

# 激光与光电子学进展

## 光电振荡器产生混沌随机信号的最大采样率

陈振伟<sup>1,2</sup>, 孟义朝<sup>1,2\*</sup>, 詹遥牧<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>上海大学光纤研究所, 上海 201800;

<sup>2</sup>上海大学特种光纤与光接入网省部共建重点实验室, 上海 200444

**摘要** 研究了将光电振荡器产生的混沌信号作为物理随机数熵源时的采样率上限, 通过研究不同的采样率对混沌熵源的随机特征的影响, 得到满足随机采样条件的最大采样率; 信号的随机特征通过自相关函数和功率谱表征, 通过游程检验以及正态性检验得到最大采样率。仿真结果表明, 对混沌信号进行随机采样时, 存在一个采样率上限; 在此基础上, 通过计算可得到最大随机采样率和最大正态采样率, 并分别研究了这两种最大采样率随光电振荡器系统反馈强度的变化。

**关键词** 信号处理; 非线性光信号处理; 光电混沌; 物理随机性; 采样率; 游程检验; 正态性检验

中图分类号 TN918.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0307001

## Maximum Sampling Rate of Chaotic Random Signals Generated By Optoelectronic Oscillator

Chen Zhenwei<sup>1,2</sup>, Meng Yichao<sup>1,2\*</sup>, Zhan Yaomu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Fiber Optics, Shanghai University, Shanghai 201800, China;

<sup>2</sup>Key Laboratory of Special Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200444, China

**Abstract** In this paper, the upper limit of sampling rate of chaotic signals which are generated by an optoelectronic oscillator and used as the entropy source of physical random number is studied. The effects of different sampling rates on the random characteristics of the chaotic entropy source are analyzed. The maximum sampling rate for random sampling is obtained. The random characteristics of the signal are characterized by the autocorrelation function and power spectra. The maximum sampling rate is numerically studied by the run test and normality test. Simulation results show that, for the random sampling of chaotic signals, there exists an upper limit of sampling rate. On this basis, the maximum random sampling rate and the maximum normal sampling rate are obtained by calculations. The changes of these two maximum sampling rates with the feedback intensity of the optoelectronic oscillation system are numerically studied.

**Key words** signal processing; nonlinear optical signal processing; optoelectronic chaos; physical randomness; sampling rate; run test; normality test

**OCIS codes** 070.4340; 070.7425; 140.1540; 190.3100

## 1 引言

随机数在数字保密通信、蒙特卡罗仿真<sup>[1]</sup>以及

遥感测距<sup>[2]</sup>等领域有着广泛应用。在保密通信领域中, 为保证保密信息绝对安全<sup>[3]</sup>, 需满足以下三个要求: 1) 使用的随机数完全随机; 2) 随机数的码率

收稿日期: 2020-04-28; 修回日期: 2020-06-06; 录用日期: 2020-06-17

\*E-mail: myc@shu.edu.cn

不小于通信传输速率;3)密钥只使用一次。

目前产生的随机数分为伪随机数与物理随机数,伪随机数易被破解且可预测<sup>[4]</sup>,故其应用受限。物理随机数的产生基于物理现象(如热噪声<sup>[5]</sup>、振荡抖动<sup>[6]</sup>等),其带宽较窄,难以满足现有通信需求。混沌激光具有对初值敏感、类噪声等特性,在物理随机数应用中得到广泛关注<sup>[7]</sup>。通过将激光混沌作为物理熵源产生物理随机数,该方法的速率高、随机性强。光反馈<sup>[8]</sup>、光注入<sup>[9]</sup>和光电振荡器(OEO)<sup>[10]</sup>是目前常见的混沌激光产生方式。其中光电振荡器产生的混沌激光的复杂度高、带宽大,并且光电振荡器的结构简单、易于控制,特别适用于产生高速物理随机数。

物理随机数的提取需要对混沌激光信号进行采样、量化以及编码。首先对混沌熵源产生的随机数进行采样,混沌采样信号的随机特性对后续处理有重要的影响。王云才团队提出的延时差分技术可同时实现对混沌信号的采样以及量化编码<sup>[11]</sup>;Li等<sup>[12]</sup>利用非线性半导体放大器(SOA)构建太赫兹光非对称解复用器(TOAD),突破了电子采样率低的限制,实现了采样率为 $5\text{ Gsa}\cdot\text{s}^{-1}$ 的全光实时采样。Tian等<sup>[13]</sup>使用基于硅调制器的光电混沌振荡器产生了采样率达到 $320\text{ Gbit}\cdot\text{s}^{-1}$ 的物理随机数。分析可知:采样率越大,后续通过信号处理得到的随机序列的码率越大。大量研究人员通过改进混沌熵源实现了采样率的提高<sup>[14-15]</sup>。但是关于由稳定混沌熵源产生的物理随机数的采样率上限的研究尚未出现。

为获取更高速率的物理随机数,一般采用增强激光混沌熵源带宽的方法<sup>[16-18]</sup>。激光混沌熵源的带宽越大,混沌熵源满足随机性的采样率越高,但是选取的采样率并未达到随机采样率的上限。由光电振荡器产生的混沌激光用于物理随机数产生时,随机采样率能达到的速率上限可以大于物理带宽,选取小于满足随机性的采样率上限的速率进行采样会造成物理熵源带宽的浪费。Li等<sup>[19-20]</sup>通过过采样技术获得物理随机数,但是这种采样方式获取的混沌采样信号非随机,后续的物理随机数处理中可能存在物理随机数的随机性不够强的缺点。为解决该问题,需在采样过程中直接获得高速率的随机采样信号,无论后续如何对信号进行处理,其随机性必然能得到保证。为了充分利用混沌熵源带宽、获得高速率的随机采样信号,有必要对混沌熵源采样率上限进行研究。

本文重点研究光电振荡器作为混沌熵源的采样率上限问题。数字通信采样的目的在于通过进行尽可能多的采样恢复出源信号。而为了产生物理随机数,对混沌熵源进行采样,其目的在于保持采样信号的随机性,这时需以信号的随机特性为出发点。本文通过分析混沌信号固有的弱周期性以及带宽,研究不同采样率对光电振荡器产生的混沌熵源的随机特征的影响,并通过游程检验以及正态性检验分别获得信号的最大随机采样率与最大正态采样率,最后分别研究了两种最大采样率与系统反馈强度的关系,这对光电振荡器在物理随机数产生中的应用有一定的参考意义。

## 2 理论分析

### 2.1 产生物理随机数的原理框图

混沌激光产生物理随机数的原理框图如图1所示,将光电振荡器产生的宽带混沌信号作为混沌激光源,通过采样器的采样处理后,产生频率确定的混沌脉冲采样信号,再通过量化器的量化得到高速的二进制物理随机数。产生高速的物理随机数需要优质的熵源,混沌熵源的采样率会对信号的随机特性产生影响。本文研究了信号的采样率对光电振荡器产生的混沌熵源的随机特征的影响。以信号的随机序列检验结果为依据,分析限制信号采样率提升的因素,并得到信号满足随机性的最大采样率。

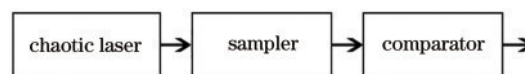


图1 混沌激光产生随机数方框图

Fig. 1 Block diagram of random number generation by chaotic laser

### 2.2 光电振荡器产生混沌熵源

光电振荡器产生的混沌信号可作为随机物理数熵源,光电振荡混沌系统示意图如图2所示。由

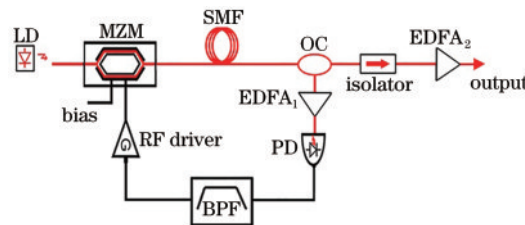


图2 光电振荡混沌系统示意图

Fig. 2 Schematic diagram of photoelectric oscillation chaotic system

半导体激光器(LD)发出的稳定且连续的激光经过马赫-曾德尔调制器(MZM)的调制后,进入单模光纤(SMF),产生延时,再通过 3 dB 光耦合器(OC)分为两路。一路信号依次经过光放大器(EDFA<sub>1</sub>)的放大、光电转换器(PD)的转换、带通滤波器(BPF)

的滤波、射频放大器(RF driver)的放大,最后被反馈到 MZM。另一路信号经过光隔离器、光放大器(EDFA<sub>2</sub>)后被输出。为便于分析,取 EDFA<sub>1</sub> 的功率放大倍数为 2 倍。

光电振荡器反馈环路的描述方程为

$$\left(1 + \frac{v_1}{v_2}\right)V(t) + v_1 \frac{dV(t)}{dt} + \frac{1}{v_2} \int_{t_0}^t V(t)dt = \alpha' g G P \cos^2 \left[ \frac{\pi V(t-T)}{2V_{\pi RF}} + \frac{\pi V_B}{2V_{\pi B}} \right], \quad (1)$$

式中: $v_1$ 、 $v_2$ 分别为 BPF 的高频截止频率和低频截止频率; $t$ 、 $t_0$ 分别为 BPF 的高频截止频率、低频截止频率对应的时间常数; $\alpha'$ 为环路衰减; $g$ 为 PD 增益; $G$ 为射频放大系数; $P$ 为 LD 恒定光功率; $T$ 为光纤延迟时间; $V(t)$ 、 $V_B$ 分别为 MZM 调制电压、偏置电压; $V_{\pi RF}$ 、 $V_{\pi B}$ 分别为对应射频(RF)、偏置的半波电压。

令反馈强度  $\beta = \frac{\pi \alpha' g G P}{2V_{\pi RF}}$ , 直流偏置相移  $\varphi =$

$\frac{\pi V_B}{2V_{\pi B}}$ , 输出信号  $x(t) = \frac{\pi V(t)}{2V_{\pi RF}}$ , 研究环路输出动态, 简化系统反馈环路方程为

$$\left(1 + \frac{v_1}{v_2}\right)x(t) + v_1 \frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{v_2} \int_{t_0}^t x(u)du = \beta \cos^2 [x(t-T) + \varphi], \quad (2)$$

式中: $u$ 为积分变量。

取  $y(t) = \frac{1}{v_2} \int_{t_0}^t x(u)du$ , 则有

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = -\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)x(t) - \frac{1}{v_1}y(t) + \frac{\beta}{v_1} \cos^2 [x(t-T) + \varphi] \\ \frac{dy(t)}{dt} = \frac{1}{v_2}x(t) \end{cases} \quad (3)$$

本文通用的参数为: $v_1 = 10.6$  ps,  $v_2 = 5.3$  ns,  $T = 5$  ns,  $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ 。

### 2.3 信号的采样

文献[12]中构建的全光采样器能实现对混沌激光的采样率为  $5 \text{ Gsa} \cdot \text{s}^{-1}$  的低功耗实时采样。如图 3 所示,采样器是一个太赫兹非对称解复用器(TOAD),由 3 dB 光纤耦合器(50:50)、超短脉冲锁模激光器(MLL)、波分复用器(WDM)、偏离环中心  $\Delta x$  位移的非线性半导体光放大器(SOA)、偏振控制器(PC1, PC2)以及光带通滤波器(BPF)构成。

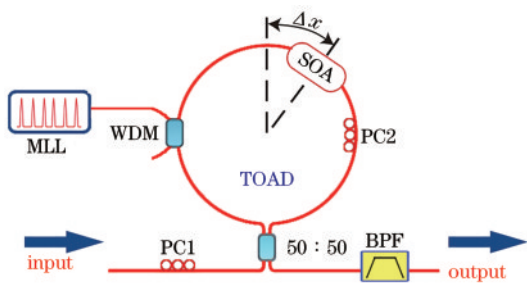


图 3 全光采样器示意图

Fig. 3 Schematic diagram of all-optical sampling system

混沌激光作为熵源依次经过 PC1、TOAD, 最终由 BPF 滤除采样脉冲和 ASE 噪声后被输出。

### 2.4 随机性度量

对熵源进行采样,如果熵源具有周期性,则混沌采样序列可能会包含周期信息。信号的自相关函数(ACF)可用于分析信号周期性,定义信号自相关函数为

$$C(\tau) = \frac{\langle [x(t) - \langle x(t) \rangle][x(t+\tau) - \langle x(t) \rangle] \rangle}{\langle [x(t) - \langle x(t) \rangle]^2 \rangle}, \quad (4)$$

式中: $\tau$ 为时间延迟; $\langle \cdot \rangle$ 表示时域平均; $C(\tau)$ 为自相关函数。混沌采样信号满足随机特性,那么其自相关函数具有类白噪声自相关函数的特性。当信号存在一定的弱周期性时,自相关函数  $C(\tau)$  在  $\tau = T$  附近有明显的自相关特征峰。本文选取自相关函数中延迟时间  $T$  附近绝对值最大的值来量化周期性,将该最大值称为自相关强度,记为  $C_m$ ,  $C_m$  绝对值越大,信号的周期性越强。

游程检验是检验信号随机性的假设检验,将光电振荡器产生的混沌信号作为物理随机数的熵源,

则其采样信号必须要通过游程检验。原假设  $H_0$  信号为随机信号。备择假设  $H_1$  信号不是随机信号。通过 MATLAB 检验函数 `runstest` 可直接进行检验, 函数以信号的幅度均值为判决阈值, 定义  $P_r$  为游程检验概率,  $P_r$  值大于显著性水平  $\alpha$  下接受原假设, 认为信号随机;  $P_r$  值不大于显著性水平  $\alpha$  时, 则拒绝原假设, 认为信号不满足随机性, 即不能作为物理随机数的熵源,  $\alpha$  值取 0.05。

正态性检验是检验信号是否服从正态分布的假设检验, 成为优质的物理随机数熵源的要求是信号幅值满足正态分布。原假设  $H_0$  信号服从正态分布。备择假设  $H_1$  信号不服从正态分布。本文利用 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 正态性检验, 正态性检验概率  $P_n$  值大于显著性水平  $\alpha$  时, 接受原假设, 认为信号服从正态分布; 若  $P_n$  值小于或等于显著性水平  $\alpha$ , 则拒绝原假设, 认为信号不服从正态分布。  $\alpha$  值取 0.05。

### 3 数值分析与讨论

#### 3.1 信号随机性与采样率分析

本文数值模拟中的采样为理想采样, 本节中取  $\beta=8$ 。图 4(a) 为系统产生的混沌信号的时域图, 通过计算得到此时系统产生的混沌信号的李雅普诺夫指数为 0.1813。图 4(b) 为信号的自相关函数, 通过自相关函数可以发现混沌信号存在固有的弱周期性, 其自相关强度为 0.1341, 若将其作为物理随机数熵源, 则必须消除信号的弱随机性。图 4(c) 为信号的功率谱, 通过光滑曲线对功率谱进行拟合处理, 得到的拟合功率谱曲线为图中的白色曲线, 分析得到信号的 3 dB 带宽 (图中左边虚线位置) 为 15.78 GHz; 信号的 10 dB 带宽 (图中右边虚线位置) 为 46.07 GHz。图 4(d) 为理想采样情况下采样率为  $100 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时采样信号的示意图, 其中虚线为采样信号的包络。

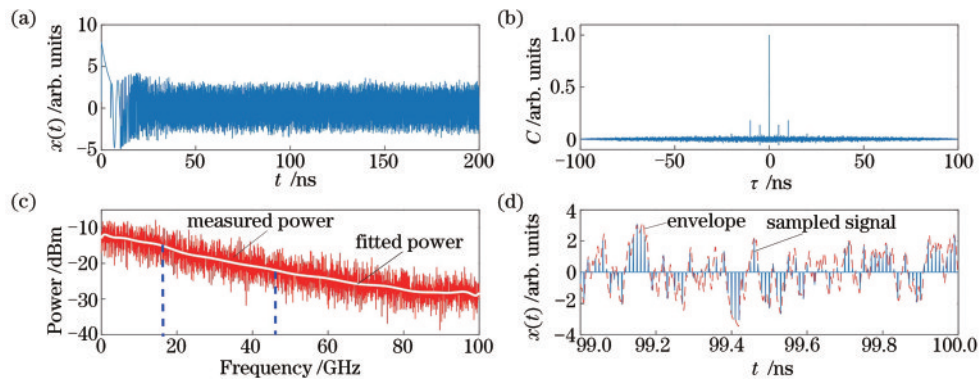


图 4 光电振荡混沌系统输出。(a) 时间序列; (b) 自相关函数; (c) 功率谱; (d) 采样率为  $100 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时的采样信号  
Fig. 4 Outputs of photoelectric oscillating chaotic system. (a) Time series; (b) autocorrelation function; (c) power spectrum; (d) sampled signal for  $100 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  sampling rate

通过游程检验获取混沌信号的最大采样率, 图 5 为游程检验概率  $P_r$  随着采样率的变化, 记采样率为  $f_s$ , 图 5 中的横向虚线为显著性水平  $\alpha$  值的位置, 为 0.05, 当  $P_r$  大于显著性水平时, 可以认为所测信号随机。分析图 5 可知, 随着采样率的增加,  $P_r$  值在 0.05~1 之间浮动, 当信号的采样率达到  $47.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时, 信号  $P_r$  值小于显著性水平, 这表明在采样率达到  $47.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时检验不通过, 所测信号不能作为随机信号; 随着信号采样率的进一步增加, 信号随机检验都不能通过, 由于随机性误差的存在, 在采样率较小时, 也存在检验不通过的情况, 如图中  $4.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  处检验概率小于 0.05, 此时将其作为随机检验误差处理。故混沌信号作为随机信号源信号时, 采样率有一个最大值, 即最大随机采样率, 记为  $f_r$ 。

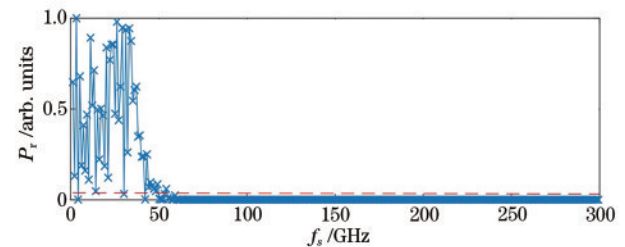


图 5 混沌信号游程检验概率  $P_r$  随着采样率的变化  
Fig. 5 Change in probability of run test  $P_r$  with sampling rate

由游程检验结果可知, 从混沌信号中进行采样并获得满足随机特性的采样信号时, 存在采样率上限。从信号弱周期性以及物理带宽两个方面分析混沌采样信号通过随机性检验时的情况。

通过自相关函数分析采样信号的弱周期性。

图 6(a) 为采样率为  $1.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时采样信号的自相关函数, 此时的采样率较小, 自相关函数曲线的分辨率比较低, 从自相关函数中不能分析出明显的周期特征。图 6(b) 为采样率为  $46.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时采样信号的自相关函数, 此时自相关函数只有在原点处存在特征峰, 其他位置无明显的自相关特征, 这表明在该采样率情况下采样信号无弱周期性, 未继承原混沌信号的周期特征。图 6(c) 为采样率为  $47.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时采样信号的自相关函数, 此时信号在  $\tau = 5 \text{ ns}$  以及  $\tau = 10 \text{ ns}$  处具有明显的自相关特征, 这表明采样信号

获取了原信号的周期特征, 此时的自相关强度为 0.0838。图 6(d) 为采样率为  $100.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时采样信号的自相关函数, 此时的信号采样率较大, 采用该信号采样率可完全提取混沌信号的弱周期特征, 自相关强度为 0.1341, 与原混沌信号的自相关强度一致。通过对自相关函数进行分析可知: 当采样率较小时, 采样信号的自相关特征得到抑制; 当采样率超过某一临界值时, 利用采样信号可获取原信号所有的周期信息, 自相关特征明显且非随机, 满足采样信号随机条件下存在采样率上限的条件。

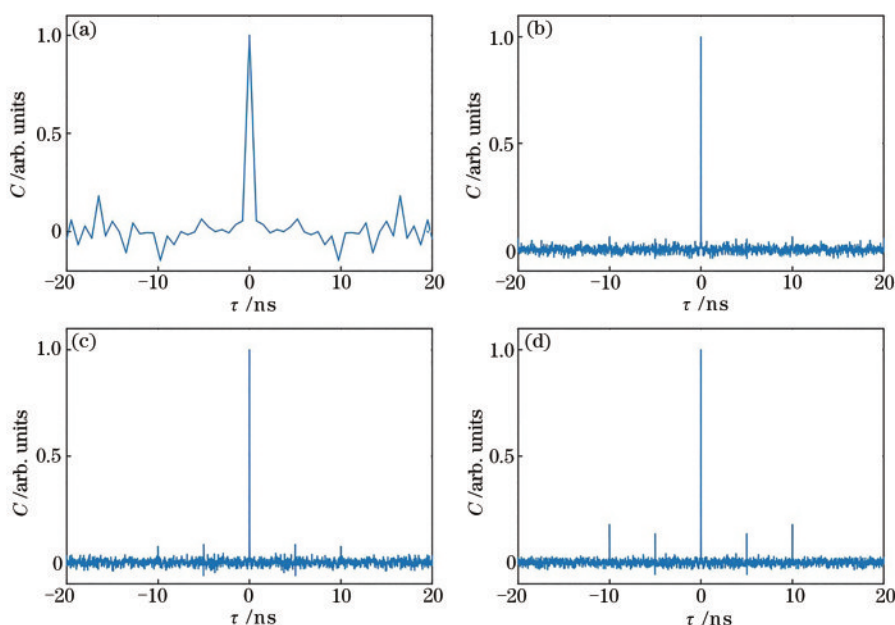


图 6 不同采样率的信号自相关函数。(a) 采样率为  $1.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$ ; (b) 采样率为  $46.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$ ; (c) 采样率为  $47.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$ ; (d) 采样率为  $100.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$

Fig. 6 Autocorrelation functions of signal for different sampling rates. (a) Sampling rate is  $1.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$ ; (b) sampling rate is  $46.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$ ; (c) sampling rate is  $47.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$ ; (d) sampling rate is  $100.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$

根据采样定律, 当信号的采样率大于信号带宽的 2 倍时, 不会产生频谱混叠, 此时能通过频域信息无失真地恢复出原来的信号; 当采样率小于信号带宽的 2 倍时, 频谱产生混叠, 若由频谱混叠的采样信号恢复原混沌信号, 则信号必然产生畸变。通过激光混沌信号产生物理随机数时, 要求信号的功率谱与白噪声功率谱类似, 即要求混沌信号的频谱产生一定程度的混叠, 混叠后信号的平坦度增加, 信号功率谱趋向于随机噪声功率谱。

图 7(a)~(c) 为离散采样信号的功率谱图, 通过光滑曲线对功率谱进行拟合处理, 得到拟合功率谱曲线为图中的白色曲线。图 7(a) 为采样率为  $100 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时的功率谱, 尽管信号的频谱存在一定

的混叠, 但是此时混叠部分的功率极小, 几乎可以忽略不计, 信号不能作为随机混沌熵源。图 7(b) 为采样率为  $46.33 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时的功率谱, 此时信号的频谱混叠程度较高, 不能从其中分辨出原来信号的信息, 功率谱变得平坦。图 7(c) 为采样率为  $15.78 \text{ GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时采样信号的功率谱, 频谱进一步发生混叠, 这与白噪声功率谱相似。将不同采样率下功率谱的拟合曲线进行对比, 得到图 7(d), 分析发现随着采样率的减小, 频谱的混叠程度提高, 信号功率谱更加平坦。通过前述游程检验分析可知, 信号的最大随机采样频率为  $46.33 \text{ GHz}$ , 与信号  $10 \text{ dB}$  带宽接近。

激光混沌信号有着特定的概率分布, 若物理随机熵源满足正态分布, 则可认为混沌激光的幅值分布对

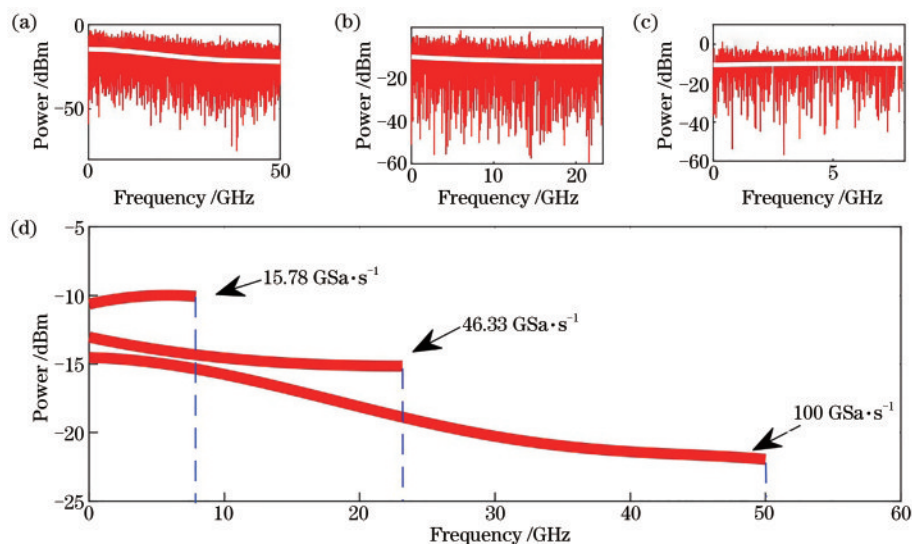


图 7 离散采样信号的功率谱。(a)采样率为 100 GSa·s<sup>-1</sup>; (b)采样率为 46.33 GSa·s<sup>-1</sup>; (c)采样率为 15.78 GSa·s<sup>-1</sup>; (d)不同采样率的功率谱拟合曲线

Fig. 7 Power spectra of discrete sampling signals. (a) Sampling rate is 100 GSa·s<sup>-1</sup>; (b) sampling rate is 46.33 GSa·s<sup>-1</sup>; (c) sampling rate is 15.78 GSa·s<sup>-1</sup>; (d) fitting curves of power spectra under different sampling rates

称,经后续处理能获得优质的物理随机数。分析信号是否满足正态分布,并通过正态性检验对系统产生的混沌信号的概率密度特性进行分析。图 8 为信号幅度频率分布直方图,图中的曲线为正态分布拟合曲线。图 8(a)~(c)对应的信号采样率分别为 1.33,

3.33,40.33 GSa·s<sup>-1</sup>,对应的正态性检验概率  $P_n$  分别为 0.7090, 0.4690, 0.0700。图 8(d)为采样率为 50.33 GSa·s<sup>-1</sup> 的采样信号,正态性检验概率为 0.0050,检验概率小于显著性水平,表明该混沌采样信号不服从正态分布。

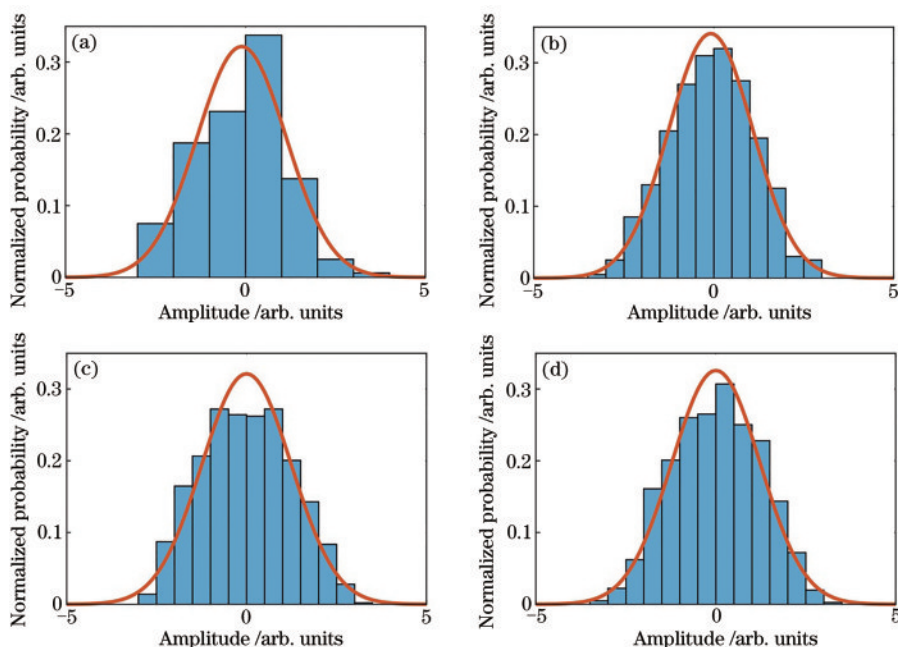


图 8 信号幅度分布直方图。(a)采样率为 1.33 GSa·s<sup>-1</sup>; (b)采样率为 3.33 GSa·s<sup>-1</sup>; (c)采样率为 40.33 GSa·s<sup>-1</sup>; (d)采样率为 50.33 GSa·s<sup>-1</sup>

Fig. 8 Frequency distribution histograms of signal amplitude. (a) Sampling rate is 1.33 GSa·s<sup>-1</sup>; (b) sampling rate is 3.33 GSa·s<sup>-1</sup>; (c) sampling rate is 40.33 GSa·s<sup>-1</sup>; (d) sampling rate is 50.33 GSa·s<sup>-1</sup>

图 9 为混沌信号通过 K-S 检验的  $P_n$  值随着采样率的变化。图中的横向虚线为显著性水平  $\alpha=0.05$  的位置,当  $P_n$  大于  $\alpha$  时,可以认为检验信号满足正态分布。随着采样率的增加,信号的正态性检验概率  $P_n$  值在 0.05~1 之间浮动,当信号的采样率达到 40.33  $\text{GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时,信号  $P_n$  值几乎为 0,这表明在采样率达到 40.33  $\text{GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  时检验不通过,随机信号源的幅度不服从正态分布;随着信号的采样率的进一步增加,信号随机检验都不通过,同样在正态性检验时也存在随机性误差。故若混沌信号的幅值分布满足正态分布,则采样率有一个最大值,即最大正态采样率,记为  $f_n$ 。

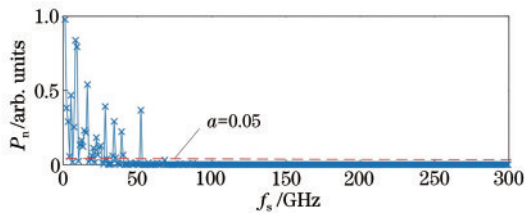


图 9 正态性检验概率  $P_n$  随着采样率的变化

Fig. 9 Change of probability of normality test with sampling rate

### 3.2 最大采样率随反馈强度的变化

利用光电振荡器产生的混沌激光作为物理随机数熵源时,最大随机采样率受到信号带宽、弱周期性以及复杂度的影响,而系统的反馈强度  $\beta$  是调节混沌信号带宽、弱周期性以及复杂度的重要参数,参考文献[21-22]中分析了信号的带宽以及弱周期性与反馈强度的关系。此处分析信号复杂度与反馈强度的关系,李雅普诺夫指数是判断混沌的指标,同时可以表征信号复杂度,李雅普诺夫指数的值越大,信号复杂程度越高。分析信号的李雅普诺夫指数随着参数  $\beta$  的变化,如图 10 所示,  $\beta < 3$  时信号的李雅普诺夫指数的变化非常小,且其值接近于零,故将  $\beta < 3$  作为信号向混沌状态转变的过渡状态,将  $\beta > 3$  作为完全

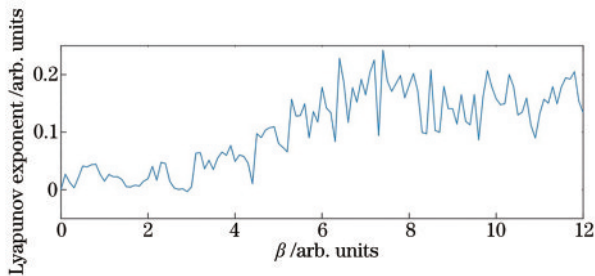


图 10 李雅普诺夫指数随  $\beta$  的变化

Fig. 10 Change of Lyapunov exponent with  $\beta$

混沌状态。分析混沌信号用作物理随机数熵源的最大采样率,取参数  $\beta$  在 [3, 12] 范围内时信号的最大采样率变化量。同时通过分析发现当  $\beta > 3$  时,信号的李雅普诺夫指数迅速增加,信号复杂度迅速提升。

本文以随机序列检验结果为依据,分析信号的最大采样率与系统参量  $\beta$  的关系。只利用单个采样样本会出现统计误差,为合理地获取最大随机采样率,使得结论具有一般性,取 1000 组相同混沌系统参数下不同初始值的随机信号;分别求得其  $f_r$ , 将其由大到小按顺序排列,取其中第 20 位的  $f_r$  值作为该混沌系统在参数  $\beta$  下的最大随机采样率,记为  $f_r'$ 。  $f_r'$  与  $\beta$  的关系如图 11 所示,可以发现随着  $\beta$  的增加,  $f_r'$  逐渐增加,最终稳定在 48.33  $\text{GSa}\cdot\text{s}^{-1}$  左右。与图 10 相比,图 11 中信号的最大随机采样率与李雅普诺夫指数的变化趋势相一致,因为李雅普诺夫指数表征了混沌信号的复杂程度,复杂程度越高则信号的随机性越强,李雅普诺夫指数在 [3, 6] 区间迅速增加,信号迅速变得复杂,于是最大随机采样率在该区间内的变化最大。

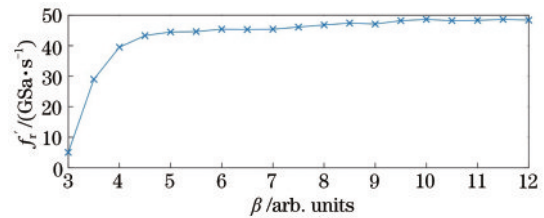


图 11  $f_r'$  随  $\beta$  的演化图

Fig. 11 Change of  $f_r'$  with  $\beta$

光电振荡器产生的激光混沌信号有着良好的正态分布特性,信号的概率密度函数随着参数  $\beta$  的演化如图 12 所示。当  $\beta$  较小时,产生的混沌信号的概率

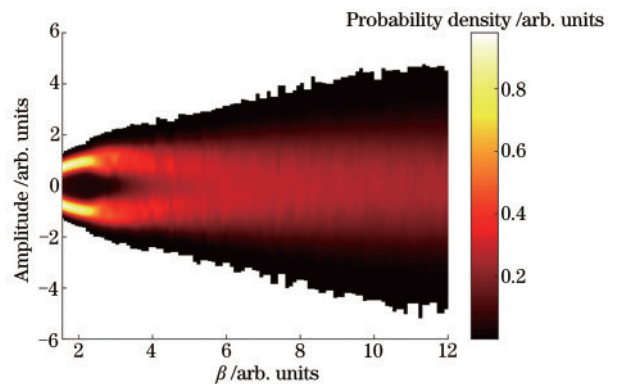


图 12 概率密度函数随参数  $\beta$  的演化图

Fig. 12 Evolution of probability density function with  $\beta$

率密度函数有两个峰值。随着系统反馈强度的提升,信号的概率分布峰值向零处集中,能较好地拟合为正态分布。为获得高质量的物理随机数,物理熵源需满足正态分布。

为了获得信号的最大正态采样率随着混沌系统参数 $\beta$ 的变化,取 1000 组相同混沌系统参数下不同初始值的混沌信号,分别求得 $f_n$ ,将其由大到小按顺序排列,取其中第 20 位的 $f_n$ 值作为对应于该混沌系统参数 $\beta$ 下的最大正态采样率,记为 $f'_n$ 。 $f'_n$ 与 $\beta$ 的关系如图 13 所示,可以发现随着 $\beta$ 的增加, $f'_n$ 逐渐增加, $\beta$ 与 $f'_n$ 呈现正相关,并且李雅普诺夫指数在 [5, 8] 之间的最大正态采样率增加最快,这是由于最大正态采样率同时受到混沌信号复杂度以及信号概率分布的影响。

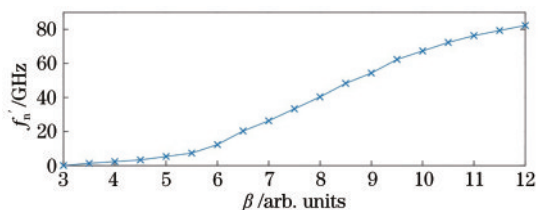


图 13  $f'_n$ 随 $\beta$ 的演化图

Fig. 13 Change of  $f'_n$  with  $\beta$

## 4 结 论

重点研究将光电振荡器作为物理熵源产生物理随机数时的采样率上限问题,通过分析混沌信号固有的弱周期性以及带宽,研究不同的采样率对光电振荡器产生的混沌熵源的随机特征的影响,并通过游程检验以及正态性检验获得信号的最大随机采样率与最大正态采样率。得到结论:当采样率较小时,采样信号无弱周期性,其频谱的混叠程度高,类似于白噪声频谱;当采样率较大时,采样信号提取了原信号的弱周期性特征,频谱混叠程度降低,该信号不能作为混沌熵源;混沌信号作为物理随机数熵源时存在采样率上限,通过游程检验以及正态性检验得到采样率上限。最后研究了最大随机采样率以及最大正态采样率与系统反馈强度的关系。该研究对光电振荡器在物理随机数产生中的应用具有一定的参考意义。

## 参 考 文 献

[1] Metropolis N, Ulam S. The Monte Carlo method [J]. Journal of the American Statistical Association,

1949, 44(247): 335-341.

- [2] Takushima Y, Chung Y C. Optical reflectometry based on correlation detection and its application to the in-service monitoring of WDM passive optical network [J]. Optics Express, 2007, 15(9): 5318-5326.
- [3] Shannon C E. Communication theory of secrecy systems [J]. The Bell System Technical Journal, 1949, 28(4): 656-715.
- [4] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, et al. Quantum cryptography [J]. Reviews of Modern Physics, 2002, 74(1): 145-195.
- [5] Petrie C S, Connelly J A. A noise-based IC random number generator for applications in cryptography [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2000, 47(5): 615-621.
- [6] Bucci M, Germani L, Luzzi R, et al. A high-speed IC random-number source for SmartCard microcontrollers [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2003, 50(11): 1373-1380.
- [7] Uchida A, Amano K, Inoue M, et al. Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers [J]. Nature Photonics, 2008, 2(12): 728-732.
- [8] Wang Y C, Zhang G W, Wang A B. Enhancement of chaotic carrier bandwidth in laser diode transmitter utilizing external light injection [J]. Optics Communications, 2007, 277(1): 156-160.
- [9] Wang A B, Wang Y C, He H C. Enhancing the bandwidth of the optical chaotic signal generated by a semiconductor laser with optical feedback [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2008, 20(19): 1633-1635.
- [10] Peil M, Larger L, Fischer I. Versatile and robust chaos synchronization phenomena imposed by delayed shared feedback coupling [J]. Physical Review E, 2007, 76(4 Pt 2): 045201.
- [11] Zhang J Z, Wang Y C, Xue L G, et al. Delay line length selection in generating fast random numbers with a chaotic laser [J]. Applied Optics, 2012, 51(11): 1709-1714.
- [12] Li P, Jiang L, Sun Y Y, et al. Study on real-time optical sampling of chaotic laser for all-optical physical random number generator [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(23): 230502.
- 李璞, 江镭, 孙媛媛, 等. 面向全光物理随机数发生器的混沌实时采样研究 [J]. 物理学报, 2015, 64(23): 230502.



- [13] Tian W J, Zhang L, Ding J F, et al. Ultrafast physical random bit generation from a chaotic oscillator with a silicon modulator [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(19): 4839-4842.
- [14] Liang J Q, Wang J F, Li P, et al. Optical sampling of chaotic laser based on four-wave mixing in highly nonlinear fiber[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2013, 40(4): 0402009.  
梁俊强, 王娟芬, 李璞, 等. 基于高非线性光纤中四波混频效应实现对混沌激光的采样[J]. *中国激光*, 2013, 40(4): 0402009.
- [15] Li P, Wang Y C, Wang A B, et al. Fast and tunable all-optical physical random number generator based on direct quantization of chaotic self-pulsations in two-section semiconductor lasers [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2013, 19(4): 0600208.
- [16] Lü T S, Yang Q, Yu X Y, et al. 50 GHz broadband chaotic signal generator[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(13): 131403.  
吕天爽, 杨强, 于小雨, 等. 50 GHz 宽带混沌信号发生器[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(13): 131403.
- [17] Li Z, Feng Y L, Yao Z H. Autocorrelation and bandwidth research of chaotic laser from semiconductor lasers [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(2): 021405.  
李增, 冯玉玲, 姚治海. 半导体激光器输出混沌光的自相关性及其带宽研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(2): 021405.
- [18] Ding Z Y, Fan L, Chen J J. Generation of wide-bandwidth polarized chaotic signals based on VCSEL subject to dual chaotic optical injection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(2): 0214002.  
丁珠玉, 樊利, 陈建军. 双混沌光注入 VCSEL 获取宽带宽偏振混沌信号[J]. *光学学报*, 2019, 39(2): 0214002.
- [19] Li X Z, Chan S C. Random bit generation using an optically injected semiconductor laser in chaos with oversampling [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(11): 2163-2165.
- [20] Li X, Chan S. Heterodyne random bit generation using an optically injected semiconductor lasers in chaos [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2013, 49(10): 829-838.
- [21] Li K. Analysis of characteristics in chaotic laser generated by an optoelectronic oscillator [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2013: 46-49.  
李凯. 光电振荡器输出的混沌激光特性分析[D]. 太原: 太原理工大学, 2013: 46-49
- [22] Li K, Wang A B, Zhao T, et al. Analysis of delay time signature in broadband chaos generated by an optoelectronic oscillator [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(14): 144207.  
李凯, 王安帮, 赵彤, 等. 光电振荡器产生宽带混沌光的时延特征分析[J]. *物理学报*, 2013, 62(14): 144207.