

面向文物稠密点云模型的压缩复原框架

寇姣姣¹, 陈小雪¹, 鱼跃华¹, 海琳琦¹, 周蓬勃², 张海波¹, 耿国华^{1*}¹西北大学信息科学与技术学院, 陕西 西安 710127;²北京师范大学艺术与传媒学院, 北京 100875

摘要 针对激光扫描仪获取的三维文物稠密点云模型在数据存储、远程传输与处理等环节导致的资源过度消耗问题,提出了一种基于贪婪算法的快速压缩与恢复框架。首先,将点云模型视为三维离散几何信号,用基于哈希函数的八叉树方法构建稠密点云的邻域约束关系。然后,计算点云邻接矩阵并构建离散拉普拉斯基对原信号进行稀疏表示,通过随机高斯矩阵对原信号进行随机采样,以完成信号压缩。最后,引入 L_0 正则化算子,采用四种经典的贪婪算法进行快速求解。用兵马俑头部点云模型和唐三彩胡人俑三维文物点云模型进行仿真测试,结果表明,本框架能完成对稠密点云模型的有效压缩和模型的快速重建。

关键词 机器视觉; 文物数字化保护; 三维稠密点云; 稀疏表示; 压缩感知; 贪婪算法

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.2215006

Compression Restoration Framework for Dense Point Cloud Model of Cultural Relics

Kou Jiaojiao¹, Chen Xiaoxue¹, Yu Yuehua¹, Hai Linqi¹, Zhou Pengbo², Zhang Haibo¹,
Geng Guohua^{1*}

¹ School of Information Sciences and Technology, Northwest University, Xi'an, Shaanxi 710127, China;

² College of Arts and Media, Beijing Normal University, Beijing 100875, China

Abstract The three-dimensional dense point cloud model of cultural relics obtained by laser scanners can easily lead to excessive consumption of resources in data storage, remote transmission, and processing. To solve this problem, the paper proposes a fast compression and recovery framework based on greedy algorithm. First, the point cloud model is regarded as a three-dimensional discrete geometric signal, and the octree method based on Hash function is used to construct the neighborhood constraint relationship for the dense point cloud. Then, the point cloud adjacency matrix is calculated and a discrete Laplacian is constructed to sparse the original signal, and the original signal is randomly sampled through a random Gaussian matrix to complete signal compression. Finally, the L_0 regularization operator and four classical greedy algorithms are introduced to solve the problem quickly. The simulation test is carried out with the point cloud model of the terracotta warriors head and the three-dimensional cultural relic point cloud model of the Tang Sancai Huren figurines. The results show that this framework can complete the effective compression of the dense point cloud model and the rapid reconstruction of the model.

Key words machine vision; digital protection of cultural relics; three-dimensional dense point cloud; sparse representation; compressed sensing; greedy algorithm

OCIS codes 150.1135; 100.2000; 100.6890

收稿日期: 2021-01-06; 修回日期: 2021-02-01; 录用日期: 2021-02-12

基金项目: 国家重点研发计划(2019YFC1521103)、国家自然科学基金重点项目(61731015)、国家自然科学基金青年基金(61902317)、陕西省重点产业链项目(2019ZDLSF07-02)、2020年青海省重点研发与转化计划(2020-SF-140)、陕西省自然科学基金青年项目(2019JQ-166)

通信作者: *ghgeng12@163.com

1 引言

数字几何技术的发展,使激光扫描仪可以对刻画历史时代的珍贵文物进行数字化保存。但扫描得到的点云数据具有海量性和无序性,在处理和在线传输过程中易造成计算机内存过度消耗。因此,研究三维(3D)文物稠密点云模型的稀疏化表示及快速复原对建立数字博物馆具有重要的意义。律师等^[1]针对海量 3D 点云数据对计算机存储和传输负担沉重的问题,提出了一种基于数据类型转换的点云快速有损压缩方法,虽然该方法的压缩性能较好,但没有对整个点云模型进行处理。武迎春等^[2]针对 3D 点云数据压缩为二维图像时导致的相位级次索引图边缘量化错误,提出了一种有效的局部相位误差修正方法,虽然降低了压缩误差,但会丢失部分关键信息,不适用于 3D 稠密点云模型。目前,3D 模型压缩主要有基于拓扑结构和基于几何结构的处理方法。Taubin 等^[3]基于 3D 几何模型的网格拓扑信息提出了顶点遍历的拓扑结构编码方法,该方法可以有效获取网格模型的曲面几何信息,但并不适用于 3D 点云模型。基于几何结构的 3D 模型压缩方法在处理过程中的耗时较少,但具有一定的局限性。An 等^[4]提出了一种新的大规模点云模型压缩编码方法,可缩短压缩耗时,但压缩错误比较高。Sun 等^[5]提出了一种适用于自动驾驶应用的激光雷达点云数据快速压缩方法,可以有效消除点云数据的冗余空间信息,但忽略了 3D 点云模型的规模问题。曹成坤等^[6]提出了一种压缩精度可控的全局相似性点云压缩方法,但该方法不适用于 3D 稠密点云模型。Du 等^[7]提出了一种通过网格顶点位置对 3D 几何信号进行压缩的方法,但忽略了点云模型的规模问题,耗时较长。李金涛等^[8]提出了一种通过曲率分级的点云数据压缩方法,虽然能在减少数据量的同时较好地保留原始数据的细节特征,但并不适用于 3D 文物稠密点云模型。

Donoho^[9]提出的压缩感知方法,在信号满足一定的稀疏性条件下可用较少的样本恢复原始信号。雷丽婷等^[10]提出了一种稀疏度变步长自适应压缩采样匹配追踪方法,但该方法只适用于低噪声信号下的重构。许峰等^[11]提出了一种基于遗传算法的优化测量方法,可提高压缩感知方法的重构精度,但不适用于大规模点云问题。杜卓明等^[12]提出了一种基于正则凸优化重构信号的方法,但忽略了信号的高效自适应稀疏表达。黄矿裕等^[13]提出了一种

基于改进法线方向的泊松曲面重构方法,但该方法需要人为根据不同点云模型确定体素边长。由于点云几何信号的重构是一个不适定问题,解决该非线性优化问题的方法有基于压缩感知的凸优化方法和贪婪算法。凸优化方法通过极小化逼近目标函数,速度慢且耗时长,不适合大规模点云的重建,而贪婪算法通过多次迭代计算原始信号 x ,重建效果较好。

本文介绍了以压缩感知为引导的 3D 文物稠密点云模型的稀疏表示和重构恢复中的四种贪婪算法,并对重建过程中的逆问题进行求解、仿真测试及分析。实验结果表明,四种经典算法均能有效重构出原始点云模型,对文物点云模型的恢复发展具有重要意义。

2 基本原理

2.1 三维文物稠密点云局部约束

3D 文物稠密点云模型可视为 3D 几何信号,由于自然界中的信号通常是不稀疏的,因此,要先对信号进行稀疏表示,然后才能基于压缩感知进行采样。为了在时频域转换信号期间保留足够的有效几何信息,需对点云模型建立邻域约束关系。八叉树方法可被用于排除异常值并构建 3D 点云模型拓扑关系,是一种基于对象分布的自适应空间细分方法^[14]。每个中间结点有八个完整的子结点,同一层的所有结点具有相同的树深度。传统八叉树不仅存储数据,还存储中心位置坐标、体素大小以及指向子结点的指针,导致了大量的内存开销。因此,采用基于哈希函数的快速索引八叉树,只在每个结点中存储唯一的索引(位置编码),如图 1 所示。通过位置编码可访问任意结点,并推导出对应结点的父结点和子结点位置编码,但由于扫描得到的点云数据不均匀,点云数据分布和稠密性不同,完整的八叉树可能会导致数据不平衡,造成额外的时间消耗,因此,选取不完整的八叉树建立约束,以忽略不存在的结点。

2.2 三维点云信号的稀疏表示

Sorkine 等^[15]提出了一种离散拉普拉斯基,可适用于 3D 点云信号稀疏表示。对于一个具有 n 个散乱点的 3D 文物模型,其包含 3 个一维离散信号 $x_{n \times 1}$ 、 $y_{n \times 1}$ 、 $z_{n \times 1}$ 。通过有效的八叉树快速构造邻接矩阵 A ,矩阵 A 中的元素均为 1 或 0,其中,1 表示两点相邻,0 表示两点不相邻,且对角元素全为 0。将 A 中每列元素的总和作为对角线元素,其余元素均为 0,得到一个度矩阵 D ,度表示由当前点发出的

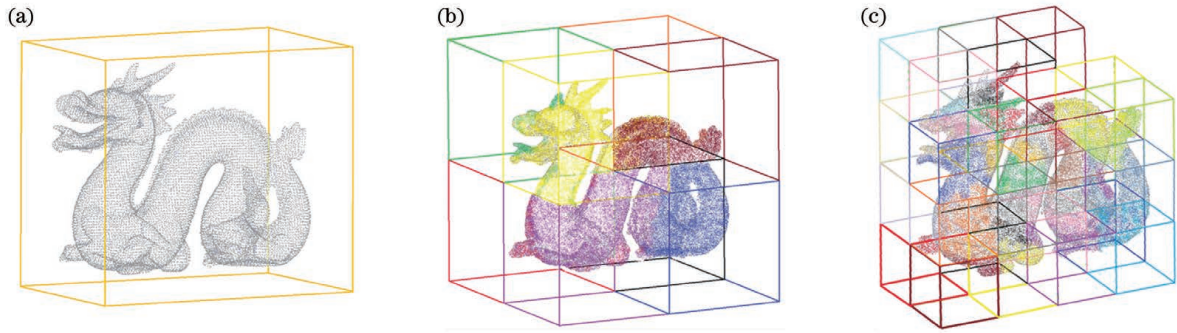


图 1 基于八叉树的 3D 点云龙模型划分。(a)未划分的模型;(b)完整八叉树建立的模型;(c)不完整八叉树建立的模型
Fig. 1 3D point cloud dragon model division based on octree. (a) Undivided model; (b) model built by a complete octree; (c) model built by an incomplete octree

边数量,通过度矩阵 D ,可计算出大小为 $n \times n$ 的离散拉普拉斯算子 L ,可表示为

$$L_{i,j} = \begin{cases} 1, & i = j \\ -1/d_i, & D(i,j) = 1, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1/d_i & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -1/d_n & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中, n 为点的数目, d_i 为第 i 个点的值, j 为与 i 相邻的点。自身点的值为 1,相邻点的取值为该点倒数的相反数,记为 $-1/d_i$,不相邻点的取值为 0。分解 L 得到实特征值和实特征向量,用实特征值构成对角矩阵 Σ ,用特征向量组成一组正交基,由于稀疏基在代数上是一个满秩矩阵,矩阵的列是线性无关的,因此,用特征向量作为稀疏基 $\Psi_{n \times n}$ 分别对 3 个离散信号进行稀疏表示,可表示为

$$L = \Psi \Sigma \Psi^{-1}, \quad (3)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{n \times 1} = \Psi_{n \times n} \times \lambda_{n \times 1}^1 \\ \mathbf{y}_{n \times 1} = \Psi_{n \times n} \times \lambda_{n \times 1}^2, \\ \mathbf{z}_{n \times 1} = \Psi_{n \times n} \times \lambda_{n \times 1}^3 \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\lambda_{n \times 1}^1, \lambda_{n \times 1}^2, \lambda_{n \times 1}^3$ 分别为原始信号在该稀疏基上的稀疏系数。

2.3 三维文物点云信号的压缩采样

随机高斯矩阵具有高度随机性且多数正交基不相关,可以有效保留关键信息的完整性^[16]。随机高斯矩阵中的所有元素都独立服从均值为 0、方差为 $1/m$ 的高斯分布。因此,用给定的随机高斯矩阵作为抽样矩阵 $\Phi_{m \times n}$ 对原始信号进行压缩采样,得到长度为 m 的采样信号 $Q_{m \times 1}^1, Q_{m \times 1}^2, Q_{m \times 1}^3$,可表示为

$$\begin{cases} Q_{m \times 1}^1 = \Phi_{m \times n} \times \mathbf{x}_{n \times 1} \\ Q_{m \times 1}^2 = \Phi_{m \times n} \times \mathbf{y}_{n \times 1}, \\ Q_{m \times 1}^3 = \Phi_{m \times n} \times \mathbf{z}_{n \times 1} \end{cases} \quad (5)$$

联立(4)式、(5)式,得到

$$\begin{cases} Q_{m \times 1}^1 = \Phi_{m \times n} \times \Psi_{n \times n} \times \lambda_{n \times 1}^1 \\ Q_{m \times 1}^2 = \Phi_{m \times n} \times \Psi_{n \times n} \times \lambda_{n \times 1}^2. \\ Q_{m \times 1}^3 = \Phi_{m \times n} \times \Psi_{n \times n} \times \lambda_{n \times 1}^3 \end{cases} \quad (6)$$

记传感矩阵 $A_{m \times n} = \Phi_{m \times n} \times \Psi_{n \times n}$,得到新的方程组

$$\begin{cases} Q_{m \times 1}^1 = A_{m \times n} \times \lambda_{n \times 1}^1 \\ Q_{m \times 1}^2 = A_{m \times n} \times \lambda_{n \times 1}^2. \\ Q_{m \times 1}^3 = A_{m \times n} \times \lambda_{n \times 1}^3 \end{cases} \quad (7)$$

(7)式的目标是求解 $\lambda_{n \times 1}^1, \lambda_{n \times 1}^2, \lambda_{n \times 1}^3$,由于传感矩阵 A 的大小为 $m \times n$,且 $m < n$,即未知数个数大于行数,该方程组为欠定方程组,有无数多个解。Hardamard 在 1923 年提出每个与某物理或技术问题相适应的数学问题必须适定,即其解必须是唯一存在且连续依赖于初始边值条件,当这三个条件中任意一个不满足时,就是一个不适定问题^[17]。这表明 3D 文物重建是一个不适定问题。

2.4 L_0 范数三维点云信号的重构及求解

信号恢复中的重构问题在数学上可用不适定逆问题建模,通过压缩感知理论,使用 L_0 最小化元素目标函数,同时引入正则化算子,可表示为

$$\begin{cases} \min_{\lambda^1} \left(\frac{1}{2} \|\Psi \times \lambda^1 - \mathbf{x}\|_2^2 + \tau_1 \|\lambda^1\|_0 \right) \\ \min_{\lambda^2} \left(\frac{1}{2} \|\Psi \times \lambda^2 - \mathbf{y}\|_2^2 + \tau_2 \|\lambda^2\|_0 \right), \\ \min_{\lambda^3} \left(\frac{1}{2} \|\Psi \times \lambda^3 - \mathbf{z}\|_2^2 + \tau_3 \|\lambda^3\|_0 \right) \end{cases} \quad (8)$$

式中,正则化参数 τ 基于经验值引入。通常用四种典型的贪婪算法求解 3D 文物散乱稠密点云重建过程中的逆问题,包括 Mallat 等^[18]提出的匹配追踪 (MP) 算法、Tropp 等^[19]提出的正交匹配追踪 (OMP) 算法、Zhang 等^[20]提出的可适用于高

维信号重建的分段正交匹配追踪 (StOMP) 算法以及 Needell 等^[21] 提出的正则化正交匹配追踪 (ROMP) 算法。得到稀疏表示系数后, 利用

(4) 式计算重构信号。综上所述, 实验中基于贪婪算法的 3D 文物稠密点云压缩与恢复流程如图 2 所示。

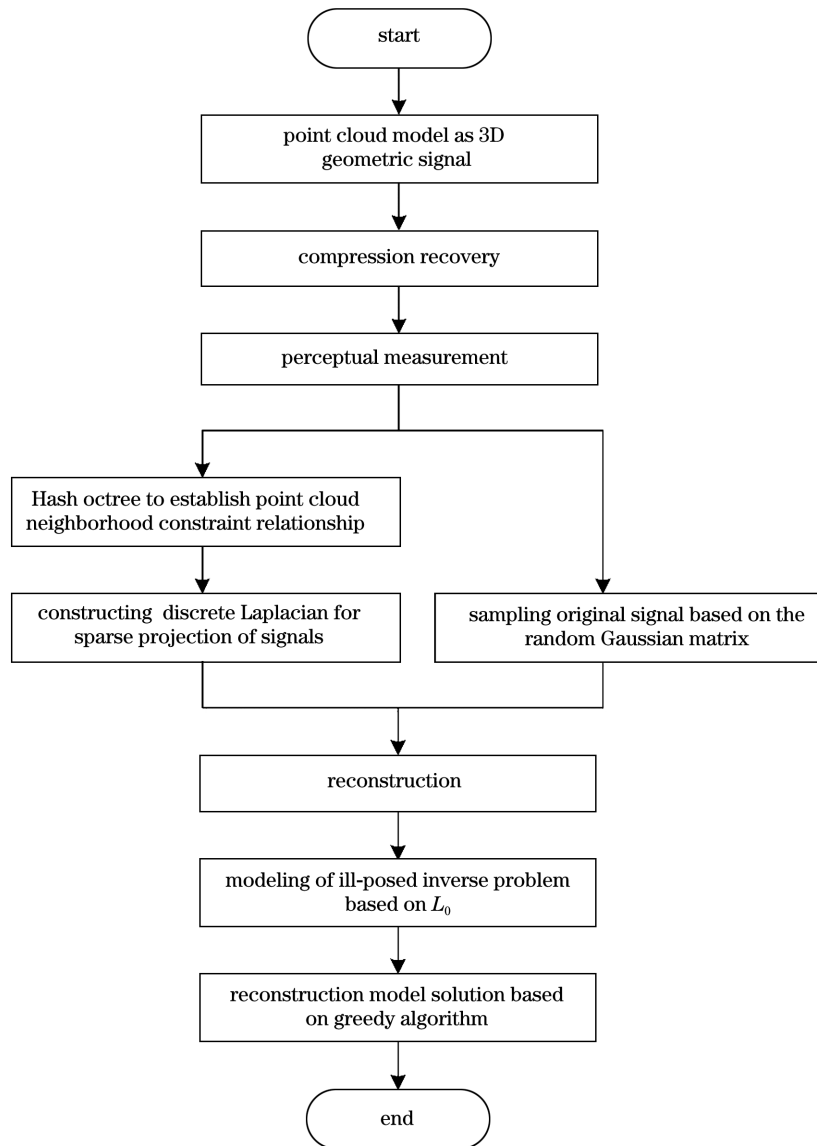


图 2 基于 3D 文物点云的几何信号重建流程图

Fig. 2 Flow chart of geometric signal reconstruction based on 3D cultural relic point cloud

2.5 仿真测试结果

实验中选择的数据为由 103728 个点组成的唐三彩胡人俑 3D 稠密点云数据和经去噪简化后由 62400 个点组成的兵马俑头部稠密点云数据。仿真平台为 Matlab2017, 在具有 32 GB RAM 的 IntelCoreI i9-7900X CPU @ 3.30 GHz 上运行。图 3 和图 4 为不同算法对点云数据的 3D 可视化结果。

3 分析与讨论

表 1 为 3D 文物点云模型的具体参数, 文

献[22]的研究结果表明, 经验公式 $m \approx 4r$ 能很好地恢复 3D 模型压缩中的采样信号。其中, m 为采样信号的数量, r 为稀疏变化后非零值的个数。采样点数量为 12400、7200 时, 分别用 MP 算法、OMP 算法、StOMP 算法及 ROMP 算法对唐三彩胡人俑点云模型和兵马俑头部模型进行重建, 为了更加直观地对比四种贪婪算法对 3D 文物点云模型的重建性能, 实验选取的迭代次数为 100, 并设定了较大的误差阈值。表 2 和表 3 分别为不同算法对于唐三彩胡人俑及兵马俑头部 3D 点云模型的重建结果, 可以发现, 在相同的传感矩阵、迭代次数和误差阈值范围

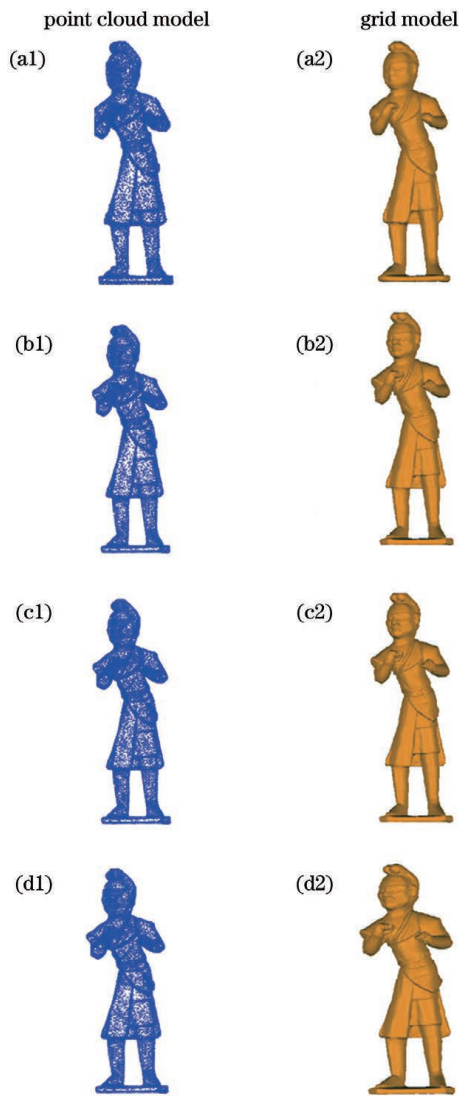


图 3 不同算法对胡人俑点云模型的重建结果。(a)MP 算法;(b)OMP 算法;(c)StOMP 算法;(d)ROMP 算法

Fig. 3 Reconstruction results of the Huren figurine point cloud model by different algorithms. (a) MP algorithm; (b) OMP algorithm; (c) StOMP algorithm; (d) ROMP algorithm

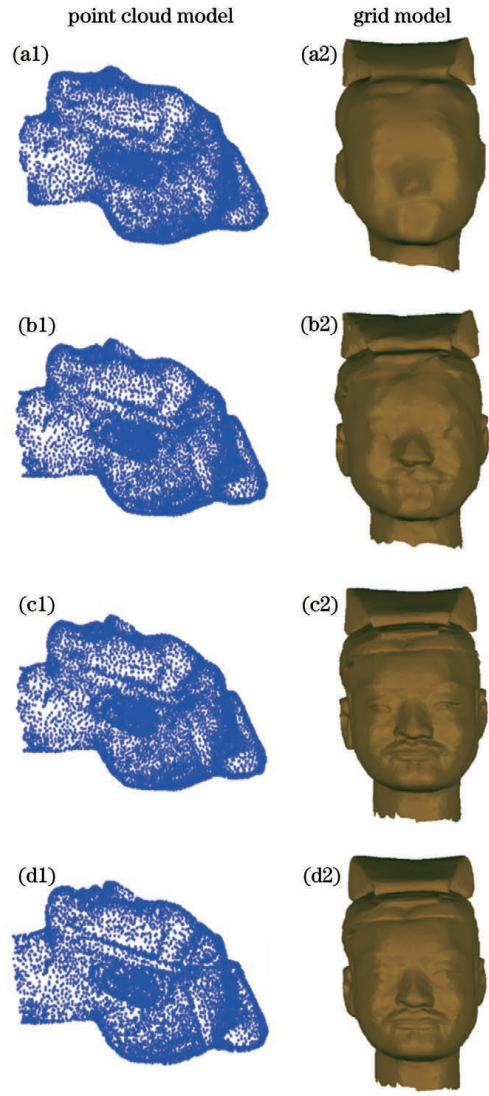


图 4 不同算法对兵马俑头部点云模型的重建结果。(a)MP 算法;(b)OMP 算法;(c)StOMP 算法;(d)ROMP 算法

Fig. 4 Reconstruction results of different algorithms on the point cloud model of the terracotta warriors head. (a) MP algorithm; (b) OMP algorithm; (c) StOMP algorithm; (d) ROMP algorithm

表 1 3D 文物点云模型的数值规模

Table 1 Numerical scale of 3D cultural relic point cloud model

Cultural relic point cloud model	Direction	Number of point clouds	Non-zero quantity	Number of sampling points	Sensing matrix scale	Sampling signal size
Tang Sancai Huren figurines	X	103728	3100	12400	12400×103728	12400×1
	Y	103728	3100	12400		12400×1
	Z	103728	3100	12400		12400×1
Terracotta warrior head	X	62400	1802	7200	7200×62400	7200×1
	Y	62400	1802	7200		7200×1
	Z	62400	1802	7200		7200×1

表 2 不同算法对唐三彩胡人俑点云模型的重建结果

Table 2 Reconstruction results of the point cloud model of Tang Sancai Huren figurines by different algorithms

Reconstruction algorithm	Matrix size	Number of iterations	Given error	Reconstruction time /s	MAE
MP	12400×103728	100	—	896.455	0.9227
OMP	12400×103728	100	—	977.351	0.6583
StOMP	12400×103728	100	—	820.536	0.5029
ROMP	12400×103728	—	10^{-2}	942.923	0.5244

表 3 不同算法对兵马俑头部点云模型的重建结果

Table 3 Reconstruction results of different algorithms on the point cloud model of the terracotta warrior head

Reconstruction algorithm	Matrix size	Number of iterations	Given error	Reconstruction time /s	MAE
MP	7200×62400	100	—	371.508	1.3462
OMP	7200×62400	100	—	425.912	0.5257
StOMP	7200×62400	100	—	307.867	0.3041
ROMP	7200×62400	—	10^{-2}	413.043	0.3674

内,StOMP 算法的重建时间最短,其次为 MP 算法,ROMP 算法和 OMP 算法的重建时间接近。此外,StOMP 算法的平均绝对误差(MAE)最小,MP 算法的平均绝对误差最大。总体来说,相比其他算法,无论在重建时间还是平均绝对误差上,StOMP 算法对 3D 文物点云模型的重建效果均更优。

4 结 论

3D 文物稠密点云模型可视为非均匀 3D 离散信号,如何有效地将数字信号处理领域中的方法扩展到 3D 点云模型的重建上是一个具有挑战性的主题。首先,基于哈希散列的八叉树方法构建邻域约束,从而节省了内存和遍历消耗。然后,基于约束规则构建拉普拉斯基对原始信号进行稀疏表示并利用随机高斯矩阵完成文物点云信号的压缩。最后,在模型重建中以压缩感知为指导引入四种贪婪算法,从少量采样信号中重构原始点云模型。实验结果表明,四种典型算法均能很好地重建 3D 文物点云模型,且基于贪婪算法的快速恢复框架在准确性、效率和实用性方面具有良好的性能,有望促进计算机辅助文物研究技术的发展。今后还需研究 3D 文物稠密点云颜色模型的稀疏表示,进一步将深度神经网络用于文物稠密点云压缩和重构中。

参 考 文 献

- [1] Lü S, Da F P, Huang Y. A fast and lossy compression algorithm for point-cloud models based on data type conversion [J]. *Journal of Graphics*, 2016, 37(2): 199-205.
- [2] Wu Y C, Cao Y P, Ji C J, et al. Quantization error restraining of virtual structured-light three-dimensional data compression algorithm [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(15): 151203.
- [3] Taubin G, Rossignac J. Geometric compression through topological surgery [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 1998, 17(2): 84-115.
- [4] An X D, Yu X Q, Zhang Y F. Research on the self-similarity of point cloud outline for accurate compression [C] // 2015 International Conference on Smart and Sustainable City and Big Data (ICSSC), July 26-27, 2015, Shanghai, China. London: IET, 2015: 170-174.
- [5] Sun X B, Ma H, Sun Y X, et al. A novel point cloud compression algorithm based on clustering [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, 4(2): 2132-2139.
- [6] Cao C K, Zhang C Y, Wang G P. Precision controllable point clouds compression using global similarity in dictionary [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2019, 31(6): 869-877.

- 曹成坤, 张琮毅, 汪国平. 精度可控的字典全局相似性点云压缩[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2019, 31(6): 869-877.
- [7] Du Z M, Geng G H. Three dimensional geometric signal compression method based on compressed sensing[C]//2011 International Conference on Image Analysis and Signal Processing, December 21-23, 2011, Hubei, China. New York: IEEE Press, 2011: 62-66.
- [8] Li J T, Cheng X J, Yang Z X, et al. Curvature-grading-based compression for point cloud data[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(14): 142801.
李金涛, 程效军, 杨泽鑫, 等. 基于曲率分级的点云数据压缩方法[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(14): 142801.
- [9] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [10] Lei L T, Li G, Jiang C S, et al. Sparsity variable step-size adaptive compressive sampling matching pursuit algorithm based on CS[J]. Computer Applications and Software, 2020, 37(8): 260-264.
雷丽婷, 李刚, 蒋常升, 等. 基于 CS 的稀疏度变步长自适应压缩采样匹配追踪算法[J]. 计算机应用与软件, 2020, 37(8): 260-264.
- [11] Xu F, Sun J, Liu S J. Sampling optimization method for acoustic field reconstruction based on genetic algorithm[J]. Computer Science, 2020, 47(11): 304-309.
许锋, 孙洁, 刘世杰. 基于遗传算法的声场重构测量优化方法[J]. 计算机科学, 2020, 47(11): 304-309.
- [12] Du Z M, Li H A, Kang B S, et al. Recovery method of compressed sensing signals based on quadratic convergence regularization with a smooth function[J]. Journal of Image and Graphics, 2016, 21(4): 490-498.
杜卓明, 李洪安, 康宝生, 等. 二阶收敛的光滑正则化压缩感知信号重构方法[J]. 中国图象图形学报, 2016, 21(4): 490-498.
- [13] Huang K Y, Tang Y C, Zou X J, et al. Poisson surface reconstruction algorithm based on improved normal orientation[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(14): 141005.
黄矿裕, 唐昀超, 邹湘军, 等. 基于改进法线方向的泊松曲面重构算法[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(14): 141005.
- [14] Schnabel R, Klein R. Octree-based point cloud compression[C]//3rd Symposium on Point Based Graphics, July 29-30, 2006, Boston, Massachusetts, USA. Geneva: Eurographics Association, 2006, 15: 111-120.
- [15] Sorkine O, Cohen-Or D. Least-squares meshes[C]//Proceedings Shape Modeling Applications, 2004, June 7-9, 2004, Genova, Italy. New York: IEEE Press, 2004: 191-199.
- [16] Edelman A. The probability that a random real Gaussian matrix hask real eigenvalues, related distributions, and the circular law[J]. Journal of Multivariate Analysis, 1997, 60(2): 203-232.
- [17] Guo Q P, Wang W C, Xiang P C, et al. Advances in ill-posed problems[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2001, 25(1): 12-15.
郭庆平, 王伟沧, 向平波, 等. 不适定问题研究的若干进展[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2001, 25(1): 12-15.
- [18] Mallat S G, Zhang Z F. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [19] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [20] Zhang W H, Huang B X, Zhou T. An improvement on stomp for sparse solution of linear underdetermined problems[C]//Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference, July 26-28, 2013, Xi'an, China. New York: IEEE Press, 2013: 1951-1956.
- [21] Needell D, Vershynin R. Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements via regularized orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(2): 310-316.
- [22] Du Z M. Research of key techniques on statistical craniofacial reconstruction[D]. Xi'an: Northwest University, 2012: 83-86.
杜卓明. 三维模型检索与压缩关键技术研究[D]. 西安: 西北大学, 2012: 83-86.