

激光与光电子学进展

微裂纹不同接触状态下的光声非线性

张逸飞¹, 袁玲^{1*}, 倪辰荫², 沈中华¹, 陆建¹

¹南京理工大学理学院, 江苏 南京 210094;

²南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094

摘要 基于光声非线性混频方法检测微裂纹时,非线性声信号特性受裂纹接触状态的影响,而裂纹的接触状态受其初始宽度、壁面形貌、调制强度等因素的影响,导致检测过程中声波与微裂纹相互作用的非线性机制发生变化。因此,建立了光声非线性混频微裂纹检测的二维物理模型,利用罚函数法实现裂纹壁间的接触约束。将本模型的实验结果与现有实验结果进行对比分析,验证了本模型的适用性;研究了不同接触状态下的声信号特性,进而分析了非线性机制受裂纹接触状态变化的影响,为研究微裂纹的光声非线性检测提供了理论参考。

关键词 测量与计量; 无损检测; 非线性混频; 罚函数法; 接触状态; 非线性旁瓣

中图分类号 TN249

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0712003

Photoacoustic Nonlinearity of Microcracks Under Different Contact States

Zhang Yifei¹, Yuan Ling^{1*}, Ni Chenyin², Shen Zhonghua¹, Lu Jian¹

¹School of Science, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China;

²School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China

Abstract When detecting microcracks based on the photoacoustic nonlinear frequency-mixing method, the characteristics of nonlinear acoustic signals are affected by the crack contact state, which is affected by its initial width, wall morphology, modulation intensity, and other factors. This results in a change in the detection process of the nonlinear mechanism of the interaction between acoustic waves and microcracks. Therefore, in this paper, a two-dimensional physical model is established to analysis the nonlinear frequency-mixing process of crack detection, and the penalty method is used for the enforcement of contact constraints. The experimental result of the model are compared and analyzed with existing experimental results to verify the applicability of the model. The acoustic signal characteristics are investigated under different contact states, and the nonlinear mechanism is affected by the change of the crack contact state, which provides a theoretical reference for studying the photoacoustic nonlinear detection of microcracks.

Key words measurement and metrology; nondestructive testing; nonlinear frequency-mixing; penalty method; contact state; nonlinear sidelobes

OCIS codes 120.4290; 280.3375; 110.7170

收稿日期: 2020-08-01; 修回日期: 2020-09-09; 录用日期: 2020-09-15

基金项目: 国家自然科学基金(61975080)

*E-mail: yuanling@njust.edu.cn

1 引言

结构中的接触界面缺陷导致其接触声非线性响应比较明显,如真实裂纹、分层以及脱粘。对于这类缺陷,输入较小幅值的声波就可以观察到很强的非线性现象。接触界面处应力-应变显著的非线性关系导致了許多区别于经典非线性效应的现象,如共振频率漂移^[1]、慢速动力学^[2]以及混频声场调制^[3-4]现象。

近年来受到广泛关注的混频声场调制现象是一种典型的接触声非线性响应,混频现象是基于高频超声波(检测源)频率 f_H 和低频声波(泵浦源)频率 f_L 的非线性相互作用(调制)产生的。泵浦源频率一般为结构的某一模态频率,可获得较大幅值的声波,从而对缺陷处形成有效扰动,高频超声波可作为检测源探测缺陷^[5]。如果结构中没有缺陷,则响应为两个信号的线性叠加;如果结构中存在缺陷,则高频声波受到低频振动的调制,在频域中可观测到频率为 $mf_H \pm nf_L$ (m, n 为正整数)的非线性混频信号。目前大多数学者认为混频声场调制现象的产生与裂纹两壁受调制后的拍手效应密切相关^[6-7]。

Donskoy 等^[8]基于泵浦源的激励方式将产生混频声场调制现象的测试技术分为振动调制(VM)与冲击调制(IM),统称为振动声调制(VAM)或非线性波谱调制(NWMS)技术^[3, 9-10]。随着调制技术的发展,调制方式也越来越多样化^[11],用激光调制裂纹并用光学方法进行信号探测,可融合传统激光超声无损、非接触、高灵敏度^[12-13]和振动声调制的优点,从而发展成光声非线性混频这一灵敏度较高的缺陷检测手段。Zakrzewski 等^[14]提出用接触式的压电换能器在铝中激发低频的声信号,而高频信号由强度调制的激光激发, f_H, f_L 均为几十 kHz。如果材料中存在缺陷,在频域可以观察到 f_H, f_L 、倍频($2f_L, 3f_L, 2f_H, 3f_H \dots$)及其混频信号 $mf_H \pm nf_L$,这种方法具有很高的空间分辨率,也避免了换能器与构件的接触。在此基础上,Gusev 等^[15]通过对两束连续激光进行强度调制,用光强为 $I_{H,L} \propto [1 + \cos(2\pi f_{H,L}t)]$ (I_H, I_L 分别为高频、低频调制的连续光光强, t 为时间)的光源分别作为超声的激发源和裂纹的加热源,解决了换能器激发的声场对裂纹开合状态调制不足的问题。Mezil 等^[16]通过实验验证了用全光学激发探测的非线性混频法检测裂纹的可行

性,并通过共点扫描激发源、加热源以及旁瓣幅值对缺陷进行了二维成像^[17]。Mezil 等^[18]研究了非线性旁瓣的缺级与泵浦光强度之间的关系,并基于旁瓣信号定量评估了裂纹壁的刚度以及裂纹开口的宽度。Liu 等^[19-21]基于宽带声波输入研究了激光 NWMS(LNWMS)技术。

目前光声非线性混频领域中一些非线性现象对应的物理机制尚不明确,亟需合理的解释;同时光声非线性混频技术操作难度较大,实验受到许多条件的限制。因此,建立合理的物理模型对于研究声波与裂纹相互作用的非线性现象具有重要意义。建模的难点在于对裂纹壁的处理,Singh 等^[22]基于罚函数法对脱粘处的边界进行处理,建立了三维有限元模型,在不考虑裂纹边界处摩擦、粘结等附带属性情况下,实现了对脱粘区域的成像。Delrue 等^[23]通过在几何内部边界的两侧节点上设置虚拟的分段非线性弹簧阻尼,模拟复合材料脱粘处的非线性应力-应变关系,并在后续研究中对该模型进行了改进^[7],基于 MMD(Method of memory diagrams)算法^[24]和库伦摩擦研究了裂纹壁的切向接触。

本文基于罚函数法在裂纹壁间施加接触约束,在模型中用周期性变化的高频、低频温度场代替高频、低频强度调制的激光源,分别作为声波的激发源与调制裂纹的泵浦源,通过改变裂纹宽度改变裂纹壁的接触状态,并研究了不同接触状态下裂纹表现出的非线性特性。

2 理论模型

2.1 接触约束算法

受调制后开口微裂纹(不考虑黏附、摩擦及剥离等效应)会表现出周期性开合,在裂纹开合过程中,难以确定裂纹两壁接触点间的接触状态。裂纹两壁的接触面积及刚度与载荷大小、接触面的形貌、两接触面的初始状态等因素相关,是极其复杂的边界非线性问题。赫兹理论^[25-26]是接触力学的基础,数值计算在解决大型复杂几何形貌下的接触问题时具有很大的优势,以有限元为代表的接触问题数值解法也得到了广泛应用^[27]。

拉格朗日乘子算法^[28]和罚函数法^[29]均属于接触约束算法。相比拉格朗日乘子算法,罚函数法的收敛性更好,同时不增加系统的求解规模。罚函数法可认为是在两个接触边界上设置了可变刚度的弹簧,当两个界面未发生接触时,弹簧的刚度为 0;

当两个界面发生接触时,弹簧刚度会变得很大,接触压力也会增大,阻止了两个界面发生穿透^[27]。可将接触问题描述为求区域内位移场 \mathbf{U} 的问题,使系统的势能 $\Pi(\mathbf{U})$ 在满足接触边界条件 $g \geq 0$ 下达到最小(g 为源边界上点与对应目标边界上点的距离),可表示为

$$\begin{cases} \min \Pi(\mathbf{U}) = 0.5 \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} - \mathbf{U}^T \mathbf{F} \\ \text{s.t.}, g \geq 0 \end{cases}, \quad (1)$$

式中, \mathbf{K} 为刚度矩阵, \mathbf{F} 为节点载荷向量。罚函数法通过对接触边界条件的处理,将有约束问题转化为无约束问题。通常将会发生接触的一对边界,称为源边界和目标边界。源边界与目标边界组成接触对,源边界可以穿透目标边界,而目标边界无法穿透源边界,如图 1 所示。

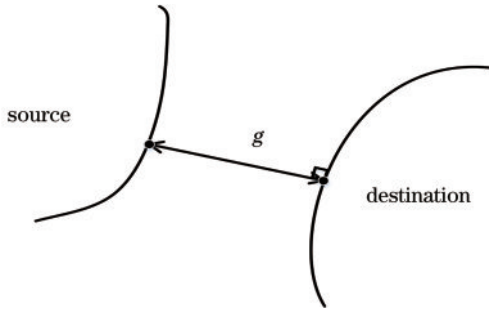


图 1 接触对示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the contact pair

在势能泛函中引入惩罚项,得到惩罚势能

$$\Pi_p = 0.5 \mathbf{P}^T \mathbf{E}_p \mathbf{P}, \quad (2)$$

式中, \mathbf{E}_p 为惩罚因子,通常与材料的杨氏模量成正比,与最小空间步长成反比, \mathbf{P} 为穿透深度,是位移场 \mathbf{U} 的函数,可表示为

$$\mathbf{P}(\mathbf{U}) = P_0 + P_1 \mathbf{U} + P_2 \mathbf{U}^2 + \dots, \quad (3)$$

式中, P_0 为线性参数, P_1, P_2 为非线性参数。将有约束的接触问题转化为无约束优化问题,即将(1)式的求解问题转化为

$$\begin{aligned} \min \Pi^*(\mathbf{U}) &= \min [\Pi(\mathbf{U}) + \Pi_p] = \\ &= \min [\Pi(\mathbf{U}) + 0.5 \mathbf{P}^T \mathbf{E}_p \mathbf{P}]. \end{aligned} \quad (4)$$

系统的控制方程为

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_p) \mathbf{U} = \mathbf{F} - \mathbf{F}_p, \quad (5)$$

式中, $\mathbf{K}_p = \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}} \right)^T \mathbf{E}_p \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}}$ 和 $\mathbf{F}_p = \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}} \right)^T \mathbf{E}_p P_0$ 分别为接触刚度和接触压力, \mathbf{K}_p 随载荷的变化而变化。此时通过引入变刚度弹簧的形式将复杂的接触非线性问题转化为材料非线性问题,并完成了源边界和

目标边界之间力的传递。

2.2 模型参数

为了研究接触状态的变化对裂纹非线性特性的影响,建立了黑玻璃中光声非线性混频微裂纹检测的二维物理模型。由于黑玻璃的激光穿透深度达到数百微米,当光强为 $I \propto 1 + \cos(2\pi ft)$ (f 为频率)的正弦调制连续光辐照在黑玻璃表面时,模型中激光对黑玻璃的辐照可以等效为体热源加载在黑玻璃中。当强度调制的激光辐照到黑玻璃上时,光斑半径 $a=20 \mu\text{m}$,功率 $P=100 \text{ mW}$,黑玻璃的材料参数如表 1 所示。图 2 为不同调制频率 ($f=0, 0.1, 1, 10, 1000 \text{ Hz}$) 连续光作用下黑玻璃表面上光斑中心位置的温度变化曲线^[30],可以发现,在强度调制的连续光加载下,黑玻璃表面光斑中心的温度会迅速上升,但最终能稳定在一个固定值附近振荡。

表 1 黑玻璃的主要材料参数

Table 1 Main parameters of the black glass

Parameter	Value
Young's modulus E / GPa	38.9
Density $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	2616
Poisson's ratio ν	0.22
Coefficient of thermal expansion α / K^{-1}	5.5×10^{-6}
Thermal conductivity $\kappa / [\text{W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1}]$	1.03
Heat capacity at constant pressure $C_p / [\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1}]$	720

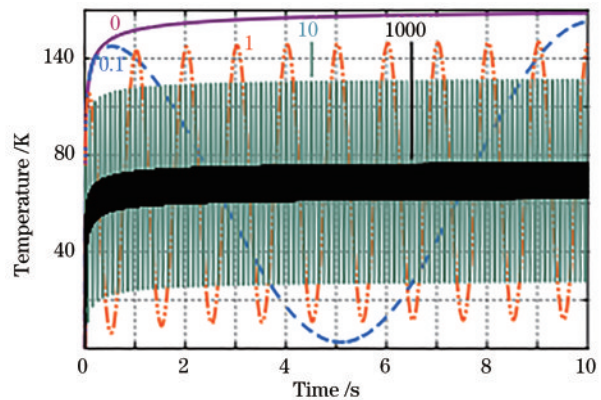


图 2 强度调制激光光斑中心区域温度的变化曲线^[30]

Fig. 2 Temperature change curve of the intensity modulated laser spot center area^[30]

光热调制的非线性混频实验中,激光先辐照材料一段时间,使物体的温度稳定后再进行测量,可去除图 2 中温度变化曲线前端迅速上升部分的影响,确保裂纹受周期性变化温度场的调制。因此利

用有限元方法求解热弹耦合问题时,选择在模型中的有限个节点上直接加载正弦变化的温度场,如图 3 所示。其中,低频温度场(加热源)的温度 $T_L = T_2 [1 + \cos(2\pi f_L t)] / 2$,用以调制裂纹壁的开合,高频温度场(激发源)的温度 $T_H = T_1 [1 + \cos(2\pi f_H t)] / 2$,用以激发声波(主要是沿着 X 方向传播的纵波),其中, $f_L = 2$ MHz, $f_H = 20$ MHz, $T_2 = 700$ K, $T_1 = 350$ K。实际中当裂纹的开口宽度在 μm 至百 nm 量级^[31]时,传统的线性激光超声方法存在一定的局限性,而光热调制法对微裂纹的检测效果较好^[32-33],因此,选择对 10 nm 量级的裂纹进行研究。

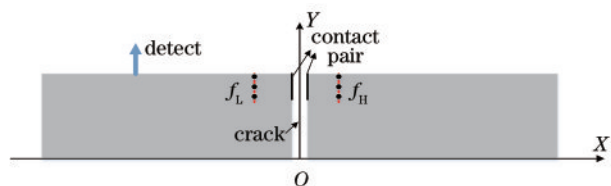


图 3 模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the model

基于罚函数法对黑玻璃中微裂纹壁施加接触约束,将接触非线性问题转化为材料非线性问题,也可以理解为在两接触面之间设置了变刚度的弹簧,在未接触区域其刚度等于 0,不影响物体运动;在接触区域其刚度变得足够大,能阻止两个界面发生穿透。

3 裂纹接触状态变化对裂纹非线性特性的影响

裂纹宽度的不同会直接影响裂纹的接触状态、接触刚度,即不同接触状态下的微裂纹非线性特性大不相同,如图 4 所示,其中, g_1, g_2 表示不同的裂纹宽度。

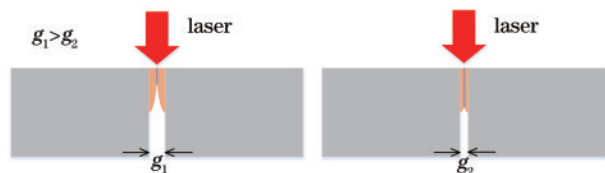


图 4 不同宽度裂纹受激光辐照时接触状态示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the contact state of cracks with different widths under laser irradiation

由于声波与裂纹的相互作用机制十分复杂,大多数理论难以应用到实际情况中对裂纹的非线性特性进行表征。一般通过定义与损伤有关的非线

性系数 β 表征裂纹的非线性特性,可表示为

$$\beta = \frac{A_1}{A_H A_L}, \quad (6)$$

式中, A_H, A_L, A_1 分别为高频激发源的幅值、低频加热源的幅值以及一阶非线性旁瓣的幅值。图 5 为不同裂纹宽度下,保持模型中激发源、加热源参数以及加载位置不变时,非线性参数 β 与裂纹宽度之间的关系,可以发现,随着裂纹宽度的增大,非线性系数 β 逐渐增大。

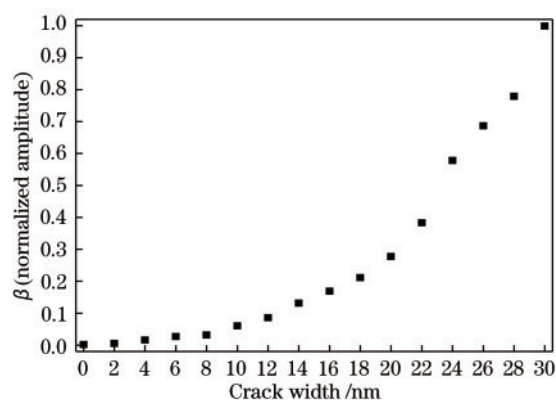


图 5 β 与裂纹宽度的关系

Fig. 5 Relationship between β and crack width

图 6 为模型在保持激发源与加热源参数、位置不变的情况下,不同裂纹宽度的频谱图。可以发现,随着裂纹宽度的增大, f_H 的幅值逐渐衰减,这表明透射过裂纹的能量随着裂纹宽度的增大而减小。在裂纹宽度增大的过程中,虽然透射声波的能量会逐渐减少,但非线性系数 β 逐渐增大,这表明随着裂纹宽度的增大,裂纹自身的非线性逐渐增强。旁瓣幅值的大小与裂纹处输入的能量以及裂纹本身的非线性呈正向关系,导致裂纹宽度增大的过程中旁瓣幅值变化复杂,类似于增函数与减函数的乘积。

图 7 为图 6 中主频与正负一阶旁瓣随裂纹宽度的变化情况,其中, M 表示主频, +1、-1 分别表示正、负一阶旁瓣。可以发现,随着裂纹宽度的增大,主频幅值逐渐减小,而一阶旁瓣的幅值先增大再减小。

文献[16]得到的正负一阶旁瓣与主频幅值随加热功率的变化曲线如图 8(a) 所示,与图 7 的结果一致。图 8 中,点线为高频 f_H ,虚线与实线分别为 $f_H \pm f_L$ 。图 8(b)、图 8(c) 为用两种不同检测系统探测的混频信号,可验证探测系统的可靠性。图 8(a) 中加热光为未经调制的连续光,不会产生混频信号;当加

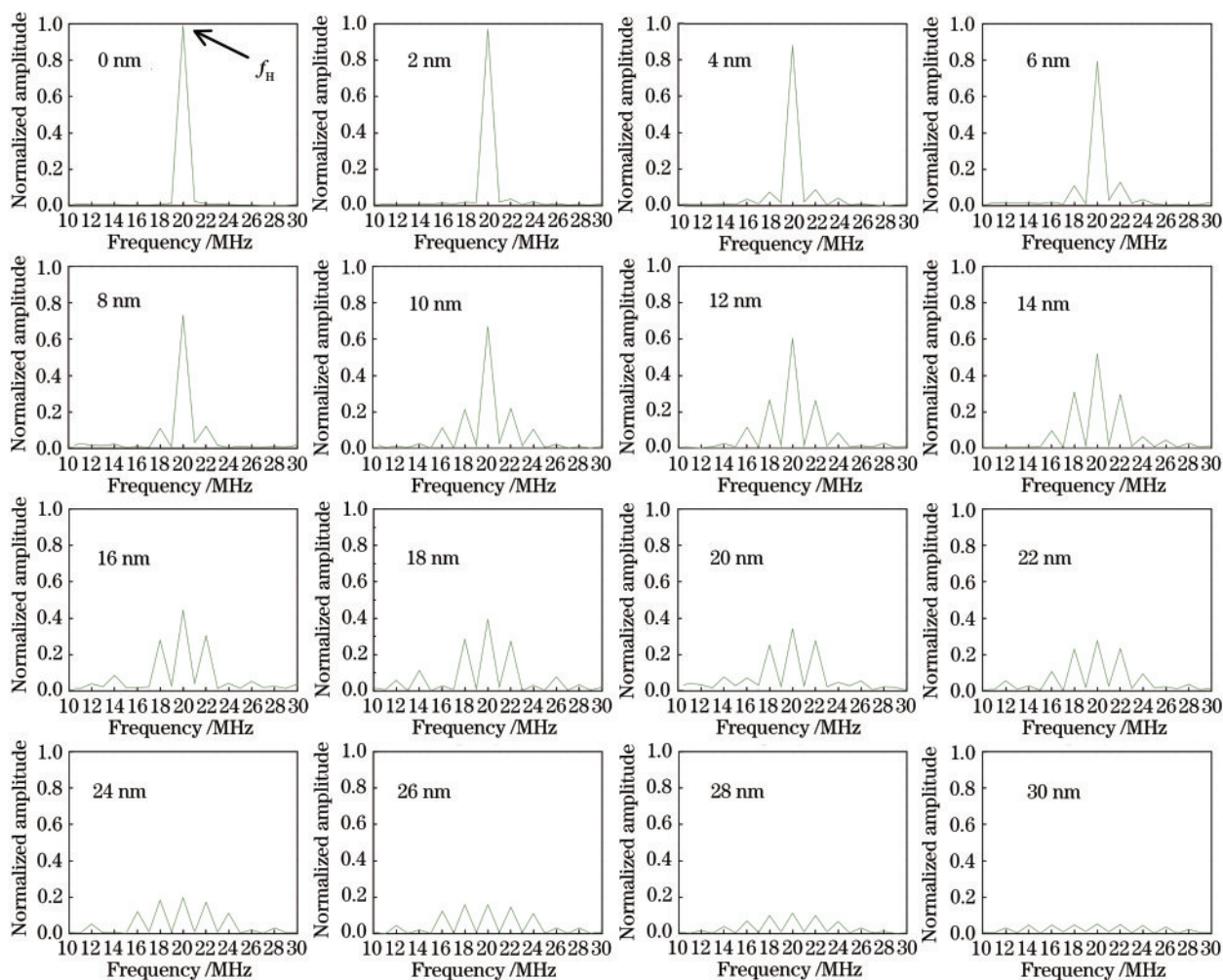


图 6 不同裂纹宽度下的频谱
Fig. 6 Spectra under different crack widths

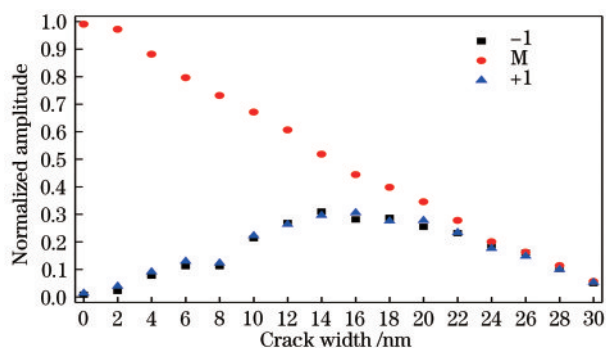


图 7 不同裂纹宽度下的一阶旁瓣与主频幅值
Fig. 7 First-order sidelobes and main frequency amplitudes under different crack widths

热光功率低于 40 mW 时,加热光能量较小,无法使裂纹受热闭合,探测到的透射高频 f_H 信号较弱;当加热光功率从 40 mW 增加到 140 mW 左右时,裂纹处于半开半合的状态;继续增加加热光功率使裂纹闭

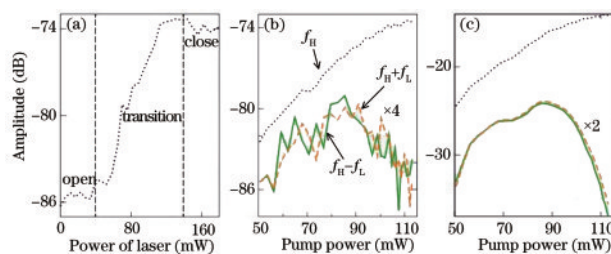


图 8 光声信号幅值随着加热光功率的变化曲线。(a)测振仪探测(加热光未调制);(b)测振仪探测(加热光调制);(c)接触式加速度计探测(加热光调制)^[16]
Fig. 8 Variation curve of photoacoustic signal amplitude with heating power. (a) Vibration meter detection (heating light is not modulated); (b) vibration meter detection (heating light modulation); (c) contact accelerometer detection (heating light modulation)^[16]

合后,探测信号的幅值变化很小。图 8(b)、图 8(c)中加热源由连续光替换成强度正弦调制的连续光,

可以发现,混频信号在加热光功率为 80 mW 左右,即裂纹处于半开半合状态时,非线性旁瓣幅值最大。继续增大低频加热光的功率,整个裂纹趋于闭合后旁瓣幅值又逐渐减小。对比图 7 的理论结果与图 8(b)、图 8(c) 的实验结果可以发现,理论与实验上主频与一阶旁瓣的变化趋势相吻合,当缝宽减小时主频幅值增大,旁瓣幅值先增大再减小。

4 光滑裂纹壁接触时的应力-应变关系

通过对非线性旁瓣幅值、主频幅值以及非线性系数的理论研究,得到不同裂纹宽度时,裂纹处的应力-应变(σ - ϵ)关系,如图 9 所示。其中,曲线 K_C 的裂纹趋于闭合状态,曲线 K_T 的裂纹处于半开半合状态,曲线 K_O 的裂纹开口更大,可认为裂纹趋于张开状态。其应力-应变关系可表示为

$$\sigma_C = K_C(\epsilon)\epsilon = K_{0C}\epsilon + K_{1C}\epsilon^2 + \dots, \quad (7)$$

$$\sigma_T = K_T(\epsilon)\epsilon = K_{0T}\epsilon + K_{1T}\epsilon^2 + \dots, \quad (8)$$

$$\sigma_O = K_O(\epsilon)\epsilon = K_{0O}\epsilon + K_{1O}\epsilon^2 + \dots。 \quad (9)$$

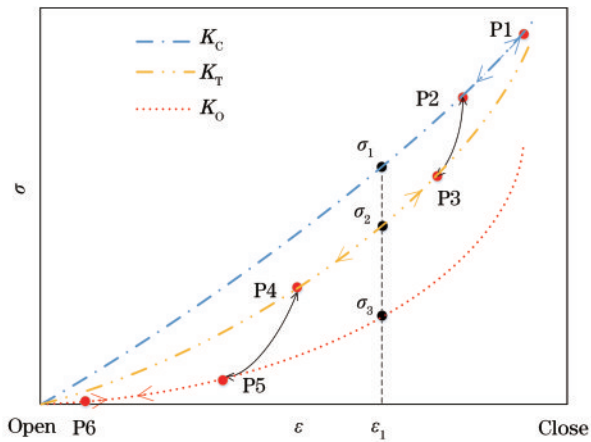


图 9 不同接触状态下裂纹处的应力-应变曲线

Fig. 9 Stress-strain curves of cracks in different contact states

三条曲线在(0,0)点的切线斜率为线性参数 K_{0C} 、 K_{0T} 、 K_{0O} 的值,由图 7 可知,透射的线性信号成分(f_H)随着裂纹宽度的增大而减小,因此 $K_{0C} > K_{0T} > K_{0O}$,即裂纹宽度越小,应力-应变关系中的线性成分越多。整个曲线的非线性(凹凸程度)与 K_C 、 K_T 、 K_O 二阶导数的值有关。由图 5 可知,随着裂纹宽度的增大,非线性系数 β 逐渐增大,裂纹非线性也不断增强,因此有 $K_{1C} < K_{1T} < K_{1O}$,即曲线 K_C 、 K_T 、 K_O 的应力应变非线性成分依次增大。裂纹两壁的能量传递依赖于接触,裂纹两壁之间的接触越紧密,基于罚函数法得到裂纹壁的接触刚度就越大,

以阻止两壁发生穿透,对于应变 ϵ_1 始终有 $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1$,即三条曲线始终不会相交。

整个裂纹的非线性随着宽度增大的变化情况可以描述为从 P1 到 P6,在 P1 到 P2 段,裂纹趋于闭合,非线性很弱,即使应变很大,也观察不到很好的非线性现象(裂纹宽度为 0~8 nm)。当裂纹宽度增大,曲线 K_C 不能描述该状态下的应力-应变关系时,应力-应变关系从 P2 逐渐变化到 P3 点;当裂纹宽度增大到裂纹趋于张开时,应力-应变关系为 P5~P6 段,此时虽然非线性很强,但从坐标轴上可以发现,应变 ϵ 很小,即使可以观察到高阶非线性旁瓣,但幅值很小,这与图 6 中裂纹宽度较大(大于 26 nm)时的情形相吻合。裂纹处于半开半合状态,即 P3~P4(裂纹宽度为 10~24 nm)段往往出现较好的非线性现象,此时接触应变虽然不是最大,但裂纹的非线性也不弱。

综上所述,在光声非线性混频中要想观察到较好的非线性现象,不仅需要考虑光热能量的大小,还要考虑光热调制中的裂纹状态。在接触非线性中,较大的能量在产生大应变的同时也使裂纹趋于闭合,从而改变裂纹壁的刚度。因此,中间状态,即图 9 中的 P3~P4 段往往出现较好的非线性现象,此时输入裂纹处的能量不是很大,但裂纹的非线性也不弱。

5 结 论

建立了光声非线性混频的二维物理模型,并基于罚函数法对裂纹壁进行处理,从接触力学的角度研究了混频声场调制现象。在不同接触状态下研究了裂纹的非线性特性,解释了实验中裂纹处于半开半合状态时非线性旁瓣幅值最大的原因;同时分析了裂纹壁在不同接触状态下(取决于裂缝宽度和对裂纹调制的强弱)应力-应变关系决定的非线性机制。

参 考 文 献

- [1] Ten Cate J A, Shankland T J. Slow dynamics in the nonlinear elastic response of Berea sandstone [J]. Geophysical Research Letters, 1996, 23(21): 3019-3022.
- [2] Johnson P, Sutin A. Slow dynamics and anomalous nonlinear fast dynamics in diverse solids [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2005, 117(1): 124-130.
- [3] van den Abeele K E, Johnson P A, Sutin A. Nonlinear

- elastic wave spectroscopy (NEWS) techniques to discern material damage, part I: nonlinear wave modulation spectroscopy (NWMS) [J]. *Research in Nondestructive Evaluation*, 2000, 12(1): 17-30.
- [4] Donskoy D M, Ramezani M. Separation of amplitude and frequency modulations in vibro-acoustic modulation nondestructive testing method[C]//*Proceedings of Meetings on Acoustics 21ISNA*. Acoustical Society of America, July 9 - 13, 2018, Santa Fe, New Mexico, USA. ASA, 2018, 34: 045002.
- [5] Qu Y G, Peng Z K, Zhang W M, et al. Nonlinear vibro-acoustic behaviors of coupled sandwich cylindrical shell and spring-mass-damper systems [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 124: 254-274.
- [6] Aleshin V, Delrue S, Trifonov A, et al. Two dimensional modeling of elastic wave propagation in solids containing cracks with rough surfaces and friction: part I: theoretical background [J]. *Ultrasonics*, 2018, 82: 11-18.
- [7] Delrue S, Aleshin V, Truyaert K, et al. Two dimensional modeling of elastic wave propagation in solids containing cracks with rough surfaces and friction: part II: numerical implementation [J]. *Ultrasonics*, 2018, 82: 19-30.
- [8] Donskoy D, Sutin A, Ekimov A. Nonlinear acoustic interaction on contact interfaces and its use for nondestructive testing [J]. *NDT & E International*, 2001, 34(4): 231-238.
- [9] van den Abeele K E, Carmeliet J, Ten Cate J, et al. Nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS) techniques to discern material damage, part II: single-mode nonlinear resonance acoustic spectroscopy [J]. *Research in Nondestructive Evaluation*, 2000, 12(1): 31-42.
- [10] Yoder N C, Adams D E. Vibro-acoustic modulation utilizing a swept probing signal for robust crack detection [J]. *Structural Health Monitoring*, 2010, 9(3): 257-267.
- [11] Pieczonka L, Klepka A, Martowicz A, et al. Nonlinear vibroacoustic wave modulations for structural damage detection: an overview [J]. *Optical Engineering*, 2016, 55(1): 011005.
- [12] Yang L J, Li Y, Sun J J, et al. Reflection and transmission of laser ultrasonic waves on surface defects [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(4): 041203.
杨连杰, 李阳, 孙俊杰, 等. 激光超声表面波在表面缺陷上的反射与透射 [J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(4): 041203.
- [13] Lu P X, Wang D, Li Y. Method of measuring the width of stiffeners by using laser ultrasonic C-scan [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(17): 171203.
路培鑫, 王栋, 李阳. 基于激光超声 C 扫描测量加强筋宽度的方法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(17): 171203.
- [14] Zakrzewski J, Chigarev N, Tournat V, et al. Combined photoacoustic-acoustic technique for crack imaging [J]. *International Journal of Thermophysics*, 2010, 31(1): 199-207.
- [15] Gusev V, Chigarev N. Nonlinear frequency-mixing photoacoustic imaging of a crack: theory [J]. *Journal of Applied Physics*, 2010, 107(12): 124905.
- [16] Mezil S, Chigarev N, Tournat V, et al. All-optical probing of the nonlinear acoustics of a crack [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(17): 3449-3451.
- [17] Mezil S, Chigarev N, Tournat V, et al. Two dimensional nonlinear frequency-mixing photoacoustic imaging of a crack and observation of crack phantoms [J]. *Journal of Applied Physics*, 2013, 114(17): 174901.
- [18] Mezil S, Chigarev N, Tournat V, et al. Evaluation of crack parameters by a nonlinear frequency-mixing laser ultrasonics method [J]. *Ultrasonics*, 2016, 69: 225-235.
- [19] Liu P P, Sohn H. Damage detection using sideband peak count in spectral correlation domain [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 411: 20-33.
- [20] Liu P P, Sohn H, Kundu T, et al. Noncontact detection of fatigue cracks by laser nonlinear wave modulation spectroscopy (LNWMS) [J]. *NDT & E International*, 2014, 66: 106-116.
- [21] Liu P P, Jang J, Yang S, et al. Fatigue crack detection using dual laser induced nonlinear ultrasonic modulation [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 110: 420-430.
- [22] Singh A K, Chen B Y, Tan V B C, et al. Finite element modeling of nonlinear acoustics/ultrasonics for the detection of closed delaminations in composites [J]. *Ultrasonics*, 2017, 74: 89-98.
- [23] Delrue S, van den Abeele K. Three-dimensional finite element simulation of closed delaminations in composite materials [J]. *Ultrasonics*, 2012, 52(2): 315-324.
- [24] Aleshin V, Bou Matar O, van den Abeele K. Method of memory diagrams for mechanical frictional contacts subject to arbitrary 2D loading [J]. *International Journal*

- of Solids and Structures, 2015, 60/61: 84-95.
- [25] Muthukumar S, DesRoches R. A Hertz contact model with non-linear damping for pounding simulation[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2006, 35(7): 811-828.
- [26] Yan W, Fischer F D. Applicability of the Hertz contact theory to rail-wheel contact problems [J]. Archive of Applied Mechanics, 2000, 70(4): 255-268.
- [27] Sun L S. Linear complementarity method for 3D elastoplastic contact problem and non-entirety analysis of arch dams[D]. Nanjing: Hohai University, 2001.
孙林松. 三维弹塑性接触问题的线性互补方法及拱坝结构非整体性分析研究[D]. 南京: 河海大学, 2001.
- [28] Simo J C, Laursen T A. An augmented Lagrangian treatment of contact problems involving friction[J]. Computers & Structures, 1992, 42(1): 97-116.
- [29] Zang M Y, Gao W, Lei Z. A contact algorithm for 3D discrete and finite element contact problems based on penalty function method[J]. Computational Mechanics, 2011, 48(5): 541-550.
- [30] Mezil S. Nonlinear optoacoustics method for crack detection and characterization [D]. Le Mans: Le Mans University, 2012.
- [31] Ni C Y, Chigarev N, Tournat V, et al. Probing of laser-induced crack modulation by laser-monitored surface waves and surface skimming bulk waves[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2012, 131(3): EL250-EL255.
- [32] You B W, Ni C Y, Shen Z H. Laser ultrasonic real-time monitoring of photothermal modulation crack closure [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(2): 0204009.
尤博文, 倪辰荫, 沈中华. 光热调制裂纹闭合的激光超声实时监测 [J]. 中国激光, 2019, 46(2): 0204009.
- [33] Zheng J, Shen Z H, Ni C Y. Experimental study on simulated crack closure using laser ultrasonic [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(12): 1212003.
郑杰, 沈中华, 倪辰荫. 模拟裂纹闭合的激光超声实验研究[J]. 光学学报, 2019, 39(12): 1212003.