doi: 10.3788/LOP202158.0410010

# 激光写光电子学进展

先进成像

## 基于掩模搜索的快速尺度不变特征变换图像匹配算法

王昱皓\*,唐泽恬,钟岷哲,王阳,赵广文,丁才富,杨晨\*\* 贵州大学大数据与信息工程学院,半导体功率器件可靠性教育部工程研究中心, 贵州省微纳电子与软件技术重点实验室,贵州贵阳,550025

摘要 尺度不变特征变换(SIFT)算法在图像匹配领域得到广泛应用,为降低其计算复杂度,提出了一种基于掩模(Mask)搜索的 SIFT 快速图像匹配算法。首先,分析图像的纹理信息,使用 Harris 算法的角点响应函数(CRF)对 图像进行分区,将纹理复杂度较高的区域作为 Mask 并生成 Mask 金字塔,以减小特征点的搜索空间;其次,在极坐 标系下建立7区域的圆形描述子,并降低其维度;最后,根据特征点极值类别进行同类匹配,以降低匹配复杂度。 实验结果表明,采用 Mask 的特征搜索方法以损失较小匹配质量为代价,能够有效提升算法的整体速度,结合改进 的描述子和极值分类算法可以进一步提升算法速度。采用 Mask 的特征搜索方法在对匹配效率有较高要求的领域 具有潜在的应用价值。

关键词 图像处理;图像匹配;尺度不变特征变换;掩模搜索中图分类号 TP391.41文献标志码 A

## Image Matching Algorithm for Fast Scale-Invariant Feature Transformation Based on Mask Search

Wang Yuhao<sup>\*</sup>, Tang Zetian, Zhong Minzhe, Wang Yang, Zhao Guangwen, Ding Caifu, Yang Chen<sup>\*\*</sup>

College of Big Data and Information Engineering, Power Semiconductor Device Reliability Engineering Center of the Ministry of Education, Key Laboratory of Micro-Nano-Electronics and Software Technology of Guizhou Province, Guizhou University, Guiyang, Guizhou 550025, China

Abstract The scale-invariant feature transform (SIFT) algorithm is widely used in image matching. To reduce its computational complexity, a fast SIFT image matching algorithm based on mask search is proposed. First, the texture information of the image is analyzed, and the corner response function (CRF) of the Harris algorithm is used to divide the image. The regions with higher texture complexity are used as a Mask to generate a Mask pyramid, therefore reducing the search space of the feature points; then, a seven-zone circular descriptor is established in the polar coordinate system and its dimension is reduced. Finally, the same kind matching is carried out according to the extreme value category of feature points to reduce the matching complexity. Experimental results show that the method using Mask feature searching can improve the overall speed of the algorithm at the cost of low matching quality, and it can further improve the speed of the algorithm combined with the improved descriptor and extreme value classification algorithm. Therefore, the proposed algorithm has the potential value in the application of high matching efficiency requirements.

Key words image processing; image matching; scale-invariant feature transform; mask searching OCIS codes 100.2000; 100.2960; 100.3008

收稿日期: 2020-06-19; 修回日期: 2020-07-17; 录用日期: 2020-08-07

**基金项目**:国家自然科学基金(61604046)、贵州省科技计划(黔科合平台人才[2017]5788 号、[2018]5781 号)、半导体功 率器件可靠性教育部工程研究中心开放基金(黔科合平台人才[2017]6103 号)

<sup>\*</sup> E-mail: wyh920726@163.com; \*\* E-mail: eliot.c. yang@163.com

#### 第 58 卷 第 4 期/2021 年 2 月/激光与光电子学进展

## 研究论文

## 1引言

图像匹配是图像处理中应用最广泛的技术之 一,是指在不同时间、不同视角或者不同传感器条件 下,找到同一场景的两幅或多幅图像之间最佳变换 关系的过程<sup>[1]</sup>,在图像拼接、三维重建、机器人定位与 导航、医学检测等方面具有广阔的应用前景<sup>[2-4]</sup>。

Lowe<sup>[5]</sup>于 1999年提出尺度不变特征变换 (SIFT)算法,该算法对图像间的旋转和尺度变化 以及图像间的视角和光照变化具有较好的鲁棒 性,是目前应用广泛的图像匹配算法之一<sup>[6]</sup>。但 是传统 SIFT 算法的计算复杂度较高,因此研究者 展开了大量关于提升 SIFT 算法时效性的研究:Ke 等<sup>[7]</sup>使用主成分分析(PCA)对 SIFT 的描述子进 行降维,有效地加快了算法速度;Bay 等<sup>[8]</sup>使用积 分图像替代传统的高斯卷积,从而加快算法速度; 周宏浩等<sup>[9]</sup>使用卷积神经网络对 SIFT 描述子进 行降维,从而加快 SIFT 算法速度;卢鹏等<sup>[10]</sup>通过 加大特征点的检测半径、改进描述子结构并使用 最优节点优先(BBF)的匹配算法,加快了 SIFT 算 法速度;韩宇等<sup>[11]</sup>通过改进 SIFT 描述子结构,结合 绝对距离和余弦相似度的匹配方式,实现图像的快 速匹配。

进一步提高上述针对速度的改进算法的时效 性,将有利于实际工程应用。因此本文进行了如下 改进:首先使用角点响应函数(CRF)对图像进行分 区,将能有效提供特征点的角度区域和边缘区域作 为 Mask 并建立 Mask 金字塔,以限制特征点在高 斯差分尺度空间上的搜索区域;然后,在极坐标下构 建新型圆形描述子,通过降低描述子的维度提升算 法速度;最后,根据特征点的极值类别进行同类匹 配,实现图像间的快速匹配。

## 2 基于 SIFT 的改进算法

本文算法分为特征点检测、特征点描述和特征 点匹配三个阶段。流程图如图1所示。





首先,在特征点检测阶段,对于参考图像和待配 准图像,除与 SIFT 算法一样建立高斯金字塔和高 斯差分金字塔外,还利用 CRF 将角度区域和边缘区 域生成的待检测区域作为 Mask,并建立 Mask 金字 塔。其次,使用 Mask 限制像素点在高斯差分尺度 空间中的极值搜索区域,并根据极值点的种类建立 标签,再经过极值点精确定位、消除边缘响应点等步 骤生成特征点。在特征点描述阶段,针对特征点生 成主方向后,使用改进的描述子生成特征点的 56 维 描述子向量。最后,在特征点匹配阶段,根据特征点 的极值类别标签在 Mask 的搜索区域内进行最近邻 距离比率(NNDR)的同类匹配,之后使用快速采样 一致(FSC)<sup>[12]</sup>算法获得图像间的变换参数,剔除误 匹配点对。

## 2.1 基于 Mask 的特征搜索和极值匹配

在 SIFT 算法中,需要在图像的高斯差分尺度

空间上获得足够多且较为稳定的点作为特征点,以 满足不同特征变化下的图像匹配需求。但在图像 中,往往只有纹理复杂的区域才能有效地提供特征 点,若对整幅图像进行特征点搜索,则会增加无用的 时间开销<sup>[13]</sup>。因此,若能对图像的纹理复杂度进行 预分析,提取出能够有效提供特征点的潜在区域,则 可极大地缩小搜索空间并提高算法整体的运算效率。

因此,本文首先利用 Harris 算法中 CRF 把图 像分为角度区域、边缘区域和平坦区域。Harris 角 点检测算法通过统计窗口内每个点在不同方向上梯 度变化的程度,可以在一定程度上反映图像的纹理 信息变化。CRF 和角点的自相关矩阵 *M*(*x*,*y*)分 别表示为

$$\operatorname{CRF}(x, y) = \operatorname{det}(\boldsymbol{M}) - k \cdot \operatorname{trace}(\boldsymbol{M})$$
, (1)

$$\mathbf{M}(x,y) = \sum_{x,y} w(x,y) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_x^2 & \mathbf{I}_x \mathbf{I}_y \\ \mathbf{I}_y \mathbf{I}_x & \mathbf{I}_y^2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

#### 第 58 卷 第 4 期/2021 年 2 月/激光与光电子学进展

式中:w(x,y)为高斯窗口; $I_x$ 和 $I_y$ 分别为该点在 水平和垂直方向的梯度;det 为矩阵的行列式;trace 为矩阵的迹;k为经验常数,其取值范围通常为 0.04~0.06,本文选择k=0.04。角度区域和边缘 区域为在各个方向或某一方向梯度值均有明显变化 的区域,能有效地提供稳定且数量较多的特征点;平 坦区域水平和垂直方向的梯度值均无明显变化,纹理 信息较弱,提供的特征点数量较少且不稳定。所以本 文取消对平坦区域的检测,将角度区域和边缘区域作 为待检测区域。图像的纹理分区结果如图 2(a)所示。

将参考图像和待匹配图像生成的待检测区域作 为对应图像的 Mask,并建立 Mask 金字塔[图 2(b)], 用于限制算法在高斯差分尺度空间上对于平坦区域 的特征点搜索。在特征点检测过程中,传统 SIFT 算法在高斯差分尺度空间中比较了每个像素点与邻 域尺度空间中 26 个点的大小,以获得极值点,本文 在此基础上使用 Mask 金字塔中的待检测区域限制 极值的搜索空间,根据每个像素点与邻域尺度空间 26 个点的大小关系生成极大和极小值点,并根据其 类别建立标签,以生成具有极值类别标签的特征点, 从而满足匹配阶段的快速匹配,如图 2(c)所示。 Mask 金字塔建立步骤如下:将待检测区域作为金 字塔中第一组 Mask;使用最近邻插值的下采样算 法将下一组 Mask;使用最近邻插值的下采样算 法将下一组 Mask 的尺寸缩小为上一组的一半,生 成与高斯差分金字塔相同的组数;组内不同尺度的 图因分辨率相同,只需生成一个 Mask。



图 2 图像分区, Mask 金字塔, 以及使用 Mask 进行特征点搜索。(a)图像分区; (b) Mask 金字塔; (c)使用 Mask 进行特征点搜索

Fig. 2 Image partition, Mask pyramid, and feature point searching with Mask. (a) Image partition; (b) Mask pyramid; (c) feature point searching with Mask

最后,仅在 Mask 的搜索区域完成特征点匹配。 为进一步加快匹配,采用极值分类的匹配方法。步 骤如下:完成特征点描述后,根据极值类别标签对特 征点进行分类,在 Mask 搜索区域内进行同类的 NNDR 匹配,并使用鲁棒性和准确性更好的 FSC 算 法获得图像间的模型变换参数,剔除误匹配点对。 FSC 算法将随机采样一致(RANSAC)算法中的数 据集分为采样集和一致集并从中获得变化参数,再 使用优化的近邻算法获得正确匹配点数。本文采用 的极值分类匹配算法可以避免不同极值不能匹配上 的情况,从而降低匹配复杂度。

#### 2.2 改进的特征描述子

SIFT 算法为了获得旋转不变性,需把特征点的主方向旋转到水平 *x* 轴,并统计邻域 16 pixel × 16 pixel 在 8 个方向上的梯度累计直方图,生成 128 维描述子向量。但方形描述子可能出现旋转前后覆盖面积不一致等问题<sup>[14]</sup>,且描述子的特征向量 维数过高会增加计算负担。因此近年来研究者对描述子结构进行改进,如:使用卷积神经网络将描述子 降低到 32 维<sup>[9]</sup>,增加灰度信息并将描述子结构改进 为 78 维的 12 圆环描述子<sup>[10]</sup>等。

但为进一步在获得较多匹配点数的情况下提升

#### 第 58 卷 第 4 期/2021 年 2 月/激光与光电子学进展

算法效率,本文在极坐标下建立了圆形描述子,为了 合理地设置描述子包含的区域数,选用 Oxford 数 据集<sup>[15]</sup>对比在不同区域下算法整体的平均匹配速 度和平均正确匹配点数,如图 3(a)、(b)所示。由图 可以看出,算法用时与区域数近似呈线性关系,但匹 配上的点数并没有因为区域数的增加而增加,故本 文选择 7 区域建立圆形描述子。建立圆形描述子的 具体步骤如图 3(c)所示:以特征点位置作为极点、 *R*<sub>1</sub>和 *R*<sub>2</sub> 作为极径建立双同心圆;将 *R*<sub>2</sub> 设置为特 征点对应尺度的 6 倍,并将外环在极角上 6 等分;考虑到靠近特征点的像素对特征点描述的贡献较大, 设置  $R_1$  和  $R_2$  的比值为 0.4,此时中心圆区域面积 稍大于外环的扇形区域,从而生成 7 个区域的圆形 描述子。为了使描述子具有旋转不变性,将特征点 的主方向旋转到 x 轴,并统计每个区域内像素在 8 个方向上的梯度累计直方图,生成 56 维描述子向 量。最后按照 SIFT 算法所采用的方法对描述子进 行归一化操作,以降低非线性光照的影响。



图 3 匹配时间,正确匹配点数,以及 7 区域圆形描述子。(a)匹配时间;(b)正确匹配点数;(c)7 区域圆形描述子 Fig. 3 Matching time, correct matching points, and seven-zone circular descriptor. (a) Matching time; (b) correct matching points; (c) seven-zone circular descriptor

## 3 实验结果与分析

本次实验的运行环境为 CPU 为 AMD Ryzen 3600 4.2 GHz、RAM 为 16 GB 的 64 位 Windows10 操作系统。在实验环节,选用 Oxford 数据集中的 5 组图像进行测试,将传统 SIFT 算法和两种 SIFT 的 改进算法(改进描述子结构和匹配方式的算法<sup>[10-11]</sup>)进行比较。对于各算法:取 NNDR 匹配方法中最近邻和次近邻的距离比为 0.8,通过 FSC 算法获得正确匹配点数,并将正确匹配点数作为评价匹配质量的指标<sup>[16]</sup>。本文算法的匹配结果如图 4 所示。



图 4 图像匹配结果。(a)亮度变换;(b)视角变换;(c)模糊变换;(d)旋转和放缩变换;(e)压缩变换 Fig. 4 Image matching results. (a) Brightness transformation; (b) perspective transformation; (c) fuzzy transformation; (d) rotation and scaling transformation; (e) compression transformation

## 3.1 Mask 特征搜索的性能分析

为验证本文采用基于 Mask 的特征点搜索方法 对算法速度的改进以及其对匹配质量的影响,将本 文方法与不采用该方法的 SIFT 算法进行对比,如 图5所示。

由图 5 可以看出, Mask 限制了图像中的弱纹理 区特征点搜索后, 算法整体速度得到了有效提升, 平 均速度提升了 23.68%。因为弱纹理区产生的特征点

#### 第 58 卷 第 4 期/2021 年 2 月/激光与光电子学进展

不太稳定,本文方法难以生成最后匹配上的特征,所 以在特征点数平均减少了 17.40%的情况下,本文方 法正确匹配的点数平均仅减少了 11.46%,具有较高 的可靠性和精度。因此可以说明,本文方法在略微损 失匹配质量的情况下,能够有效提升算法整体效率。 但是,由图 5(c)中的③组图像可以看出,在模糊变化 下,模糊图像会导致图像纹理信息出现少量偏差,从而 影响 Mask 的生成区域,造成一定的匹配质量下降。



图 5 算法整体用时,特征点数,以及正确匹配点数。(a)算法整体用时;(b)特征点数;(c)正确匹配点数 Fig. 5 Overall time of algorithm, number of feature points, and number of correct matching points. (a) Overall time of algorithm; (b) number of feature points; (c) number of correct matching points

## 3.2 改进描述子的性能分析

图像匹配算法中,描述子会影响描述子生成阶段速度、匹配阶段速度和正确匹配点数,为验证本文 SIFT 算法中描述子的性能,对本文算法与 SIFT 算法、文献[10]和文献[11]中的方法进行分析比较,结 果如图 6 所示。

由图 6 可以看出,本文方法相较于 SIFT 算法, 描述子生成阶段速度和匹配阶段速度平均提升了 71.59%和 62.00%,正确匹配点数平均减少了 3.15%。本文方法以损失较小的匹配质量为代价, 可以有效地提升描述子生成阶段的速度和匹配阶 段的速度;相较于文献[10]和文献[11]中的方法, 本文方法的描述子生成阶段的速度平均提升了 35.88%和降低了4.74%,匹配阶段的速度平均提 升了40.95%和3.20%,正确匹配的点数平均增 加了16.83%和13.88%。因此可以说明,本文方法 在保证良好的匹配质量的同时能够有效地提升算法 速度。





Fig. 6 Descriptor generation time, matching time, and number of correct matching points. (a) Descriptor generation time; (b) matching time; (c) number of correct matching points

## 3.3 极值分类匹配的性能分析

为验证本文采用的极值分类匹配算法对于匹配 速度的改进,分别在文献[10]和文献[11]的算法中 加入极值分类匹配算法,以对比匹配阶段的速度和 正确匹配点数,结果如图 7 所示。

SIFT 算法与 SIFT 结合极值分类匹配算法的平均正确匹配点数分别为 532.4 和 536.6,文献[10]中的算法和文献[10]中的算法结合极值分类匹配算法的平均正确匹配点数分别为 532.4 和 536.6,文献[11]

中的算法和文献[11]中的算法结合极值分类匹配算法 的平均正确匹配点数分别为 541.6 和 545.4。

由图 7 可以看出,在加入极值分类的匹配方法 后,在匹配阶段,SIFT 算法、文献[10]和文献[11] 中算法的速度均有所提升,平均提升了 50.76%、 39.26%和 12.55%,并且正确匹配点数均略有提 升。因此可以说明,本文所采用的极值分类的匹配 方法在保持较好的匹配质量的同时能够有效提升匹 配阶段的算法速度。





Fig. 7 Algorithms for adding extreme category in matching stage. (a) SIFT algorithm; (b) algorithm in Ref. [10];

(c) algorithm in Ref. [11]

## 3.4 时间效率分析

献[10]和文献[11]中的算法在各个阶段进行分析比

为验证本文算法的速度,将其与 SIFT 算法、文 较,结果如表1 所示。

表1 各算法的运行时间

Method	Image	Time for finding feature points /s	Descriptor generation time /s	Matching time /s	Total time /s
2	2.275	6.822	3.172	13.143	
3	2.265	7.108	3.179	13.373	
4	2.335	7.604	5.796	14.566	
5	1.847	6.850	2.802	12.677	
Algorithm in Ref. [10]	1	1.503	1.771	0.514	4.453
	2	2.107	3.006	1.129	6.877
	3	2.103	3.048	1.239	7.147
	4	2.217	3.249	1.441	7.626
	5	1.675	2.631	1.081	6.230
Algorithm in Ref. [11]	1	1.623	1.100	0.383	3.686
	2	2.274	1.858	0.800	5.575
	3	2.234	1.802	2.202	7.012
	4	2.334	1.936	2.590	7.462
	5	1.861	1.631	0.776	4.822
Proposed method	1	1.156	0.802	0.263	2.998
	2	1.628	1.348	0.402	4.132
	3	1.549	1.228	0.348	4.033
	4	1.941	1.786	0.513	5.021
	5	1.521	1.493	0.491	4.297

	hms
--	-----

由表1可以看出,本文算法相较于SIFT算法、 文献[10]和文献[11]中的算法,在特征点搜索阶段的 平均速度分别提升了25.08%、18.76%和24.59%,在 描述子生成阶段的平均速度分别提升了79.53%、 51.57%和20.52%,在匹配阶段的平均速度分别提 升了85.63%、60.82%和56.43%,算法整体速度平 均提升了66.11%、36.26%和26.12%。综上所述, 采用 Mask 的特征搜索方法能够缩小无效区域,加 快算法整体速度;改进的描述子可以有效提升算法 在描述子生成和匹配阶段的速度;极值分类算法能够进一步提升匹配阶段的速度。因此可以说明,本 文算法可以有效降低 SIFT 算法的计算复杂度,提 升算法效率。

## 4 结 论

针对 SIFT 算法在图像匹配过程中的计算复杂 度高的问题,提出了一种基于 Mask 搜索的快速 SIFT 图像匹配算法。采用 Mask 的特征搜索方法

可以限制平坦区域的特征点检测,从而提升算法整体速度;改进的描述子通过降维和优化结构的方式提升描述子的生成速度和匹配速度;极值分类算法可以降低匹配复杂度,进一步提升匹配速度。实验结果表明,本文算法可以有效降低 SIFT 算法的计算复杂度,与 SIFT 算法和当前两种改进的 SIFT 算法相比,本文算法的平均速度分别提升了 66.11%、36.26%、26.12%,在图像的亮度、视角、旋转、放缩和压缩变换中具有较好的匹配质量。因此,本文算法在对图像匹配效率有较高要求的领域具有潜在的应用价值。

## 参考文献

- [1] Wang S. SIFT based image matching algorithm research[D]. Xian: Xidian University, 2013: 1-9.
  汪松.基于 SIFT 算法的图像匹配方法研究[D].西 安:西安电子科技大学, 2013: 1-9.
- [2] Tang Z T, Ding Z, Zeng R M, et al. Quantum image stitching algorithm based on improved Harris and quadratic normalized cross correlation [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(10): 101005.
  唐泽恬,丁召,曾瑞敏,等.基于改进的 Harris和二次归一化互相关的量子图像拼接算法[J].激光与光电子学进展, 2020, 57(10): 101005.
- [3] Mur-Artal R, Montiel J MM, Tardos J D. ORB-SLAM: a versatile and accurate monocular SLAM system[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5): 1147-1163.
- [4] Zhao P T, Da F P. Image matching with large viewing angle based on local features [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(5): 0510002.
  赵鹏图,达飞鹏.基于局部特征的大视角图像匹配 [J].光学学报, 2019, 39(5): 0510002.
- [5] Lowe D G. Distinctive image features from scaleinvariant keypoints [J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91-110.
- [6] Ma W P, Wen Z L, Wu Y, et al. Remote sensing image registration with modified SIFT and enhanced feature matching [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2017, 14(1): 3-7.
- [7] Ke Y, Sukthankar R. PCA-SIFT: a more distinctive representation for local image descriptors [C] //IEEE Computer Society Conference on Computer Vision & Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2004: 506-513.

## 第 58 卷 第 4 期/2021 年 2 月/激光与光电子学进展

- Bay H, Tuytelaars T, van Gool L. SURF: speeded up robust features[M]//Computer Vision - ECCV 2006. Heidelberg: Springer, 2006: 404-417.
- [9] Zhou H H, Yi W N, Du L L, et al. Convolutional neural network-based dimensionality reduction method for image feature descriptors extracted using scale-invariant feature transform [J]. Laser &. Optoelectronics Progress, 2019, 56(14): 141008.
  周宏浩,易维宁,杜丽丽,等.基于卷积神经网络的 SIFT 特征描述子降维方法[J].激光与光电子学进 展, 2019, 56(14): 141008.
- [10] Lu P, Lu Q, Zou G L, et al. Research on time series image mosaic method based on improved SIFT
  [J]. Computer Engineering and Applications, 2020, 56(1): 196-202.
  卢鹏,卢奇,邹国良,等.基于改进 SIFT 的时间序列图像拼接方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2020, 56(1): 196-202.
- [11] Han Y, Zong Q, Xing N. Fast matching of UAV aerial image based on SIFT [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Nankaiensis, 2019, 52(1): 5-9.
  韩宇, 宗群, 邢娜. 基于改进 SIFT 的无人机航拍图 像快速匹配[J].南开大学学报(自然科学版), 2019,

52(1): 5-9.

- [12] Wu Y, Ma W P, Gong M G, et al. A novel pointmatching algorithm based on fast sample consensus for image registration [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2015, 12(1): 43-47.
- [13] Tang Z T, Ding Z, Zeng R M, et al. Multi-threshold corner detection and region matching algorithm based on texture classification[J]. IEEE Access, 2019, 7: 128372-128383.
- [14] Zeng L, Gu D L. A SIFT feature descriptor based on sector area partitioning[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(9): 1513-1519.
  曾峦,顾大龙. 一种基于扇形区域分割的 SIFT 特征 描述符[J]. 自动化学报, 2012, 38(9): 1513-1519.
- [15] Mikolajczyk K. Affine covariant feature [EB/OL]. (2007-06-15)[2018-10-15]. http://www.robots.ox. ac.uk/~vgg/research/affine/.
- Li Q L, Qi S W, Shen Y Y, et al. Multispectral image alignment with nonlinear scale-invariant keypoint and enhanced local feature matrix [J].
  IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2015, 12(7): 1551-1555.