

激光与光电子学进展

基于粒子群优化算法的激光雷达实时检测隧道中心线

汪洋浪¹, 王科未^{1,2}, 邹斌^{1,2*}

¹武汉理工大学现代汽车零部件技术湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430070;

²武汉理工大学汽车零部件技术湖北省协同创新中心, 湖北 武汉 430070

摘要 为解决运梁车在过隧道时载梁片两侧距离隧道壁过窄的问题, 提出一种基于粒子群算法的 16 线激光雷达实时检测隧道中心线的方法。对某型号运梁车, 设计三维激光雷达支架, 安装及标定激光雷达, 构建隧道中心实时检测平台。使用粒子群算法和 PCL(Point Cloud Library) 中的点云滤波对激光雷达数据进行处理, 实时求解出车辆前进方向相对于隧道纵向的横摆角度, 在此基础上求出隧道壁横截面点云, 并用粒子群算法拟合出该圆的中心点坐标和半径, 从而拟合出隧道中心线。实验结果表明, 该方法可有效检测出隧道中心线, 同时该方法求出的隧道半径与隧道实际半径的误差以及提取的隧道中心线与实际中心线的误差均在 3 cm 以内, 这表明文章提出的算法可以对隧道中心进行实时检测。

关键词 遥感; 激光雷达; 粒子群算法; 实时检测

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0328004

LiDAR Real-Time Detection of Tunnel Centerline Based on Particle Swarm Optimization Algorithm

Wang Yanglang¹, Wang Kewei^{1,2}, Zou Bin^{1,2*}

¹Hubei Key Laboratory of Advanced Technology for Automotive Components, Wuhan University of Technology, Wuhan, Hubei 430070, China;

²Hubei Collaborative Innovation Center for Automotive Components Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan, Hubei 430070, China

Abstract This paper proposed a real-time detection method for tunnel centerline by 16-line LiDAR based on particle swarm optimization (PSO) algorithm to solve too narrow of the beam's two sides from the tunnel wall crossing the tunnel. We designed a three-dimensional LiDAR bracket for a certain type of beam truck, installed and calibrated the LiDAR, and constructed a real-time tunnel-center-detection platform for the beam transport vehicle. Using the PSO algorithm and point cloud filtering (PCL) in the point cloud library, we processed the LiDAR data and then calculated the real-time cross-swing angle of the vehicle's forward direction relative to the vertical tunnel. Thus, we obtained the point cloud of the tunnel wall's cross section and fitted the center point coordinate and radius of the circle using the PSO algorithm to fit the tunnel centerline. The experimental results show that the method can effectively detect the tunnel centerline. The errors between the tunnel radius calculated by this method and the actual tunnel radius and between the extracted tunnel centerline and actual tunnel centerline were both within 3 cm. Hence,

收稿日期: 2020-06-16; 修回日期: 2020-07-02; 录用日期: 2020-08-06

基金项目: 新能源汽车科学与关键技术学科创新引智基地资助(B17034)

*E-mail: 1173059950@qq.com

the proposed method can effectively detect real-time tunnel centerline.

Key words remote sensing; LiDAR; particle swarm optimization; real-time detection

OCIS codes 280.3640; 280.3420

1 引言

随着中国高铁技术突飞猛进的发展,越来越多的高铁线路将要建造,运梁车作为运输桥梁的载体,实现运梁车自动驾驶成为当下研究的热点之一。运梁车的作业环境与普通乘用车和商用车的城市化结构道路不同,运梁车体型较大,本文试验的运梁车长 80 m、宽 7 m、高 2 m,载梁后宽 12.6 m、高 4 m,行驶路面分为路基、桥梁、隧道等。隧道半径 6.7 m,由于隧道内环境比较复杂,GPS 信号弱,光线较暗,使用惯导或摄像头难以精确获取车辆在隧道内的相对位置。激光雷达测距具有精度高、速度快、抗干扰能力强的优点,尤其是受光照的影响小,因此在各个领域得到广泛的应用。为使运梁车作业时能够安全地通过隧道,需要对隧道中心实时精准地做出检测,在车辆行驶过程中需使车辆中心线与隧道中心线重合。

隧道中心线的提取主要是通过拟合隧道横截面点云得到中心坐标,再求出隧道中心线。吴廷等^[1]根据隧道内任意断面中心必定位于隧道中轴线上这一理论,基于激光雷达扫描数据任意切出两个断面,通过拟合椭圆中心得到两个隧道断面的中心点坐标,将其连接起来,然后从任一中心出发,按一定里程截取若干个垂直于椭圆中心连线的断面,拟合出所有断面中心坐标,将其连接得到隧道中心线,这种方法精度较高,但运算时间过长。王井利等^[2]利用共有坐标换算完成激光雷达坐标系和隧道工程坐标系的统一;截取一定厚度的隧道平面切片,并对切

片点云去噪、滤波、投影,得到断面点云;通过改进的最小二乘拟合得出断面中心点从而求解出隧道中心线。这种方法测出的隧道中心线精度高,运算时间较短,但只能静态地统一激光雷达坐标系和隧道工程坐标系,并不能实时动态地检测隧道中心线。何丽娜等^[3]在获取隧道激光雷达点云后,结合最小二乘直接拟合和最小平方中值法的优点,对隧道横截面点云进行拟合,并通过样本分位值法先剔除数据中的粗差再拟合断面中心点,从而得到隧道中心线。相比于前两种拟合效果而言,这种方法增强了拟合结果的稳健性,但同样缺乏实时性。

本文利用粒子群算法^[4]实时求出隧道纵向与车辆前进方向的夹角,从而将隧道点云通过矩阵变换使隧道壁上纵向点云与车辆前进方向平行,因此每个垂直于车辆前进方向的隧道断面点云都是一个标准圆上的点。再利用 PSO 算法根据这些点求出圆心坐标,进而准确求出隧道中心线。

2 激光雷达配置和外参数标定

2.1 激光雷达基本参数

采用镭神智能公司的 C16 三维激光雷达,具体参数如图 1 所示。这款三维激光雷达测距原理为飞行时间测量法,即激光发射器发出激光脉冲时,内部定时器开始计时,当激光波碰到物体后部分能量返回,当激光接收器接收到返回激光波时,内部定时器停止计时。根据时间差除以 2 再与光速相乘便可得到距离。

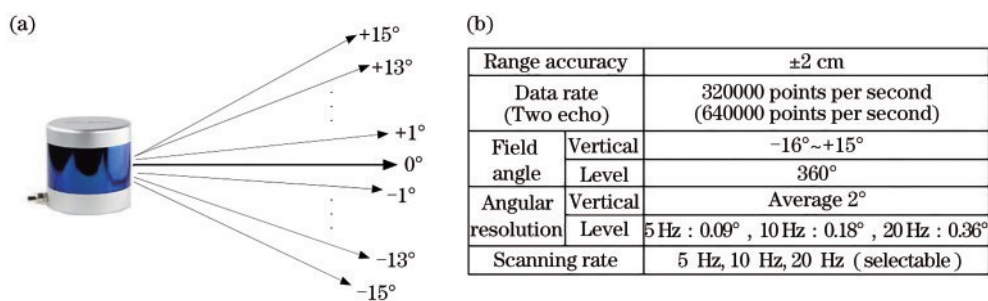


图 1 激光雷达基本参数和基本原理。(a)激光发射原理图;(b)基本参数

Fig. 1 Basic parameters and basic principles of LiDAR. (a) Schematic diagram of laser emission; (b) basic parameters

2.2 激光雷达安装

由于运梁车车体较大,不便于直接实验,因此实验过程以一辆 SUV 轿车代替,测试过程以运梁车

为载体。因为激光雷达线束较少且主要获取的是隧道壁面上的点,因此将激光雷达水平放置在车顶,如图 2 所示。

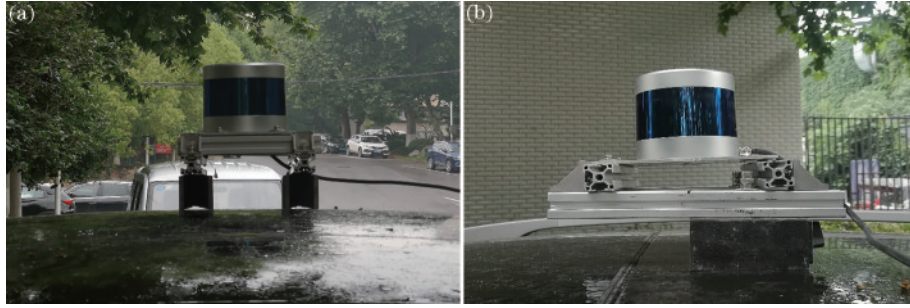


图 2 激光雷达安装示意图。(a)正视图;(b)侧视图

Fig. 2 LiDAR installation schematic. (a) Front view; (b) side view

2.3 激光雷达标定

激光雷达的标定分为外参标定和内参标定^[5],内参在雷达出厂时已经设置完毕,所以不需要重复标定。对于雷达外参数的标定,主要是获取雷达坐标系相对于车辆坐标系的旋转矩阵和平移矩阵^[6],使雷达坐标系进行坐标变换后与车辆坐标系重合。雷达坐标系以车辆正前方为 X 轴正方向,以车辆水平向左为 Y 轴正方向,以竖直向上为 Z 轴正方向。由于人工安装误差会使得雷达坐标系的 X_1, Y_1, Z_1 轴相对于车辆坐标系的 X_v, Y_v, Z_v 轴依次存在侧倾角 α 、俯仰角 β 和横摆角 γ , 雷达坐标系原点相对于车辆坐标系原点存在平移距离 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$, 其中 $\Delta X, \Delta Y$ 可通过人工测量,但 $\Delta Z, \alpha, \beta, \gamma$ 基于人工测量时误差较大且难以实现。激光雷达坐标系 $X_1 Y_1 Z_1$ 与车辆坐标系 $X_v Y_v Z_v$ 在三维空间中的几何位置关系如图 3 所示。本文参考文献[5]所提出的标定方法可以通过程序计算出 $\Delta Z, \alpha, \beta$, 精度较高,但对于横摆角 γ 而言,在隧道环境内该方法并不适用,可通过人工标定计算得出,即采用在车辆 X_v 轴前方已知位置处放置标定物,经人工标定计算出横摆角 γ 。

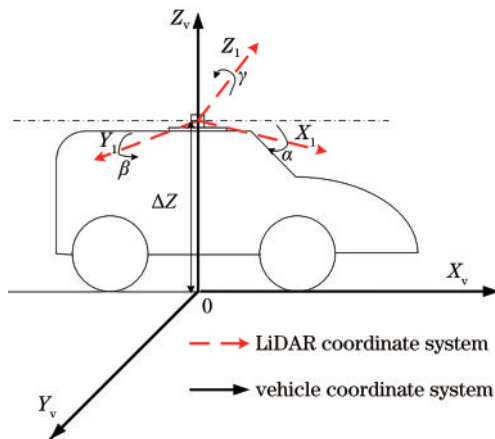


图 3 车辆及激光雷达坐标系

Fig. 3 Vehicle and LiDAR coordinate systems

3 实时隧道中心检测

3.1 雷达点云数据处理

激光雷达的外参标定之后,雷达坐标系与车辆坐标系基本重合。因为隧道横截面在设计制造时为标准圆,故只有实时获取隧道纵向与车辆坐标系 X_v 轴的夹角 α_0 , 才能准确获取标准横截面点云数据。这个夹角由两部分组成:一是人工测量雷达坐标系和车辆坐标系绕 Z 轴横摆角度的误差 α_1 , 该值为固定值,很小,可忽略不计;二是当车辆转向时,雷达与车体刚性连接,在车辆坐标系下,隧道壁点云的前进方向与车辆坐标系 X_v 轴会存在一个夹角 α_2 , α_2 随车体转向角度的变化而变化。而隧道纵向与车辆坐标系 X_v 轴总的变化角度为 $\alpha_0 = \alpha_1 \pm \alpha_2$, 其中:当车辆朝着 α_1 的反方向转向时, $\alpha_0 = \alpha_1 + \alpha_2$; 当车辆朝着 α_1 的正方向转向时 $\alpha_0 = \alpha_1 - \alpha_2$ 。车辆转向时形成的点云如图 4 所示,图 4 中 X_v 轴表示隧道纵向,平行于隧道中心线。

本研究采用镭神 C16 进行检测,这款激光雷达沿不同垂直视场角一共有 16 路激光通道,但是雷达发布的点云单点数据结构中并没有涵盖通道这一

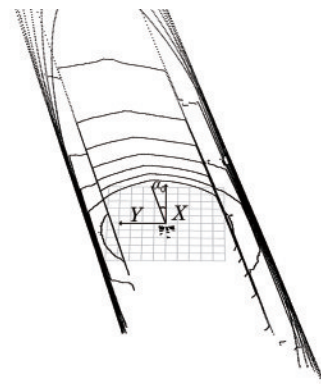


图 4 车辆向右转向隧道点云示意图

Fig. 4 Cloud diagram of the vehicle turning to the right to the tunnel point

参数。为了获取隧道纵向雷达点云,本文将雷达点云根据垂直视场角划分为 16 路,分别对应激光雷达的 16 路激光通道,并用 PCL(Point Cloud Library)库中的半径滤波去除雷达数据中的干扰点和离群点,激光雷达每一路激光发射器在隧道壁形成的点云,如图 5 所示,图中给出垂直视场角为 -1° 或者 1° 时激光雷达点云与隧道壁形成的交线,该交线近似为圆锥体表面与圆柱体表面的交线。当垂直视场

角绝对值较小时,圆锥体顶角较大;当垂直视场角为 -1° 或者 1° 时,圆锥体顶角为 178° 。由于隧道半径较大,该交线近似等同于一个水平面与隧道壁在长度方向的交线,故可作为隧道纵向参考方向。为保证实时性以及该交线上的点都在隧道壁上,可选择交线的某一段作为隧道纵向参考方向点云,如图 5(d) 所示。实验表明该段点云可以代表隧道纵向。

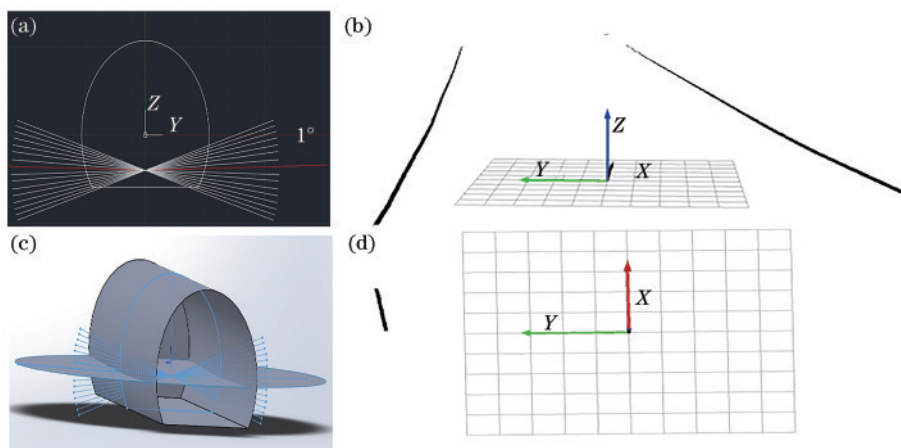


图 5 隧道纵向参考方向点云。(a)点云二维示意图;(b)点云三维示意图;(c)垂直视场角为 1° 的雷达点云;(d)隧道纵向参考方向点云

Fig. 5 Point cloud in the longitudinal reference direction of the tunnel. (a) Two-dimensional schematic diagram of point cloud; (b) three-dimensional schematic diagram of point cloud; (c) LiDAR point cloud with vertical field angle of 1° ; (d) point cloud in the longitudinal reference direction of the tunnel

3.2 基于 PSO 算法求解夹角 α_0

在获取隧道纵向参考方向点云后,这部分点云组成的直线在 XY 平面内的投影与 X 轴夹角就是 α_0 。PSO 算法^[7]是一种基于群体智能的优化算法,种群通过不断更新当前搜索到的最优值来更新全局最优值。相比于遗传(GA)算法^[8],PSO 算法的规则更加简单,不需要进行选择、交叉和变异等复杂操作,更便于程序实现。PSO 算法流程^[9]如图 6 所示。

参考方向点云 XYZ 坐标的 y 值中存在一个最大值 Y_{max} 和最小值 Y_{min} ,令 $F = |Y_{max} - Y_{min}|$,可知函数 F 数值越小,说明该参考点云方向与 X 轴方向夹角越小。故在粒子群算法开始时,设置初始角度 θ ,对参考方向点云进行坐标变换,求出此时的 F 值,以 F 值最小作为优化目标,自动求解出最优解 α_0 。

具体求解流程如下:

- 1) 输入参考方向点云。
- 2) 设置初始角度 θ 变化范围, θ 的初始值为该范围内的一个随机值。
- 3) 根据角度 θ 对点云作坐标变换。

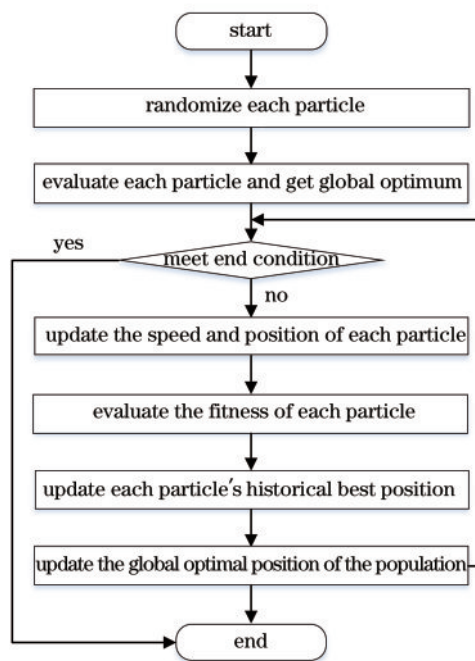


图 6 粒子群算法流程示意图

Fig. 6 Particle group algorithm flow diagram

4) 以函数 F 值最小作为优化目标, 自动更新 θ 。

5) 判断 F 值是否小于阈值 E_0 或者是迭代次数是否达到预设值 N 。如果满足其一, 则终止迭代, 输出角度 θ 最优解 α_0 ; 如果都不满足, 根据更新的 θ 值

继续执行步骤 3)~4)。

6) 根据最优解 α_0 对所有点云进行坐标变换。点云坐标变换后如图 7 所示。

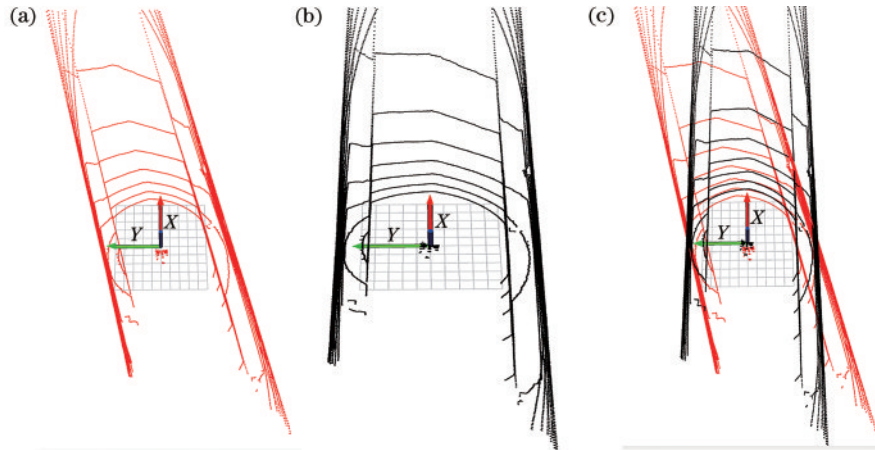


图 7 隧道壁点云坐标转换俯视图。(a)原始点云;(b)转换后点云;(c)对比图

Fig. 7 Top view of point cloud coordinate conversion of tunnel wall. (a) Original point cloud; (b) post-conversion point cloud; (c) comparison chart

3.3 截取隧道横截面点云

将隧道内所有点云根据上面获得的夹角 α_0 作坐标变换后, 用平行于 YZ 平面的任意平面截取隧道点云, 得到的点云都是实际隧道断面上的点云。由于求解的最优值 α_0 与实际值之间存在细微的误差, 为了最大程度地接近实际隧道圆, 截取横截面应靠近车辆坐标系原点。因为雷达点云在隧道壁上离散的, 随机取一个面截取, 断面上不一定会有点存在, 需要同时截取两个相隔一定距离的平行面。因高于地面 1.5 m 以下的隧道壁面外表不光滑且不规则, 同时为了避免人员走动以及其他障碍物的干扰, 在截取的隧道壁面点云中用直通滤波过滤掉 2 m 以下的点。图 8 是以 $X = 0.3$ m 和 $X = 0.4$ m 两个面为例截取得到的隧道断面点云。

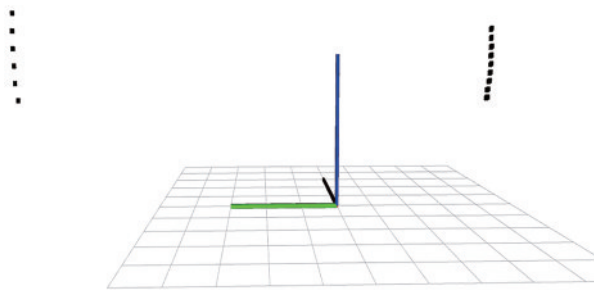


图 8 隧道横截面点云

3.4 基于 PSO 算法获取横截面中心

隧道在设计建造时, 其横截面是标准的圆形截面, 但建造好后因受外力作用的影响, 隧道会产生微小的变形, 隧道横截面呈一个离心率较小的椭圆^[10-11]。在求解横截面中心的过程中, 分别通过拟合椭圆和圆来求解中心。拟合圆和椭圆方法一般采用最小二乘法^[12-16], 即通过对一般方程内未知数取偏导数来求解其一般方程。本文提出一种基于粒子群算法的圆心拟合方法。三种方法的拟合效果如图 9 所示, 图中完整圆是根据拟合方程绘制, 左右两侧点云是原始点云。本研究分别在偏离隧道中心左边 5 cm, 右边 10 cm 和 15 cm 处用三种方法求解中心偏离值 Δy , 表 1 给出拟合中心与车辆坐标系原点偏离值和实际值对比, 其中 t 表示处理单帧激光雷达原始点云所需要时间, f 表示程序运行频率。

由于隧道半径比较大, 所获取的隧道断面点云比较稀疏, 拟合椭圆时样本数量较少, 因此用最小二乘法拟合椭圆方程时的误差较大。最小二乘法与 PSO 算法^[17] 在拟合圆心偏离误差上几乎无差别, 但 PSO 算法耗时更少, 这是因为样本数量点云很少, PSO 算法迭代次数少, 收敛快。运梁车平均运行速度为 3 km/h 左右, 最大空车运行速度为 5 km/h, 对环境感知频率要求在 10 Hz 左右, 由表 1 可知, PSO 算法满足实时性和误差要求。根据以上对比综合考虑, 选用 PSO 算法拟合圆来实时求解隧

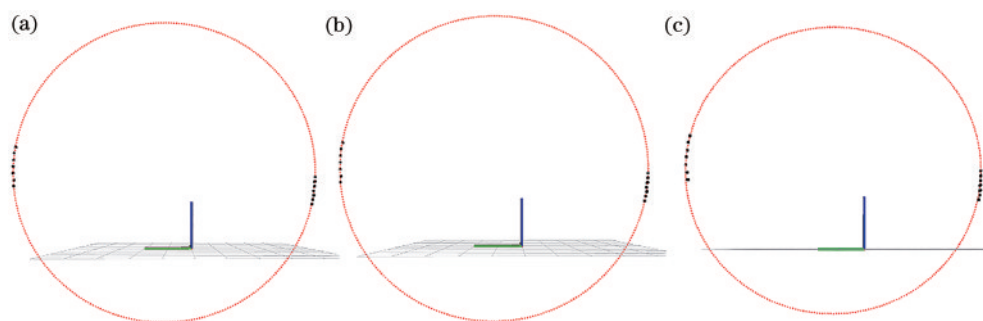


图9 拟合效果图。(a)粒子群算法;(b)最小二乘法(圆);(c)最小二乘法(椭圆)

Fig. 9 Fitting effect diagrams. (a) Particle swarm optimization algorithm; (b) least squares method (circle); (c) least squares method (ellipse)

表1 各算法检测偏离值与实际值对比

Table 1 Comparison of detection deviation and actual value of each algorithm

Real value		Fitting value					
		PSO algorithm ($t = 87 \text{ ms} \cdot \text{frame}^{-1}$; $f = 12.3 \text{ Hz}$)		Least-square method (circle; $t = 112 \text{ ms} \cdot \text{frame}^{-1}$; $f = 8.9 \text{ Hz}$)		Least-square method (ellipse; $t = 136 \text{ ms} \cdot \text{frame}^{-1}$; $f = 7.4 \text{ Hz}$)	
Raduis /m	Δy /mm	Raduis /m	Δy /mm	Raduis /m	Δy /mm	Eccentricity	Δy /mm
6.700	-50	6.680	-36	6.679	-35	0.163	-31
6.700	100	6.673	106	6.672	106	0.159	87
6.700	150	6.671	136	6.671	137	0.170	101

道中心。据以上得到的横截面点云,在YZ平面内用 PSO 算法求解圆心坐标 (y, z) , 求出每个隧道横截面点云与圆心坐标 (y, z) 在 YZ 平面内的欧氏距离 D_k , 则平均值方程为

$$M = \left(\sum_{k=0}^n D_k \right) / n, \quad (1)$$

方差方程为

$$S = \sqrt{\left[\sum_{k=0}^n (D_k - M)^2 \right] / (n - 1)}. \quad (2)$$

当坐标 (y, z) 越接近实际隧道圆心时, 方差 S 越小, 接近于 0, 求解的均值为隧道半径, 因此以方差 S 值最小为优化目标, 自动求解圆心坐标 y, z 。算法具体流程如下:

- 1) 输入原始隧道横截面点云。
- 2) 设置 y, z 变化范围并在该范围内取随机值。
- 3) PSO 算法以方差 S 值最小为优化目标, 自动更新一组 y 值和 z 值。
- 4) 根据(1)式和(2)式更新优化目标函数 S 。
- 5) 判断 S 值是否小于阈值或者迭代次数是否达到预设值 N 。如果满足其一, 则终止迭代, 输出 y 和 z 以及平均值 M , 如果都不满足, 则循环执行步骤 3)~4)。

3.5 获取隧道中心线

利用上述方法求得多个断面的中心点坐标, 利用样条曲线插值法完成中心点加密并拟合这些中心点, 得到隧道实测中心线。

4 测试结果与分析

由于运梁车安装位置的限制, 雷达坐标系中心向右偏移车辆坐标系中心 1.2 m, 安装位置如图 10 所示。

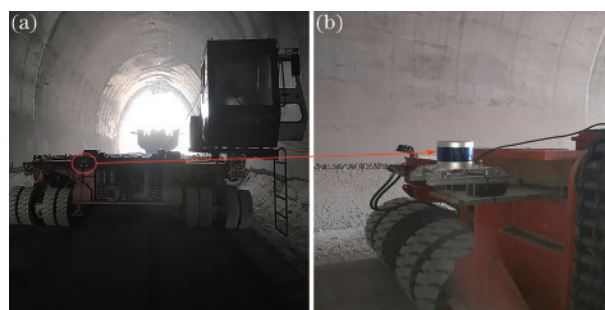


图10 激光雷达安装示意图。(a)正面图;(b)侧面图
Fig. 10 LiDAR installation diagram. (a) Front view; (b) side view

由于驾驶室的遮挡以及安装位置的变化, 需对隧道纵向参考方向点云做相应的调整。在激光雷达外参数标定之后, 由于运梁车右侧比较空旷, 没

有遮挡,故获取雷达垂直视场角为 1°的激光点后,选取右侧作为隧道纵向参考方向点云。由于激光雷达安装偏右,车辆行驶过程中激光雷达所获取的点云分布特征为右侧相比于左侧高度低且密集,因此在截取隧道横截面点云时,对于右侧点云滤波高度阈值应低于左侧,隧道横截面点云图 11 所示。

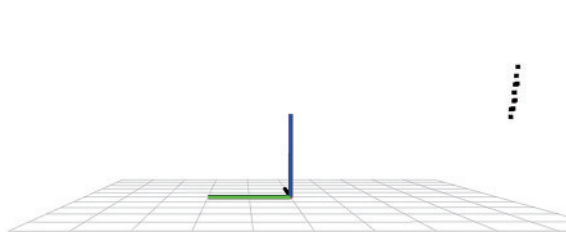


图 11 隧道横截面点云

Fig. 11 Point cloud of cross section of tunnel

由于运梁车驾驶室和驾驶室支撑臂的遮挡,部分点云不能到达隧道壁面,因此在选取截面时应越过驾驶室和支撑臂。在车辆前方选取 10 个横截面点云,用粒子群算法拟合圆求解每个横截面中心,然后再用样条曲线插值横截面中心点得到隧道中心线。由于运梁车空载车体长为 80 m,宽为 7 m,隧道半径为 6.7 m,因此转向角度 α_0 比较小,获取的点云如图 12 所示。

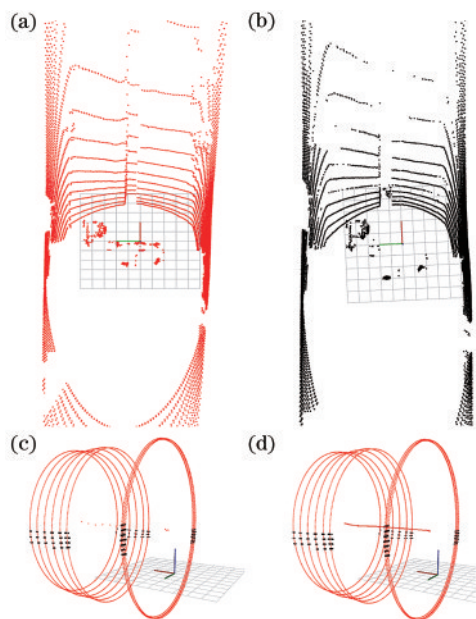


图 12 测试结果图。(a)原始点云;(b)转换后点云;(c)隧道横截面中心点;(d)隧道中心线拟合结果

Fig. 12 Test results. (a) Original point cloud; (b) converted point cloud; (c) center point of tunnel cross section; (d) fitting result of tunnel centerline

运梁车分别在隧道内的三个位置实时求解隧道中心线,将求解出的 10 个断面中心与实际隧道中心作比较,发现在 Y 轴方向设计中心的偏移误差均值在 3 cm 之内,如表 2 所示。因为在用粒子群算法求解 α_0 时存在很小的误差,且这个误差只能是减小并不能消除,误差随着隧道断面到车辆坐标系原点的距离增大而增大,故实测隧道中心应以离车辆最近的断面中心为基准。

表 2 实测隧道中心与设计中心差值

Table 2 Difference between measured tunnel center and design center

Section number	Measured tunnel section data		Difference of center / mm	Mean difference / mm
	Position of the two sections	Section radius / m		
1	X=0.1 m,	6.679896	9	8
	X=0.2 m	6.686858	7	
		6.675864	9	
2	X=0.2 m,	6.676285	12	11
	X=0.3 m	6.678502	11	
		6.683521	11	
3	X=0.3 m,	6.681254	10	12
	X=0.4 m	6.675529	13	
		6.680145	12	
4	X=0.4 m,	6.670158	9	11
	X=0.5 m	6.677874	13	
		6.675987	12	
5	X=5.6 m,	6.680132	15	15
	X=5.8 m	6.677895	14	
		6.678529	17	
6	X=6.4 m,	6.671514	19	20
	X=6.7 m	6.679104	22	
		6.669098	19	
7	X=7.4 m,	6.682056	24	26
	X=7.7 m	6.670025	28	
		6.671506	25	
8	X=8.4 m,	6.669014	18	23
	X=8.7 m	6.670289	23	
		6.665814	26	
9	X=9.4 m,	6.678513	26	29
	X=9.7 m	6.671485	29	
		6.676582	31	
10	X=10.4 m,	6.662677	29	30
	X=10.7 m	6.670905	27	
		6.668549	33	

5 结 论

本文提出的隧道断面实时提取方法能够在车辆转向时自动求解车辆前进方向与隧道纵向的夹角,通过坐标转换成功实现了隧道断面准确提取。在求解断面中心时采用粒子群算法,相比于传统最小二乘法而言,粒子群算法在保证求解精度的前提下,收敛速度较快,可大大缩短运算时间。通过在运梁车上测试与应用,验证了该方法的有效性和适应性。该方法可以在实际工程中得到广泛应用。此外,在求解隧道车辆前进方向与隧道纵向的夹角精度方面有待进一步提高,同时该方法对于非圆形的隧道检测的实用性还需进一步验证。

参 考 文 献

- [1] Wu T, Hou Y F, Bao J. Continuous extraction of axis and section in tunnel based on 3D laser point cloud [J]. *Geomatics & Spatial Information Technology*, 2018, 41(11): 85-87.
吴廷, 侯阳飞, 鲍金. 基于三维激光点云的隧道中轴线及断面连续提取[J]. *测绘与空间地理信息*, 2018, 41(11): 85-87.
- [2] Wang J L, Deng W, Zhang D F. Rapid extraction algorithm of the tunnel center line based on point cloud [J]. *Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science)*, 2019, 35(2): 301-308.
王井利, 邓伟, 张德峰. 基于激光点云的隧道中心线自动提取算法[J]. *沈阳建筑大学学报(自然科学版)*, 2019, 35(2): 301-308.
- [3] He L N, Wang J X. Discussion on different methods of tunnel line type determination [J]. *Geotechnical Investigation & Surveying*, 2009, 37(9): 77-80.
何丽娜, 王解先. 隧道断面中心线形确定的方法讨论[J]. *工程勘察*, 2009, 37(9): 77-80.
- [4] Zhang J N. Improvement and application of particle group optimization algorithms [D]. Xi'an: Chang'an University, 2017.
张俊娜. 粒子群优化算法的改进与应用[D]. 西安: 长安大学, 2017.
- [5] Chen G B, Gao Z H, He L. Step-by-step automatic calibration algorithm for exterior parameters of 3D lidar mounted on vehicle [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(10): 1010004.
陈贵宾, 高振海, 何磊. 车载三维激光雷达外参数的分步自动标定算法[J]. *中国激光*, 2017, 44(10): 1010004.
- [6] Han D B, Xu Y C, Wang R D, et al. Calibration of three-dimensional lidar extrinsic parameters based on multiple-point clouds matching [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(2): 022803.
韩栋斌, 徐友春, 王任栋, 等. 基于多对点云匹配的三维激光雷达外参数标定[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(2): 022803.
- [7] Xu C Y, Liu Y, Xiao Y, et al. Optimization method for camera intrinsic parameters based on improved particle swarm algorithm [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(4): 041514.
徐呈艺, 刘英, 肖轶, 等. 基于改进粒子群算法的相机内参优化方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(4): 041514.
- [8] Wu J, Jin C X, Fan S W. Generic algorithm based linkage optimization method for approximate straight line [J]. *Machinery & Electronics*, 2017, 35(12): 35-38, 42.
吴军, 靳成学, 樊绍巍. 基于遗传算法的近似直线连杆优化方法[J]. *机械与电子*, 2017, 35(12): 35-38, 42.
- [9] Zhang Q W, Yu Y C. Independent adaptive adjustment parameters particle group optimization algorithm [J/OL]. *Computer Science and Exploration*: 1-12 [2020-01-12]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5602.TP.20191118.1321.010.html>.
张其文, 尉雅晨. 独立自适应调整参数的粒子群优化算法[J/OL]. *计算机科学与探索*: 1-12 [2020-01-12]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5602.TP.20191118.1321.010.html>.
- [10] Tuo L. Subway tunnel deformation monitoring based on 3D laser scanning data [D]. Beijing: China University of Geosciences (Beijing), 2012.
托雷. 基于三维激光扫描数据的地铁隧道变形监测 [D]. 北京: 中国地质大学(北京), 2012.
- [11] Zhu N N. Application of 3D laser scanning to the subway tunnel deformation monitoring [J]. *Engineering of Surveying and Mapping*, 2015, 24(5): 63-68.
朱宁宁. 三维激光扫描在地铁隧道形变监测中的应用[J]. *测绘工程*, 2015, 24(5): 63-68.
- [12] Tao W Y, Lu T D, Wu F, et al. An improved total least squares algorithm for solving sphere surface fitting [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2018, 38(1): 92-96.
陶武勇, 鲁铁定, 吴飞, 等. 求解球面拟合的改进总体最小二乘算法[J]. *大地测量与地球动力学*, 2018, 38(1): 92-96.
- [13] Xu Z W, Yao L B. Direct least square robust estimation method for ellipse fitting [J]. *Journal of*

- Geodesy and Geodynamics, 2008, 28(1): 77-80.
- 许正文, 姚连璧. 基于稳健估计的直接最小二乘椭圆拟合[J]. 大地测量与地球动力学, 2008, 28(1): 77-80.
- [14] Lu Z G, He P, Zhi L J, et al. Laser triangulation measurement model based on least square polynomial fitting method[J]. Journal of Applied Optics, 2019, 40(5): 853-858.
- 卢治功, 贺鹏, 职连杰, 等. 基于最小二乘法多项式拟合三角测量模型研究[J]. 应用光学, 2019, 40(5): 853-858.
- [15] Yu J, Wu L Q. Positioning method for artificial markers'center based on ellipse fitting[J]. Journal of Zhengzhou University of Light Industry (Natural Science), 2009, 24(4): 75-78.
- 俞缙, 吴亮清. 基于椭圆拟合的人工标志中心定位法[J]. 郑州轻工业学院学报(自然科学版), 2009, 24(4): 75-78.
- [16] Duan J M, Li S Y, Wang C R, et al. Detection of road boundaries and obstacles based on lidar [J]. Applied Laser, 2018, 38(6): 1000-1007.
- 段建民, 李帅印, 王昶人, 等. 基于激光雷达的道路边界与障碍物检测研究[J]. 应用激光, 2018, 38(6): 1000-1007.
- [17] Ganjehkaviri A, Mohd Jaafar M N. Multi-objective particle swarm optimization of flat plate solar collector using constructal theory [J]. Energy, 2020, 194: 116846.