激光与光电子学进展

基于 Bresenham 算法控制二维振镜的扫描轨迹

周国清^{1,2*},林港超^{1,2**},周祥^{1,2},谭逸之^{1,2},李伟豪^{1,2},李先行^{1,2},邓荣华²

¹桂林理工大学机械与控制工程学院,广西 桂林 541006; ²桂林理工大学广西空间信息与测绘重点实验室,广西 桂林 541004

摘要 飞行高度1000 m、飞行速度200 km/h的机载激光雷达(LiDAR)在测量海域的海底地形时,需要控制LiDAR 中的二维振镜扫描系统,使激光脚点达到探测幅宽350 m以上、扫描网格点密度在1 spots/m²以上的圆锥扫描轨迹。根据二维振镜结构的特性,本文通过改进的Bresenham算法生成控制系统中步进电动机的触发信号,并对由二维振镜系统导致的光束横向偏移误差进行补偿,使扫描角误差降低至0.24 mrad以下。通过仿真实验验证了 Bresenham算法可使机载LiDAR的二维振镜扫描系统达到水面激光脚点密度1~5.59 spots/m²和扫描角10°~60°的圆锥扫描,进一步证明了由算法导出的触发信号有效性。

关键词 图像处理; 激光雷达; 二维振镜; 圆锥扫描; Bresenham 算法 中图分类号 TN249 文献标志码 A

doi: 10. 3788/LOP202158. 2312001

Controlling Scanning Trajectory of Two-dimensional Galvanometer Based on Bresenham Algorithm

Zhou Gouqing^{1,2*}, Lin Gangchao^{1,2**}, Zhou Xiang^{1,2}, Tan Yizhi^{1,2}, Li Weihao^{1,2}, Li Xianxing^{1,2}, Deng Ronghua²

¹College of Mechanical and Control Engineering, Guilin University of Technology, Guilin, Guangxi 541006, China; ari Kay Laboratory of Spatial Information and Coomating, Guilin University of Technol

²Guangxi Key Laboratory of Spatial Information and Geomatics, Guilin University of Technology, Guilin, Guangxi 541004, China

Abstract To control the two-dimensional galvanometer scanning system in light detection and ranging (LiDAR), the laser foot points can reach the detection width of 350 m or more, scanning grid point density in 1 spots/m² or more high pointing accuracy cone scan at a flight altitude of 1000 m and a flight speed of 200 km/h airborne LiDAR to sea bottom topography mapping. According to the characteristics of the two-dimensional galvanometer structure, this study uses the improved Bresenham algorithm to generate the trigger signal of the stepping motor in the control system and compensates for the beam lateral offset error caused by the two-dimensional galvanometer system, reducing the scan angle error to < 0.24 mrad. Simulation experiments demonstrate that the algorithm can cause the airborne LiDAR's two-dimensional galvanometer scanning system to achieve the conical scanning on the water surface with a laser foot point density of 1–5.59 spots/m² and scanning angle of 10°–60°, and the trigger signal derived by the algorithm is validated through experiments.

Key wordsimage processing; LiDAR; two-dimensional galvanometer; cone scan; Bresenham algorithmOCIS codes100. 2000; 100. 4996; 010. 3640; 280. 1355

收稿日期: 2021-03-08; 修回日期: 2021-03-15; 录用日期: 2021-03-20

基金项目:国家自然科学基金(41431179,41961065)、广西创新驱动发展专项(AA18118038,AA18242048) 通信作者: ^{*}gzhou@glut.cn; ^{**1173008408@qq.com} 1引言

机载激光雷达测深是一项新型海洋地形测绘 技术,由于机载LiDAR在空中探测不会受到地形与 海浪的影响,并且装载了快速的大范围扫描系统, 其测量效率远远大于传统的船载声纳地形测绘系 统^[1]。机载LiDAR一般用于近海岸、岛礁或者船只 无法进入的海域海底测绘地形,为后期近海岸开发 提供地形数据。在机载LiDAR探测时,通过扫描系 统使激光光束的方向发生偏转,并随着飞机的运 动,来完成对海面和海底的扫描。但即使是在衰减 程度较小的蓝绿色带,由于海水复杂的光学特性, 在传播过程中激光的穿透性能会受到限制^[2],严重 影响着机载测深系统的回波检测能力。如何提高 机载LiDAR海洋测深系统的回波检测能力一直是 机载激光测深技术的重点[3-4],而激光入射水面的角 度影响着接收光学系统接收到的回波能量大小^[5]。 因此在机载LiDAR探测海洋时,国内外大多采用圆 锥扫描来减小水面对激光回波信号功率的影响,提 高接收的海底回波信号强度,获得更多的激光脚点 3D 数据^[6]。美国的AOL(Airborne Oceanographic LiDAR)^[7]采用扫描角为15°的圆锥扫描,瑞士Leica 公司的HAWKEYE Ⅲ^[8]采用扫描角为40°的圆锥扫 描,加拿大 Optech 公司的 CZMIL (Coastal Zone Mapping and Imaging LiDAR)系统^[9]采用扫描角为 40°的圆锥扫描,中国科学院上海光机所研制的 Mapper5000系统^[10]采用扫描角为30°圆锥扫描。

常用的圆锥扫描方式有二维振镜扫描、旋转多 面镜扫描、光楔扫描和双光楔扫描。二维振镜扫描

是属于摆镜反射式扫描^[11]的一种,没有多面镜旋转 棱边的损耗,扫描视场比光楔扫描大且不存在双光 楔扫描的色散。二维振镜扫描定位精度可达到10" 以内^[12],具有转动惯量小、扫描速度快和扫描方式 灵活的优点,既可以用光栅方式扫描,又可以用矢 量方式扫描,且具有指向功能^[13]。在国外,其控制 技术比较成熟,广泛用于LiDAR系统中,如加拿大 的激光雷达 LAPS (Autonomous Planetary landing System)^[14]和美国的扫描型雷达SSLS(Spaceborne Scanning Lidar System)^[15]。国内的测绘雷达采用 二维振镜扫描作为圆锥扫描的扫描系统较少,因此 本文提出通过改进一种增量算法—Bresenham算 法^[16]来控制二维振镜扫描系统,使二维振镜扫描系 统可达到扫描视场10°~60°、水面激光脚点密度 1 spots/m²以上和探测幅宽 350 m以上的圆锥扫描轨 迹,补偿了二维振镜扫描系统在扫描过程中产生的横 向误差,并结合实验验证了触发信号的有效性。

2 轨迹控制原理

二维振镜扫描轨迹控制原理是将轨迹中的每 个位置点转化为触发信号输入驱动器来控制步进 电动机的转动角从而实现特定的激光光束扫描轨 迹。如图1中二维振镜扫描系统总框图所示,圆锥 扫描轨迹需要得到由圆弧上的位置点(*x_i*, *y_j*)转化成 的触发信号,来生成相应的脉冲信号控制*x*轴和 *y*轴的步进电动机,由此带动*y*轴的反射镜和*x*轴的 反射镜向*x*轴方向和*y*轴方向摆动相应的角度,形 成圆锥扫描轨迹。



图1 二维振镜扫描系统总框图

Fig. 1 General block diagram of two-dimensional galvanometer scanning system

二维振镜扫描系统的控制过程是向 STM32 (STMicroelectronics 32)输入初始位置、转速和扫描 角,再将 STM32运算改进的 Bresenham 算法得出相 应位置点的触发控制信号输入步进电动机的驱动 器,由驱动器将脉冲信号输出到步进电动机来分别 控制 x 轴和 y 轴的反射镜支架的摆动角度,并使用 角度传感器将角度补偿反馈给驱动器的角度控制 模块,实现对两个反射镜转速、转动方向和转动角 度的高精度控制。通过 x 轴的步进电动机带动反射 镜转动 i 角度, y 轴步进电动机带动反射镜转动 j 角 度,此时的激光光束经过两种反射镜前表面反射后 射出的激光光束在铅锤平面内偏转(2i, 2j) 对应着 位置点坐标(x_i, y_j), 即激光脚点。

2.1 二维振镜系统

根据项目设计的二维振镜扫描系统是由扫描 范围 500~1600 nm、反射效率大于 99%、前表面反 射的成对的反射镜和步进电动机以及驱动器组成。 步进电动机能将电脉冲信号转化成相应的角位移, 驱动器每对步进电动机输入一个脉冲信号,步进电 动机就会转动一个角度^[17]。步进电动机带动*y*轴的 反射镜摆动*j*角度后激光光束沿铅锤方向平移一段 距离,如图 2(a)所示;同理,步进电动机带动*x*轴的 反射镜摆动*i*角度后激光光束沿水平方向平移一段 距离,如图 2(b)所示。





二维振镜激光脚点的轨迹方程[18]为

$$\begin{cases} x_i = (d + D \sec 2j) \tan 2i \\ y_j = D \tan 2j \end{cases},$$
(1)

式中,d为两个振镜之间的距离,D为激光射出的距离。

对二维振镜扫描系统中步进电动机的精准控制是控制扫描轨迹的关键,因此引入在计算机图形 学领域的增量算法—Bresenham算法。通过改进 Bresenham算法,生成对二维振镜扫描系统中步进 电动机转动进行控制的触发信号,以达到圆锥扫描 轨迹的要求。

2.2 Bresenham 算法改进

Bresenham 算法原理^[19]是:设第*i*步(x_i, y_i)是圆 弧上的位置点,第*i*+1步位置点(x_i +1, y_i +1)是 (x_i +1, y_i)或者(x_i +1, y_i -1)中的一个,分别记为 A和B,此时两点离圆心距离二次方的差为

$$d_{A} = \left(x_{i} + 1\right)^{2} + y_{i}^{2} - R^{2}, \qquad (2)$$

$$d_{B} = R^{2} - \left(x_{i} + 1\right)^{2} - \left(y_{i} - 1\right)^{2}_{\circ} \qquad (3)$$

此时引入一个判别量 p_i ,

$$p_i = d_A - d_{B\circ} \tag{4}$$

当*p_i* < 0时,表示*A*点比*B*点离圆弧近,选*A*点 为第*i*+1步位置点;当*p_i*>0时,表示*B*点比*A*点离 圆弧近,选*B*点为第*i*+1步位置点。以上原理给出 的是八分之一圆弧位置点,要得到整个圆的位置点 需要利用八对称,就可以得出全部圆弧的位置点。 算法过程仅使用整数加减法、位移没有浮点数,无法 依次生成对应的激光脚点,无法生成输出触发信号 控制电动机,因此本文通过改进Bresenham算法,引 入增量插补来触发控制信号对步进电动机进行控 制,用硬件移位或者转动角度实现。

首先对算法输出的位置点进行改进。为了让 其按顺时针的顺序依次输出,需要对输出点依次按 顺时针先进行八等份分割,再分别依次求出位置 点,将得出位置点的*x*轴坐标值和*y*轴坐标值分成 两个*X*,*Y*矩阵。引入一个判别量*Q*:

$$Q = (x - x_0)^2 + (y - y_0 - 0.5)^2 - (\frac{\theta}{4e})^2, \quad (5)$$

式中,x₀为设定初始圆心的*x*坐标轴值,y₀为设定初 始圆心的*y*坐标轴值,*θ*为设定扫描角,*e*为步距角。

首先根据象限顺时针分割为第一象限、第二象限、第三象限、第三象限和第四象限,再根据将每个象限分成两个部分,将值导入每个部分,然后将运算结果存入相应的矩阵中。

在第一象限中,矩阵 $X_1 = [X_1, x]$,矩阵 $Y_1 = [Y_1, y]$, $X_2 = [X_2, y - y_0 + x_0]$,矩阵 $Y_2 = [Y_2, x - x_0 + y_0]_{\circ}$

在第二象限中,矩阵 $X_3 = [X_3, y - y_0 + x_0]$,矩 阵 $Y_3 = [Y_3, y_0 - x + x_0]$,矩阵 $X_4 = [X_4, x]$,矩阵 $Y_4 = [Y_4, 2y_0 - y]_0$ 在第三象限中,矩阵 $X_5 = [X_5, 2x_0 - x]$,矩阵 $Y_5 = [Y_5, 2y_0 - y],$ 矩阵 $X_6 = [X_6, x_0 - y + y_0],$ 矩 阵 $Y_6 = [Y_6, y_0 - x + x_0]_0$

在第四象限中,矩阵 $X_7 = [X_7, x_0 - y + y_0]$,矩 阵 $Y_7 = [Y_7, x - x_0 + y_0]$,矩阵 $X_8 = [X_8, 2x_0 - x]$, 矩阵 $Y_8 = [Y_8, y]_0$

在算法中加入单位转动角和初始位置参数后, 计算判别量Q。当x < y时,用while循环,当判别量 Q < 0时,让x = x + 1,后将x,y的值存入矩阵后,进 行下次循环;当判别量Q > 0时,y = y - 1后将x,y的值存入矩阵后,进入下次循环;当x > y时,循环 停止,输出坐标位置点依次输入到八份X坐标矩阵 和Y坐标矩阵。

改进算法在计算过程中有 8 个重叠点,而且相 邻矩阵的存储顺序有问题,还需要对存储的矩阵进 行处理。首先对 X_2, X_4, X_6, X_8 和 Y_2, Y_4, Y_6, Y_8 矩阵进 行顺序逆转,再对矩阵 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ 和 矩阵 $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7, Y_8$ 的矩阵首行进行去 除,最后将得到的坐标点分成x轴坐标的值储存到 $X = [X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8]$ 和得到的坐标点分 成y轴坐标的值储存到 $Y = [Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7, Y_8]$ Y_s],这样得到了所有含有顺时针顺序的激光脚点位 置点的全部x值和全部y值。输入步进电动机的脉 冲和转动方向与 $\Delta x (\Delta x = x_{i+1} - x_i)$ 和 $\Delta y (\Delta y = y_{i+1} - y_i)$ 有关。设转向顺时针为+,转向逆时针 为-,当 $\Delta x > 0$ 时,输入步进电动机x轴的触发脉冲 为1,转动方向为顺时针,即+1;当 $\Delta x = 0$ 时,步进电 动机x轴无输入脉冲为0;当 $\Delta x < 0$ 时,输入步进电动机x轴的触发脉冲为1,转动方向为逆时针,即-1。同理当 $\Delta y > 0$ 时,输入步进电动机y轴的 触发脉冲为1,转动方向为顺时针,即+1;当 $\Delta y = 0$ 时,步进电动机无输入脉冲为0,当 $\Delta y < 0$ 时,输入 步进电动机无输入脉冲为1,转动方向为逆时针,即-1。因此将得到的矩阵X和矩阵Y相邻的数 进行求差,储存到差值矩阵 ΔX 和 ΔY 中得到触发

2.3 算法分析

输入 θ =20,e=1后,运行Bresenham算法和改进后的Bresenham算法分别得到扫描角为20°的数据,将改进前后的输出的坐标点的x,y值分别进行对比,再对改进前后的x,y值的差值进行对比,如图3所示。



图 3 改进前后算法输出值对比。(a) x 坐标值对比;(b) y 坐标值对比;(c) Δx 值对比;(d) Δy 值对比

Fig. 3 Comparison of algorithm output values before and after improvement. (a) x coordinate values comparison; (b) y coordinate values comparison; (c) Δx coordinate values comparison; (d) Δy coordinate values comparison

研究论文

第 58 卷 第 23 期/2021 年 12 月/激光与光电子学进展

由图 3(a)和(b)可见,Bresenham 算法得出的位置点有重叠点,不能得到一个有序的位置点,导致了差值结果无规律波动。改进后的Bresenham 算法得出的 28个位置点的 x和 y值数据是分别计算八分位置点并对八分位置点进行排序后将重叠点进行了剔除得出的数据的结果,因此输出的 x和 y值呈现连续性,不会发生突然的波动,进行差值处理后可导出相应的触发信号。由图 3(c)和(d)可知Bresenham 算法可得出触发信号为1、0和-1对应着触发电机的转动信号。

3 实验验证

3.1 仿真实验

为了更好地展示算法,采用以上算法对比实例 数据作为实验数据进行仿真实验。通过运算改进 算法得到的轨迹位置点数据进行实验,将触发信号 的数据导入信号发生器中,验证改进算法得到的触 发信号能否输出控制步进电动机的脉冲信号,控制 实验如图4所示。

光学仿真实验的初始条件为步距角 e=1°, y轴反射镜初始位置的角度设置为50°, x轴反射镜 初始位置的角度为45°,将得出的20°圆锥扫描位置 点数据输入光学仿真实验中。该实验是利用



图4 触发信号验证实验

Zemax软件的扫描功能对二维振镜扫描系统的步 机电动机转动仿真模拟,其过程是运算改进算法 得到触发信号数据,将其输入Zemax软件的扫描 功能模块来模拟反射镜摆动的角度和激光光束偏 转的角度,通过全视角点列图捕捉在像面上激光 扫描的脚点。二维振镜扫描系统通过Zemax软件 仿真时,由于激光光束是柱形结构,在光路中无法 看清轨迹,用激光光束中心的一条直线替代了柱 形激光光束来对激光光束进行简化。如图5(a)所 示,Zemax软件仿真二维振镜偏转轨迹可知,二维 振镜扫描系统在扫描时,仿真反射镜摆动结构跟 步进电动机控制摆动结果一致。由图5(b)可知, 二维振镜扫描系统会产生横向偏移,从而带来扫 描误差。



图5 二维振镜扫描实验。(a)二维振镜扫描;(b) 20°圆锥扫描轨迹

Fig. 5 Two-dimensional galvanometer scanning experiment. (a) Two-dimensional galvanometer scanning;

(b) 20° cone scanning trajectory

通过 MATLAB 软件运行改进后的 Bresenham 算法, 仿真飞行过程中二维振镜扫描系统的激光脚 点, 输入初始参数, 分别得到扫描视场为 10°, 20°和 60°的探测幅值和水面激光脚点密度值, 仿真可变扫 描轨迹数据如表1 所示。

机载LiDAR二维振镜扫描结果如图6所示, 图6(a)~(d)为对应的轨迹。从二维振镜扫描结果 可看出,通过算法控制二维振镜扫描系统可达到 10°~60°范围的扫描,探测幅值可从175m的小幅度 扫描到1154.7m的大幅度扫描,如图6(a)所示;20° 扫描轨迹的水面激光脚点密度可从1 spots/m²到 5.59 spots/m²,如图6(b)和(c)所示;60°扫描轨迹的 水面激光脚点密度最高为1.33 spots/m²,如图6(d) 所示。

第 58 卷 第 23 期/2021 年 12 月/激光与光电子学进展

Table 1Values of simulate variable scanning trajectory					
Icon	Scanning	Motor	Flight speed /	Scanning	Laser feet density /
	angle /(°)	speed /rps	$(\mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1})$	width /m	$(\text{spots} \cdot \text{m}^{-2})$
а	10	1.4	200	175.0	1.30
b	20	1.1	200	352.7	1.00
С	20	6.0	200	352.7	5.59
d	60	6.0	200	1154.7	1.33







3.2 实验分析

通过实验可知触发信号能通过信号发生器生 成一定频率的脉冲信号,并通过示波器可观察到由 触发信号生成的脉冲信号。即改进算法得到的触 发信号能转化为指令输入驱动器,通过驱动器生成 相应的脉冲信号输出到步进电动机中控制其转动。 在二维振镜扫描系统中,激光光束经过y轴的反射 镜时,入射激光与y轴反射镜的转轴垂直,不会产生 误差。然而由于 x 轴反射镜将激光光束偏转,导致 x轴反射镜入射的激光与y轴反射镜的转轴不垂直, 从而使激光偏转角度与步进电动机偏转角度出现 了非线性变换,导致光斑出现横向偏移。入射激光 偏离*x*轴反射镜转轴的角度越大,横向偏移量就越 大[13],从而引起扫描角误差,偏心带来的误差方 程^[12,20]为

$$C_x = (\sec 2j - 1) \tan 2i_\circ \tag{6}$$

2500

为了减少由于旋转轴心与激光轴心不同导致 的扫描角误差,用改进的算法对扫描角进行补偿来 减少扫描角度误差。需要对 x 轴转动数据的进行补 偿,即对X矩阵的数进行运算后求得C_x再加入X矩 阵,补偿x轴反射镜的光斑横向偏移误差,如图7(a) 所示。由图7(b)可知,20°圆锥扫描的扫描横向角度 误差通过改进算法补偿后,激光脚点横向角度误差 小于0.19 mrad。二维扫描系统在10°和60°扫描轨 迹的最大扫描角横向误差分别小于 0.19 mrad 和 $0.24 \text{ mrad}_{\odot}$

针对本课题组机载LiDAR的扫描系统的研制 要求,需要在1000 m 高空,飞行速度为200 km/h, 海面探测幅宽为350m,扫描系统的扫描视场为 20°。为得到垂直飞机航线,扫描网格点密度要达到

第 58 卷 第 23 期/2021 年 12 月/激光与光电子学进展



图 7 补偿后的 20°圆锥扫描轨迹和光学系统横向角度误差。(a)补偿后 20°圆锥的扫描轨迹;(b)补偿前后横向角度误差对比 Fig. 7 20° conical scanning trajectory and optical system transverse angle error after compensation. (a) Scanning trajectory of 20° cone after compensation; (b) comparison of lateral angle errors before and after compensation

1 spots/m²以上。已知纵向网格点密度由飞行速度 决定,而飞行速度为200 km/h,则需要保证激光圆 锥扫描一圈所需时间与飞行2m所需时间相同,即 扫描一圈时间为0.036 s可保证纵向2m的网格密 度,即圆锥扫描的扫描转速为28 rps。当二维振镜 的扫描速度为31 rps时,扫描角为20°圆锥轨迹的探 测幅值为350 m,水面激光脚点密度为1 spots/m², 符合项目要求。

4 结 论

二维振镜相比其他扫描系统而言,由于其扫描 轨迹可编辑,可通过控制二维振镜扫描系统的摆动 方法得到不同角度和方向的扫描轨迹,因此二维振 镜扫描系统可模块化来实现LiDAR系统对扫描的 多种需求。本文提出了一种可对扫描电机进行控制 实现不同扫描角、网格点密度的圆锥扫描轨迹的方 法,即基于 Bresenham 算法生成控制二维振镜系统 需要的触发信号,并通过改进算法对二维振镜扫描 系统偏转光线时产生的横向误差进行补偿,使扫描 角的误差小于0.24 mrad。扫描轨迹仿真实验表明, 改进后的 Bresenham 算法能生成对该扫描系统步进 电动机的触发信号,使二维扫描系统实现扫描角范 围 10°~60°、水面激光脚点密度范围 1~5.59 spots/m² 的圆锥扫描。在扫描过程中,二维振镜转动的偏心 误差通过算法补偿步距角修正后,通过光学仿真实 验对比,在飞行高度1000m、飞行速度200km/h、扫 描角为20°的条件下,可实现水面激光脚点密度最高 达 5.59 spots/m²、扫描角误差小于 0.24 mrad、扫描 角为60°的圆锥扫描。

参考文献

 [1] Ren L P, Zhao J S. Analysis of sea point trajectory in airborne laser bathymetry ellipse scanning[J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2001, 21(3): 31-37.

任来平,赵俊生.机载激光测深椭圆扫描海面点轨迹 分析[J].海洋测绘,2001,21(3):31-37.

- [2] Zhou G Q, Huang J J, Zhang G Y. Evaluation of the wave energy conditions along the coastal waters of Beibu Gulf, China[J]. Energy, 2015, 85: 449-457.
- [3] Zhou G Q, Zhou X, Yang J Z, et al. Flash lidar sensor using fiber-coupled APDs[J]. IEEE Sensors Journal, 2015, 15(9): 4758-4768.
- [4] Zhou G Q, Jiang L J, Huang J J, et al. FPGA-based on-board geometric calibration for linear CCD array sensors[J]. Sensors, 2018, 18(6): E1794.
- [5] Li T S, Yang R K, Gao X, et al. Impulse response modeling for underwater wireless laser transmission
 [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(11): 1101001.
 李天松,阳荣凯,高翔,等.水下无线激光传输脉冲 响应建模[J].光学学报, 2019, 39(11): 1101001.
- [6] Zhou G Q, Yang J Z, Yu X C, et al. Power supply topology for lidar system onboard UAV platform[J]. Proceedings of SPIE, 2011, 8286: 828606.
- [7] Christensen N B, Lawrie K C. Resolution analyses for selecting an appropriate airborne electromagnetic (AEM) system[J]. Exploration Geophysics, 2012, 43 (4): 213-227.
- [8] Steinvall O K, Koppari K R, Karlsson U C M. Airborne laser depth sounding: system aspects and performance[J]. Proceedings of SPIE, 1994, 2258: 392-412.

第 58 卷 第 23 期/2021 年 12 月/激光与光电子学进展

- [9] Fuchs E, Tuell G. Conceptual design of the CZMIL data acquisition system (DAS): integrating a new bathymetric lidar with a commercial spectrometer and metric camera for coastal mapping applications[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7695: 76950U.
- [10] He Y, Hu S J, Chen W B, et al. Research progress of domestic airborne dual-frequency LiDAR detection technology[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(8): 082801.

贺岩, 胡善江, 陈卫标, 等. 国产机载双频激光雷达 探测技术研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(8): 082801.

- [11] Qin X Y, Su D, Jia X Y, et al. Dislocation correction algorithm for adaptive laser confocal high-speed scanning microscopic imaging[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(1): 0118001.
 秦小云,苏丹,贾新月,等.自适应激光共焦高速扫描显微成像错位校正算法[J].光学学报, 2019, 39(1): 0118001.
- [12] Yang Z Q, Wu D X, Zheng Y C. Study of angular non-linearity in 2-D optical scanning[J]. Laser Technology, 2004, 28(3): 262-265.
 杨志卿, 吴登喜,郑永超.二维光学扫描中扫描角度 非线性研究[J]. 激光技术, 2004, 28(3): 262-265.
- [13] PrecisionPelsue K., post-objective, two-axis, scanninggalvanometer[J]. Proceedings of SPIE, 1982, 0390: 70-78.
- [14] Pierrottet D F, Amzajerdian F, Meadows B L, et al.

Characterization of 3-D imaging lidar for hazard avoidance and autonomous landing on the Moon[J]. Proceedings of SPIE, 2007, 6550: 655008.

- [15] Nimelman M, Tripp J, Allen A, et al. Spaceborne scanning lidar system (SSLS) upgrade path[J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6201: 62011V.
- [16] Kuzmin Y P. An efficient circle-drawing algorithm[J]. Computer Graphics Forum, 1990, 9(4): 333-336.
- [17] Szamel L, Vajsz T. The special characteristics of stepping motor drives and a new type of classification[J]. Acta Polytechnica Hungarica, 2016, 13(7): 83-102.
- [18] Li G C, Fang Y H, Ji R Y, et al. High-precision laser tracking system based on two-dimensional galvanometers and position sensitive detectors[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(7): 0704007.
 李桂存,方亚秒,纪荣祎,等.基于二维振镜与位置 灵敏探测器的高精度激光跟踪系统[J].中国激光, 2019, 46(7): 0704007.
- [19] Barrera T, Hast A, Bengtsson E. A chronological and mathematical overview of digital circle generation algorithms-introducing efficient 4- and 8-connected circles[J]. International Journal of Computer Mathematics, 2016, 93(8): 1241-1253.
- [20] Li Y X, Cui T X, Li Q Y, et al. A study of correction method to the pincushion distortion based on dual galvanometer LiDAR scanning system[J]. Optik, 2019, 181: 555-561.