

# 基于改进线性插值的星点定位方法

闫旭亮\*, 杨功流, 王璐

北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191

**摘要** 天文导航中星点的定位精度至关重要, 会影响天文导航的精度。传统的基于线性插值的星图分辨率提高方法是直接利用线性关系来计算插入的灰度值, 但忽略了原函数自身的变化特征。针对星点的成像特征, 提出了一种基于改进线性插值的星点定位方法。首先建立星点的成像模型并推导出二维模型, 求取二阶导数以获得凹凸分界点, 然后给出改进线性插值的权值因子的计算方法, 进而完成星点的定位。仿真结果表明, 与传统方法相比, 所提方法的平均偏离误差降低了 15.4%, 能够有效地提取星点中心。

**关键词** 测量; 插值方法; 二阶导数; 权值因子; 偏离误差; 成像模型

中图分类号 V448.25+3

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0600002

## Star Location Method Based on Improved Linear Interpolation

Yan Xuliang\*, Yang Gongliu, Wang Lu

School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

**Abstract** The positioning accuracy of star points is essential in astronomical navigation, which affects the accuracy of astronomical navigation. The traditional method for improving the resolution of a star map based on linear interpolation directly uses the linear relationship to calculate the gray value of insertion, however it ignores the own change characteristics of original functions. In view of the imaging characteristics of star points, a method of star location is proposed based on improved linear interpolation. First, we establish the imaging model of star points, deduce the one-dimensional model, and obtain the concave convex boundary point by calculating the second-order derivative. Then we give the method for calculating the weighting factor of improved linear interpolation, and finally the location of star points is realized. The simulation results show that, compared with the traditional method, the proposed method has an average deviation error reduced by 15.4%, and it can effectively extract the center of star points.

**Key words** measurement; interpolation method; second-order derivative; weighting factor; deviation error; imaging model

**OCIS codes** 120.6085; 150.1135; 100.1160

## 1 引言

随着人类对宇宙认知的不断加深, 卫星、载人飞船等载体需要得到更加精确的姿态信息。在通常情况下, 载体的姿态信息是通过比较两个坐标系之间的关系得到的。根据姿态传感器测量得到的两个坐

标系之间的相对关系, 可以推测载体的姿态变化<sup>[1]</sup>。姿态传感器主要有太阳、地球和星敏感器等仪器<sup>[2]</sup>, 器件精度最高的要属星敏感器<sup>[3]</sup>。星敏感器是一种以恒星为观测对象姿态测量仪器<sup>[4]</sup>, 具有精度高、体积小、自主性强、功耗低、抗干扰性强、重量轻等优点, 目前已经成为空间航天器姿态测量系统的首选<sup>[5-6]</sup>。

收稿日期: 2020-07-06; 修回日期: 2020-07-13; 录用日期: 2020-09-04

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFB0501600)

\* E-mail: yanxuliang@buaa.edu.cn

星图定位是星光导航中的关键技术。由于透镜的散射作用和大气的影响,星图目标成像过程具有点扩展函数(PSF)模糊效应<sup>[7-9]</sup>。目前星点的定位常用算法有灰度质心法(GC)<sup>[10-12]</sup>和加权灰度质心法(WGC)<sup>[13-15]</sup>。质心法可以看成是以灰度为权值的加权方法<sup>[16]</sup>,简单明了,运算量小,但只有灰度呈对称分布的目标才能获得理想的效果。而实际的星点中心附近的灰度分布是非均匀对称的,并且星点边缘的像素受噪声的影响较大,这将导致质心法的抗干扰能力较弱,容易受到系统噪声的影响。加权灰度质心法除了考虑像元的灰度值外,还考虑像元与中心点的距离 $d$ ,由于光斑边缘像素易受到噪声的污染,可信度较低,而靠近中心点的像素的可信度较大,因此将 $1/d$ 作为加权函数,可以减弱噪声的干扰<sup>[17]</sup>。当光斑分布不是近似高斯分布时,该方法依然有较高的精度,改善了质心法受噪声影响大的现象。

受图像传感器角分辨率精度的影响,星敏器拍摄的星图的分辨率会受到限制。为了在已有的星图数据的基础上提高分辨率,常通过插值算法,根据已有的像素灰度分布扩充像素数据,使得目标像点定位精度突破探测器的像元尺度,达到亚像元级别<sup>[18-20]</sup>。

常用的插值算法是双线性插值,在星图的两个方向上,待插点像素取其相邻的4个像素值的线性内插,权重由待采样点与4个邻点的距离来确定。然而,待插点的函数值(对应高斯光斑的灰度值)分布是非均匀变化的,例如在光斑的中心附近,邻近的两个像素点之间的灰度值差距很小,但是在光斑中段的某些区域内,邻近的两个像素点的跳跃却比较大。为了使插值后的结果更好地逼近真值,本文提出了一种基于改进线性插值的星点定位方法,根据插值点与星点中心的距离,设置不同的权重,使得插值数据尽可能地逼近真实值,提高了计算精度。

## 2 基本原理

### 2.1 基于线性插值的星点定位方法

由于星敏器光学系统的离焦等对成像的影响,像点弥散,恒星可看成是理想平行光源。当其在像平面聚焦时,成像光斑的能量分布符合点扩展函数的特征,出现灰度从中心向四周逐渐降低的弥散效应。同时,星图受到背景噪声的影响,背景噪声可以看作是高斯白噪声。

假定 $f(x, y)$ 是星图图像中 $(x, y)$ 处的灰度值, $(x_0, y_0)$ 为星点中心,则星图中各个像素点的灰度值可表示为

$$f(x, y) = A \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right\} + n(x, y), \quad (1)$$

式中: $A$ 为中心点的灰度值; $\sigma$ 为像点光斑弥散半径大小; $n(x, y)$ 为高斯白噪声。

选定 $A=0.99, \sigma=10$ ,图片分辨率为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ,星点中心在图像的中心,噪声方差为 $0.02$ ,得到图1所示的不受噪声影响的星图和受噪声影响后的星图。

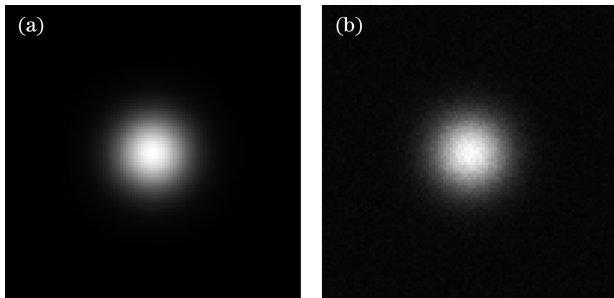


图1 单个星点成像图。(a)无噪声;(b)有噪声

Fig. 1 Images of single star point. (a) Without noise; (b) with noise

基于线性插值的星点定位方法的具体过程如下:先采集星图的灰度值数据,确定分割阈值,然后采用阈值法得到二值化后的图像,接着进行连通域的划分和归类,得到属于某一个编号的星图数据,最后通过线性插值提高星图数据的分辨率,利用质心法计算出星图的中心坐标。

线性插值法虽然提高了星图的分辨率,但该方法利用线性的方法对非线性函数进行插值,结果与实际的函数值会存在误差,这个误差在原函数为线性函数时才会逼近零。为了在提高分辨率的同时尽量减少插值数据和实际数据之间的误差并更好地描述原函数,提出了基于改进线性插值的星点定位方法。

### 2.2 基于改进线性插值的星点定位方法

星点在星敏器上形成的星图光斑分布满足点扩展函数的特征,将二维的函数模型转化为一维函数,以便分析。令 $d^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$ ,一维的函数表达式为

$$f(d) = A \cdot \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

求取(2)式的一阶导数和二阶导数,结果为

$$\begin{cases} f'(d) = -\frac{Ad}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma^2}\right) \\ f''(d) = \frac{A(d^2 - \sigma^2)}{\sigma^4} \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma^2}\right) \end{cases} \quad (3)$$

由此可以得到表 1 所示的分析结果。由于原函数是偶函数,因此只需要分析定义域中大于零的部分即可。从表 1 中可以看出,在  $(0, \sigma)$  范围内,二阶导数小于零,所以原函数在该范围内是凸函数。在  $(\sigma, +\infty)$  范围内,二阶导数大于零,原函数在该范围内是凹函数。对于凸函数,如图 2(a) 所示,在线性插值过程中,将函数在差值范围内看成是线性变化的,即将原函数等同于线段  $AB$ 。假设插值后的数值为  $f_1(x+u)$ ,原函数在该处的真实值为  $f_0(x+u)$ ,令  $d = f_0(x+u) - f_1(x+u)$ ,通过图 2 可以看出  $d > 0$ 。对于凹函数,在线性插值过程中,由于线性化处理,  $d < 0$ ,如图 2(b) 所示。因此,在线性插值的基础上,根据函数的类型,增加权值因子,对各个位

表 1 函数分析结果

Table 1 Results of functional analysis

Range of $d$	First derivative	Second derivative
$(0, \sigma)$	Subtractive function	$< 0$
$\sigma$	$f'(\sigma)$	$0$
$(\sigma, +\infty)$	Increasing function	$> 0$

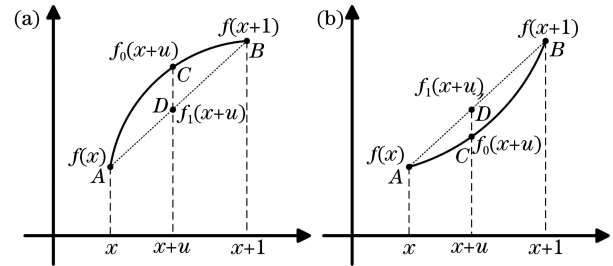


图 2 不同函数的线性插值结果。(a)凸函数;(b)凹函数  
Fig. 2 Linear interpolation results of different functions.

(a) Convex function; (b) concave function

置的函数值的权重进行调整,以减小线性插值带来的误差。

增加权值因子后,差值计算公式为

$$f(x+u, y+v) = p_{11}(1-u)(1-v)f(x, y) + p_{12}v(1-u)f(x, y+1) + p_{21}u(1-v)f(x+1, y) + p_{22}uvf(x+1, y+1), \quad (4)$$

式中:  $p_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) 是权值因子,其中  $i$  为待插入点紧邻的周围四点的行编号,  $j$  为待插入点紧邻的周围四点的列编号;  $u, v$  是小于 1 的正数。

定义  $d_{ij}$  为  $f(x+i-1, y+j-1)$  与星点中心  $(x_0, y_0)$  的距离,其中  $(x_0, y_0)$  是在线性插值前计算出来的简易中心坐标。

对于凸函数,若增加  $B$  点的权值并减小  $A$  点的权值,  $D$  点的函数值就会变大并逼近真值。此处考虑将函数点与高斯函数最大值处的距离函数设置为权值因子。因为  $B$  点较  $A$  点距离最大值处更近,所

以将距离的倒数作为权值因子,由此得到的二维函数的权值因子和归一化后的权值因子结果分别为

$$\begin{cases} p_{11} = \frac{1}{d_{11}} \\ p_{12} = \frac{1}{d_{12}} \\ p_{21} = \frac{1}{d_{21}} \\ p_{22} = \frac{1}{d_{22}} \end{cases}, \quad (5)$$

$$\begin{cases} p_{11} = \frac{4d_{12}d_{21}d_{22}}{d_{12}d_{21}d_{22} + d_{11}d_{21}d_{22} + d_{12}d_{11}d_{22} + d_{12}d_{21}d_{11}} \\ p_{12} = \frac{4d_{11}d_{21}d_{22}}{d_{12}d_{21}d_{22} + d_{11}d_{21}d_{22} + d_{12}d_{11}d_{22} + d_{12}d_{21}d_{11}} \\ p_{21} = \frac{4d_{12}d_{11}d_{22}}{d_{12}d_{21}d_{22} + d_{11}d_{21}d_{22} + d_{12}d_{11}d_{22} + d_{12}d_{21}d_{11}} \\ p_{22} = \frac{4d_{12}d_{21}d_{11}}{d_{12}d_{21}d_{22} + d_{11}d_{21}d_{22} + d_{12}d_{11}d_{22} + d_{12}d_{21}d_{11}} \end{cases} \quad (6)$$

对于凹函数,若减小  $B$  点的权值并增加  $A$  点的权值,  $D$  点的函数值就会减小并逼近真值。将距离

作为权值因子,因为  $B$  点较  $A$  点距离最大值处更近,所以权值因子和归一化后的权值因子分别为

$$\begin{cases} p_{11} = d_{11} \\ p_{12} = d_{12} \\ p_{21} = d_{21} \\ p_{22} = d_{22} \end{cases}, \quad (7)$$

$$\begin{cases} p_{11} = \frac{4d_{11}}{d_{11} + d_{12} + d_{21} + d_{22}} \\ p_{12} = \frac{4d_{12}}{d_{11} + d_{12} + d_{21} + d_{22}} \\ p_{21} = \frac{4d_{21}}{d_{11} + d_{12} + d_{21} + d_{22}} \\ p_{22} = \frac{4d_{22}}{d_{11} + d_{12} + d_{21} + d_{22}} \end{cases}. \quad (8)$$

利用采集到的星图数据,判断出函数凹凸的分界点,即求取星图灰度值矩阵的梯度矩阵,其最值的位置就是凹凸分界点。同时根据表 1 可以看出,与中心点距离为  $\sigma$  的位置即为分界点。根据高斯型函数的  $3\sigma$  原则可知,整个函数 99.74% 的能量在  $d \leq 3\sigma$  的范围内,同时阈值分割去除了星图中的背景部分,所以可以利用该范围内二值化后的星图计算星点坐标。由此可以得到,凹凸的分界点在  $d$  为二值化后星图尺寸的  $1/6$  处。插值后,利用质心法就可以求出星点的精确坐标。

综上所述,利用基于改进线性插值的定位方法求取星点中心的步骤如下。

- 1) 利用质心法求取阈值分割后的星图的简易中心坐标。
- 2) 求取星图灰度值矩阵的梯度矩阵或计算矩阵的尺寸大小以得到凹凸分界点。
- 3) 在凹凸函数部分利用(5)、(6)式进行插值计算。
- 4) 利用质心法求取星点的精确坐标。

### 3 仿真实验

#### 3.1 仿真实验方法

为了验证本文所提方法的有效性,采用以下的仿真实验方法。为了更加真实地模拟实际的星图,需要考虑误差源。星敏感器的噪声来源主要有两类:一类是星空背景噪声,一般情况下其影响较小;另一类是器件本身的噪声,包括光学系统的安装误差、焦距的偏差以及非对称像差,其中安装误差和焦距的偏差属于系统误差,而星点在像面的位置是不确定的,非对称像差当作随机误差进行处理。仿真

时对系统误差进行校正处理,认为校正后无系统误差,星敏感器的随机误差用高斯白噪声代替,以此得到近似的星图。实验中设定光轴的指向为赤经  $120^\circ$ ,赤纬  $30^\circ$ ,视场为  $12^\circ \times 12^\circ$ ,星敏感器的分辨率为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ,星点的随机误差为  $0.02 \text{ pixel}$ ,成像模型选取  $\sigma = 0.65$  的点扩展函数,硬件配置为 Intel 2.5G CPU,4G 内存。选取依巴谷星表中小于 6 星等的恒星进行模拟仿真,仿真结果如图 3 所示,星图中的各个星点的真实坐标如表 2 所示。



图 3 模拟的噪声星图

Fig. 3 Simulated noise star map

表 2 星点的真实坐标

Table 2 Real coordinates of star points

Number	True coordinate
1	(-61.7446 pixel, 34.32417 pixel)
2	(-60.9765 pixel, 24.10935 pixel)
3	(-47.4128 pixel, 64.57945 pixel)
4	(-46.2244 pixel, 30.54815 pixel)
5	(-30.2613 pixel, 4.082314 pixel)
6	(-24.0949 pixel, 48.02352 pixel)
7	(-8.09864 pixel, 23.47342 pixel)
8	(14.97539 pixel, 34.48306 pixel)
9	(28.78171 pixel, -35.9072 pixel)
10	(33.79329 pixel, 21.50791 pixel)
11	(35.88439 pixel, 60.15412 pixel)
12	(36.61397 pixel, 45.43025 pixel)
13	(38.42026 pixel, 12.5518 pixel)
14	(48.04826 pixel, -47.6104 pixel)
15	(49.49402 pixel, -52.475 pixel)
16	(55.49218 pixel, 34.40737 pixel)
17	(57.24585 pixel, -8.64415 pixel)
18	(58.51987 pixel, -18.4205 pixel)

本文分别使用线性插值法和基于权值因子的改进线性差值方法来提取星点的中心坐标。现定义各

个方法得到的第  $l$  个目标的中心为  $(x_l, y_l)$ , 其真实坐标为  $(x_l^0, y_l^0)$ ,  $m$  为目标的个数。计算中心和实际中心的平均偏离误差为

$$d_e = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{l=1}^m [(x_l - x_l^0)^2 + (y_l - y_l^0)^2]} \quad (9)$$

从图 3 可以看出, 星图上共有 18 颗星, 所以  $m=18$ 。  $m=1$  时  $d_e$  为单个目标的偏离误差。

### 3.2 实验结果

进行阈值分割和二值化后, 两种插值方法求取

的中心坐标的结果如表 3 所示。可以看出, 相较于线性插值法, 基于权值因子的改进线性插值方法提高了星点的定位精度, 平均偏离误差从 0.15 pixel 减小到 0.1268 pixel, 减少了 15.4%。图 4 所示为精度提高比例图。综合图 4 和表 3 可以看出, 单个目标偏离误差的最大减少比例达到了 26.6% (从 0.04 pixel 减小到 0.0295 pixel), 单个目标偏离误差的最小减少比例为 12.11% (从 0.2613 pixel 减小到 0.2296 pixel)。

表 3 两种方法的计算结果

Table 3 Calculation results of two methods

Number	Result of linear interpolation	Deviation error by traditional method /pixel	Result of improved linear interpolation	Deviation error by improved method /pixel	Reduction ratio
1	(-61.8887 pixel, 34.3113 pixel)	0.1447	(-61.7622 pixel, 34.2042 pixel)	0.1213	0.1619
2	(-60.9989 pixel, 24.0211 pixel)	0.0910	(-60.9277 pixel, 24.0533 pixel)	0.0743	0.1830
3	(-47.4626 pixel, 64.5324 pixel)	0.0686	(-47.4449 pixel, 64.5391 pixel)	0.0516	0.2482
4	(-46.0905 pixel, 30.8265 pixel)	0.3089	(-46.0325 pixel, 30.7285 pixel)	0.2633	0.1474
5	(-30.1873 pixel, 3.9527 pixel)	0.1492	(-30.2083 pixel, 4.1972 pixel)	0.1265	0.1525
6	(-24.0368 pixel, 47.9632 pixel)	0.0838	(-24.0748 pixel, 48.0889 pixel)	0.0684	0.1831
7	(-8.0335 pixel, 23.7265 pixel)	0.2613	(-8.0199 pixel, 23.6892 pixel)	0.2296	0.1211
8	(14.9887 pixel, 34.7327 pixel)	0.2500	(15.0900 pixel, 34.6670 pixel)	0.2167	0.1333
9	(28.7742 pixel, -36.0652 pixel)	0.1582	(28.7921 pixel, -35.7738 pixel)	0.1338	0.1545
10	(33.8256 pixel, 21.8126 pixel)	0.3064	(33.6201 pixel, 21.7106 pixel)	0.2666	0.1300
11	(35.8820 pixel, 60.0020 pixel)	0.1521	(35.9624 pixel, 60.2564 pixel)	0.1287	0.1540
12	(36.6093 pixel, 45.5325 pixel)	0.1024	(36.5881 pixel, 45.5121 pixel)	0.0858	0.1616
13	(38.4751 pixel, 12.4801 pixel)	0.0903	(38.4945 pixel, 12.5495 pixel)	0.0742	0.1776
14	(48.0111 pixel, -47.7989 pixel)	0.1922	(48.0978 pixel, -47.7662 pixel)	0.1635	0.1493
15	(49.5268 pixel, -52.4982 pixel)	0.0402	(49.5232 pixel, -52.4708 pixel)	0.0295	0.2661
16	(55.5017 pixel, 34.5017 pixel)	0.0948	(55.5549 pixel, 34.4529 pixel)	0.0775	0.1819
17	(57.1735 pixel, -8.5235 pixel)	0.1407	(57.3638 pixel, -8.6292 pixel)	0.1189	0.1547
18	(58.5149 pixel, -18.4851 pixel)	0.0648	(58.5688 pixel, -18.4412 pixel)	0.0531	0.1803

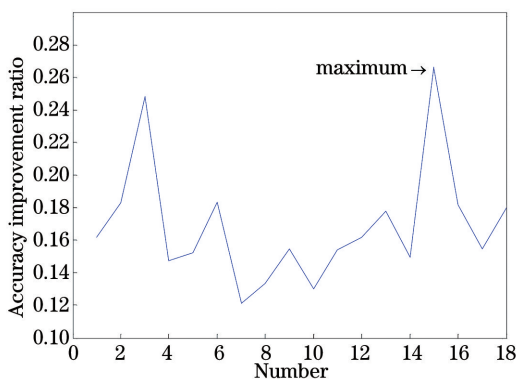


图 4 精度提高比例

Fig. 4 Accuracy improvement ratio

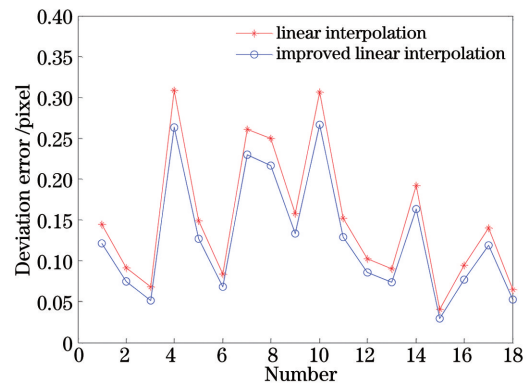


图 5 各个星点中心的提取误差

Fig. 5 Center extraction error of each star point

各个星点坐标提取的偏离误差如图 5 所示, 可

以看出, 对于不同的星点目标, 偏离误差并不是几乎

不变的,存在一定的波动。但是对于每个星点目标来说,与线性插值方法相比,基于权值因子的改进线性插值方法的偏离误差都较小,所提出的改进线性插值方法的偏离误差小于已有的线性插值方法。对于第 15 号星,星点定位的偏离误差最小,精度提高比例最大,而第 4 号和第 10 号星点定位的偏离误差较大,精度提高比例较小。从整体上看,对于星点定位偏离误差较小的恒星,星点定位的精度提高比例较高,反之则较低。对于星点定位精度较大的恒星,其星等较小,亮度较亮。阈值分割后,恒星在星图上的弥散区域半径越大,占据的像素点数也就越多,线性插值时可利用的有效信息也就越多。当恒星较暗时,恒星在星图上占据的像素点数较少,甚至在阈值分割后的星图上弥散半径小于 1 pixel。因为线性插值时利用的信息有限,所以定位误差较大。对于两种插值方法,偏离误差的波动情况接近,所以误差的波动并不是插值方法导致的。不同恒星的星等是不同的,且星等和亮度之间是指数关系,星等较大的恒星,占据的像素数较多,线性插值时可利用的像素数也就较多。因此,星点定位坐标的计算精度会受到恒星星等的影响。此外,周围恒星的成像光斑对恒星自身的影响以及恒星在天球坐标系中的分布均会影响偏离误差的波动情况。

## 4 结 论

通过对高斯函数求取导数,将高斯函数分为凹凸函数两类,并分析了线性插值结果和真值之间的关系,提出了一种基于权值因子的改进线性插值星点定位方法。该方法通过引入函数点到最大值处的距离,根据不同类别的凹凸函数,给出了相应的权值因子的计算方法。根据权值因子,调整相邻函数值的权重,减少了线性插值方法计算星点中心的误差。仿真实验结果表明,基于改进线性插值的星点定位方法可以有效地计算出星点的中心,与传统的线性插值方法相比,平均偏离误差减小了 15.4%,定位精度得到提高。

所讨论的情况是以星点高斯分布为前提的,实际上由于受到光学系统的影响,星图边缘的星点分布并非严格的高斯分布,对于利用所有星点来构造星模式并进行星图识别的算法来说,所提方法的精度提高比例将受到影响,对于只利用星图中心附近的部分星点来构建主星模式的算法来说,影响较小。后续的研究重点是寻找更合理的权值因子计算方法,提高运算速度。

## 参 考 文 献

- [1] Gai E, Daly K, Harrison J, et al. Star-sensor-based satellite attitude/attitude rate estimator [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1985, 8(5): 560-565.
- [2] Hao Y C. Technical progress and application of space optical sensor [J]. *Aerospace Control and Application*, 2017, 43(4): 9-18.  
郝云彩. 空间光学传感器技术进展与应用 [J]. *空间控制技术与应用*, 2017, 43(4): 9-18.
- [3] Yang J, Liang B, Zhang T, et al. A novel systematic error compensation algorithm based on least squares support vector regression for star sensor image centroid estimation [J]. *Sensors*, 2011, 11(8): 7341-7363.
- [4] Liebe C C. Star trackers for attitude determination [J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 1995, 10(6): 10-16.
- [5] Zhang L J, Yang H B, Lu H P, et al. Cubature Kalman filtering for relative spacecraft attitude and position estimation [J]. *Acta Astronautica*, 2014, 105(1): 254-264.
- [6] Lu X, Li C Y, Li X, et al. Current situation and development trends of starlight navigation technology [J]. *Aerospace Control and Application*, 2017, 43(4): 1-8.  
卢欣, 李春艳, 李晓, 等. 星光导航技术现状与发展综述 [J]. *空间控制技术与应用*, 2017, 43(4): 1-8.
- [7] Chaudhuri S, Rajagopalan A N. Depth from defocus: a real aperture imaging approach [M]. New York: Springer, 1999: 17-18.
- [8] Li X, Zhang L M, Si X L, et al. Accuracy verification of on-board radiometric calibration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(9): 0928001.  
李鑫, 张黎明, 司孝龙, 等. 星上辐射定标精度验证方法研究 [J]. *光学学报*, 2020, 40(9): 0928001.
- [9] Weng J W, Yuan Y L, Zheng X B, et al. Correction method for frame-transfer blurring effect of spaceborne polarization camera [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(12): 1228005.  
翁建文, 袁银麟, 郑小兵, 等. 星载偏振相机帧转移模糊效应校正方法研究 [J]. *光学学报*, 2019, 39(12): 1228005.
- [10] Lian Y Y, Zhang C, Xie Z T. Accuracy analysis for sub-pixel location of star image [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2015, 32(6): 578-582.  
连月勇, 张超, 谢宗特. 星点亚像元细分定位精度分析 [J]. *测绘科学技术学报*, 2015, 32(6): 578-582.

- [11] Wei X G, Zhang G J, Jiang J. Subdivided locating method of star image for star sensor[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(9): 812-815.  
魏新国, 张广军, 江洁. 星敏感器中星图图像的星体细分定位方法研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(9): 812-815.
- [12] Yuan Y L, Zheng Y, Du L. High-accuracy centroid algorithm of star points[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2012, 29(2): 122-126.  
原玉磊, 郑勇, 杜兰. 星点中心高精度质心定位算法[J]. 测绘科学技术学报, 2012, 29(2): 122-126.
- [13] Zhang J, Hao Y C, Liu D. Investigation on the mechanism and positioning error of multi-star spots extraction of iteratively weighted center of gravity algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0204001.  
张俊, 郝云彩, 刘达. 迭代加权质心法机理及多星定位误差特性研究[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0204001.
- [14] Hu X D, Hu Q, Lei X, et al. Method of star centroid extraction used in daytime star sensors[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(4): 481-485.  
胡晓东, 胡强, 雷兴, 等. 一种用于白天星敏感器的星点质心提取方法[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(4): 481-485.
- [15] Li P, Gao L M, Wu Y M, et al. Research on subpixel location error of weighted centroiding algorithm[J]. Electronic Measurement Technology, 2011, 34(6): 43-46, 72.  
李朋, 高立民, 吴易明, 等. 加权质心法亚像元定位误差研究[J]. 电子测量技术, 2011, 34(6): 43-46, 72.
- [16] Zhang Y, Cui Z S, Long T. Tracking the centroid of a maneuvering target in image sequences[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2001, 22(4): 312-316.  
张岩, 崔智社, 龙腾. 图象序列中机动目标的形心跟踪[J]. 航空学报, 2001, 22(4): 312-316.
- [17] Cao Y, Li B Q, Li H T, et al. High-accuracy star sensor centroid algorithm based on star image resampling[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(7): 0712003.  
曹阳, 李保权, 李海涛, 等. 基于星点像重采样的星敏感器高精度质心算法[J]. 光学学报, 2019, 39(7): 0712003.
- [18] Liebe C C. Accuracy performance of star trackers-a tutorial[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(2): 587-599.
- [19] Shortis M R, Clarke T A, Short T. Comparison of some techniques for the subpixel location of discrete target images[J]. Proceedings of SPIE, 1994, 2350: 239-250.
- [20] Jin H, Zhai Z Y, Du W F, et al. Method for experimental analysis of thermostability of star sensors[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(4): 0404002.  
金荷, 翟正一, 杜伟峰, 等. 星敏感器热稳定性的试验分析方法[J]. 中国激光, 2020, 47(4): 0404002.