

激光与光电子学进展

宽带强局域拓扑边界态的优化设计

范尔盼¹, 方云团^{1,2*}

¹江苏大学计算机科学与通信工程学院, 江苏 镇江 212013;

²安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039

摘要 为了解决产生光量子霍尔效应的模型存在的边界态局域较弱和带宽较窄问题, 构建了三角复式晶格光子晶体, 并利用简约布里渊区中心点的能带简并得到奇宇称的 p 轨道和偶宇称的 d 轨道。首先, 通过晶胞缩放反转两个轨道的位置, 使拓扑相位发生变化。然后, 分析了影响拓扑平庸结构带隙和非平庸结构带隙的主要因素。最后, 对两种结构的介质柱半径和缩放距离进行了优化计算, 找到实现两种结构最大公共带隙的最优参数, 可实现的最大相对带宽为 24.59%。在最优结构参数的基础上构建边界结构并计算出边界态色散曲线, 结果表明, 该边界态在有效带宽为 0.0435 时具有较强的自旋方向锁定和边界电磁场局域效应。

关键词 集成光学; 光子晶体; 轨道反转; 拓扑相变; 结构优化

中图分类号 TN256

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0713001

Optimal Design of Topological Boundary States with Large Bandwidth and Intense Localization

Fan Erpan¹, Fang Yuntuan^{1,2*}

¹*School of Computer Science and Telecommunication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China;*

²*Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China*

Abstract To solve the problem of weak local boundary states and narrow bandwidth in the model that produces the photon quantum Hall effect, in this paper, a triangular compound lattice photonic crystal is constructed, and the energy band degeneracy of the reduced Brillouin zone is used to obtain the odd parity p orbital and the even-parity d orbital. First, the position of the two orbitals is reversed by the unit cell scaling to change the topological phase. Then, the main factors affecting the band gap of topologically trivial structure and non-trivial structure are analyzed. Finally, the radii and scaling distances of dielectric cylinders of the two structures are optimized. The optimal parameters for achieving the maximum common band gap of the two structures are obtained. The maximum achievable relative bandwidth is 24.59%. Based on the optimal structure parameters, the boundary structure is constructed, and the boundary states dispersion curve is calculated. The results showed that the boundary states have strong spin direction locking and boundary electromagnetic field local effects when the effective bandwidth is 0.0435.

Key words integrated optics; photonic crystal; orbit inversion; topological phase transition; structure optimization

OCIS codes 130.0250; 070.7345; 160.5298

收稿日期: 2020-07-06; 修回日期: 2020-08-13; 录用日期: 2020-08-25

基金项目: 计算智能与信号处理教育部重点实验室(安徽大学)开放基金(2019B001)

*E-mail: fang_yt1965@sina.com

1 引言

基于量子霍尔效应(QHE)的研究是当代凝聚态物理的重要发现,它开启了拓扑绝缘体研究的新篇章^[1-3]。QHE最重要的特征是在拓扑相系统不同的分界面上,存在受拓扑保护且对缺陷和干扰免疫的单向传输量子态,有望解决芯片中电子散射造成的热损耗难题,具有重要的理论意义和应用价值,但实现QHE需要强磁场和极低的温度。由于光子体系和电子体系在理论上有着密不可分的类比关系,因此人们把目光转向光学系统。与电子结构相比,光子晶体在结构设计、能带调控等方面具有更高的自由度,近年来,拓扑光子学的研究也得到了迅猛发展^[4-8]。其中,对于磁光光子晶体单向边界态的研究,需要外加磁场打破时间反转对称(TRS),给光子集成带来困难,且实际中的旋磁介质在高频段损耗大,只能工作在微波波段。因此,人们在量子自旋霍尔效应(QSHE)的基础上,开展了光子QSHE的研究,获得了受TRS保护的螺旋边界态^[9-14]。实现光子QSHE不需要外加磁场,实际应用价值更高,其关键是构造赝自旋态。众所周知,自旋为1/2的电子系统中天然存在受TRS保护的Kramers简并。Kramers简并由自旋向上态和自旋向下态组成,是实现螺旋边界态的关键。光作为玻色系统,其时间反演对称性与作为费米子的电子不同,无法直接构造Kramers简并。因此,人们通过构造各种光学赝自旋态类比电子的自旋对。Wu等^[14]通过复式六方晶格中的 C_6 对称性在各向同性介质材料中构造出光量子自旋霍尔态,其赝时间反演对称性来自晶格的对称性。该方案利用能带的折叠性将处于布里渊区顶点的Dirac简并折叠至布里渊区中心 Γ 点,形成双

重Dirac点。通过拉伸和压缩晶胞实现了p轨道和d轨道的能带反转,在简并破缺后的体能隙中,观测赝自旋的鲁棒自旋边界态。该方案利用纯介质光子晶体构造光拓扑绝缘体,不需要特别的材料设计和外加磁场,这种独特的优势引发了后期研究的热潮^[15-19]。但这些研究中的模型都离不开两个基本要素:1)能带具有2个双重简并点,分别产生赝自旋的p轨道和d轨道;2)要通过晶胞的缩放实现p轨道和d轨道的反转。

晶胞的形变限制在晶格原胞的范围内,导致反转前后公共带隙宽度有限,产生的拓扑边界态局域效应也不强。边界态的局域效应和带宽是边界态传输信号的重要因素,这两者都取决于产生拓扑边界态的带隙宽度,拓扑边界态的带隙宽度又依赖于反转前后的公共带隙和边界结构。因此,如何通过优化结构寻找能产生较大拓扑边界态的带隙宽度具有重要意义,但目前研究的模型在边界态的局域效应和带宽方面都不太理想。本文针对以晶胞缩放构建的拓扑光子边界态模型,基于决定公共带隙的关键因素以及控制变量法,提供了一种高效的优化设计思路,为拓扑光子边界态的优化设计提供一个新思路。

2 光子晶体初始结构和轨道反转

根据光子QSHE的设计要素,要产生赝自旋的p轨道和d轨道,需要能带的二重简并。实验设计的三角复式晶格如图1(a)所示,属于 C_6 对称点群的晶格有两个二维不可约表示 E_1 和 E_2 ,分别对应能带的二重简并点。将正六边形作为晶格原胞,围绕原胞中心放置六个介质柱,介质柱与原胞中心的距离为 D 。介质柱中心位于边长为 D 的正六边形的六个顶点上,背景为空气,介质柱半径为 r 。 a_1 和 a_2 为晶格

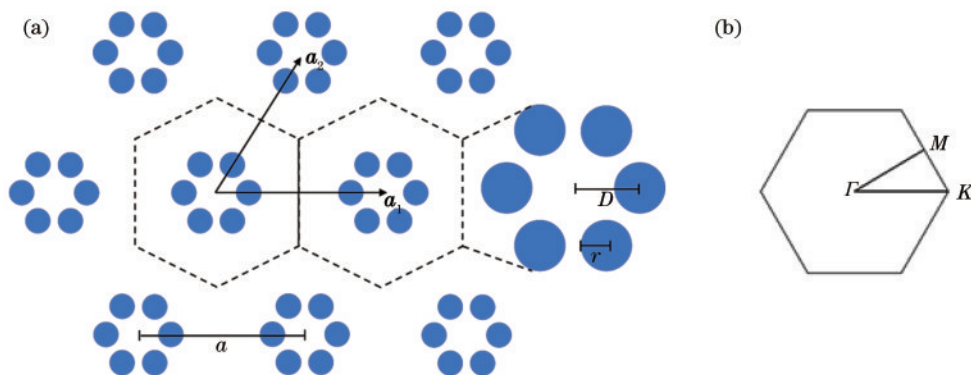


图1 晶格的结构。(a)三角复式晶格;(b)晶格第一布里渊区和三个高对称点

Fig. 1 Structure of the lattice. (a) Triangular compound lattice; (b) first Brillouin zone of the lattice and three high symmetry points

基矢量, $\mathbf{a}_1 = a/2\mathbf{i} + a\sqrt{3}/2\mathbf{j}$ (\mathbf{i} 和 \mathbf{j} 分别为 x 和 y 方向的单位矢量), $\mathbf{a}_2 = a\mathbf{i}$, a 为晶格常数, 介质柱的介电常数 $\epsilon_r = 12$, 磁导率 $\mu_r = 1$ 。图 1(b) 为计算能带的布里渊区简化模型, Γ 、 M 和 K 为布里渊区的三个高对称点。

用基于有限元方法的软件 Comsol 计算结构能带 (本征频率随布洛赫波矢的变化), 从而得到光子晶体的能带结构。将 D 和 r 作为需要优化的变量, D 的变化会引起晶格单胞的缩放。图 1 中介质柱六边形与原胞六边形的方位角为 30° , 这种情况下能带反转能产生较大的公共带隙。以图 1 中的方位作为基础, 首先在初始结构 ($r = 0.06a$ 和 $D = 0.12a$) 晶格上用 Comsol 软件计算能带。考虑 E 极化电磁波 (电场分量 E_z , 磁场分量 H_x 和 H_y) 且扫描方向为 $M-\Gamma-K$ 时, 计算的本征频率如图 2(a) 所示, 其中, $2\pi c/a$ 为归一化的单位, ω 为本征频率, c 为光子在真空中的传播速度, 数字为能带序号。可以发现, 在 Γ 点出现 2 个能带简并点, 可用 2 个简并点的 E_z 模场特征分

别作为量子力学电子波函数的 p 轨道和 d 轨道^[19]。正三角晶格具有 C_6 对称性, 在 Γ 点的本征态有 2 个二维不可约表示 E_1 和 E_2 。不可约表示 E_1 对应二重简并的偶极子态, 如图 2(a) 中 2 个 p 轨道 p_x 和 p_y 具有奇宇称; 不可约表示 E_2 对应二重简并的四极子态, 如图 2(a) 中 2 个 d 轨道 $d_{x^2-y^2}$ 和 d_{2xy} 具有偶宇称。其中, d 轨道的频率大于 p 轨道, 对应的带隙是拓扑平庸的带隙。在初始结构的基础上, 将 D 变化到 $0.44a$, 得到的能带如图 2(b) 所示, 可以发现, 在 Γ 点也出现了 2 个能带简并点。根据简并点的 E_z 模场特征, 在 Γ 点的本征态同样有 2 个二维不可约表示 E_1 和 E_2 。与图 2(a) 不同的是, 不可约表示 E_1 对应二重简并的四极子态, 如图 2(b) 中 2 个 d 轨道 $d_{x^2-y^2}$ 和 d_{2xy} 具有偶宇称; 不可约表示 E_2 对应二重简并的偶极子态, 如图 2(b) 中 2 个 p 轨道 p_x 和 p_y 具有奇宇称。在图 2(b) 中, d 轨道的频率小于 p 轨道, 相比图 2(a), 能带轨道被反转, 对应的带隙是拓扑非平庸的, 即轨道反转意味着拓扑相变。

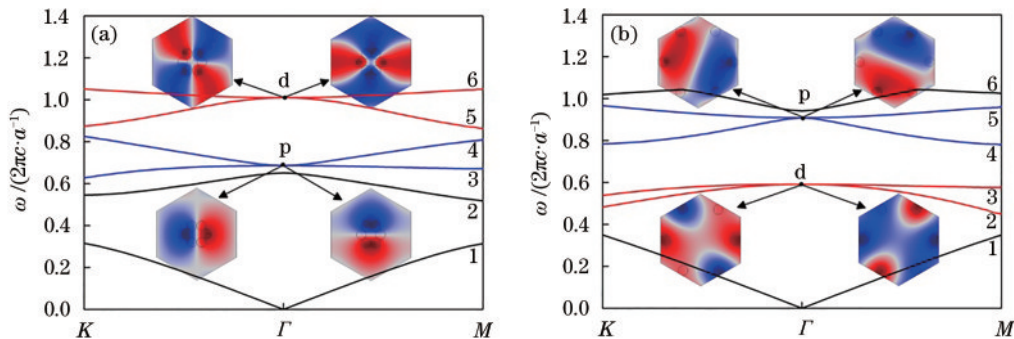


图 2 初始结构的能带和轨道。(a) $r = 0.06a, D = 0.12a$; (b) $r = 0.06a, D = 0.44a$

实现光子 QHE 的边界态, 不仅需要使轨道反转, 还需要拓扑非平庸结构和拓扑平庸结构在两轨道之间存在公共带隙。图 2(a) 中两轨道之间的带隙很小, 图 2(b) 中两轨道之间的带隙虽然较大, 但与图 2(a) 中的带隙没有交叠, 无法形成边界模式。

3 模型参数优化

3.1 缩放距离 D 对模型的影响

要获得较大的拓扑边界态带宽和强局域效应, 最重要的是获得较大的拓扑非平庸结构和拓扑平庸结构之间的公共带隙, 因此需对结构参数中的缩放距离 D 、介质柱半径 r 进行优化, 优化前的关键是确定公共带隙的算法。能带反转会导致

结构拓扑相发生变换, 而影响能带反转的关键变量是缩放距离 D , 因此, 需要分析 D 在最大范围内的变化对带隙的影响。 Γ 点是确定带隙大小的关键, 原因是该点决定了轨道的位置。当介质柱半径 $r = 0.06a$ 时, 计算得到 Γ 点第 2、3、4、5、6 能级频率随 D 的变化情况如图 3(a) 所示, 其中, Γ 的下标表示能带序号。可以发现, 图 3(a) 明显分为四个区域, 在区域 I, 能级 3 和能级 4 构成 p 轨道, 能级 5 和能级 6 构成 d 轨道; 在区域 II, 能级 2 和能级 3 构成 p 轨道, 能级 5 和能级 6 构成 d 轨道, 能级 4 夹在 p 轨道和 d 轨道中间; 在区域 III, 能级 2 和能级 3 构成 p 轨道, 能级 4 和能级 5 构成 d 轨道。区域 II 和区域 III 的分界面在 $D = 0.21a$ 处; 在区域 III 和区域 IV 的分界面即 $D = 0.33a$ 处, p 轨道和 d 轨道相

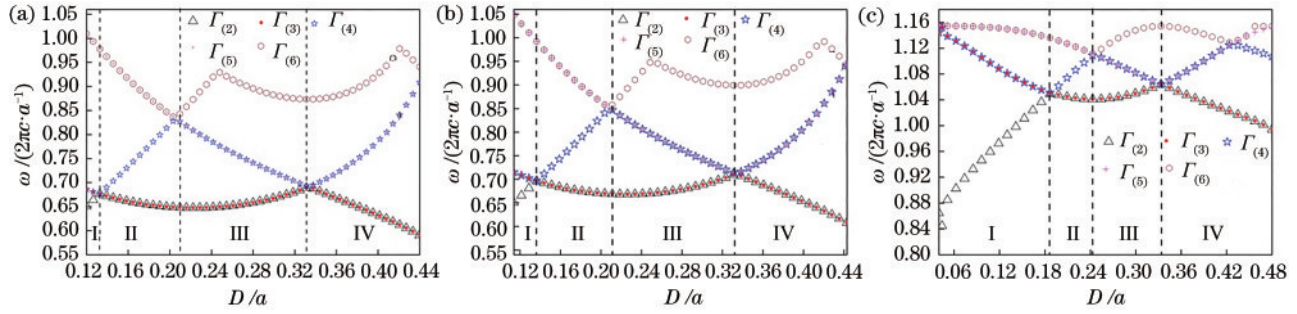


图 3 能带频率在不同 r 时随缩放距离 D 的变化曲线。(a) $r = 0.06a$; (b) $r = 0.057a$; (c) $r = 0.02a$

Fig. 3 Change curves of the energy band frequency with zooming distance D at different r . (a) $r = 0.06a$; (b) $r = 0.057a$; (c) $r = 0.02a$

交,形成双重简并点;在区域 IV 中,能级 4 和能级 5 构成 p 轨道,能级 2 和能级 3 构成 d 轨道,与区域 III 相比,发生了能带反转。区域 III 为拓扑平庸态(反转前区域),区域 IV 为拓扑非平庸态(反转后区域),这表明反转前后区域的序号并不是绝对固定的。改变 r 的取值观察 Γ 点带隙的变化情况,结果如图 3(b) 所示。可以发现,当 $r=0.057a$ 时,p 轨道和 d 轨道恰好延伸到区域 IV 的右边界。如图 3(c) 所示,当 $r=0.02a$ 时,在区域 III,能级 2 和能级 3 构成 p 轨道,能级 4 和能级 5 构成 d 轨道;在区域 IV,仍然发生轨道反转,但在靠近右边界处,能级 4 和能级 5 不再简并,p 轨道消失。优化的前提是必须保证相邻区域有完全反转的 p 轨道和 d 轨道,且均由能级 2、能级 3 和能级 4、能级 5 简并构成,因此无论是平庸态结构还是非平庸态结构, r 的最小值为 $0.057a$ 。从图 3 还可以发现,随着 r 的减小,反转前区域左边界右移,这也是优化计算中必须考虑的因素。

3.2 拓扑平庸态和非平庸态结构公共带隙的确定

单个结构的带隙位置在带隙下带最高点频率和上带最低点频率之间,一般情况下,只需用简约布里渊区三个高对称点 K 、 Γ 、 M 的本征频率计算带

隙的范围和宽度。首先,根据这三个点分别确定平庸态结构和非平庸态结构的最大带隙范围,再求出其交集,即公共带隙。由图 3 可知,需要在满足轨道反转条件下计算两种结构的带隙随参数 D 和 r 的变化情况。优化过程中,平庸态结构介质柱半径 r_1 和非平庸态结构介质柱半径 r_2 是独立变化的,最小值均为 $0.057a$ 。对于平庸态结构, D 的取值应尽量靠近反转前区域的左侧,以取得最大的带隙。由于反转前区域左侧的位置随 r_1 的减小而右移,对 r_1 进行优化时必须固定 D 。当 $r_1=0.057a$,反转前区域左侧 $D=0.21a$ 时,可以保证 r_1 增大时反转前区域轨道性质不变。当 $D=0.21a$ 时, r_1 的最大值为 $D/2=0.105a$ 。对于非平庸态结构,对 r_2 进行优化时保持 $D=0.5a-r$,以保证取值在反转后区域的最右边界。原因是 $r_2=a/6$ 时,介质柱圆周已经和原胞相切,自身圆周也恰好相切,无法进行缩放,因此 r_2 的最大值需略小于 $a/6$,实验中取 $0.16a$ 。

在符合轨道反转的条件下,带隙范围只取决于第 3 个和第 4 个能级,因此给出了平庸态结构和非平庸态结构三个点的第 3 个和第 4 个能级频率随 r 的变化曲线,结果如图 4(a) 和图 4(b) 所示,其中,下标数字为能级序号。可以发现,对每个 r ,三个

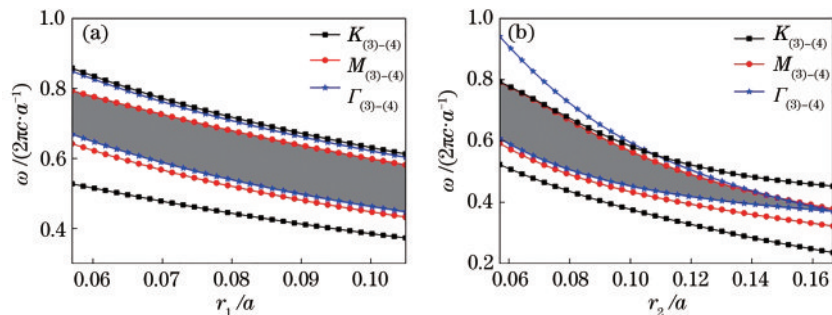


图 4 三个高对称点第 3 和第 4 个能级频率随介质柱半径的变化曲线。(a) 平庸态;(b) 非平庸态

Fig. 4 Curves of the frequency of the 3rd and 4th energy levels of the three high symmetry points with the dielectric cylinder radius. (a) Trivial state; (b) non-trivial state

点分别对应的两个能级区域的交集才是完全带隙,即图中的灰色阴影区域。对于两种结构,完全带隙均在 $M_{(4)}$ 点和 $\Gamma_{(3)}$ 点之间,由于两种结构的半径是独立变化的,两个不同 r 对应的四个点频率为 $\Gamma_{1(3)}$ 、 $\Gamma_{2(3)}$ 、 $M_{1(4)}$ 、 $M_{2(4)}$ (下标 1 和 2 为半径的序号,下标 3 和 4 为能级的序号)。每次计算时取两种结构 $M_{(4)}$ 的最小值, $\Gamma_{(3)}$ 的最大值,最小值减去最大值即为公共带隙,当差为负数时,表明不存在公共带隙。

3.3 公共带隙的参数优化结果

根据上述优化算法基于 Comsol 软件计算出拓扑平庸态结构和拓扑非平庸态结构公共带隙宽度随两种结构介质柱半径的变化情况,结果如图 5 所示。这是一个二维曲面, $\Delta\omega$ 为带隙宽度。从图 5 中可以找出四组半径 r_1 、 r_2 的值,均对应相同的最大公共带隙宽度 0.1405,但每组半径对应的相对公共带隙宽度(带隙宽度除以带隙中点频率)是不一样的。将每组半径对应的相对公共带隙宽度列于表 1,可以发现,其值远大于同类型晶胞缩放产生的结果。

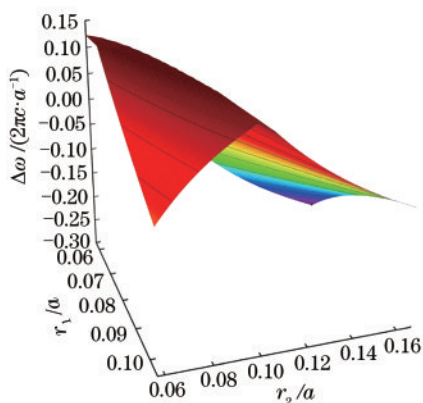


图 5 公共带隙宽度随两种结构半径的变化情况
Fig. 5 Width of the common band gap versus the radiuses of two structures

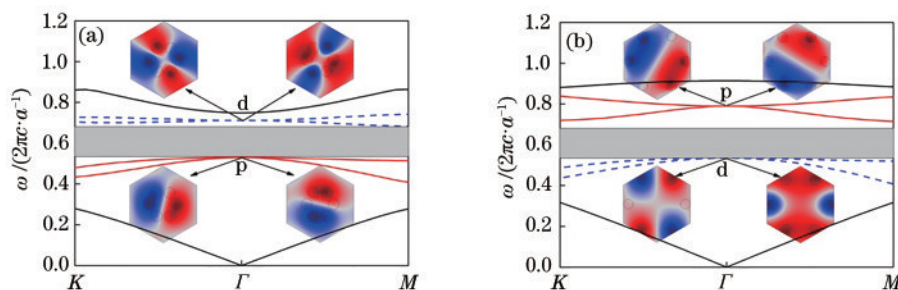


图 6 优化结构参数后的能带。(a)平庸态;(b)非平庸态
Fig. 6 Energy band after optimized structure parameters. (a) Trivial state; (b) non-trivial state

表 1 优化后两种结构半径对应的相对带隙宽度
Table 1 Relative band gap width corresponding to the optimized radius of the two structures unit: %

r_2/a	r_1/a			
	0.069	0.070	0.071	0.072
0.0800	23.05	22.42	21.78	21.23
0.0810	24.57	23.18	24.03	21.97
0.0820	24.57	24.75	23.31	22.76
0.0829	24.59	24.68	24.06	23.48

4 基于优化参数的边界态和传输仿真

当 $r_1=0.082a$, $r_2=0.072a$, 平庸态和非平庸态对应的 D 分别为 $0.21a$ 和 $0.428a$ 时,平庸态和非平庸态的能带结构如图 6 所示,其中灰色阴影为公共带隙,宽度为 0.1405。

公共带隙只是产生边界态的必要条件,能否激发边界态及边界态的特性与超胞边界的构型有关。为了激发边界态,在两种结构的界面处截去晶格单元的一部分介质柱,直接连接两种晶格,构建的超胞能带结构如图 7(a)所示,其中, k 为沿超胞界面方向的波数,实细线为体带,粗实线和粗虚线为边界态。可以发现,两条边界态曲线之间存在带隙,且整个带隙没有关闭。原因是边界构型打破了晶格 C_6 群的对称性,边界态受 TRS 保护的的特性受到微扰。为了观察边界态的特性,在边界态色散曲线上选取 A、B、C、D 四个点,绘制出超胞边界处的模场 (E_z),并在每个模场下给出对应点边界处的能流密度矢量分布,结果如图 7(b)所示。可以看出,点 A 和点 B 的模场虽然相同,但边界处能流的流涡旋方向相反,对应方向相反的两个赝自旋态。点 C 和点 D 的情况与点 A 和点 B 类似。

上述拓扑边界态的性质可通过 Comsol 软件电磁波频域模拟验证,根据超胞构建的边界结构模型如图 8 所示,上半部分是拓扑非平庸结构,下半部分

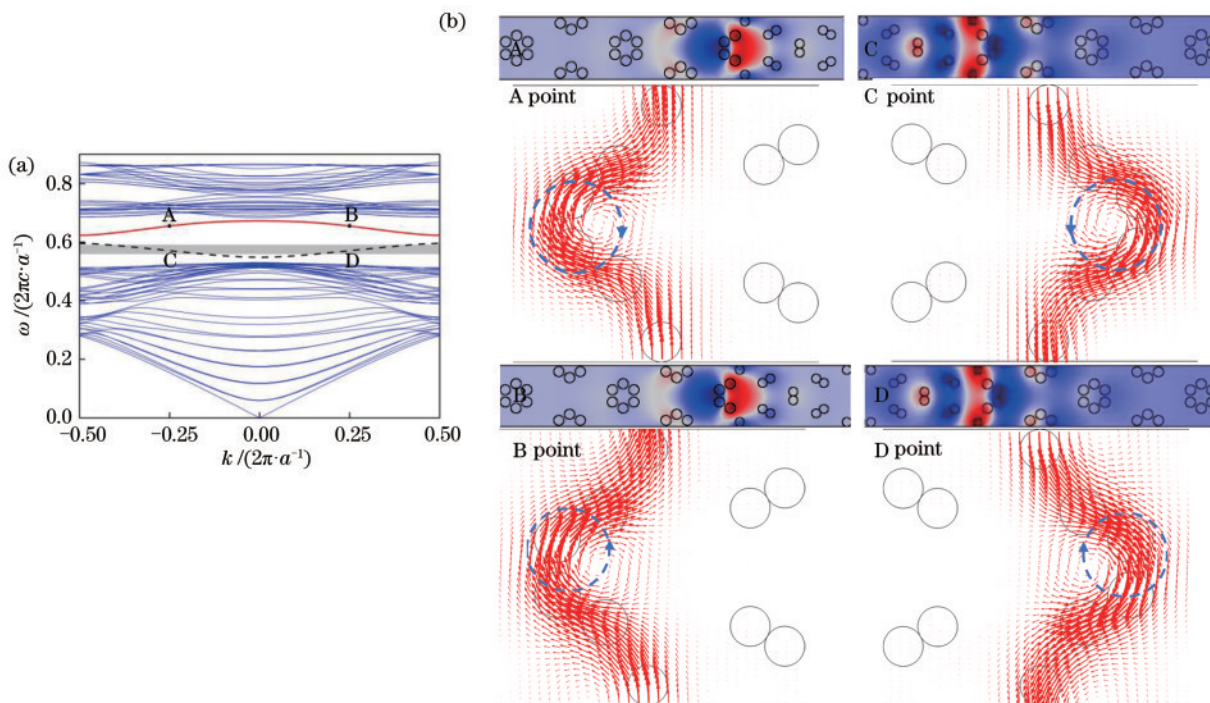


图 7 优化后的边界态。(a)超胞能带图;(b)边界态模式点 A、B、C 和 D 模场和边界处的能流密度矢量

Fig. 7 Boundary state after optimization. (a) Supercell energy band diagram; (b) mode field at points A, B, C, and D in the boundary state mode and energy flux density vector at the boundary

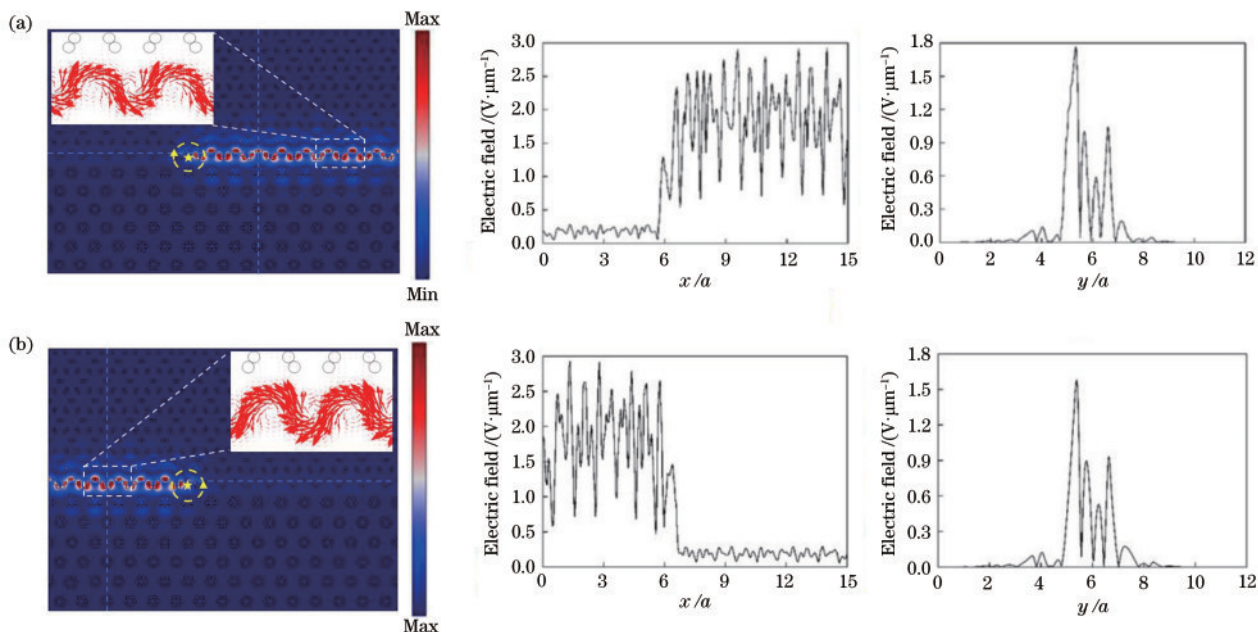


图 8 自旋锁定边界态的传输。(a)自旋顺时针;(b)自旋逆时针

Fig. 8 Transmission of the spin-locked boundary states. (a) Clockwise spin; (b) anticlockwise spin

是拓扑平庸结构,四周为散射边界条件,沿边界方向为 x 轴,与边界垂直的方向为 y 轴。在边界中间设置赝自旋源(五角星,箭头为自旋方向),坐标为 $(6a, 5.5a)$,频率为 0.581,位于图 7(a)CD 所在的能级曲线上,记录电场 E_z 的幅度分布。在图 8(a)中,源自旋

顺时针方向,电磁波被锁定向右传输;在图 8(b)中,源自旋逆时针方向,电磁波被锁定向左传输。 x 方向的场图可表示自旋方向锁定的单向传输, y 方向的场图可表示边界态的局域效应。二维场图左上角为局部边界态的能流矢量分布,可以发现明显的涡旋性质。

由于边界态受 TRS 保护的条件下受到边界构型的微扰,边界态色散曲线不是所有的点都具有自旋锁定的单向传输。经过检测,在图 7(a)中,边界态 AB 线上只有在 0.6306~0.6331, 0.643~0.6505, 0.6579~0.6639 频率范围内具有明显的自旋单向锁定,在 CD 线上自旋单向锁定的频率范围为 0.5627~0.5904,如图中阴影部分。原因是边界的构型破坏了 C_6 点群的对称性,边界态色散曲线没有完全关闭带隙,光子 QSHE 的总有效带宽达到 0.0435。表 2 和表 3 为不同参考文献中拓扑边界态有效带宽和局域效果(近似值)的对比,其中边界态局域效果是用边界上光场最高值一半对应的场分布宽度近似表示。可以看出,优化后拓扑边界态的有效带宽增大,边界态场局域宽度变小。

表 2 不同拓扑边界态的带宽

Reference	Bandwidth
Ours	0.0435
Ref. [20]	0.02
Ref. [21]	0.011
Ref. [22]	0.015
Ref. [23]	0.03

表 3 不同拓扑边界态的局域性

Reference	Locality
Ours	2a
Ref. [24]	6.7a
Ref. [25]	4a
Ref. [26]	7a
Ref. [27]	12.1a

为了观察边界态的鲁棒特性,设置弯曲的“7”字型边界构型,源条件与图 8 相同,传输结果如图 9 所示。可以看出,无论是正向还是逆向传输,电磁

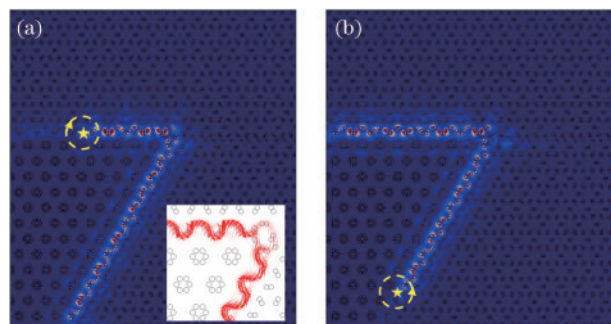


图 9 自旋锁定的边界态弯曲传输。(a)自旋顺时针;
(b)自旋逆时针

Fig. 9 Bending transmission of the spin-locked boundary states. (a) Clockwise spin; (b) anticlockwise spin

波都能顺利绕过拐角,几乎没有损耗地传输过去。图 9(a)中的插图是拐角处的能流矢量分布,可以明显发现该边界态具有很好的局域性和抗干扰特性。

5 结 论

提出了一种优化三角复式晶格结构参数的方法,可获得较大的拓扑平庸结构和非平庸结构的公共带隙,并在此基础上构建自旋锁定方向的边界态。由于带宽和边界态的局域程度是拓扑光子边界态性能的 2 个关键指标,该结构参数优化方法能增强拓扑边界态的局域效应,在一定程度上增加边界态的带宽,为光学拓扑结构的设计提供参考。

参 考 文 献

- [1] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P, et al. Quantized Hall conductance in a two-dimensional periodic potential [J]. Physical Review Letters, 1982, 49(6): 405-408.
- [2] Haldane F D. Model for a quantum Hall effect without Landau levels: condensed-matter realization of the “parity anomaly” [J]. Physical Review Letters, 1988, 61(18): 2015-2018.
- [3] Hasan M Z, Kane C L. Colloquium: topological insulators [J]. Reviews of Modern Physics, 2010, 82(4): 3045-3067.
- [4] Lu L, Joannopoulos J D, Soljačić M. Topological photonics [J]. Nature Photonics, 2014, 8(11): 821-829.
- [5] Hui Z F, Xie J B, He X D, et al. Multichannel diffuse correlation spectroscopy topography system [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(9): 0907002. 回子帆, 谢锦斌, 何向东, 等. 一种多通道扩散相关拓扑成像系统及方法 [J]. 中国激光, 2019, 46(9): 0907002.
- [6] Fang Y T, He H Q, Hu J X. Transforming unidirectional edge waveguide into unidirectional air waveguide [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2016, 22(2): 293-301.
- [7] Wang M J, Lin N N. Propagation characteristics of Laguerre-Gaussian beams in periodic films with topological insulators [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(1): 0105003. 王明军, 林姐姐. 拉盖尔-高斯光束在含拓扑绝缘体周期薄膜中的传输特性 [J]. 中国激光, 2020, 47(1): 0105003.
- [8] Wu Y H, Li X X, Fang Y T. Evolution and reversal

- of topological edge states at optical frequencies from a two-dimensional photonic crystal [J]. *Journal of Optics*, 2020, 22(10): 105102.
- [9] Qi X L, Zhang S C. The quantum spin Hall effect and topological insulators[J]. *Physics Today*, 2010, 63(1): 33-38.
- [10] Chen X D, Zhao F L, Chen M, et al. Valley-contrasting physics in all-dielectric photonic crystals: orbital angular momentum and topological propagation [J]. *Physical Review B*, 2017, 96(2): 020202.
- [11] Lu J Y, Qiu C Y, Ye L P, et al. Observation of topological valley transport of sound in sonic crystals [J]. *Nature Physics*, 2017, 13(4): 369-374.
- [12] Xu L, Wang H X, Xu Y D, et al. Accidental degeneracy in photonic bands and topological phase transitions in two-dimensional core-shell dielectric photonic crystals [J]. *Optics Express*, 2016, 24(16): 018059.
- [13] Fang Y T, Wang Z X, Fan E P, et al. Topological phase transition based on structure reversal of two-dimensional photonic crystals and construction of topological edge states [J]. *Acta Physica Sinica*, 2020, 69(18): 184101.
方云团, 王张鑫, 范尔盼, 等. 基于结构反转二维光子晶体的拓扑相变及拓扑边界态的构建[J]. *物理学报*, 2020, 69(18): 184101.
- [14] Wu L H, Hu X. Scheme for achieving a topological photonic crystal by using dielectric material[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(22): 223901.
- [15] Shalaev M I, Desnani S, Walasik W, et al. Reconfigurable topological photonic crystal[J]. *New Journal of Physics*, 2018, 20(2): 023040.
- [16] Geng H, Ji Q S, Zhang C X, et al. Time-reversal-symmetry broken quantum spin Hall in Lieb lattice [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(12): 127303.
耿虎, 计青山, 张存喜, 等. 缀饰格子中时间反演对称破缺的量子自旋霍尔效应[J]. *物理学报*, 2017, 66(12): 127303.
- [17] Gao Y F, Jiang Z, Zhang L L, et al. Unidirectional propagation of coupled edge states in sandwich topological photonic crystals[J]. *Journal of Applied Physics*, 2018, 124(21): 213107.
- [18] Zhu X, Wang H X, Xu C Q, et al. Topological transitions in continuously deformed photonic crystals [J]. *Physical Review B*, 2018, 97(8): 085148.
- [19] Barik S, Miyake H, DeGottardi W, et al. Two-dimensionally confined topological edge states in photonic crystals[J]. *New Journal of Physics*, 2016, 18(11): 113013.
- [20] Chen Z G, Mei J, Sun X C, et al. Multiple topological phase transitions in a gyromagnetic photonic crystal [J]. *Physical Review A*, 2017, 95(4): 043827.
- [21] Wang Y L, Li Y. Pseudospin states and topological phase transitions in twodimensional photonic crystals made of dielectric materials[J]. *Acta Physica Sinica*, 2020, 69(9): 094206.
王彦兰, 李妍. 二维介电光子晶体中的赝自旋态与拓扑相变[J]. *物理学报*, 2020, 69(9): 094206.
- [22] Wang H X, Xu L, Jiang J H. Dirac photonic crystal [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(22): 220302.
王海啸, 徐林, 蒋建华. Dirac 光子晶体[J]. *物理学报*, 2017, 66(22): 220302.
- [23] Jiang Z, Gao Y F, He L, et al. Manipulation of pseudo-spin guiding and flat bands for topological edge states[J]. *Physical Chemistry Chemical Physics: PCCP*, 2019, 21(21): 11367-11375.
- [24] Wu X, Meng Y, Tian J, et al. Direct observation of valley-polarized topological edge states in designer surface plasmon crystals[J]. *Nature Communications*, 2017, 8(1): 1304.
- [25] Pei D L, Yang T, Chen M, et al. Broadband periodic and aperiodic acoustic topological insulator based on composite honeycomb structure [J]. *Acta Physica Sinica*, 2020, 69(2): 024302.
裴东亮, 杨洮, 陈猛, 等. 基于复合蜂窝结构的宽带周期与非周期声拓扑绝缘体[J]. *物理学报*, 2020, 69(2): 024302.
- [26] Mei J, Chen Z, Wu Y. Pseudo-time-reversal symmetry and topological edge states in two-dimensional acoustic crystals[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 32752.
- [27] Huang X Q, Yang Y T, Hang Z H, et al. Geometric phase induced interface states in mutually inverted two-dimensional photonic crystals[J]. *Physical Review B*, 2016, 93(8): 085415.