

分布式全息孔径成像系统分辨率分析

杨峰^{1,2,3}, 朱磊^{1,2*}, 李杨^{1,2**}, 郭友明^{1,2}, 张雨东^{1,2}

¹ 中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

² 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

³ 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 由于分布式全息孔径成像系统的相干性及振幅扩散函数(ASF)的旁瓣效应,成像分辨率的分析非常困难。将瑞利判据两点间分辨率模型推广为多点间分辨率模型,并根据多点 ASF 在不同相位分布下的叠加曲线判断观测点与其最邻近点的分辨性能。采用遗传算法将观测点与其最邻近点的谷峰比作为目标函数,通过优化多点间相位分布求得某角间距下的最大谷峰比,当最大谷峰比不大于 0.81 时,则可以分辨该观测点能与最邻近点。求得任意相位分布下,均满足谷峰比不大于 0.81 的临界角间距,即可将其视作系统角分辨率。仿真和实验结果表明,该方法能够较准确地分析系统分辨率及等效孔径。

关键词 全息; 分布式全息孔径成像; 振幅扩散函数; 旁瓣效应; 分辨率; 等效孔径

中图分类号 O438.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0609001

Resolution Analysis of Distributed Holographic Aperture Imaging System

Yang Feng^{1,2,3}, Zhu Lei^{1,2*}, Li Yang^{1,2**}, Guo Youming^{1,2}, Zhang Yudong^{1,2}

¹ Key Laboratory of adaptive optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

² Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

³ University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Due to the coherence of the distributed holographic aperture imaging system and the sidelobe effect of the amplitude spread function (ASF), it is very difficult to analyze the imaging resolution. The Rayleigh criterion between the two-point resolution model is extended to the multi-point resolution model, and the resolution performance of the observation point and its nearest neighbor is judged according to the superposition curve of the multi-point ASF under different phase distributions. The genetic algorithm is used to take the valley-to-peak ratio between the observation point and its nearest neighbor as the objective function, and the maximum valley-to-peak ratio at a certain angular spacing is obtained by optimizing the phase distribution between multiple points. When the maximum valley-to-peak ratio is not greater than 0.81, the energy of the observation point and its nearest neighbor can be distinguished. The critical angular spacing with a valley to peak ratio of no more than 0.81 is obtained for any phase distribution, which can be regarded as the angular resolution of the system. Simulation and experimental results show that this method can more accurately analyze the system resolution and equivalent aperture.

Key words holography; distributed holographic aperture imaging; amplitude spread function; side-lobes effect; resolution; equivalent aperture

OCIS codes 090.1995; 330.6130; 110.1220; 110.1650

收稿日期: 2020-08-06; 修回日期: 2020-08-26; 录用日期: 2020-08-27

* E-mail: zhulei_cas@aliyun.com; ** E-mail: liyang312@mails.ucas.ac.cn

1 引言

分布式全息孔径数字成像技术^[1-6]利用数字全息记录各子孔径的复振幅信息,并在计算机中采用数字综合的方式来实现多孔径高分辨率成像。在分布式全息孔径成像系统的设计过程中,分辨率不仅是衡量系统性能的最重要指标之一,也对系统中孔径的排布优化具有指导意义。由于分布式全息孔径数字成像技术在本质上是一种分布式孔径成像技术,多孔径分布式排布可以使系统的振幅扩散函数(ASF)产生不可忽略的旁瓣效应,使不同像斑之间产生较强的干扰,最终造成像变模糊,另外该技术也是一种相干成像技术,其分辨率会受到物点间相位分布的影响。上述问题会使分布式全息孔径成像系统的分辨率分析变得非常复杂,单纯根据两物点间的 ASF、点扩散函数(PSF)和相干传递函数(CTF)等方法不能准确地评估系统的成像分辨率和等效孔径。

分布式孔径非相干成像系统中,角分辨率由光学传递函数(OTF)非零区域的最大外接圆半径 ρ_0 (截止频率)的倒数来表示^[7-9]。由于分布式全息孔径成像模式是一种相干成像模式,CTF 在形式上与系统的瞳函数相同(CTF 是非连续的),因此其截止频率与单孔径 CTF 相同,即其等效分辨率与单孔径 CTF 相当,但这个结论明显是错误的。文献[10]采用了分布式孔径与单孔径的 PSF,并将其半峰全宽的比值作为等效孔径的评价标准之一。文献[11-12]建立了两点间分辨假设检验模型,提出了综合孔径雷达(类似于相干模式的分布式孔径成像)图像空间分辨率的统计判别准则,即给定允许的出错概率,在任意相位分布下,由假设检验确定的最小可检测距离即为系统的分辨率。上述两种方法忽略了系统 ASF 或 PSF 不可忽略的旁瓣效应,当旁瓣的相对幅度较大时,其余点的像斑旁瓣对这两点间的分辨性能有非常明显的影响,也存在较大的缺陷。

本文提出一种分析分辨率的新方法,根据瑞利判据将两点 ASF 叠加曲线的谷峰比为 0.81 作为人眼能够分辨的极限。为了兼顾 ASF 旁瓣的影响,将两点间分辨率模型推广为多点间分辨率模型。为了考虑系统相干性的影响,将多点 ASF 叠加曲线的谷峰比作为目标值,采用遗传算法优化各点间的相位分布以求解目标值的最大值。相比于已有方法,所提方法充分考虑目标表面的随机相位,也兼顾分布式孔径成像系统 ASF 旁瓣的影响。仿真

和实验结果表明,所提方法对空间分辨率的分析结果较准确。

2 基本原理

在单孔径非相干成像系统中,当第一个点源产生的艾里斑中心正好与第二个点源艾里斑的第一个零点重合时,两点源 PSF 叠加曲线上的中央凹陷与最大强度之比为 0.81,即谷峰比为 0.81,说明两点刚好能够被分辨,对应的角间距称为瑞利间隔。对于单孔径相干成像系统,相距为瑞利间隔的两个相干点源在不同的相位分布下具有不同的分辨性能^[13]。由于分布式全息孔径成像系统所具有的 ASF 旁瓣效应,物方某点的像斑对邻近、次邻近甚至距离更远的像斑均具有不可忽略的影响,因此在分布式全息孔径成像系统的分辨率分析中,必须兼顾不同相位分布和 ASF 旁瓣的影响。

2.1 分布式全息孔径成像系统中两点分辨率的判断

分布式全息孔径各子孔径的位置如图 1 所示。以孔径长宽分别为 a 和 b ,相邻孔径间距分别为 d_x 和 d_y 的均匀阵列为例,该分布式全息孔径成像系统的 ASF 为

$$x_{\text{ASF}} = ab \text{sinc}(af_x) \text{sinc}(bf_y) \times \frac{\sin(\pi f_x M d_x)}{\sin(\pi f_x d_x)} \cdot \frac{\sin(\pi f_y N d_y)}{\sin(\pi f_y d_y)}, \quad (1)$$

式中: M 和 N 分别为 x 和 y 方向的孔径数; f_x 和 f_y 分别为 x 和 y 方向的空间频率; sinc 为辛格函数; $\text{sinc}(af_x) \text{sinc}(bf_y)$ 为衍射因子项; $\frac{\sin(\pi f_x M d_x)}{\sin(\pi f_x d_x)}$ 和 $\frac{\sin(\pi f_y N d_y)}{\sin(\pi f_y d_y)}$ 为干涉因子项。

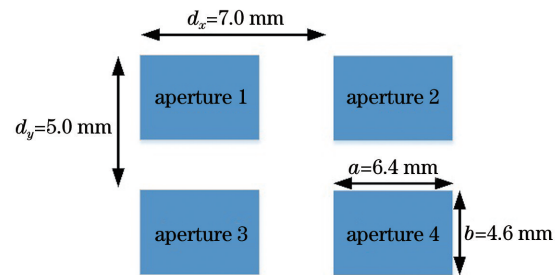


图 1 分布式全息孔径各子孔径的位置

Fig. 1 Position of each subaperture in distributed holographic aperture

图 2 为分布式全息孔径成像系统的 ASF 曲线,其中 λ 为系统波长。从图 2 可以看到,该曲线存在一个主瓣和多个旁瓣,主瓣和旁瓣的半峰全宽均为 $1/2d_x$,旁瓣对称地分布于主瓣两侧,其零值位置为 $\pm 1/d_x$ 。

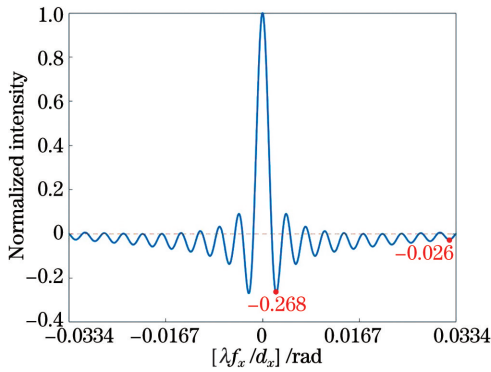


图 2 四孔径矩形孔径成像系统的 ASF 曲线

Fig. 2 ASF curve of four aperture rectangular aperture imaging system

根据瑞利判据准则^[13],当观测点与邻近点相距瑞利间隔时,在不同的相位分布下,这两个像斑不

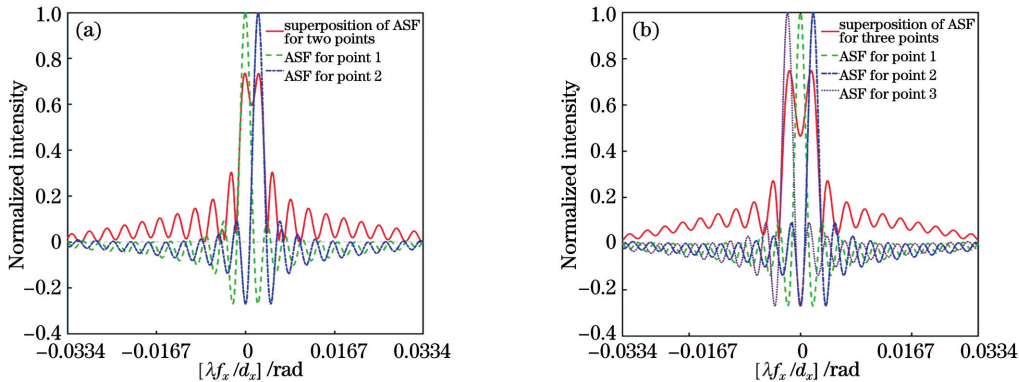


图 3 不同点数下在像面 ASF 的同相叠加曲线。(a)两个点;(b)三个点

Fig. 3 In-phase superposition curves of ASF on image plane at different points. (a) Two points; (b) three points

2.2 多点间分辨率模型

由图 2 可知,ASF 曲线在 ±1 级旁瓣处的振幅幅度为 -0.268,在 ±10 级旁瓣处的振幅幅度值为 -0.026,该 10 级旁瓣与主瓣相干叠加后强度范围为 0.9487~1.0527。该强度范围是在主瓣与 ±10 级旁瓣之间所有其他像斑相干叠加后强度约为零的前提下得到的,因此从概率的角度考虑,在振幅幅度为 0.02 以外的旁瓣对主瓣的影响几乎可以忽略。另外,将该旁瓣以外的其他级次同相相干叠加,其叠加幅度远小于相对该旁

能被分辨。当增大二者角间距时,即角间距为 $1.523\lambda/2d_x$,两点 ASF 同相叠加曲线如图 3(a)所示。从图 3(a)可以看到,无论二者的相位关系如何,这两点均能相互分辨。当考察点的个数增加为 3 个时,ASF 同相叠加曲线如图 3(b)所示。从图 3(b)可以看到,中央观测点不能与其余两点分辨,甚至已经丢失。事实上,当角间距为 $1.706\lambda/2d_x$ 时,在任意相位分布下可以分辨中央观测点与邻近点。因此,采用两点间分辨率准则不能准确分析分布式全息孔径成像系统的分辨率,而需要将两点扩展至更多点。尽管如此,瑞利判据可以为成像系统分辨率的分析提供一个较统一的标准,0.81 的谷峰比可作为分辨的极限,因此实验将 0.81 的谷峰比作为分布式全息孔径成像系统能分辨的阈值。

瓣以内级次的幅度。综合考虑,根据阈值为 0.02 来筛选在观测点像斑主瓣处相对振幅大于 0.02 的所有物点,并根据这些物点来建立多点间分辨率模型。

此时,求解成像系统分辨率的实质是在多点间相位分布下,搜索并求得临界角间距 $\Delta\theta$ 。当增大角间距时,谷峰比小于 0.81;当减小角间距时,谷峰比大于 0.81。对于所提系统,只需考虑相对振幅阈值在 0.02 以内 23 个物点叠加曲线的谷峰比。像面上,其相干叠加后的强度分布为

$$I = \sum_{k=-11}^{11} \sum_{l=-11}^{11} \left[x_{ASF} \left(f_x - k \frac{m}{Md_x}, f_y - l \frac{n}{Nd_y} \right) \cdot \exp(i\delta_k) \cdot \exp(i\delta_l) \right] \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda z}, f_y = \frac{y}{\lambda z}}, \quad (2)$$

式中: m 和 n 分别为 x 和 y 方向调节角间距的系数; δ_l 和 δ_k 分别为 x 和 y 方向不同点的相位; k 为 x 方向上像点序号; l 为 y 方向上像点序号。计算强度分布 I 即可得到中央观测点在不同方向的最大

谷峰比($R_{VP,max}$),并以此建立多点间分辨率模型,表达式为

$$\min(m+n), \text{ s. t. } R_{VP,max} = 0.81. \quad (3)$$

(3)式是一个典型的多峰值优化问题,可以采用

遗传算法^[14-19]来求解。优化多点之间的相位分布并搜索最小的 m 值和 n 值,可以使 $R_{VP,max}$ 值为 0.81,则将 $m\lambda/Md_x$ 和 $n\lambda/Nd_y$ 作为系统在不同方向的角度分辨率。

遗传算法求解分布式全息孔径成像系统分辨率的流程如图 4 所示。

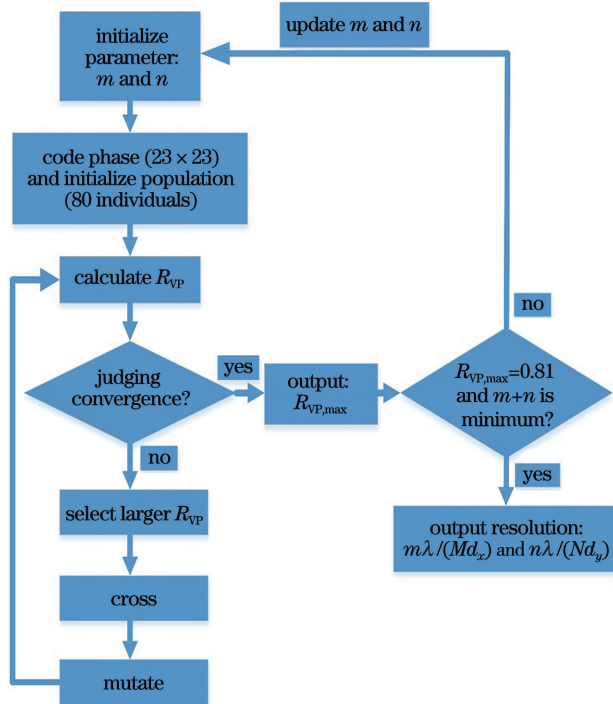
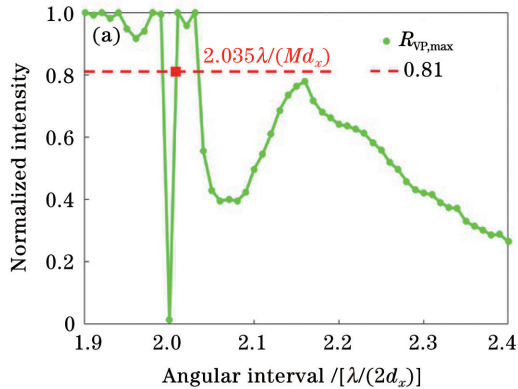


图 4 分布式全息孔径成像系统分辨率的求解流程
Fig. 4 Resolution process of distributed holographic aperture imaging system

从图 4 可以看到,对于给定的 m 和 n ,将各点相位当作遗传算法的基因,对不同点的相位进行编码以形成一个个体,不同个体构成一个种群;将多点



(23×23)强度分布在 I 中,将 $R_{VP,max}$ 当作系统的适应度值,通过选择、交叉和变异操作使适应度值收敛到全局极大值的附近,然后改变 m 和 n ,直到求得其临界值,即可得到系统的分辨率。

使用实验参数对布式全息孔径成像系统的空间角分辨率进行估计,结果如图 5 所示。从图 5(a)可以看到,当系统的角间距 $\delta_x = 2.035\lambda/Md_x$ 时, $R_{VP,max}$ 值刚好为 0.81,当大于和小于该角间距时, $R_{VP,max}$ 分别小于和大于 0.81,因此将 $\delta_x = 2.035\lambda/Md_x$ 作为系统在 x 方向的空间角分辨率,同理可求得 y 方向的空间角分辨率 $\delta_y = 2.03\lambda/Nd_y$ 。从图 5(b)可以看到,当系统的角间距 $\delta_x = 2.035\lambda/Md_x$ 时,7 次运行的收敛曲线变化趋势一致,可见该方法在多次运行后的结果较稳定,同理可以求得单一方孔径在不同方向上的相干成像分辨率分别为 $\delta_x = 1.95\lambda/a$ 和 $\delta_x = 1.95\lambda/b$,因此分布式全息孔径成像系统在 x 方向和 y 方向上的等效孔径为

$$D_{eff,x} = \frac{1.95\lambda/a}{2.035\lambda/(Md_x)} a \approx 2.09a = 13.38. \quad (4)$$

$$D_{eff,y} = \frac{1.95\lambda/b}{2.03\lambda/(Nd_y)} b \approx 2.09b = 9.61. \quad (5)$$

由于实验使用的分布式全息孔径是 2×2 阵列的方形孔径,因此该系统在不同方向上具有不同的空间角分辨率。考虑不同方向的 $R_{VP,max}$ 无意义,所以实验以 x 和 y 方向上的 $R_{VP,max}$ 作为适应度目标值并对其进行优化。对于对称分布的分布式圆孔径系统,可将所有方向上的 $R_{VP,max}$ 作为适应度,即可求得不同方向上的最小空间角分辨率。

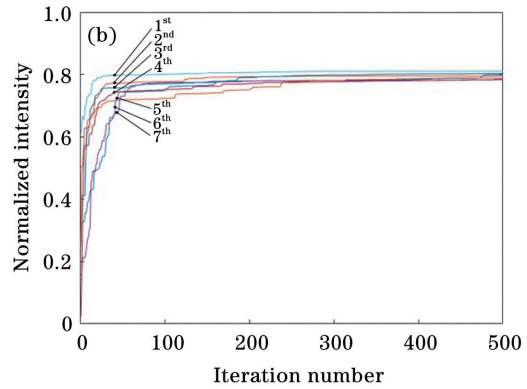


图 5 布式全息孔径成像系统的性能曲线。(a) $R_{VP,max}$ 与角间距的关系;(b) 收敛曲线

Fig. 5 Performance curves of distributed holographic aperture imaging system. (a) Relationship $R_{VP,max}$ with angular spacing; (b) convergence curves

3 仿真与实验验证

3.1 仿真

为了验证所提方法的有效性,采用 USAF1951 分辨率板进行成像仿真,分别得到了四孔径像、等效

单孔径像(13.38 mm×9.61 mm)以及在等效孔径的基础上缩放不同尺寸的单孔径像。为了消除散斑对分辨率的影响,分别对各图像仿真 100 次后求平均,结果如图 6 所示。

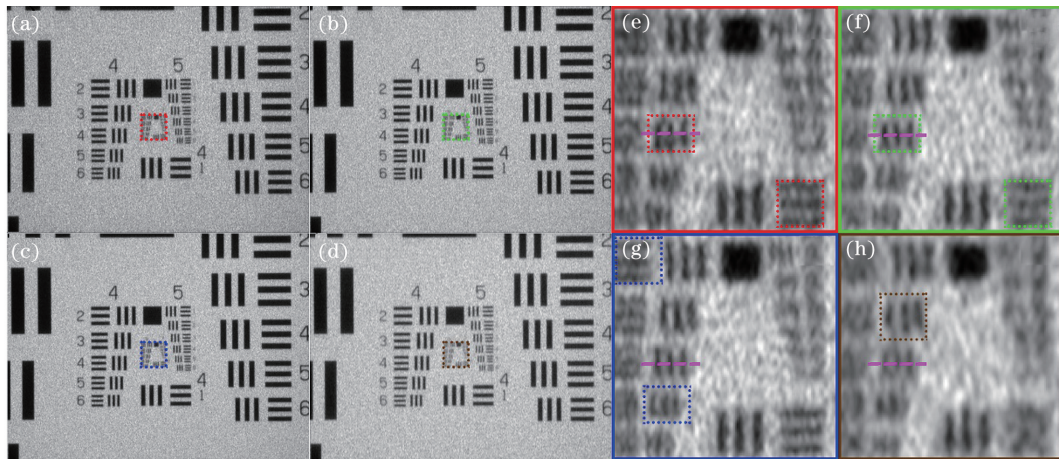


图 6 平均散斑噪声 100 次后的成像仿真结果。(a)四孔径综合像;(b)等效孔径像;(c)放大 1.1 倍的等效孔径像;(d)缩小了 1/10 的等效孔径像;(e)图(a)的局部放大图;(f)图(b)的局部放大图;(g)图(c)的局部放大图;(h)图(d)的局部放大图
Fig. 6 Imaging simulation results after averaging speckle noise 100 times. (a) Four-aperture composite image; (b) equivalent aperture image; (c) amplification of equivalent aperture image of 1.1 times; (d) equivalent aperture image reduced by 1/10; (e) local enlarged view of Fig. (a); (f) local enlarged view of Fig. (b); (g) local enlarged view of Fig. (c); (h) local enlarged view of Fig. (d)

从图 6(a)、图 6(b)、图 6(e)和图 6(f)的虚线区域可以看到,四孔径分布式全息孔径成像与其等效孔径成像在横向和纵向的视觉分辨率几乎相当。从图 6(c)、6(g)、6(a)和 6(e)可以看到,等效孔径像在缩小了 1/10 后,视觉分辨率明显高于四孔径综合像。从图 6(d)、图 6(h)、图 6(a)和图 6(e)可以看到,等效孔径成像在缩小了 1/10 后,视觉分辨率明显低于四孔径综合像,甚至在纵向上已经不能分辨图 6(h)的细节区域。

为了更直观地分析四孔径像、等效孔径像及其放缩孔径像的分辨率,沿着图 6(e)~6(h)虚直线的相对强度如图 7 所示。从图 7 可以看到,不同情况下对应的谷峰比分别为 0.80、0.78、0.73 和 0.84,即分布式全息孔径四孔径像与等效孔径像的分辨率接近,刚好能分辨;等效孔径成像在放缩后,该区域均能够清楚被分辨和不能分辨。综上所述,等效孔径的估计结果与四孔径成像非常接近,其估计误差小于缩小了 1/10 倍的等效孔径像。

3.2 实验

为了进一步验证所提方法评价分布式全息孔径成像分辨率的有效性,搭建四孔径分布式全息孔径成像系统,如图 8 所示。波长为 532 nm 激光经过

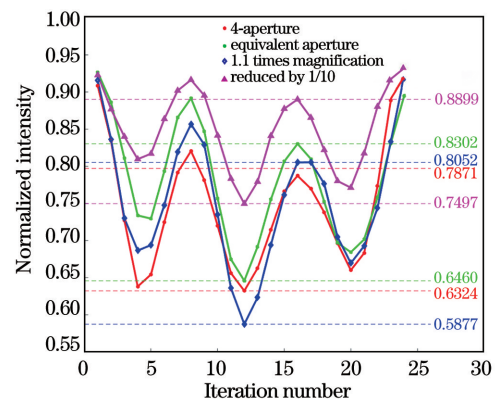


图 7 不同情况下的相对强度分布

Fig. 7 Relative intensity distribution under different conditions

空间滤波器滤除杂光后,由 3 : 1 分光棱镜分为两束。其中 1 倍比光束通过透镜 2 和反射镜 1 后到达相机表面,并将其作为本征光;3 倍比光束经过反射镜 2 后到达物体表面,并将其作为照明光。物体散射回波与本征光在相机表面发生干涉后得到数字全息图。CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor) 相机的分辨率为 3856 pixel × 2764 pixel,单像素尺寸为 1.67 μm × 1.67 μm,实验中物体与相机间的距离约为 0.5 m。通过横向和纵

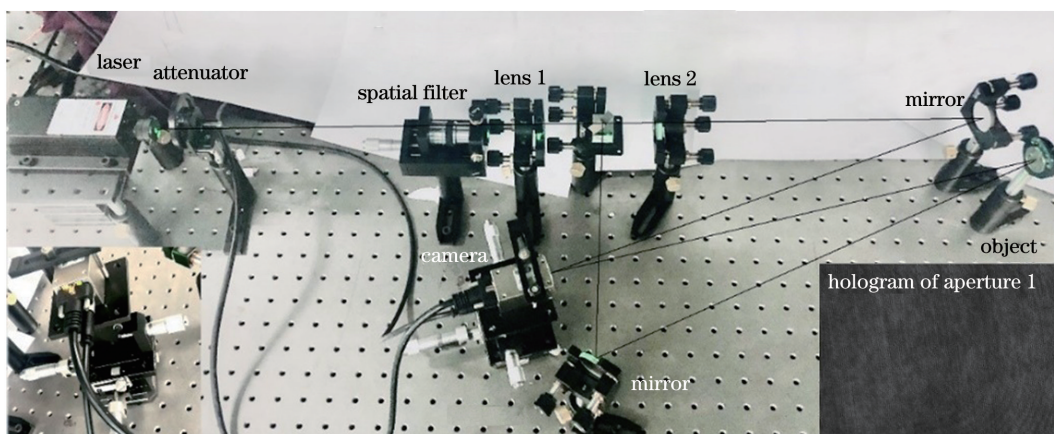


图 8 四孔径分布式全息孔径成像系统的装置

Fig. 8 Device of four aperture distributed holographic aperture imaging system

向移动全息相机来实现四孔径分布式全息孔径成像探测。

采用文献[20]的方法得到的综合像如图 9 所示。图 9(a)为单反相机拍摄的非相干像,将其作为参考标准。图 9(b)和图 9(c)分别为单孔径像和四孔径综合像。图 9(d)、图 9(f)和图 9(e)、图 9(g)分别为图 9(b)和图 9(c)中对应区域的局部放大图。

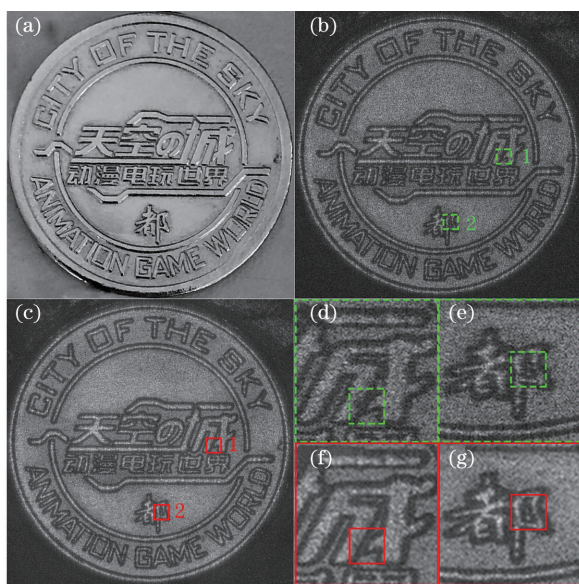


图 9 不同情况下的成像结果。(a) 非相干像;(b) 单一全息孔径像;(c) 四孔径综合像;(d) 图(a)1 的局部放大图;(e) 图(a)2 的局部放大图;(f) 图(c)1 的局部放大图;(g) 图(c)2 的局部放大图

Fig. 9 Imaging results under different conditions. (a) Incoherent image; (b) single holographic aperture image; (c) four-aperture composite image; (d) local enlarged view of Fig. (a)1; (e) local enlarged view of Fig. (a)2; (f) local enlarged view of Fig. (c)1; (g) local enlarged view of Fig. (c)2

对比图 9(d)和图 9(f)可以看到,单孔径像中的该区域不能被分辨,而四孔径像中的对应区域则能够被分辨。对比图 9(e)和图 9(g)可以看到,单孔径像中的区域刚好能被分辨,而四孔径像中的对应区域则能够被分辨。综上所述,四孔径像的分辨率相对于单孔径像有较明显的提升。

为了进一步验证所提方法的有效性,需定量估计单孔径、四孔径像分辨率和四孔径相对单孔径成像分辨率的提升能力。图 10 为图 9(b)和图 9(c)沿

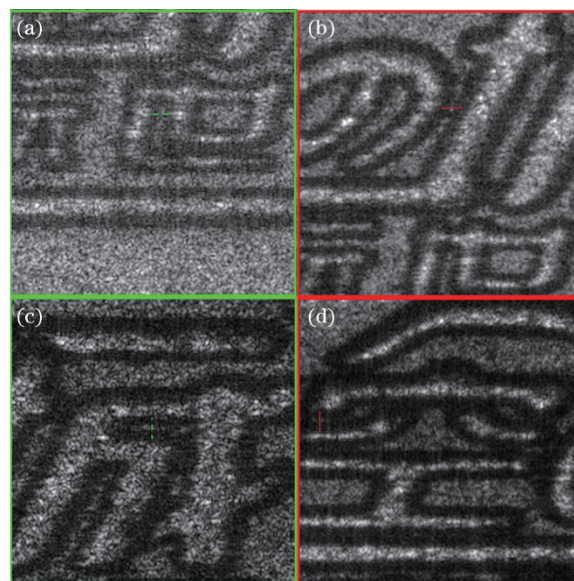


图 10 不同图像在不同方向上的局部特征放大图。(a) 单孔径像的横向细节;(b) 四孔径像的横向细节; (c) 单孔径像的纵向细节;(d) 四孔径像的纵向细节

Fig. 10 Magnification of local features of different images in different directions. (a) Transverse detail of single aperture image; (b) transverse details of four-aperture image; (c) longitudinal details of single aperture image; (d) longitudinal details of four-aperture image

不同方向的局部特征放大图,图 11 为图 9(b)和图 9(c)沿不同方向的强度分布曲线。首先根据瑞利判别准则,将强度谷峰比 0.81 作为能否分辨的强度阈值,小于该值的两点能够分辨,而大于该值

的两点不能分辨;然后根据四孔径和单孔径像中刚好能分辨的特征定位到非相干像中对应的特征,并以此特征尺寸分别作为四孔径和单孔径的分辨率。

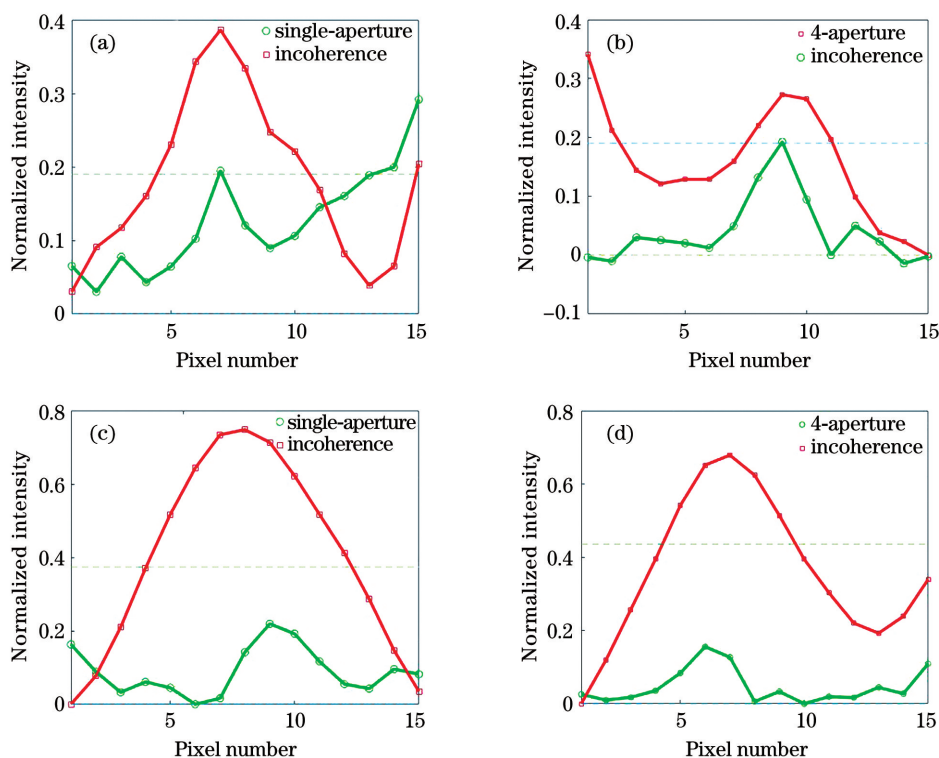


图 11 不同图像在不同方向上的强度分布曲线。(a)单孔径像横向细节;(b)四孔径横向细节;(c)单孔径纵向细节;(d)四孔径的纵向细节

Fig. 11 Intensity distribution curves of different images in different directions. (a) Horizontal details of single aperture image; (b) horizontal details of four apertures; (c) single aperture longitudinal details; (d) longitudinal details of four apertures

首先测得目标硬币的整体尺寸为 $25\text{ mm} \times 25\text{ mm}$,而非相干像中每个像素的尺寸为 $12.3\text{ }\mu\text{m} \times 11.8\text{ }\mu\text{m}$;然后将度谷峰比 0.81 作为对应的系统分辨率,得到单孔径和四孔径在横向刚好能分辨的细节区域在非相干像对应的像素数约为 6.15 pixel 和 3.58 pixel,并由此可计算单孔径和四孔径刚好能分辨的尺寸分别约为 $75.6\text{ }\mu\text{m}$ 和 $44.0\text{ }\mu\text{m}$;最后计算得到四孔径分布式全息孔径成像分辨率相对于单孔径成像提升约为 1.72 倍,同理可求得纵向分辨率可提升约为 1.706 倍。考虑到散斑分布的随机性,沿上述特征方向将所有峰值和谷值求和后取平均,再计算平均可分辨像素,最后求得横向和纵向分辨率分别提升约为 1.81 倍和 1.79 倍,而四孔径分布式全息孔径成像系统在横向和纵向的理论分辨率均提升约为 2.09 倍,二者之差可能是由全息孔径成像系统探测噪声引起的,或由

系统像差残差造成。

4 结 论

提出分布式孔径相干成像系统分辨率分析的多点间分辨率模型,根据振幅阈值来筛选在观测点像斑主瓣处相对振幅大于 0.02 的所有物点,并以此建立多点间分辨率模型。根据多点 ASF 叠加曲线来判断中央观测点与最邻近点的分辨性能。将满足 $R_{VP,max}$ 不大于 0.81 的最小角间距当作系统的空间角分辨率。该方法不仅考虑相干成像的相位随机性,也兼顾系统 ASF 旁瓣的影响。仿真和实验结果证明,分析分布式全息孔径成像系统分辨率的方法具有较高的精度,但实验只考虑横向和纵向上的分辨率,事实上其他方向上的点对横向和纵向上的分辨率也有一定程度的影响。下一步将会建立二维多点间分辨率模型,并从统计概率的角度来分析系统的分辨率。

参 考 文 献

- [1] Gunturk B K, Miller N J, Watson E A. Camera phasing in multi-aperture coherent imaging [J]. *Optics Express*, 2012, 20(11): 11796-11805.
- [2] Miller N J, Widiker J J, McManamon P F, et al. Active multi-aperture imaging through turbulence [J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8395: 839504.
- [3] Yang X. Distributed aperture synthesis based on digital holography [D]. Tangshan: North China University of Science and Technology, 2017: 28-33. 杨旭. 分布式孔径数字全息综合成像技术 [D]. 唐山: 华北理工大学, 2017: 28-33.
- [4] Gao Y, Wang D Y, Cui H K, et al. Distributed synthetic apertures for digital holographic imaging [J]. *Proceedings of SPIE*, 2011, 8192: 165-177.
- [5] Huang Z Z, Cao L C. Faithful digital holographic reconstruction using a sparse sensor array [J]. *Applied Physics Letters*, 2020, 117(3): 031105.
- [6] Chen B, Sun T Q, Liu A X, et al. Correction of rotation and magnification errors in distributed aperture synthesis imaging system [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(1): 011102. 陈波, 孙天齐, 刘爱新, 等. 分布式孔径综合成像系统旋转和放大率误差的校正 [J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(1): 011102.
- [7] Wang S Q, Rao C H, Jiang W H, et al. Analysis of spatial arrangement for optical synthetic aperture imaging system with four sub-apertures [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(4): 692-699. 王胜千, 饶长辉, 姜文汉, 等. 四子孔径光学合成孔径成像系统空间排布性能分析 [J]. *光学学报*, 2008, 28(4): 692-699.
- [8] Li Y. The phasing sensing for optical synthetic aperture imaging system [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2017: 84-98. 李杨. 光学合成孔径成像系统的共相探测技术研究 [D]. 北京: 中国科学院大学, 2017: 84-98.
- [9] Wang S Q. Research on co-phasing detection technology of optical synthetic aperture imaging system [D]. Chengdu: Institute of Optics and Electronics Chinese Academy of Science, 2008: 58-69. 王胜千. 一种四子孔径稀疏光学合成孔径成像系统的性能研究 [D]. 成都: 中国科学院光电技术研究所, 2008: 58-69.
- [10] Miller N J, Dierking M P, Duncan B D. Optical sparse aperture imaging [J]. *Applied Optics*, 2007, 46(23): 5933-5943.
- [11] Ran C Q, Zhu J B, Wang Z M. Statistical decision criterion for SAR image resolution [J]. *Modern Radar*, 2005, 27(4): 23-27, 66. 冉承其, 朱炬波, 王正明. SAR 图像分辨率的统计判别准则 [J]. *现代雷达*, 2005, 27(4): 23-27, 66.
- [12] Rihaczek A W. Radar resolution of ideal point scatterers [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32(2): 842-845.
- [13] Liao Y B, Ma X H. An introduction to Fourier optics introduction to Fourier optics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016. 廖延彪, 马晓红. 傅里叶光学导论 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2016.
- [14] Wei Q X, Liu X F, Huang Q, et al. The comparison of different selection methods in genetic algorithms [J]. *Journal of Communication and Computer*, 2008, 5(8): 61-65. 魏全新, 刘贤锋, 黄锵, 等. 遗传算法选择方法的比较分析 [J]. *通讯和计算机*, 2008, 5(8): 61-65.
- [15] Zhang C, Zhan Z H. Comparisons of selection strategy in genetic algorithm [J]. *Computer Engineering and Design*, 2009, 30(23): 5471-5474, 5478. 张琛, 詹志辉. 遗传算法选择策略比较 [J]. *计算机工程与设计*, 2009, 30(23): 5471-5474, 5478.
- [16] An C, Chu J K, Zhang R. Optimization of bilayer sub-wavelength metallic grating based on genetic algorithm [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(22): 220501. 安超, 褚金奎, 张然. 基于遗传算法的双层亚波长金属光栅优化 [J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(22): 220501.
- [17] Gao Y X, Liu F, Wang D H. Modified genetic algorithm and its application [J]. *Journal of Shanghai University (Natural Science Edition)*, 2004, 10(z1): 249-253. 高艳霞, 刘峰, 王道洪. 改进型遗传算法及其应用研究 [J]. *上海大学学报(自然科学版)*, 2004, 10(z1): 249-253.
- [18] Holland J. H. Adaptation in natural and artificial systems [M]. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975: 66-75.
- [19] Zeng Z S, Zhang F, Niu Z Y, et al. Angular position distribution algorithm of micro mirror array based on genetic algorithm [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(8): 0805003. 曾宗顺, 张方, 牛志元, 等. 基于遗传算法的微反射镜阵列角位置分布算法 [J]. *中国激光*, 2020, 47(8): 0805003.
- [20] Yang F, Zhu L, Li Y, et al. Image plane interference co-phasing technology for synthetic digital holography [J]. *Optik*, 2020, 209: 164568.