

激光与光电子学进展

非马尔可夫玻色库对单个三能级原子量子隐形传态的影响

阿拉帕提·阿不力米提, 杨帆, 迪丽达尔·海依提江, 艾合买提·阿不力孜*

新疆师范大学物理与电子工程学院, 新疆 乌鲁木齐 830054

摘要 利用量子态扩散方法研究了耦合到多模非马尔可夫玻色库的单个三能级原子的量子隐形传态保真度的动力学演化特性, 并分析了不同参数对保真度的影响。结果表明, 当三能级原子与强非马尔可夫环境耦合并且三能级原子初始状态处于激发态或亚稳态时, 三能级原子量子隐形传态保真度拥有较长的弛豫时间及较好的鲁棒性。此外, 利用外加磁场控制三能级原子的量子隐形传态, 可以使得三能级原子拥有鲁棒性较好的保真度。

关键词 量子光学; 非马尔可夫; 量子态扩散; 保真度; 磁场

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.2127002

Influence of Non-Markovian Bosonic Environment on Quantum Teleportation of Single Three-Level Atom

Ablimit Arapat, Yang Fan, Hitjan Dildar, Abliz Ahmad*

School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University, Urumchi, Xinjiang 830054, China

Abstract The dynamic evolution of the fidelity of quantum teleportation in a single three-level atom coupled to a multi-mode non-Markovian bosonic environment is studied by using the quantum state diffusion method, and the effects of different parameters on the fidelity are analyzed. The results show that when the three-level atom is coupled with the strong non-Markovian environment, and the initial state of the three-level atom is in excited state or metastable state, the fidelity of quantum teleportation of three-level atoms has long relaxation time and good robustness. In addition, the external magnetic field is used to control the quantum teleportation of the three-level atom, which can make the three-level atom have a fidelity with good robustness.

Key words quantum optics; non-Markovian; quantum state diffusion; fidelity; magnetic field

OCIS codes 270.5565; 270.5585

1 引言

在执行量子信息任务时, 量子态的传输与保存是至关重要的。然而, 量子系统具有开放性, 故环境对量子系统的影响是不可忽略的。因此, 与物理实际较接近的开放量子系统理论在量子光学、量子运输、量子计算等领域得到了广泛应用^[1-4]。开放量

子系统的动力学演化可分为马尔可夫与非马尔可夫过程。马尔可夫过程对应于一个无记忆环境, 此时系统的信息单向地流入环境, 并且系统会永久性的失去这些信息。但在非马尔可夫过程中, 环境拥有记忆效应, 进而从系统流入到环境的信息在一定的时间间隔内会重新流回系统, 并恢复其历史状态。随着光子晶体、微波谐振腔以及玻色-爱因斯坦

收稿日期: 2021-02-03; 修回日期: 2021-02-25; 录用日期: 2021-03-09

基金项目: 国家自然科学基金地区科学基金(11864042)

通信作者: *ahmad@126.com

凝聚领域中实验研究的深入^[5-8],环境非马尔可夫性引起了研究人员的广泛关注。

开放量子系统理论中,用密度算符描述系统的状态。密度算符的运动方程又称主方程,它包含了开放量子系统所有的动力学特性。对于非马尔可夫环境,马尔可夫极限下的 Lindblad 主方程会失效。在众多求解非马尔可夫主方程的物理方法中,具有不考虑环境耦合强度、相关时间和谱密度等优点的量子态扩散(QSD)方法^[9-10],在对非马尔可夫玻色库与费米库中海森堡自旋链、量子点等物理系统的量子关联、量子通讯、量子运输特性的研究中表现出了较强的计算能力^[11-18]。其中,Jing 等^[14]利用 QSD 方法研究了马尔可夫与非马尔可夫噪声下单个二能级原子量子隐形传态保真度的量子控制理论,并有效提高了单个二能级原子量子隐形传态的保真度。与二能级原子相比,三能级原子在信息表达等方面具有更加明显的优势^[19-20]。然而,对于三能级原子的研究局限于利用量子门控制单个三能级原子量子隐形传态的保真度。因此,本文利用 QSD 方法,研究了环境记忆效应对耦合到玻色库中的单个三能级原子量子隐形传态保真度的影响,并探究了利用外加磁场对量子隐形传态保真度进行控制的问题。

首先,本文对耦合到零温玻色库的单个三能级原子模型及量子隐形传态保真度进行了介绍与理论分析,并利用非马尔可夫 QSD 方法得到了总体系的主方程。然后,通过数据模拟,分析并讨论了环境非马尔可夫性、三能级原子初始态及外加磁场强度对量子隐形传态的影响。

2 理论模型

当单个三能级原子耦合到一个零温非马尔可夫玻色库时,整个体系的总哈密顿量(约化普朗克常数 $\hbar = 1$)可以写为

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \mathbf{H}_s + \sum_k \omega_k \mathbf{b}_k^\dagger \mathbf{b}_k + \sum_k (f_k \mathbf{L} \mathbf{b}_k^\dagger + \text{h.c.}), \quad (1)$$

式中: \mathbf{H}_{tot} 为总哈密顿量; $\mathbf{H}_s = \omega \mathbf{J}_z$ 是三能级原子的系统哈密顿量,其中 ω 是三能级原子相邻能级之间的跃迁频率, $\mathbf{J}_z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|$; ω_k 是库中第 k 个玻色子的跃迁频率; \mathbf{b}_k^\dagger 、 \mathbf{b}_k 为玻色库的产生与湮灭算符,服从对易关系 $[\mathbf{b}_{ki}, \mathbf{b}_{kj}^\dagger] = \delta_{ki, kj}$,其中 \mathbf{b}_{kj}^\dagger 为产生算符, \mathbf{b}_{ki} 为湮灭算符, $\delta_{ki, kj}$ 为克罗内克函数, $i=1, 2, 3, j=1, 2, 3; f_k$ 为玻色库与三能级原子之间

的耦合系数, $\mathbf{L} = |1\rangle\langle 0| + |2\rangle\langle 0|$ 是 Lindblad 算符。

整个体系在相互作用表象下的总哈密顿量可以写为

$$\mathbf{H}_{\text{tot}}^1(t) = \mathbf{H}_s + \sum_k (f_k \mathbf{L}^\dagger \mathbf{b}_k e^{-i\omega_k t} + \text{h.c.}), \quad (2)$$

式中: t 为时间; \mathbf{L}^\dagger 为 Lindblad 算符的厄米共轭。

在非马尔可夫 QSD 理论中,利用相干态 $|z_k\rangle$ 描述零温玻色库的状态,并将(2)式代入到薛定谔方程以后,三能级原子的 QSD 方程可写为

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi(t, z^*)\rangle = [-i\mathbf{H}_s + \mathbf{L}z_i^* - \mathbf{L}^\dagger \bar{\mathbf{O}}(t, z^*)] |\psi(t, z^*)\rangle, \quad (3)$$

式中: $\psi(t, z^*)$ 为波函数; z^* 为噪声变量; $z_i^* = -i \sum_k f_k^* z_k^* e^{i\omega_k t}$ 为环境噪声函数,其中 f_k^* 为玻色库与三能级原子之间的耦合系数的复共轭, z_k^* 为噪声变量; $\bar{\mathbf{O}}(t, z^*)$ 为非马尔可夫 QSD 理论中描述环境记忆效应的算符,其表达式为 $\bar{\mathbf{O}}(t, z^*) = G(t) \mathbf{L}^{[11]}$,其中 $G(t) = \int_0^t \alpha(t, s) g(t, s) ds$ 为含时系数, $\alpha(t, s) = \sum_k |f_k|^2 e^{-i\omega_k(t-s)}$ 是环境关联函数,系数函数 $g(t, s)$ 的表达式为

$$g'(t, s) = [i\omega + G(t)] g(t, s), \quad (4)$$

式中: s 为量子系统的历史时刻; $g'(t, s)$ 是 $g(t, s)$ 的导数。

利用非马尔可夫 QSD 方程[(3)式]并对环境噪声求系综平均以后,整个体系密度的表达式为

$$\rho = M [|\psi_i(t, z^*)\rangle\langle \psi_i(t, -z)|], \quad (5)$$

式中: $M(m) = \int \prod_k e^{-z_k^* z_k} m dz_k^* dz_k$ 为环境噪声函数 z_k^* 的系综平均值,其中 m 为需要求系综平均的变量; z 为噪声变量 z^* 的复共轭。将(3)式代入(5)式后可得到耦合到玻色库的单个三能级原子的非马尔可夫主方程,其表达式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = G(t) [\mathbf{L} \rho, \mathbf{L}^\dagger] + G^*(t) [\mathbf{L}^\dagger, \rho \mathbf{L}], \quad (6)$$

式中: $G^*(t)$ 为含时系数 $G(t)$ 的复共轭。该主方程包含了单个三能级原子及玻色库构成的整个量子体系所有的动力学特性。对于量子系统隐形传态保真度 $F = \langle \psi_0 | \rho | \psi_0 \rangle$,利用(6)式以及三能级原子的初始状态 $|\psi_0\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle + c|2\rangle$,其中 $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 = 1$,可得到单个三能级原子量子隐形传态保真度的表达式

$$F = \frac{1}{2}|a|^2[1 - e^{A+A^*}]|b+c|^2 + |a|^4 e^{A+A^*} + (1 - |a|^2)^2 + (|a|^2 - |a|^4)(e^A + e^{A^*}), \quad (7)$$

式中： $A = -2 \int_0^t G(t) dt$ ； A^* 为 A 的复共轭。 $F = 1$ 表示整个量子隐形传态过程中保真度未被外界环境各类噪声减弱，是完美的量子隐形传态过程。 $0 < F < 1$ 表明隐形传态信道受到噪声的影响，发生了失真现象。为了简单起见，在数据模拟中选择 Ornstein-Uhlenbeck 噪声 $\alpha(t, s) = \frac{\gamma}{2} \exp(-\gamma|t-s|)$ ^[14] 为环境关联函数，其中 γ 为环境记忆效应参数。此时，含时系数 $G(t)$ 的表达式为

$$\frac{\partial}{\partial t} G(t) = \frac{\gamma}{2} + (i\omega - \gamma)G(t) + 2G^2(t), \quad (8)$$

式中： γ^{-1} 为环境记忆时间，其值越大，则环境非马尔可夫性越强。当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时，环境达到马尔可夫极限。

3 数据分析与讨论

基于单个三能级原子保真度表达式[(7)式]以及含时系数 $G(t)$ 的表达式[(8)式]进行数值模拟计算。环境记忆效应对量子隐形传态保真度的影响如图 1 所示，此时初始态相关系数为 $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2 = 1/3$ 。可以发现，当 $\gamma = 3.0$ (马尔可夫极限) 时，三能级原子的保真度指数式衰减到稳态。随着 γ 的减小，环境从马尔可夫极限进入到非马尔可夫环境。此时，保真度动力学演化中多次出现负衰减，表现出强烈的非马尔可夫性震荡，这表明环境记忆效应对单个三能级原子量子隐形传态具有保护作用。在 $\gamma = 0.3$ 情况下，研究了初始态对量子隐形传态保真度的影响，如图 2 所示，其中 condition1 对应的初始态的相关系数为 $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2 = 1/3$ ；condition2 对应的初始态的相关系数为 $|a|^2 = 1/2, |b|^2 = |c|^2 = 1/4$ ；condition3 对

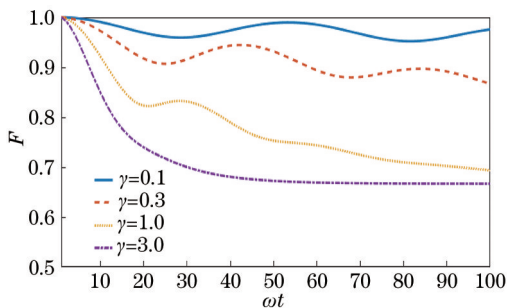


图 1 环境记忆效应对保真度的影响

Fig. 1 Influence of environmental memory effect on fidelity

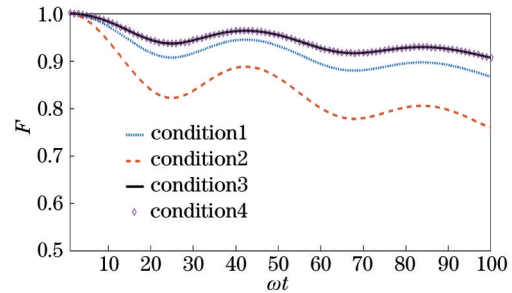


图 2 初始态对保真度的影响

Fig. 2 Influence of initial state on fidelity

应的初始态的相关系数为 $|a|^2 = |c|^2 = 1/4, |b|^2 = 1/2$ ；condition4 对应的初始态的相关系数为 $|a|^2 = |b|^2 = 1/4, |c|^2 = 1/2$ 。可以发现，当三能级原子初始态处于激发态或亚稳态时，保真度拥有比基态更好的鲁棒性。因此，在量子信息处理设备中，让三能级原子处在激发态或亚稳态，可提高设备性能。

随着量子控制技术的发展，对量子系统进行多元控制是一个极具意义的课题。对于非马尔可夫玻色库中单个三能级原子保真度的量子控制在量子门控制下得到了很好的结果。然而，对于固态体系而言，量子门操作以及量子比特内部参数调控的技术难度较大，在实验中要达到理论效果具有一定的难度。由于对磁场等外在参数的控制相对容易，因此进一步研究了外加磁场对三能级原子保真度的影响。为了描述磁场对三能级原子的作用，将(1)式中 $H_s = \omega J_z$ 改写为 $H_s = \omega J_z + B J_x$ 。在 $\gamma = 0.3$ 、初始态相关系数为 $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2 = 1/3$ 的情况下，研究了外加磁场对保真度的影响，如图 3 所示。可以看出，随着外加磁场强度 B 的增大，保真度拥有较长的弛豫时间以及较好的鲁棒性，这表明外

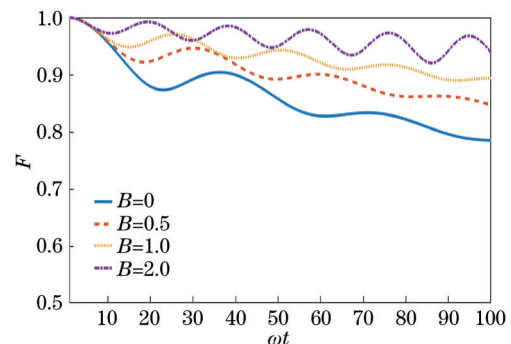


图 3 外加磁场对保真度的影响

Fig. 3 Influence of external magnetic field on fidelity

加磁场对耦合到非马尔可夫玻色库的单个三能级原子保真度有积极作用。

4 结 论

首先,从耦合到非马尔可夫玻色库的单个三能级原子微观哈密顿量出发,利用非马尔可夫 QSD 方程得到了三能级原子主方程。然后,利用该主方程进行数值模拟,分析并讨论了环境记忆时间、原子初始态和外加磁场对量子隐形传态保真度的影响。结果表明,在强非马尔可夫环境下,环境记忆时间较长,此时从三能级原子耗散到玻色库的能量与信息会多次返回到三能级原子中,进而量子隐形传态过程拥有较长的弛豫时间以及较高的保真度。当 $\gamma = 3.0$ 时,环境退化到马尔可夫极限,量子隐形传态保真度快速衰减至稳态。随着外加磁场强度的增加,保真度得到了有效提高。研究结果对将三能级作为资源的量子计算、量子信息、量子通讯领域有一定的理论参考价值。

参 考 文 献

- [1] Breuer H P, Petruccione F. The theory of open quantum systems[M]. Oxford: Oxford University Press, 2007.
- [2] You J Q, Nori F. Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits[J]. Nature, 2011, 474: 589-597.
- [3] Di Ventra M, D'Agosta R. Stochastic time-dependent current-density-functional theory[J]. Physical Review Letters, 2007, 98(22): 226403.
- [4] Weiss U. Quantum dissipative systems[M]. Singapore: World Scientific, 1999.
- [5] Hope J J. Theory of input and output of atoms from an atomic trap[J]. Physical Review A, 1997, 55(4): R2531-R2534.
- [6] John S, Quang T. Localization of superradiance near a photonic band gap[J]. Physical Review Letters, 1995, 74(17): 3419-3422.
- [7] Chen Y N, Chen G Y, Liao Y Y, et al. Detecting non-Markovian plasmonic band gaps in quantum dots using electron transport[J]. Physical Review B, 2009, 79(24): 245312.
- [8] Moy G M, Hope J J, Savage C M. Atom laser based on Raman transitions[J]. Physical Review A, 1997, 55(5): 3631-3638.
- [9] Diósi L, Strunz W T. The non-Markovian stochastic Schrödinger equation for open systems[J]. Physics Letters A, 1997, 235(6): 569-573.
- [10] Diósi L, Gisin N, Strunz W T. Non-Markovian quantum state diffusion[J]. Physical Review A, 1998, 58(3): 1699-1712.
- [11] Zhao X Y, Shi W F, Wu L A, et al. Fermionic stochastic Schrödinger equation and master equation: an open-system model[J]. Physical Review A, 2012, 86(3): 032116.
- [12] Jing J, Zhao X Y, You J Q, et al. Time-local quantum-state-diffusion equation for multilevel quantum systems[J]. Physical Review A, 2012, 85(4): 042106.
- [13] Chen Y S, You J Q, Yu T. Exact non-Markovian master equations for multiple qubit systems: quantum-trajectory approach[J]. Physical Review A, 2014, 90(5): 052104.
- [14] Jing J, Yu T, Lam C H, et al. Control relaxation via dephasing: a quantum-state-diffusion study[J]. Physical Review A, 2018, 97: 012104.
- [15] Ren F H, Wang Z M, Wu L A. Accelerated adiabatic quantum search algorithm via pulse control in a non-Markovian environment[J]. Physical Review A, 2020, 102(6): 062603.
- [16] Wang Z M, Ren F H, Luo D W, et al. Almost-exact state transfer by leakage-elimination-operator control in a non-Markovian environment[J]. Physical Review A, 2020, 102(4): 042406.
- [17] Hitjan D, Ablimit A, Bai H T, et al. Effect of non-Markovian environment on quantum teleportation via a two-qubit Heisenberg XXZ spin chain[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2020, 37(6): 704-710. 迪丽达尔·海依提江, 阿拉帕提·阿不力米提, 白慧婷, 等. 非马尔可夫环境对海森堡 XXZ 自旋链模型中量子隐形传态的影响[J]. 量子电子学报, 2020, 37(6): 704-710.
- [18] Yang F, Ablimit A, Abliz A. Influences of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and inhomogeneous magnetic field on entanglement of spin system in non-Markov environment[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(7): 0727003. 杨帆, 阿拉帕提·阿不力米提, 艾合买提·阿不力孜. 非马尔可夫环境下 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和非均匀磁场对自旋系统的纠缠影响[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(7): 0727003.
- [19] Luo R H, Sachuerfu. Quantum entanglement characteristics in system comprising Pólya-state light field interacting with Λ -type three-level atom[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(23): 232701.

罗瑞桓, 萨楚尔夫. Λ 型三能级原子与 Pólya 态光场相互作用系统的量子纠缠特性[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(23): 232701.

- [20] Huang J, Shi W Q, Xu G B. Distillability evolution of qutrit-qutrit systems in amplitude damping channels

[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(7): 070601.

黄江, 师文庆, 徐国保. 振幅阻尼通道中两个三能级原子系统的可提纯性演化[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(7): 070601.