{12}$ 为粒子 1 和 2 的纠缠态; x 和 y 为粒子的系数,满足 $x^2 + y^2 = 1$ 。

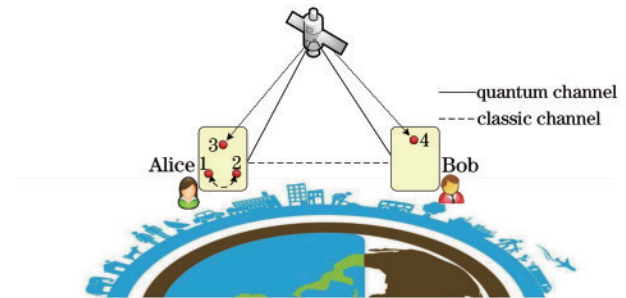


图 13 星地量子链路的隐形传态示意图
Fig. 13 Schematic of teleportation of satellite-ground quantum links

量子卫星作为 EPR 纠缠源,产生一个两粒子纠缠态,它可以表示为

$$|\varphi\rangle_{34} = \mu|00\rangle_{34} + \lambda|11\rangle_{34}, \quad (34)$$

式中: $|\varphi\rangle_{34}$ 为粒子 3 和 4 的状态向量; $|00\rangle_{34}$ 和 $|11\rangle_{34}$ 为粒子 3 和 4 的纠缠态; μ 和 λ 为粒子的系数,满足 $\mu^2 + \lambda^2 = 1$ 。

量子星地链路将粒子 1, 2, 3 分发给 Alice,将粒子 4 分发给 Bob。粒子 1, 2 和量子信道组成的复合系统为

$$|\Phi\rangle_{1234} = |\phi\rangle_{12} \otimes |\varphi\rangle_{34}. \quad (35)$$

(35) 式中的量子态可以表示为

$$|\Phi\rangle_{1234} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\Phi^+\rangle_{23} (\mu\alpha|00\rangle_{14} + \lambda\beta|11\rangle_{14}) + |\Phi^-\rangle_{23} (\mu\alpha|00\rangle_{14} - \lambda\beta|11\rangle_{14}) + |\Psi^+\rangle_{23} (\lambda\alpha|01\rangle_{14} + \mu\beta|10\rangle_{14}) + |\Psi^-\rangle_{23} (\lambda\alpha|01\rangle_{14} - \mu\beta|10\rangle_{14}) \right], \quad (36)$$

式中： $|00\rangle_{14}, |11\rangle_{14}, |01\rangle_{14}, |10\rangle_{14}$ 为粒子 1 和 4 的纠缠态； $|\Phi^\pm\rangle$ 和 $|\Psi^\pm\rangle$ 为四个 Bell 态。

首先, Alice 对粒子 1 作 Hadamard 变化:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1 \otimes |\Phi\rangle_{1234} = & \frac{1}{2} \left\{ |\Phi^+\rangle_{23} \left[(\mu\alpha|0\rangle_4 + \lambda\beta|1\rangle_4) \otimes |0\rangle_1 + (\mu\alpha|0\rangle_4 - \lambda\beta|1\rangle_4) \otimes |1\rangle_1 \right] + \right. \\ & |\Psi^-\rangle_{23} \left[(\mu\alpha|0\rangle_4 - \lambda\beta|1\rangle_4) \otimes |0\rangle_1 + (\mu\alpha|0\rangle_4 + \lambda\beta|1\rangle_4) \otimes |1\rangle_1 \right] + \\ & |\Psi^+\rangle_{23} \left[(\lambda\alpha|1\rangle_4 + \mu\beta|0\rangle_4) \otimes |0\rangle_1 + (\lambda\alpha|1\rangle_4 - \mu\beta|0\rangle_4) \otimes |0\rangle_1 \right] + \\ & \left. |\Psi^-\rangle_{23} \left[(\lambda\alpha|1\rangle_4 - \mu\beta|0\rangle_4) \otimes |0\rangle_1 + (\lambda\alpha|1\rangle_4 + \mu\beta|0\rangle_4) \otimes |0\rangle_1 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (37)$$

式中： \mathbf{H}_1 为 Hadamard 矩阵。

Alice 使用 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 基测量粒子 1, 使用 Bell 基测量粒子 2, 3, 然后使用经典信道公布自己的测量结果。其中, Bell 基 $|\Phi^+\rangle, |\Phi^-\rangle, |\Psi^+\rangle, |\Psi^-\rangle$ 的测量结果分别表示为经典信道比特串 $A_1A_2 = 00, 10, 01, 11$, $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 基的测量结果表示为经典比特 $A_3 = 0$ 和 $A_3 = 1$ 。最后利用联合幺正操作实现隐形传态。

Bob 利用处于 $|0\rangle$ 态的辅助粒子 X, 对粒子 4 进行联合幺正变换 \mathbf{U} :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mu/\lambda & -\sqrt{1-\lambda^2/\mu^2} & 0 & 0 \\ \sqrt{1-\lambda^2/\mu^2} & \mu/\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (38)$$

幺正变换 \mathbf{U} 把 $(\lambda\alpha|1\rangle_4 + \mu\beta|0\rangle_4) \otimes |0\rangle_X$ 态变为 $\lambda(\alpha|1\rangle_4 + \beta|0\rangle_4) \otimes |0\rangle_X + \mu\beta\sqrt{1-\lambda^2/\mu^2}|0\rangle_4 \otimes |1\rangle_X$,

式中： $|0\rangle_X$ 和 $|1\rangle_X$ 为粒子 X 的状态向量。

Alice 对辅助粒子 X 进行投影测量, 得到结果 $|1\rangle$, 则隐形传态失败。如果测量结果为 $|0\rangle$, 则继续进行隐形传态。根据 Alice 传送的经典比特数量, Bob 引入初态为 $|0\rangle$ 的附加粒子 5, 并对粒子 4 和 5 进行两粒子幺正操作 \mathbf{E} :

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (40)$$

Bob 执行两粒子幺正操作 \mathbf{E} 后, 得到态

$\alpha|11\rangle_{45} + \beta|00\rangle_{45}$ 。对于 Alice 不同的测量结果, 对粒子 4, 5 所执行的幺正操作如表 2 所示, 其中 I, X, Z 代表量子门, 其下标数字表示对应的粒子。

表 2 隐形传态的幺正变换

Classical bit string $A_1A_2A_3$	Unitary transformation for articles 4 and 5
000	I_4I_5
001	I_4Z_5
100	Z_4I_5
101	Z_4Z_5
010	X_4X_5
011	$X_4X_5Z_5$
110	$Z_4X_4X_5$
111	$Z_4X_4X_5$

3.2 降雨对幅值阻尼信道纠缠度和保真度的影响

通过分析发现, 降雨对幅值阻尼信道的信道容量和信道平均保真度的影响很大, 此处以幅值阻尼信道为例, 分析其纠缠度与保真度。

粒子在传送的过程受到降雨影响, 星地链路上的幅值阻尼信道的演化可以表示为

$$|0\rangle_s|0\rangle_E \rightarrow |0\rangle_s|0\rangle_E, \quad (41)$$

$$|1\rangle_s|0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle_s|0\rangle_E + \sqrt{p}|0\rangle_s|1\rangle_E. \quad (42)$$

用两比特量子纯态进行分析:

$$|\psi\rangle = \mu|00\rangle_s + \lambda|11\rangle_s. \quad (43)$$

假设环境处于 $|0\rangle$, 幅值阻尼信道下的系统量子态表示为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_d = & \mu|00\rangle_s|00\rangle_E + \lambda\sqrt{p}|11\rangle_s|00\rangle_E + \lambda\sqrt{(1-p)p}|10\rangle_s|01\rangle_E + \\ & \lambda\sqrt{(1-p)p}|01\rangle_s|10\rangle_E + \lambda p|00\rangle_s|11\rangle_E, \end{aligned} \quad (44)$$

式中: p 为降雨环境下光子丢失的概率。对(44)式求偏迹,可以得到约化密度矩阵,进而得到纠缠度的衰减^[27]:

$$C_d(p) = 2(1-p)(\mu\lambda - p\lambda^2) \quad (45)$$

对于(44)式中的幅值阻尼状态,代入(27)式,可以得到该状态和初始状态之间的保真度

$$F_d(p) = (\mu^2 + \sqrt{1-p}\lambda^2)^2 + 4p\sqrt{1-p}\mu\lambda + p(\mu^2 + \sqrt{1-p}\lambda^2) + p^2\mu^2\lambda^2 \quad (46)$$

对于(45)、(46)式,取 $\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}, \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 进行

仿真。图 14、15 分别给出了幅值阻尼信道上降雨强度和纠缠度与保真度的关系,可以看出,随着降雨强度的增大,幅值阻尼信道的纠缠度和保真度均下降。当降雨强度从 0 增加到 $1 \text{ mm}\cdot\text{h}^{-1}$ 时,纠缠度下降了 0.1654,而保真度仅下降了 0.0291。由此可以得出,在幅值阻尼信道上,降雨对纠缠度的影响较为严重。

3.3 降雨对量子星地链路的隐形传态的影响

假设 EPR 纠缠源以对称方式进行纠缠分发,则最初 EPR 纠缠源产生的 Bell 纠缠态可以表示为

$$|\Phi^+\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{12} + |11\rangle_{12}) \quad (47)$$

量子系统中的量子态可以表示为

$$\epsilon(\rho) = \sum_{j=1}^n E_j \rho E_j \quad (48)$$

式中: j 为运算元 E 的下标参数; n 为运算元个数; E_j

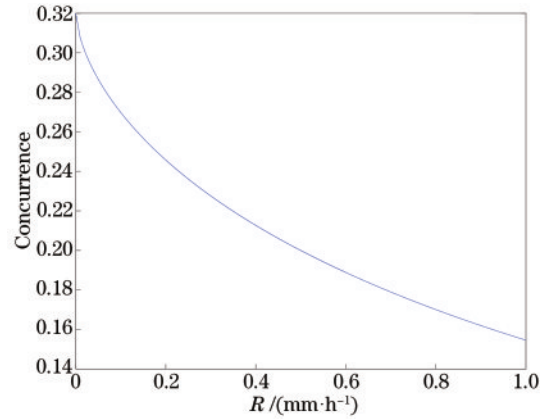


图 14 幅值阻尼信道上的纠缠度

Fig. 14 Concurrence on amplitude damping channel

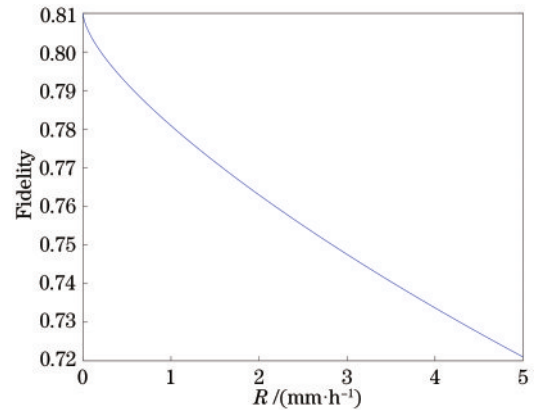


图 15 幅值阻尼信道上的保真度

Fig. 15 Fidelity on amplitude damping channel

为幅值阻尼噪声信道的运算元; ρ 为量子比特。

Alice 持有的粒子 1, 2, 3 的总量子态为

$$|\Psi\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\alpha |000\rangle_{123} |00\rangle_{E_1 E_2} + \alpha \sqrt{1-p} |011\rangle_{123} |00\rangle_{E_1 E_2} + \alpha \sqrt{(1-p)p} |010\rangle_{123} |01\rangle_{E_1 E_2} + \alpha \sqrt{(1-p)p} |001\rangle_{123} |10\rangle_{E_1 E_2} + \alpha p |000\rangle_{123} |11\rangle_{E_1 E_2} + \beta |100\rangle_{123} |00\rangle_{E_1 E_2} + \beta \sqrt{1-p} |111\rangle_{123} |00\rangle_{E_1 E_2} + \beta \sqrt{(1-p)p} |110\rangle_{123} |01\rangle_{E_1 E_2} + \beta \sqrt{(1-p)p} |101\rangle_{123} |10\rangle_{E_1 E_2} + \beta p |100\rangle_{123} |11\rangle_{E_1 E_2} \right] \quad (49)$$

式中: E_1, E_2 为粒子 1, 2 对应的降雨信道环境。

然后, Alice 用 Bell 基对粒子 1, 2 进行测量, 假设坍缩的结果为

$$|\Phi^+\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{12} + |11\rangle_{12}), \quad (50)$$

此时 Bob 所重建的粒子 2 的态为

$$|\phi\rangle_2 = \left[\alpha |00\rangle_{E_1 E_2} + \alpha p |11\rangle_{E_1 E_2} + \beta \sqrt{(1-p)p} |01\rangle_{E_1 E_2} \right] |0\rangle_2 + \left[\beta \sqrt{1-p} |00\rangle_{E_1 E_2} + \alpha \sqrt{(1-p)p} |10\rangle_{E_1 E_2} \right] |1\rangle_2 \quad (51)$$

对(51)式求偏迹,约化密度矩阵为

$$\rho_2 = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 + |\alpha|^2 p^2 + |\beta|^2 p \sqrt{1-p} & \alpha \beta \sqrt{1-p}^* \\ \alpha^* \beta \sqrt{1-p} & |\beta|^2 (1-p) + |\alpha|^2 p \sqrt{1-p} \end{bmatrix}. \quad (52)$$

在理想情况下, Alice 所需要的信道中 $p=0$, 代入(52)式中可以得到密度矩阵 ρ_0 :

$$\rho_0 = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & \alpha \beta^* \\ \alpha^* \beta & |\beta|^2 \end{bmatrix}. \quad (53)$$

根据(27)式对保真度的定义, 有噪声的信道相对于理想信道的保真度为

$$F(\rho_0, \rho_2) \equiv \left(\text{tr} \sqrt{\rho_0^{1/2} \rho_2 \rho_0^{1/2}} \right)^2. \quad (54)$$

根据 3.3 节, 得到的降雨强度和阻尼系数 p 的关系图如图 16 所示。

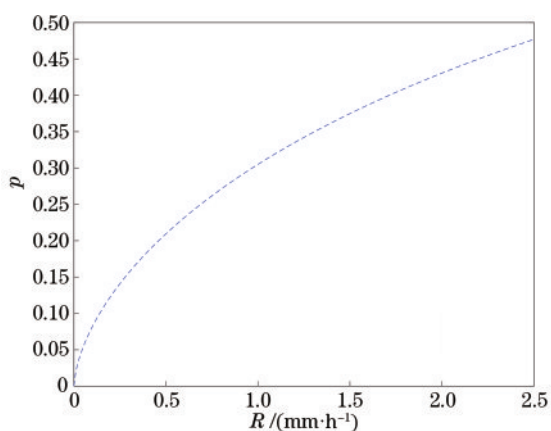


图 16 阻尼系数 p 与降雨强度的关系

Fig. 16 Damping coefficient p versus rainfall intensity

可以看出, 随着降雨强度的增加, 阻尼系数不断增大, 如果 $p > 0$, 则在(54)式中, $F(\rho_0, \rho_2) < 1$ 。说明由于幅值阻尼信道的影响, 隐形传态中的 Bell 纠缠效应受到破坏, 最终保真度减小。

4 结 论

通过建立星地量子链路中降雨强度和信道性能参数的数学模型, 分析了降雨对链路传输质量的影响。理论分析与仿真结果表明, 星地链路的信道容量、信道平均保真度均随降雨强度的增大而明显减小。对于量子隐形传态等基于纠缠的量子信息传输方案, 由于信道纠缠度及保真度受到降雨的影响, 因此隐形传态保真度较小。造成该结果的原因有两点, 一方面光信号穿过降雨层时会影响量子比特对应的叠加态的相对相位, 使相对相位趋于无规则化, 出现相位错误, 另一方面降雨对光信号的散

射和吸收会使信号能量降低, 导致退相干。因此, 作为不能忽略的一种天气因素, 降雨对量子星地链路通信质量会产生明显的影响。根据天气预报, 适当增加发射功率或者采用其他自适应策略来调整星地量子链路的参数, 从而降低降雨的影响, 保证通信性能。

参 考 文 献

- [1] Bouwmeester D, Ekert A, Zeilinger A. The physics of quantum information[M]. Heidelberg: Springer, 2000.
- [2] Villoresi P, Jennewein T, Tamburini F, et al. Experimental verification of the feasibility of a quantum channel between space and Earth[J]. New Journal of Physics, 2008, 10(3): 033038.
- [3] Cong S, Song Y Y, Shang W W, et al. Discussion on navigation and positioning system composed of three quantum satellites [J]. Journal of Navigation and Positioning, 2019, 7(1): 1-9.
丛爽, 宋媛媛, 尚伟伟, 等. 三颗量子卫星组成的导航定位系统探讨[J]. 导航定位学报, 2019, 7(1): 1-9.
- [4] Xu H X. Overview of the development of quantum communication networks[J]. Journal of China Academy of Electronics and Information Technology, 2014, 9(3): 259-271.
许华醒. 量子通信网络发展概述[J]. 中国电子科学研究院学报, 2014, 9(3): 259-271.
- [5] Valencia A, Scarcelli G, Shih Y. Distant clock synchronization using entangled photon pairs [J]. Applied Physics Letters, 2004, 85(13): 2655-2657.
- [6] Ursin R, Jennewein T, Kofler J, et al. Space-quest, experiments with quantum entanglement in space[J]. Europhysics News, 2009, 40(3): 26-29.
- [7] Zhang S B, Chang Y, Yan L L, et al. Quantum communication networks and trust management: a survey[J]. Computers, Materials and Continua, 2019, 61(3): 1145-1174.
- [8] Peng C Z, Pan J W. Quantum science experimental satellite "Micius" [J]. Bulletin of Chinese Academy of Sciences, 2016, 31(9): 1096-1104.
彭承志, 潘建伟. 量子科学实验卫星: "墨子号"[J]. 中国科学院院刊, 2016, 31(9): 1096-1104.

- [9] Ursin R, Tiefenbacher F, Schmitt-Manderbach T, et al. Entanglement-based quantum communication over 144 km[J]. *Nature Physics*, 2007, 3(7): 481-486.
- [10] Takesue H, Nam S W, Zhang Q, et al. Quantum key distribution over a 40-dB channel loss using superconducting single-photon detectors[J]. *Nature Photonics*, 2007, 1(6): 343-348.
- [11] Liu Y, Chen T Y, Wang J, et al. Decoy-state quantum key distribution with polarized photons over 200 km [J]. *Optics Express*, 2010, 18(8): 8587-8594.
- [12] Liu T, Zhu C, Sun C Y, et al. Influences of different weather conditions on performance of free-space quantum communication system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(2): 0227001.
刘涛, 朱聪, 孙春阳, 等. 不同天气条件对自由空间量子通信系统性能的影响[J]. *光学学报*, 2020, 40(2): 0227001.
- [13] Zhang X Z, Xu X, Liu B Y. Influence of fog on performance of free-space quantum communication [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(7): 0727001.
张秀再, 徐茜, 刘邦宇. 雾对自由空间量子通信性能的影响[J]. *光学学报*, 2020, 40(7): 0727001.
- [14] Liu B Y, Zhang X Z, Xu X. Influence of soot agglomerated particles on quantum satellite communication performance [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(3): 0327001.
刘邦宇, 张秀再, 徐茜. 煤烟凝聚粒子对量子卫星通信性能的影响[J]. *光学学报*, 2020, 40(3): 0327001.
- [15] Nie M, Shi L, Yang G, et al. Influence of thunderstorm cloud on the performance of satellite-to-ground quantum link and parameters simulation [J]. *Journal on Communications*, 2017, 38(5): 31-38.
聂敏, 石力, 杨光, 等. 雷暴云对星地量子链路性能的影响及参数仿真[J]. *通信学报*, 2017, 38(5): 31-38.
- [16] Wang G, Shen D, Chen G S, et al. Polarization tracking for quantum satellite communications [J]. *Proceedings of SPIE*, 2014, 9085: 90850T.
- [17] Gao K, Nie M, Yang G, et al. Performance of free-space quantum communication in context of rainfall [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(1): 012701.
高镔, 聂敏, 杨光, 等. 降雨背景下自由空间量子通信的性能研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(1): 012701.
- [18] Nie M, Wang Y, Yang G, et al. Optimal mean photon number of decoy state protocol based on chameleon self-adaptive strategy under the background of rainfall [J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(2): 020303.
聂敏, 王允, 杨光, 等. 降雨背景下诱骗态协议最优平均光子数的变色龙自适应策略[J]. *物理学报*, 2016, 65(2): 020303.
- [19] Marshall J S, Palmer W M K. The distribution of raindrops with size [J]. *Journal of Meteorology*, 1948, 5(4): 165-166.
- [20] Li W M, Ao F L, Yu S Y. Study of forward scattering effects on laser transformation in raindrop [J]. *Photon Technology*, 2006(4): 237-240.
栗伟珉, 敖发良, 于胜云. 雨滴前向散射对光传输影响的研究[J]. *光子技术*, 2006(4): 237-240.
- [21] van de Hulst H C, Twersky V. Light scattering by small particles [J]. *Physics Today*, 1957, 10(12): 28-30.
- [22] Lanzagorta M. Quantum radar [M]. Zhou W X, Wu M Y, Hu M C, Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013: 54-59.
兰萨戈尔塔. 量子雷达 [M]. 周万幸, 吴鸣亚, 胡明春, 译. 北京: 电子工业出版社, 2013: 54-59.
- [23] Guo J, Zhang H, Wang X F. Attenuation and transmission of laser radiation at 532 nm and 1064 nm through rain [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(1): 0101004.
郭婧, 张合, 王晓锋. 降雨对 532 nm 和 1064 nm 激光传输的衰减特性研究[J]. *光学学报*, 2011, 31(1): 0101004.
- [24] Yin H, Han Y. Quantum communication theory and technology [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013: 63-66.
尹浩, 韩阳. 量子通信原理与技术 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2013: 63-66.
- [25] Wen Q Y, Guo F Z, Zhu F C. Design and analysis of quantum secure communication protocol [M]. Beijing: Science Press, 2009: 213-216.
温巧燕, 郭奋卓, 朱甫臣. 量子保密通信协议的设计与分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 213-216.
- [26] Gu Y J, Zheng Y Z, Guo G C. Probabilistic teleportation of an arbitrary two-particle state [J]. *Chinese Physics Letters*, 2001, 18(12): 1543-1545.
- [27] Liao Z Y, Al-Amri M, Zubairy M S. Protecting quantum entanglement from amplitude damping [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2013, 46(14): 145501.