第 58 卷 第 6 期/2021 年 3 月/激光与光电子学进展 研究论文

激光与光电子学进展

先进成像

车载激光捷联惯导系统行进间对准方法

杨晨，蔡远文，史美玲，王怀鹏，辛朝军*

航天工程大学宇航科学与技术系，北京 101400

摘要 针对车载激光捷联惯导系统行进间对准过程中晃动干扰、惯性器件常值误差等导致的对准精度降低的问题，提出了一种基于旋转调制的抗干扰车载激光捷联惯导系统行进间对准方法。针对行进间对准过程中存在的晃动干扰，采用惯性系下的姿态实时更新方法跟踪姿态变化，以克服角晃动干扰，并对比力方程进行积分以减小线振动干扰，同时结合姿态最优估计求得起始时刻的姿态，在更新方向余弦阵过程中，采用“单子样＋前一周期”的等效旋转矢量算法减小不可交换误差对姿态解算精度的影响。接着采用单轴连续旋转调制方法实现对惯性器件常值误差的自补偿。仿真结果表明，该自主初始对准方法能够在行进间对准过程中克服干扰，消除惯性器件常值误差的影响，提升对准精度。

关键词 遥感；激光捷联惯导系统；行进间对准；等效旋转矢量；旋转调制

中图分类号 V241.6 **文献标志码** A **doi**：10.3788/LOP202158.0628003

In-Motion Alignment Method of Vehicle-Mounted Laser Strapdown Inertial Navigation System

Yang Chen, Cai Yuanwen, Shi Meiling, Wang Huaipeng, Xin Chaojun*

Department of Aerospace Science and Technology, Space Engineering University, Beijing, 101400, *China*

Abstract Aiming at the problem of reduced alignment accuracy caused by sloshing interference and constant error of inertial devices during the in-motion alignment process of a vehicle-mounted strapdown inertial navigation system (SINS), an anti-interference moving alignment method for the vehicle-mounted laser SINS based on rotation modulation is proposed. Aiming at the sloshing interference during the alignment process, the attitude real-time update method based on the inertial system is used to track attitude changes so as to overcome the interference of angular sloshing, and the integral for the force equation is conducted to reduce the line vibration interference. At the same time, the attitude at the starting time is obtained by combining the optimal estimation of the attitude. In the process of updating the direction cosine matrix, the equivalent rotation vector algorithm of "monad sample＋previous cycle" is adopted to reduce the influence of the non-exchangeable error on the accuracy of attitude calculation. Then, the single-axis continuous rotation modulation method is used to realize the self-compensation of the constant error of the inertial devices. Simulation results show that the autonomous initial alignment method can overcome interference during the alignment process, eliminate the influence of the constant error of the inertial devices, and improve the alignment accuracy.

Key words remote sensing; laser strapdown inertial navigation system; in-motion alignment; equivalent rotation vector; rotation modulation

OCIS codes 280.3420; 280.4788

收稿日期：2020-10-21；**修回日期**：2020-11-04；**录用日期**：2020-11-12

基金项目：军内科研项目

* **E-mail**：1935179863@qq.com

1 引　　言

捷联惯导系统(SINS)进入导航状态时,必须保证导航参数的正确性,因此首先需要完成初始对准。载车在静基座下的初始对准技术已经非常成熟,能够实现高精度对准,但是载车需要保持至少数分钟的停止状态,这限制了载车的机动性和生存能力。若载车能够实现"动中取静",在行进间完成快速高精度对准,将有效提高载体的机动生存能力、响应能力。在载车行进间,仅依靠惯导系统难以达到较高的对准精度,需要外部设备进行辅助,目前常用的外部设备包括全球导航卫星系统(GNSS)[1-3]、里程计、多普勒测速仪[4]、射频识别[5]、视觉传感器[6-8]及地图匹配等。

GNSS 凭借可直接提供高精度载体位置和速度信息的优势,在诸多辅助对准方式中应用广泛。但是,GNSS 的信号易因遮挡而丢失,因此 GNSS 的抗干扰能力差,在突发情况下无法保证系统的可靠性。相比于导航卫星,里程计更加自主可靠、成本低[9-10],能够有效抑制惯导的误差漂移,具备长时间的测量稳定性,适合在载车行进间辅助惯导完成对准,尤其是在对系统的自主性、可靠性要求高的应用场景中。已有不少文献针对里程计辅助车载 SINS 行进间对准问题进行了研究,文献[11]提出利用一种基于惯性坐标系的对准算法来减小捷联惯导/里程计的重力偏转误差。文献[12]在里程计辅助 SINS 的初始对准中,利用姿态更新实时反映载体实际的姿态变化,同时通过最优姿态估计得到了对准前的姿态,实现了导航前一刻的初始对准。文献[13]基于矢量观测提出了一种改进的对准算法,通过对惯性测量单元(IMU)和里程计的输出在采样区间内进行线性化,提高了矢量观测的精度和对准精度。可见上述研究已取得了一定的成果,但均未考虑行进间对准极限精度受限于惯性器件常值误差的问题,对准精度仍需进一步提高。

基于对上述问题的考虑,本文用里程计提供速度信息,以满足车载激光捷联惯导系统行进间对准的自主可靠性要求。在此条件下,重点针对行进间对准过程中的晃动干扰及惯性器件常值误差影响对准精度的问题,重新推导并优化了行进间对准算法,提出了基于旋转调制(RM)的抗干扰车载激光捷联惯导系统行进间对准方法。最后,通过三组仿真验证了该方案的有效性。

2 相关坐标系定义

为便于初始对准算法的推导和描述,对文中涉及的坐标系的定义作如下解释:

1) 传统地球坐标系(e_{tra} 系)$o_{e_{tra}}x_{e_{tra}}y_{e_{tra}}z_{e_{tra}}$。传统地球坐标系原点位于地心,$o_{e_{tra}}z_{e_{tra}}$ 轴沿地球自转轴方向,$o_{e_{tra}}x_{e_{tra}}$ 轴在赤道平面内,由地心指向格林威治子午线,$o_{e_{tra}}y_{e_{tra}}$ 轴与 $o_{e_{tra}}z_{e_{tra}}$ 轴、$o_{e_{tra}}x_{e_{tra}}$ 轴构成右手坐标系。e_{tra} 系与地球固连,随地球的转动而转动。

2) 地心地球坐标系(e 系)$o_ex_ey_ez_e$。地心地球坐标系原点位于地心,o_ez_e 轴沿地球自转轴方向,o_ex_e 轴在赤道平面内,由地心指向载体所在的子午线,o_ey_e 轴与 o_ez_e 轴、o_ex_e 轴构成右手坐标系。e 系与地球固连,随地球的转动而转动。

3) 地心惯性坐标系(i 系)$o_ex_iy_iz_i$。地心惯性坐标系原点位于地心,o_ez_i 轴沿地球自转轴方向,o_ex_i 轴在赤道平面内,由地心指向对准起始时刻载体所在的子午线,并相对惯性空间保持静止,o_ey_i 轴与 o_ez_i 轴、o_ex_i 轴构成右手坐标系。

4) 导航坐标系(n 系)$o_nx_ny_nz_n$。导航坐标系原点位于载体重心,o_nx_n 轴指向水平东向,o_ny_n 轴指向水平北向,o_nz_n 轴沿大地垂线方向指向天。

5) 载体坐标系(b 系)$o_bx_by_bz_b$。载体坐标系原点位于载体重心,o_bx_b 轴沿载体横轴指向右,o_by_b 轴沿载体纵轴指向前,o_bz_b 轴垂直于 $o_bx_by_b$ 构成右手坐标系。

6) IMU 旋转坐标系(s 系)$o_sx_sy_sz_s$。IMU 旋转坐标系原点位于载体重心,初始时刻 o_sx_s 轴、o_sy_s 轴、o_sz_s 轴分别与 o_bx_b 轴、o_by_b 轴、o_bz_b 轴重合。

7) 初始时刻载体惯性坐标系[b(0)系]$o_{b(0)}x_{b(0)}y_{b(0)}z_{b(0)}$,这是在初始时刻将 b 系惯性凝固后形成的坐标系。

8) 初始时刻导航惯性坐标系[n(0)系]$o_{n(0)}x_{n(0)}y_{n(0)}z_{n(0)}$,这是在初始时刻将 n 系惯性凝固后形成的坐标系。

图 1 为上述坐标系的示意图,b(0)系与 n(0)系分别由初始时刻 b 系与 n 系惯性凝固形成。

3 抗干扰行进间对准算法

为抑制行进间对准时的线振动干扰,许多研究者采取了对比力方程进行两次积分的方法,但是当对准

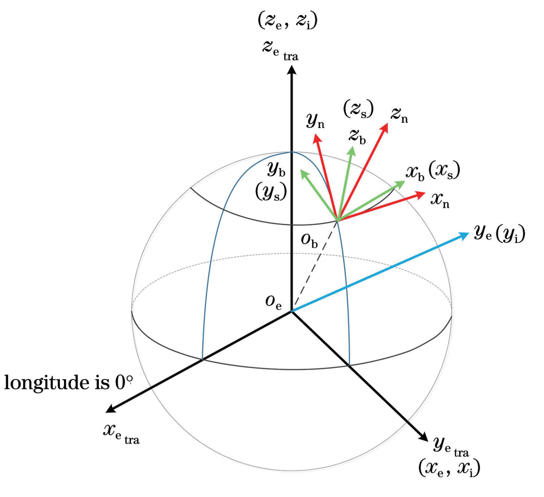

图 1 坐标系定义示意图

Fig. 1 Schematic of definition of coordinate system

起始时刻的速度不为 0 时，若仍对比力方程进行两次积分会使得部分运动信息被淹没，并且对准收敛速度较慢[14]。因此本文对比力方程实施一次积分，采用里程计测量的速度辅助激光陀螺捷联惯导进行初始对准。首先，根据链式法则，可将对准矩阵分解为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(t)=(\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}, \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(t)$ 为 t 时刻 b 系与 n 系之间的转换矩阵；$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)$ 为对准起始时刻 b 系与 n 系之间的转换矩阵；$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)}$ 分别为 b 系和 n 系从 0 时刻到 t 时刻的姿态变换矩阵；T 表示矩阵的转置。$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}$ 满足矩阵微分方程 $\dot{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}\times)$，其中，$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 为陀螺测量输出角速度，$(\cdot\times)$ 表示 $(\cdot)$ 的反对称矩阵。因此 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}$ 可根据陀螺测量值并通过姿态更新获取。传统做法往往是通过陀螺测量值直接进行姿态更新，在此为减小直接解算方向余弦阵时非定轴转动引起的不可交换误差影响，采用等效旋转矢量方法来更新方向余弦阵，求解方法为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t-1)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(t-1)}, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(t-1)}=\boldsymbol{I}_3+\frac{\sin[\|\boldsymbol{\phi}(\mathrm{T})\|]}{\|\boldsymbol{\phi}(T)\|}[\boldsymbol{\phi}(T)\times]+\frac{1-\cos[\|\boldsymbol{\phi}(T)\|]}{\|\boldsymbol{\phi}(T)\|^2}[\boldsymbol{\phi}(T)\times]^2, \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{I}_3$ 为 3×3 的单位矩阵；T 为 t_{m} 时刻到 $t_{\mathrm{m}-1}$ 时刻的时间间隔；初值 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t_0)}^{\mathrm{b}(0)}=\boldsymbol{I}_3$，其中 t_0 为对准开始时刻；$\boldsymbol{\phi}(T)$ 为角速度矢量积分在采样时间段 $[t_{\mathrm{m}-1},t_{\mathrm{m}}]$ 的等效旋转矢量，$[\boldsymbol{\phi}(T)\times]$ 为其反对称矩阵。“单子样+前一周期”算法较单子样算法能够提高不可交换误差的补偿精度，即

$$\boldsymbol{\phi}(T)=\Delta\boldsymbol{\theta}_1+\frac{1}{12}\Delta\boldsymbol{\theta}_0\times\Delta\boldsymbol{\theta}_1, \tag{4}$$

式中：$\Delta\boldsymbol{\theta}_0$ 和 $\Delta\boldsymbol{\theta}_1$ 分别为区间 $[-T,0]$ 和 $[0,T]$ 对应的角增量，即

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_0=\int_{-T}^{0}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}\mathrm{d}t, \tag{5}$$

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_1=\int_{0}^{T}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}\mathrm{d}t。 \tag{6}$$

$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)}$ 可通过 $\mathrm{e_{tra}}$ 系的过渡来进行求取，即

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(0)}^{\mathrm{n}(t)}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{e_{tra}}}^{\mathrm{n}(t)}\boldsymbol{C}_{\mathrm{e_{tra}}}^{\mathrm{n}(0)}, \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(0)}^{\mathrm{e_{tra}}}$ 为起始时刻导航坐标系与传统地球坐标系之间的转换矩阵；$\boldsymbol{C}_{\mathrm{e_{tra}}}^{\mathrm{n}(t)}$ 为 t 时刻传统地球坐标系与导航坐标系之间的转换矩阵。两个转换矩阵分别为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{e_{tra}}}^{\mathrm{n}(0)}=\begin{bmatrix}-\sin\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0\\ -\sin L_0\cos\lambda_0 & -\sin L_0\sin\lambda_0 & \cos L_0\\ \cos L_0\cos\lambda_0 & \cos L_0\sin\lambda_0 & \sin L_0\end{bmatrix}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{e_{tra}}}^{\mathrm{n}(t)}=\begin{bmatrix}-\sin\lambda_t & \cos\lambda_t & 0\\ -\sin L_t\cos\lambda_t & -\sin L_t\sin\lambda_t & \cos L_t\\ \cos L_t\cos\lambda_t & \cos L_t\sin\lambda_t & \sin L_t\end{bmatrix}, \tag{9}$$

式中：λ_0、L_0 分别为起始时刻载体经、纬度；λ_t、L_t 分别为 t 时刻的载体经、纬度，即 $\lambda_t=\lambda_0+\Delta\lambda$，$L_t=L_0+\Delta L$，其中，$\Delta\lambda$、$\Delta L$ 分别为载体运动产生的经、纬度变化量，两者均视为小角度。将 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{e_{tra}}}^{\mathrm{n}(0)}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{e_{tra}}}^{\mathrm{n}(t)}$ 代入(7)式可得

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(0)}^{\mathrm{n}(t)}\approx\boldsymbol{I}-\begin{bmatrix}0 & -\Delta\lambda\sin L_0 & \Delta\lambda\cos L_0\\ \Delta\lambda\sin L_0 & 0 & \Delta L\\ -\Delta\lambda\cos L_0 & -\Delta L & 0\end{bmatrix}。 \tag{10}$$

至此 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(0)}^{\mathrm{n}(t)}$ 均已求得，还需要求取 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)$，这是对准算法的关键所在，可依据比力方程求取 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)$。导航坐标系下的比力方程为

$$\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{n}}=(\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)\mathbf{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}}-(2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}, \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$ 为载体在导航系下的运动速度；$\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}}$ 为加速度计测量的比力；$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}$ 为地球自转角速度；$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}$ 为导航系相对于地球系的转动角速度；$2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}\times\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$ 为载体运动与地球自转引起的哥氏加速度；$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}\times\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$ 为载

体运动引起的对地向心加速度；$\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}$ 为重力加速度。

通过对速度 $\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$ 求导可得

$$\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{n}}=\frac{\mathrm{d}\left[\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(t)\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t)\right]}{\mathrm{d}t}=\left[\dot{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t)+\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{b}}(t)\right]=\left[(\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}\times\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t)+(\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{b}}(t)\right], \tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t)$为载体在 t 时刻的运动速度；$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}$ 为载体系相对导航系的转动角速度。

将(12)式代入(11)式并忽略载体运动引起的哥氏加速度和对地向心加速度这两个因素的影响，将比力方程两边同时左乘 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)}$ 可得

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}\times\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{b}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}}\right)=\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)}\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}。\tag{13}$$

在载车行进间，里程计在测量中存在一定固有干扰，采用积分方法可以在一定程度上抑制其干扰。因此对方程两边同时在[0,t]时间进行积分，可得

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)\int_0^t(\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}\times\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{b}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{f}^{\mathrm{b}})\mathrm{d}t=\int_0^t\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)}\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}\mathrm{d}t。\tag{14}$$

进一步将等号左边积分项展开，得到

$$\int_0^t(\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}\times\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{b}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}})\mathrm{d}t=\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t)-\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(0)-\int_0^t\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}}\mathrm{d}t, \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(0)$为载体在初始时刻的运动速度。

将(15)式代入(13)式中，整理可得

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)\left[\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t)-\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(0)-\int_0^t\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}}\mathrm{d}t\right]=\int_0^t\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)}\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}\mathrm{d}t, \tag{16}$$

此时，构建矢量 $\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)$、$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)$分别为

$$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)=\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(\mathrm{t})-\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(0)-\int_0^t\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(0)}\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}}\mathrm{d}t, \tag{17}$$

$$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)=\int_0^t\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)}\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}\mathrm{d}t。\tag{18}$$

进一步可通过数值积分近似计算 $\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)$、$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)$[15]。将[0,$t$]离散为 N 个小区间，每个时间间隔为$[t_k,t_{k+1}]$，$k=0,1,\cdots,N-1$，$t_k=kT$，则

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)&=\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t_k)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t_k)-\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(0)-\sum_{k=0}^{N-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t_k)}^{\mathrm{b}(0)}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t)}^{\mathrm{b}(t_k)}\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}}\mathrm{d}t\approx\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t_k)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t_k)-\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(0)-\\&\sum_{k=0}^{N-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t_k)}^{\mathrm{b}(0)}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left[\boldsymbol{I}+\left(\int_{t_k}^{t}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}\mathrm{d}t\times\right)\right]\tilde{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{b}}\mathrm{d}t=\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t_k)}^{\mathrm{b}(0)}\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(t_k)-\boldsymbol{v}^{\mathrm{b}}(0)-\\&\sum_{k=0}^{N-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}(t_k)}^{\mathrm{b}(0)}\left[\Delta\boldsymbol{v}_1+\Delta\boldsymbol{v}_2+\frac{1}{2}(\Delta\boldsymbol{\theta}_1+\Delta\boldsymbol{\theta}_2)\times(\Delta\boldsymbol{v}_1+\Delta\boldsymbol{v}_2)+\frac{2}{3}(\Delta\boldsymbol{\theta}_1\times\Delta\boldsymbol{v}_2+\Delta\boldsymbol{\theta}_2\times\Delta\boldsymbol{v}_2)\right],\end{aligned} \tag{19}$$

式中：$\Delta\boldsymbol{v}_1$、$\Delta\boldsymbol{v}_2$ 为加速度测量的相邻两个速度增量；$\Delta\boldsymbol{\theta}_1$、$\Delta\boldsymbol{\theta}_2$ 为陀螺仪测量的相邻两个角增量。

$$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)=\int_0^t\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t)}^{\mathrm{n}(0)}\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}\mathrm{d}t\approx\sum_{\mathrm{k}=0}^{\mathrm{N}-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t_k)}^{\mathrm{n}(0)}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left[\boldsymbol{I}+(t-t_k)\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}\times\right]\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}\mathrm{d}t\approx\sum_{k=0}^{N-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}(t_k)}^{\mathrm{n}(0)}\left[\left(T\boldsymbol{I}+\frac{T^2}{2}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}\times\right)\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}\right]。\tag{20}$$

在求得 $\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)$、$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)$的基础上，可根据最优姿态确定的 q-method 来求解 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)$，即利用四元数参数化姿态阵，将姿态确定问题转化为矩阵的特征值、特征向量求解问题。

首先，将 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}(0)\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)=\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)$等价转化为

$$\{\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)]-\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)]\}\boldsymbol{q}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{b}}(0)=0, \tag{21}$$

式中：$\boldsymbol{q}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{b}}(0)$为初始时刻由导航坐标系至载体坐标系的四元数；$\boldsymbol{M}[\cdot]$为三维向量的四阶反对称阵。由于 $\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)$、$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)$均为三维矢量且可看作是零标量的四元数，因此

$$\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)]=\begin{bmatrix}0 & -\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)\\ [\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)]^{\mathrm{T}} & [\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{v}}(t)]\times\end{bmatrix}, \tag{22}$$

$$\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)]=\begin{bmatrix}0 & -\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)\\ [\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)]^{\mathrm{T}} & -[\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{v}}(t)]\times\end{bmatrix}。\tag{23}$$

根据 q-method 求解思路，可将对准问题转化为约束优化问题[16]，即

$$\min\int_0^t \|\{\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\beta}_v(t)]-\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\alpha}_v(t)]\}\boldsymbol{q}_n^b(0)\|^2 dt=[\boldsymbol{q}_n^b(0)]^T\int_0^t\{\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\beta}_v(t)]-\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\alpha}_v(t)]\}^T\times \{\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\beta}_v(t)]-\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\alpha}_v(t)]\}dt\boldsymbol{q}_n^b(0)=\min[\boldsymbol{q}_n^b(0)]^T\boldsymbol{K}\boldsymbol{q}_n^b(0), \tag{24}$$

(24)式的约束条件为$[\boldsymbol{q}_n^b(0)]^T\boldsymbol{q}_n^b(0)=1$。

通过证明可知 $\boldsymbol{K}$ 矩阵最小特征值对应的归一化特征向量即为最优估计四元数 $\boldsymbol{q}_n^b(0)$[17]，$\boldsymbol{K}$ 矩阵通过递推算法可以求出，记仿真时长 $t=\xi T_\xi$，ξ 为递推次数，T_ξ 为采样时间，则

$$\boldsymbol{K}=\sum_{t=T}^{\xi T}T\left\{\{\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\beta}_v(t)]-\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\alpha}_v(t)]\}^{(T)}\times \{\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\beta}_v(t)]-\boldsymbol{M}[\boldsymbol{\alpha}_v(t)]\}\right\}, \tag{25}$$

在获取 $\boldsymbol{K}$ 矩阵后，通过进一步进行简单的矩阵运算，便可求出最优估计四元数 $\boldsymbol{q}_n^b(0)$，即得到了初始时刻的姿态矩阵 $\boldsymbol{C}_b^n(0)$。

4 单轴连续旋转调制误差自补偿原理

旋转调制是一种有效的惯性器件常值误差补偿方法，该方法通过控制 IMU 相对某一固定坐标系(一般为载体系)的周期性旋转，将转轴垂直方向的常值误差调制成周期变化形式，通过积分实现对常值误差的自补偿，从而提高惯性器件的测量精度[18]。

单轴连续旋转调制的基本原理为：设初始时刻 s 系与 b 系重合，控制 IMU 绕 z_s 轴以恒定角速度 ω 连续旋转，即 s 系相对 b 系连续转动。则 t 时刻两坐标系之间的转换矩阵为

$$\boldsymbol{C}_b^s=(\boldsymbol{C}_s^b)^T=\begin{bmatrix}\cos(\omega t) & \sin(\omega t) & 0\\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}。 \tag{26}$$

此时，陀螺和加速度计在 IMU 旋转坐标系下的输出模型可以表示为

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{is}^s=\boldsymbol{\omega}_{is}^s+\boldsymbol{\varepsilon}^s+\boldsymbol{w}_\varepsilon^s, \tag{27}$$

$$\tilde{\boldsymbol{f}}^s=\boldsymbol{f}^s+\nabla^s+\boldsymbol{w}_\nabla^s, \tag{28}$$

式中：$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{is}^s$ 和 $\tilde{\boldsymbol{f}}^s$ 分别为陀螺和加速度计的实际测量输出；$\boldsymbol{\omega}_{is}^s$ 和 $\boldsymbol{f}^s$ 分别为陀螺和加速度计的理想测量输出；$\boldsymbol{\varepsilon}^s$ 和∇^s分别为陀螺常值漂移和加速度计零偏；$\boldsymbol{w}_\varepsilon^s$ 和 $\boldsymbol{w}_\nabla^s$ 分别为陀螺和加速度计的随机测量噪声。

进一步可将陀螺和加速度计的输出转换到载体坐标系下，即

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b=\boldsymbol{C}_s^b\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{is}^s+\boldsymbol{\omega}_{sb}^b=\boldsymbol{C}_s^b\boldsymbol{\omega}_{is}^s+\boldsymbol{C}_s^b\boldsymbol{\varepsilon}^s+\boldsymbol{C}_s^b\boldsymbol{w}_\varepsilon^s+\boldsymbol{\omega}_{sb}^b, \tag{29}$$

$$\tilde{\boldsymbol{f}}^b=\boldsymbol{C}_s^b\tilde{\boldsymbol{f}}^s=\boldsymbol{C}_s^b\boldsymbol{f}^s+\boldsymbol{C}_s^b\nabla^s+\boldsymbol{C}_s^b\boldsymbol{w}_\nabla^s, \tag{30}$$

式中：$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b$ 为陀螺在载体系下的输出；$\boldsymbol{\omega}_{sb}^b$ 为载体系相对于 IMU 旋转坐标系的转动角速度在载体系下的投影。

(29)式中，b 系相对 s 系的旋转角速率 $\omega_{sb}^b=-\omega$。从(29)、(30)式可以看出，陀螺常值漂移 $\boldsymbol{\varepsilon}^s$ 和加速度计零偏∇^s得到了调制。即 t 时刻陀螺常值漂移和加速度计零偏在载体坐标系下的调制形式为

$$\boldsymbol{\varepsilon}^b=\begin{bmatrix}\varepsilon_x^b\\ \varepsilon_y^b\\ \varepsilon_z^b\end{bmatrix}=\boldsymbol{C}_s^b\begin{bmatrix}\varepsilon_x^s\\ \varepsilon_y^s\\ \varepsilon_z^s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\varepsilon_x^s\cos(\omega t)-\varepsilon_y^s\sin(\omega t)\\ \varepsilon_y^s\cos(\omega t)+\varepsilon_x^s\sin(\omega t)\\ \varepsilon_z^s\end{bmatrix}, \tag{31}$$

$$\nabla^b=\begin{bmatrix}\nabla_x^b\\ \nabla_y^b\\ \nabla_z^b\end{bmatrix}=\boldsymbol{C}_s^b\begin{bmatrix}\nabla_x^s\\ \nabla_y^s\\ \nabla_z^s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\nabla_x^s\cos(\omega t)-\nabla_y^s\sin(\omega t)\\ \nabla_y^s\cos(\omega t)+\nabla_x^s\sin(\omega t)\\ \nabla_z^s\end{bmatrix}, \tag{32}$$

式中：ε_x^b 为载体系 x 轴方向陀螺常值漂移分量；ε_y^b 为载体系 y 轴方向陀螺常值漂移分量；ε_z^b 为载体系 z 轴方向陀螺常值漂移分量；∇_x^b 为载体系 x 轴方向加速度计零偏分量；∇_y^b 为载体系 y 轴方向加速度计零偏分量；∇_z^b 为载体系 z 轴方向加速度计零偏分量。

对(31)式和(32)式在一个旋转周期 $T_{RM}=2\pi/\omega$ 内进行积分，可得

$$\int_0^{T_{RM}}\boldsymbol{\varepsilon}^b dt=\begin{bmatrix}\int_0^{T_{RM}}[\varepsilon_x^s\cos(\omega t)-\varepsilon_y^s\sin(\omega t)]dt\\ \int_0^{T_{RM}}[\varepsilon_y^s\cos(\omega t)+\varepsilon_x^s\sin(\omega t)]dt\\ \int_0^{T_{RM}}\varepsilon_z^s dt\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \varepsilon_z^s T_{RM}\end{bmatrix}, \tag{33}$$

$$\int_0^{T_{RM}} \nabla^b dt = \begin{bmatrix} \int_0^{T_{RM}} [\nabla_x^s cos(\omega t) - \nabla_y^s sin(\omega t)] dt \\ \int_0^{T_{RM}} [\nabla_y^s cos(\omega t) + \nabla_x^s sin(\omega t)] dt \\ \int_0^{T_{RM}} \nabla_z^s dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \nabla_z^s T_{RM} \end{bmatrix}, \tag{34}$$

式中：ε_x^s，ε_y^s，ε_z^s 分别为 IMU 旋转坐标系 x、y、z 轴方向的陀螺常值漂移分量；∇_x^s，∇_y^s，∇_z^s 分别为 IMU 旋转坐标系 x、y、z 轴方向的加速度计零偏分量。

可见，当 IMU 绕 z_s 轴旋转一周时，陀螺常值漂移分量 ε_x^b、ε_y^b 以及加速度计零偏分量 ∇_x^b、∇_y^b 经过积分后的结果都为 0，即实现了惯性器件常值误差的自补偿；ε_z^b 和 ∇_z^b 由于不受旋转影响，积分结果仍是时间的一次项。在初始对准中，水平失准角的对准误差主要取决于等效水平加速度计测量误差，方位失准角的对准误差主要取决于等效东向陀螺常值漂移[19]。因此，对转轴垂直向的陀螺常值漂移和加速度计零偏进行旋转调制误差自补偿后，可以减小该误差对姿态解算过程的影响，从而减小水平和方位失准角的对准误差，提高初始对准精度。

综上所述，本文车载激光捷联惯导系统行进间对准总体方案如图 2 所示。

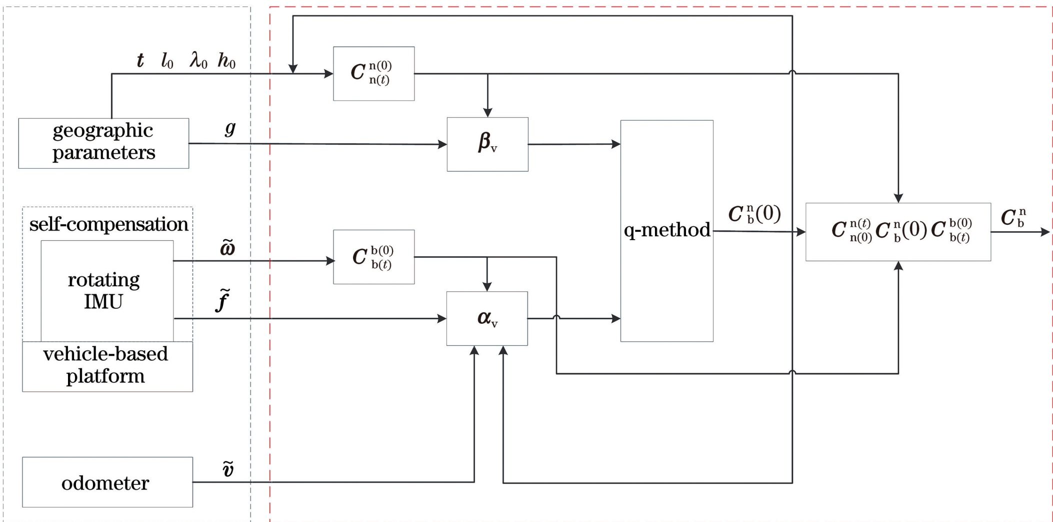

图 2　车载激光捷联惯导系统行进间对准总体方案

Fig. 2　General scheme of in-motion alignment for vehicle-mounted laser SINS

5　仿　　真

5.1　参数及轨迹设置

文中用 NO RM 表示无旋转调制作用时的基本方案，用 RM 表示引入旋转调制后的对准方案，通过三次运动仿真，分别对这两种方案进行有效性验证和对比分析。每次实验用时 300 s；设定起始位置为 116.3°E、39.3°N、高度为 24 m；采用旋转调制方法时，设定系统绕方位轴进行连续旋转，旋转角速率为 10 (°)·s^{-1}；同时，设定传感器误差参数如表 1 所示，包括惯性器件的零偏、随机误差以及里程计的误差参数。设置三条行驶路径具体参数如下。

表 1　误差参数设定表

Table 1　Table of error parameter setting

Parameter	Setting value
Gyro constant drift /[(°)·h^{-1}]	0.01
Gyro random noise /[(°)·h^{-1}]	0.005
Accelerometer bias /μg	100
Accelerometer measurement noise /μg	50
Odometer scale factor error /%	0.1
Odometer installation angle error /(′)	(3, 3, 3)

轨迹 1：静止 31 s、以 1 m·s^{-2} 的加速度用时 10 s加速至 10 m·s^{-1}、匀速运动 50 s、协调左转弯[横滚角调整进入转弯 4 s、保持横滚角以等角速率 2 (°)·s^{-1}转弯 45 s、转弯后横滚角改平 4 s]、匀速运动 120 s、以 −2 m·s^{-2} 的加速度用时 5 s 减速至 0 m·s^{-1}、保持静止 31 s。

轨迹 2：静止 30 s、以 1 m·s^{-2} 的加速度用时

10 s 加速至 10 m•s^{-1}、匀速运动 10 s、协调左转弯[横滚角调整进入转弯 6 s、保持横滚角以等角速率 2 (°)•s^{-1}转弯 45 s、转弯后横滚角改平 6 s]、匀速运动 40 s、协调右转弯[横滚角调整进入转弯 6 s、保持横滚角以等角速率 2 (°)•s^{-1}转弯 45 s、转弯后横滚角改平 6 s]、匀速运动 85 s、以 −2 m•s^{-2}的加速度用时 5 s 减速至 0 m•s^{-1}、保持静止 6 s。

轨迹 3：静止 21 s、以 1 m•s^{-2}的加速度用时 10 s 加速至 10 m•s^{-1}、匀速运动 10 s、协调左转弯[横滚角调整进入转弯 4 s、保持横滚角以等角速率 2 (°)•s^{-1}转弯 18 s、转弯后横滚角改平 4 s]、匀速运动 10 s、协调右转弯[横滚角调整进入转弯 4 s、保持横滚角以等角速率 2 (°)•s^{-1}转弯 25 s、转弯后横滚角改平 4 s]、匀速运动 5 s、爬坡(俯仰角调整进入爬坡 10 s、保持俯仰角匀速运动 50 s、俯仰角拉平 10 s)、匀速运动 5 s、下坡(俯仰角调整进入下坡 10 s、保持俯仰角匀速运动 40 s、俯仰角拉平 10 s)、匀速运动 5 s、协调右转弯[横滚角调整进入转弯 4 s、保持横滚角以等角速率 2 (°)•s^{-1}转弯 10 s、转弯后横滚角改平 4 s]、以 −2 m•s^{-2}的加速度用时 5 s 减速至 0 m•s^{-1}、保持静止 22 s。

5.2　仿真结果

根据设置的行驶路径参数，经过仿真可以得到如图 3 所示的三条行驶轨迹。

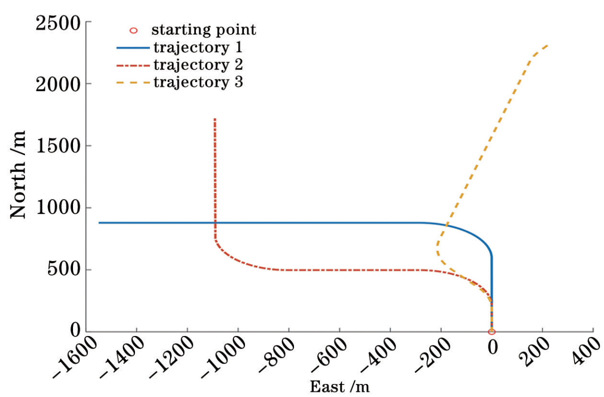

图 3　轨迹二维平面图

Fig. 3　Two-dimensional plane of trajectories

在载车行驶过程中，通过里程计辅助激光陀螺捷联惯导系统完成对准，对本文抗干扰行进间对准算法的 NO RM 方案和 RM 方案进行验证，得到三次对准实验对应的平台失准角分别如图 4～6 所示。

三组仿真结果如表 2 所示，结合图 4～图 6 的失准角结果可以看出，在无旋转调制作用时，三次行进间对准的失准角收敛速度较快，并且在 300 s 时

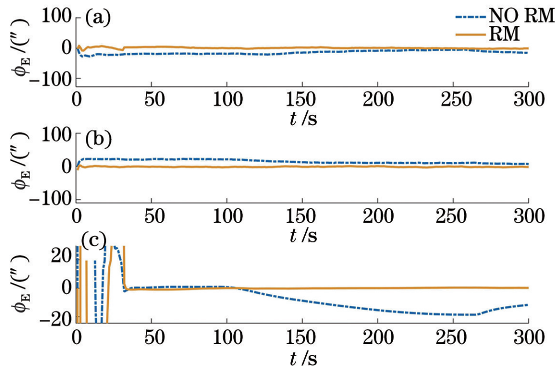

图 4　轨迹 1 对应的平台失准角。(a)东向失准角；(b)北向失准角；(c)方位失准角

Fig. 4　Platform misalignment angles corresponding to trajectory 1. (a) East misalignment angle; (b) north misalignment angle; (c) azimuth misalignment angle

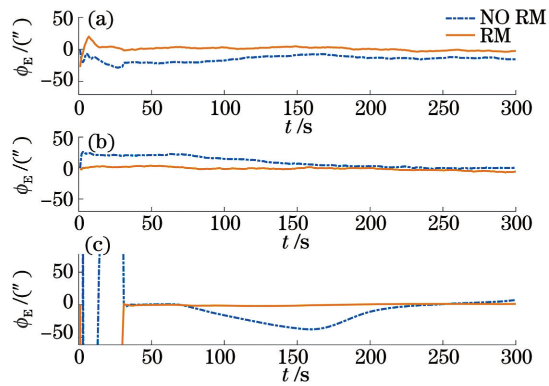

图 5　轨迹 2 对应的平台失准角。(a)东向失准角；(b)北向失准角；(c)方位失准角

Fig. 5　Platform misalignment angles corresponding to trajectory 2. (a) East misalignment angle; (b) north misalignment angle; (c) azimuth misalignment angle

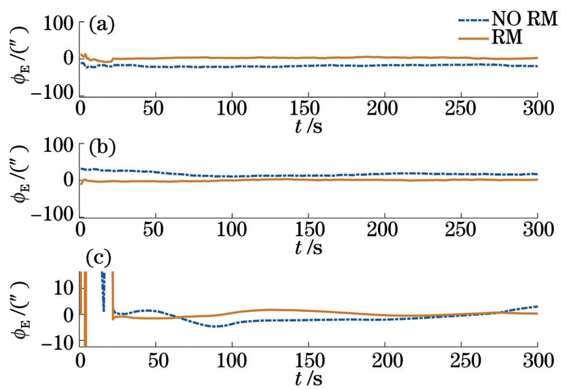

图 6　轨迹 3 对应的平台失准角。(a)东向失准角；(b)北向失准角；(c)方位失准角

Fig. 6　Platform misalignment angles corresponding to trajectory 3. (a) East misalignment angle; (b) north misalignment angle; (c) azimuth misalignment angle

表 2　仿真结果

Table 2　Results of simulation

Test number	Alignment schemes	East misalignment angle /(″)	North misalignment angle /(″)	Azimuth misalignment angle /(′)
Trajectory 1	NO RM	−16.2800	7.0030	−11.6909
	RM	−0.8073	−1.4890	0.2519
Trajectory 2	NO RM	−15.5100	−5.8630	2.9339
	RM	−2.5930	0.8516	0.5699
Trajectory 3	NO RM	−19.5800	17.3300	3.0259
	RM	2.4410	2.1570	0.3003

分别达到了(−16.2800″,7.0030″,−11.6900′)、(−15.5100″,−5.8630″,2.9330′)、(−19.580″,17.3300″,3.0250′),方位失准角的平均值约为5.8830′,这说明采用抗干扰行进间对准算法可以有效克服角晃动和线振动干扰,能够达到相应的精度要求,但水平方向对准精度受加速度计的水平测量误差所限,方位对准精度受东向陀螺常值漂移误差所限,因此进一步采用单轴旋转调制方法来消除常值误差对行进间对准精度的影响。在引入单轴连续旋转调制误差自补偿方法后,三次对准实验的失准角分别收敛到了(−0.8073″,−1.4890″,0.2519′)、(−2.5930″,0.8516″,0.5699′)、(2.4410″,2.1570″,0.3003′),可以看出对准精度在不同程度上均有所提高,尤其是方位失准角,平均精度可以达到0.3750′左右,提高了约一个数量级以上。其原因是系统使用了单轴连续旋转调制方法,使得转轴垂直方向上的惯性器件常值误差实现了自补偿,消除了惯性器件常值误差对行进间对准精度的影响,进一步提高了对准精度。

6　结　　论

提出了一种基于旋转调制的抗干扰车载激光捷联惯导系统行进间对准方法,通过惯性坐标系下的姿态实时更新以及对比力方程进行积分,克服了对准过程中的晃动干扰,同时结合姿态最优估计有效解算出了起始时刻的姿态转换矩阵,将“单子样+前一周期”的等效旋转矢量算法用于方向余弦阵的解算过程中,可有效减小不可交换误差。进一步采用单轴连续旋转调制方法实现了惯性器件常值误差的自补偿。该初始对准方法能够克服对准过程中的干扰,消除惯性器件常值误差的影响,提高行进间对准精度。

参　考　文　献

[1] Liang Y Q, Jia Y M. A nonlinear quaternion-based fault-tolerant SINS/GNSS integrated navigation method for autonomous UAVs [J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 40: 191-199.

[2] Cui X, Mei C B, Qin Y Y, et al. In-motion alignment for low-cost SINS/GPS under random misalignment angles [J]. Journal of Navigation, 2017, 70(6): 1224-1240.

[3] Huang Y L, Zhang Y G. A new process uncertainty robust student′s t based Kalman filter for SINS/GPS integration [J]. IEEE Access, 2017, 5: 14391-14404.

[4] Li W T, Nie X M, Zhou J. Method for establishing new integrated navigation system based on two-dimensional laser Doppler velocimeter [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(3): 0310001.
厉文涛, 聂晓明, 周健. 基于二维激光多普勒测速仪建立新组合导航系统的方法[J]. 中国激光, 2020, 47(3): 0310001.

[5] Chen S, Zhong Q Y, Tan L L, et al. Research and application of vehicle position and azimuth determining technology based on RFID[J]. Journal of Gun Launch & Control, 2019, 40(1): 13-18.
陈思, 仲启媛, 谭立龙, 等. 基于 RFID 的车载定位定向技术研究与应用[J]. 火炮发射与控制学报, 2019, 40(1): 13-18.

[6] Wang Z W, Han J, Sun X B, et al. Method for orientation determination of transmission line tower based on visual navigation [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(8): 081006.
王祖武, 韩军, 孙晓斌, 等. 基于视觉导航的输电线杆塔方位确定方法[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(8): 081006.

[7] Liu W L, Wu S T, Wen Y M, et al. Integrated autonomous relative navigation method based on

vision and IMU data fusion[J]. IEEE Access, 2020, 8: 51114-51128.

[8] Zhang G Y, Huo J, Yang M, et al. Bidirectional closed cloud control for stereo vision measurement based on multi-source data[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(19): 1915002.
张贵阳, 霍炬, 杨明, 等. 基于多源数据的双向闭合云控制立体视觉测量[J]. 光学学报, 2020, 40(19): 1915002.

[9] Li H, Xiao X, Wang B, et al. Nonholonomic constrained navigation algorithm for MIMU/odometer integration[C]//17th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), October 8-11, 2014, Qingdao, China. New York: IEEE Press, 2014: 2440-2445.

[10] Wu Y X. Versatile land navigation using inertial sensors and odometry: self-calibration, in-motion alignment and positioning[C]//2014 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS), September 16-17, 2014, Karlsruhe, Germany. New York: IEEE Press, 2014: 1-19.

[11] Yan G M, Weng J, Bai L, et al. Initial in-movement alignment and position determination based on inertial reference frame [J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(3): 618-621.
严恭敏, 翁浚, 白亮, 等. 基于惯性参考系的动基座初始对准与定位导航[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(3): 618-621.

[12] Wang Y G, Yang J S, Yu Y, et al. On-the-move alignment for SINS based on odometer aiding [J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(5): 1060-1063.
王跃钢, 杨家胜, 蔚跃, 等. 基于里程计辅助的 SINS 动基座初始对准方法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(5): 1060-1063.

[13] Zhang Y G, Luo L, Fang T, et al. An improved coarse alignment algorithm for odometer-aided SINS based on the optimization design method [J]. Sensors, 2018, 18(1): E195.

[14] Jiang Y F, Shi W J. Rotatory in-motion alignment approach of odometer-aided strapdown inertial navigation system[J]. Navigation and Control, 2019, 18(3): 105-112.
江一夫, 师为建. 里程仪辅助捷联惯导系统的旋转式行进间对准方法[J]. 导航与控制, 2019, 18(3): 105-112.

[15] Wu Y X, Pan X F. Velocity/position integration formula part I: application to in-flight coarse alignment[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2): 1006-1023.

[16] Wu M P, Wu Y X, Hu X P, et al. Optimization-based alignment for inertial navigation systems: theory and algorithm [J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15(1): 1-17.

[17] Shuster M D, Oh S D. Three-axis attitude determination from vector observations[J]. Journal of Guidance and Control, 1981, 4(1): 70-77.

[18] Wang H P, Cai Y W, Xin C J, et al. Research on initial alignment method based on rotation modulation with static base[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2020, 41(7): 128-132.
王怀鹏, 蔡远文, 辛朝军, 等. 基于旋转调制技术的静基座初始对准方法[J]. 兵器装备工程学报, 2020, 41(7): 128-132.

[19] Yan G M, Weng J. Strapdown inertial navigation algorithm and integrated navigation principle [M]. Xi′an: Northwestern Polytechnical University Press, 2019: 193-198.
严恭敏, 翁浚. 捷联惯导算法与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2019: 193-198.