

激光与光电子学进展

在外场作用下三量子比特量子纠缠演化特性的研究

罗卫东¹, 周旋^{2,3}, 周小清^{2*}, 邬云文^{1**}, 黄尚江¹

¹吉首大学物理与机电工程学院, 湖南 吉首 416000;

²吉首大学信息科学与工程学院, 湖南 吉首 416000;

³长沙理工大学近地空间电磁环境监测与建模实验室, 湖南 长沙 410015

摘要 采用相干态正交化展开方法, 对三量子比特的纠缠度影响因素进行了分析研究, 并运用数值计算, 结合解析解, 在光场初态为真空态的相互作用过程中, 对三量子比特的纠缠情况进行了研究。分析了三个全同的量子比特纠缠度随光场频率的变化规律以及光场量子比特耦合强度对三量子比特纠缠度的影响。研究表明, 三量子比特的本征能量和共生纠缠度随光场频率、时间 $g_0 t$ 的演化与耦合强度有关, 而三量子比特的本征能量和共生纠缠度随时间 gt 的演化与耦合强度无关。

关键词 量子光学; 量子纠缠; 相干态正交化; 真空态; GHZ 模型

中图分类号 O455

文献标志码

doi: 10.3788/LOP202158.2127001

Evolution Characteristics of Three-Qubit Quantum Entanglement Under External Field Effect

Luo Weidong¹, Zhou Xuan^{2,3}, Zhou Xiaoqing^{2*}, Wu Yunwen^{1**}, Huang Shangjiang¹

¹College of Physics, Mechanical and Electrical Engineering, Jishou University, Jishou, Hunan 416000, China;

²College of Information Science and Engineering, Jishou University, Jishou, Hunan 416000, China;

³Hunan Province Higher Education Key Laboratory of Modeling and Monitoring on the Near-Earth Electromagnetic Environments, Changsha University of Science and Technology, Changsha, Hunan 410015, China

Abstract The coherent state orthogonalization expansion method is used to analyze and investigate the factors influencing the three-qubit entanglement degree. In addition, the three-qubit entanglement in the interaction process with the vacuum state as the initial state of the light field is investigated by numerical calculation combined with analytical solution. The relationship between the entanglement degree of three identical qubits and the light field frequency as well as the influence of light-field-qubit coupling strength on the three-qubit entanglement degree is analyzed. The research results show that the evolutions of the three-qubit intrinsic energy and the three-qubit co-occurrence entanglement degree with light field frequency and time $g_0 t$ are related to the coupling strength, while the evolutions with time gt have nothing to do with the coupling strength.

Key words quantum optics; quantum entanglement; orthogonalization of coherent states; vacuum state; GHZ model

OCIS codes 270.5565; 060.5565; 060.4510; 270.5585

收稿日期: 2020-12-10; 修回日期: 2020-12-14; 录用日期: 2021-03-08

基金项目: 国家自然科学基金(61865006, 11964010)、湖南省自然科学基金(2019JJ50481)、湖南省教育厅科研课题(20C1534)、湖南省高校重点实验室项目(N201901)、吉首大学校级科研课题(Jdy19036)

通信作者: *zhouxq_jd@163.com; **wuyw_jd@163.com

1 引言

随着量子信息技术的飞速发展,我国发射了“墨子号”量子卫星,并借助星地激光链路,成功实现了量子通信千公里级双向量子纠缠分发,量子通信向实用化迈进了一大步,并初步验证了构建全球量子通信网络的可行性。在这些应用中,多粒子纠缠相比于两量子纠缠^[1-3]更具优势。多粒子不但可以传送更多的信息,而且适用于纠错编码,为多量子位远程制备和测量^[4]、多粒子纠缠与多方量子信息传输^[5-8]提供了可能。目前,量子比特与光场间的耦合^[9-13]常被用于研究粒子间的纠缠,研究者利用相干态正交化展开法^[14]讨论了非旋波近似^[15-16]下的两量子纠缠^[17-24]现象,研究了三量子比特^[25-26]GHZ模型中的纠缠^[27-28]动力学问题。

本文研究了单模光场作用下波导内的三量子比特纠缠度的影响因素,通过零级近似得出能谱和相应本征态的解析式,分析了能谱与波函数的对应关系,讨论了三个全同的量子比特纠缠度随光场频率的变化规律,分析了不同耦合强度对系统纠缠度的影响。

2 模型与严格解

对于波导内的三量子比特,每个量子比特仅考虑二能级,在单模光场相互作用下,取普朗克常量 $\hbar = 1$,其哈密顿量为

$$H = g_1 \omega_0 (a + a^\dagger) \delta_{x,1} + g_2 \omega_0 (a + a^\dagger) \delta_{x,2} + g_3 \omega_0 (a + a^\dagger) \delta_{x,3} + a^\dagger a \omega_0, \quad (1)$$

式中: a^\dagger 、 a 分别为频率为 ω_0 的单模光场的产生算符和湮灭算符; $\delta_{x,1}$ 、 $\delta_{x,2}$ 、 $\delta_{x,3}$ 为泡利算符; g_1 、 g_2 、 g_3 分别为三量子比特与光场的耦合强度。

为了方便计算,令(1)式的矢量空间绕 y 轴转动 $\pi/2$ 角度,则 δ_x 变为 δ_z ,新的哈密顿量形式为

$$H = g_1 \omega_0 (a + a^\dagger) \delta_{z,1} + g_2 \omega_0 (a + a^\dagger) \delta_{z,2} + g_3 \omega_0 (a + a^\dagger) \delta_{z,3} + a^\dagger a \omega_0, \quad (2)$$

式中: $\delta_{z,1}$ 、 $\delta_{z,2}$ 、 $\delta_{z,3}$ 为泡利算符。

将第三个粒子作为控制比特,其他两个频率相同的粒子作为目标比特。在控制比特的作用下,两个目标比特关联运动,形成一个与两体系统类似的三体系统。光场为真空态,设量子初态为

$$|\varphi\rangle = (\phi_1 |0_1 0_2 1_3\rangle + \phi_2 |0_1 1_2 1_3\rangle + \phi_3 |1_1 0_2 1_3\rangle + \phi_4 |1_1 1_2 1_3\rangle) |0_w\rangle, \quad (3)$$

式中: ϕ_j ($j = 1, 2, 3, 4$) 为概率系数; 0_d 、 1_d ($d = 1, 2$)

为量子比特上能级和下能级, d 为量子比特编号; 1_3 为控制比特; $|0_w\rangle$ 为光场部分的量子态。 a^\dagger 和 a 作平移变换,得到新的湮灭算符 A 、 B 、 C 、 D 和产生算符 A^\dagger 、 B^\dagger 、 C^\dagger 、 D^\dagger , 其表达式为

$$\begin{cases} A = \frac{1}{2} \omega_0 g a + \frac{g}{\omega_0} \\ B = \frac{1}{2} \omega_0 g a - \frac{g_0}{\omega_0} \\ C = \frac{1}{2} \omega_0 g a + \frac{g_0}{\omega_0} \\ D = \frac{1}{2} \omega_0 g a - \frac{g}{\omega_0} \\ A^\dagger = \frac{1}{2} \omega_0 g a^\dagger + \frac{g}{\omega_0} \\ B^\dagger = \frac{1}{2} \omega_0 g a^\dagger - \frac{g_0}{\omega_0} \\ C^\dagger = \frac{1}{2} \omega_0 g a^\dagger + \frac{g_0}{\omega_0} \\ D^\dagger = \frac{1}{2} \omega_0 g a^\dagger - \frac{g}{\omega_0} \end{cases}, \quad (4)$$

式中: $g = g_1 + g_2 + g_3$; $g_0 = g_1 - g_2 - g_3$ 。

将(1)~(4)式代入定态薛定谔方程中,化简得到

$$\begin{cases} \frac{4}{\omega_0^2 g^2} \left[A^\dagger A - \left(\frac{g}{\omega_0} \right)^2 - \frac{g}{\omega_0} A^\dagger + \frac{2g^2}{\omega_0^2} - \frac{g}{\omega_0} A \right] |\varphi_1\rangle + g \omega_0 \left[\frac{2}{\omega_0 g} \left(A + A^\dagger - \frac{2g}{\omega_0} \right) \right] |\varphi_1\rangle \delta_z = E_1 |\varphi_1\rangle \\ \frac{4}{\omega_0^2 g^2} \left[B^\dagger B - \left(\frac{g_0}{\omega_0} \right)^2 + \frac{g_0}{\omega_0} B^\dagger - \frac{2g_0^2}{\omega_0^2} + \frac{g_0}{\omega_0} B \right] |\varphi_2\rangle + g \omega_0 \left[\frac{2}{\omega_0 g} \left(B + B^\dagger - \frac{2g_0}{\omega_0} \right) \right] |\varphi_2\rangle \delta_z = E_2 |\varphi_2\rangle \\ \frac{4}{\omega_0^2 g^2} \left[C^\dagger C - \left(\frac{g_0}{\omega_0} \right)^2 - \frac{g_0}{\omega_0} C^\dagger - \frac{2g_0^2}{\omega_0^2} + \frac{g_0}{\omega_0} C \right] |\varphi_3\rangle + g \omega_0 \left[\frac{2}{\omega_0 g} \left(C + C^\dagger - \frac{2g_0}{\omega_0} \right) \right] |\varphi_3\rangle \delta_z = E_3 |\varphi_3\rangle \\ \frac{4}{\omega_0^2 g^2} \left[D^\dagger D - \left(\frac{g}{\omega_0} \right)^2 + \frac{g}{\omega_0} D^\dagger - \frac{2g^2}{\omega_0^2} + \frac{g}{\omega_0} D \right] |\varphi_4\rangle + g \omega_0 \left[\frac{2}{\omega_0 g} \left(D + D^\dagger - \frac{2g}{\omega_0} \right) \right] |\varphi_4\rangle \delta_z = E_4 |\varphi_4\rangle \end{cases}, \quad (5)$$

式中: E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 为定态能量; 光场部分的量子态用相干态正交化法展开为

$$\begin{cases} |\varphi_1\rangle = \sum_{n=0}^N a_n |n\rangle_A \\ |\varphi_2\rangle = \sum_{n=0}^N b_n |n\rangle_B \\ |\varphi_3\rangle = \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_C \\ |\varphi_4\rangle = \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle_D \end{cases}, \quad (6)$$

式中: a_n, b_n, c_n, d_n 为待定系数; n 为自然数; N 为理论极限值; 相干态的量子化形式为

$$\begin{cases} |n\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{n!}} (A^+)^n |0\rangle_A \\ |n\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{n!}} (B^+)^n |0\rangle_B \\ |n\rangle_C = \frac{1}{\sqrt{n!}} (C^+)^n |0\rangle_C \\ |n\rangle_D = \frac{1}{\sqrt{n!}} (D^+)^n |0\rangle_D \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $|0\rangle_A, |0\rangle_B, |0\rangle_C, |0\rangle_D$ 为真空态。

新的玻色算符及各相干态间的运算关系为

$$\begin{cases} A^+ A |n\rangle_A = n_1 |n\rangle_A \\ B^+ B |n\rangle_B = n_2 |n\rangle_B \\ C^+ C |n\rangle_C = n_3 |n\rangle_C \\ D^+ D |n\rangle_D = n_4 |n\rangle_D \end{cases}, \quad (8)$$

$$\begin{cases} {}_A\langle m|n\rangle_A = \delta_{mn} \\ {}_B\langle m|n\rangle_B = \delta_{mn} \\ {}_C\langle m|n\rangle_C = \delta_{mn} \\ {}_D\langle m|n\rangle_D = \delta_{mn} \end{cases}, \quad (9)$$

式中: n_1, n_2, n_3, n_4 为光子数; m 为自然数, 当 $m = n$ 时, $\delta_{mn} = 1$, 当 $m \neq n$ 时, $\delta_{mn} = 0$ 。

将(6)~(9)式代入(5)式, 分别左乘 ${}_A\langle m|, {}_B\langle m|, {}_C\langle m|, {}_D\langle m|$, 得到方程组为

$$\begin{cases} \frac{4}{\omega_0^2 g^2} n_1 - \frac{4}{\omega_0^4} - \frac{4}{\omega_0^3 g} + \frac{8}{\omega_0^4} + 1 - \frac{a_1}{a_0} + \frac{2g^2}{\omega_0} = E_{1,m} \\ \frac{4}{\omega_0^2 g^2} n_2 - \frac{4g_0^2}{\omega_0^4 g^2} + \frac{4g_0}{\omega_0^3 g^2} - \frac{8g_0^2}{\omega_0^4 g^2} + \frac{4g_0 b_1}{\omega_0^3 g^2 b_0} + 1 - \frac{b_1}{b_0} + \frac{2g^2}{\omega_0} = E_{2,m} \\ \frac{4}{\omega_0^2 g^2} n_3 - \frac{4g_0^2}{\omega_0^4 g^2} - \frac{8g_0^2}{\omega_0^4 g^2} + \frac{4g_0}{\omega_0^3 g^2} + \frac{4g_0 c_1}{\omega_0^3 g^2 c_0} + 1 - \frac{c_1}{c_0} + \frac{2g^2}{\omega_0} = E_{3,m} \\ \frac{4}{\omega_0^2 g^2} n_4 - \frac{4}{\omega_0^4} - \frac{8}{\omega_0^4} + \frac{4}{\omega_0^3 g} + \frac{4d_1}{\omega_0^3 g d_0} + 1 - \frac{d_1}{d_0} + \frac{2g^2}{\omega_0} = E_{4,m} \end{cases}, \quad (10)$$

式中: $E_{1,m}, E_{2,m}, E_{3,m}, E_{4,m}$ 为能量值。

求解(10)式(4N+4)个本征方程($m, n = 0, 1, 2, \dots, N$), 得到系统的定态能谱及对应的本征函数。

3 近似解析解

采用零级近似法计算 GHZ 模型的解析解。将(6)式的解作近似处理, 对比(7)式相干态的叠加, 只考虑贡献最大的展开系数, 令 $|\varphi_1\rangle = a_n |m\rangle_A, |\varphi_2\rangle = b_n |m\rangle_B, |\varphi_3\rangle = c_n |m\rangle_C, |\varphi_4\rangle = d_n |m\rangle_D$, 代入(5)式后, 得到的本征能谱表达式为

$$E_{1,m}^{\pm} = \frac{4}{\omega_0^2 g^2} n_1 - \frac{4}{\omega_0^4} - \frac{4}{\omega_0^3 g} + \frac{8}{\omega_0^4} + 1 - \frac{a_1}{a_0} + \frac{2g^2}{\omega_0}, \quad (11)$$

$$E_{2,m}^{\pm} = \frac{4}{\omega_0^2 g^2} n_2 - \frac{4g_0^2}{\omega_0^4 g^2} + \frac{4g_0}{\omega_0^3 g^2} - \frac{8g_0^2}{\omega_0^4 g^2} + \frac{4g_0 b_1}{\omega_0^3 g^2 b_0} + 1 - \frac{b_1}{b_0} + \frac{2g^2}{\omega_0}, \quad (12)$$

$$E_{3,m}^{\pm} = \frac{4}{\omega_0^2 g^2} n_3 - \frac{4g_0^2}{\omega_0^4 g^2} - \frac{8g_0^2}{\omega_0^4 g^2} + \frac{4g_0}{\omega_0^3 g^2} + \frac{4g_0 c_1}{\omega_0^3 g^2 c_0} + 1 - \frac{c_1}{c_0} + \frac{2g^2}{\omega_0}, \quad (13)$$

$$E_{4,m}^{\pm} = \frac{4}{\omega_0^2 g^2} n_4 - \frac{4}{\omega_0^4} - \frac{8}{\omega_0^4} + \frac{4}{\omega_0^3 g} + \frac{4d_1}{\omega_0^3 g d_0} + 1 - \frac{d_1}{d_0} + \frac{2g^2}{\omega_0}. \quad (14)$$

为了计算方便, 已将系数作归一化处理, m 取 $0, 1, 2, \dots, N$ 。

4 三量子比特纠缠度的计算

在控制比特的作用下, 两个目标比特关联运

动。在计算共生纠缠度时,两个目标比特的等效运动与控制比特形成一个与两体系统类似的三体系统,三量子比特之间的纠缠程度用共生纠缠度来表征。共生纠缠度的表达式为

$$C_E = \max(0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4), \quad (15)$$

式中: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 为能量本征值且 $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$ 。 $C_E = 0$ 表示三量子比特处于无关联的非纠缠状态, $C_E = 1$ 表示三量子比特处于最大纠缠态。

5 数值分析与计算

考虑全同三量子比特与光场共振时的情况,未考虑失谐的影响。

图 1 为弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01$) 下三量子比特本征能量随光场频率的演化图,其中 $E_{1,m}$ 的本征能谱曲线用点画线表示, $E_{2,m}$ 的本征能谱曲线用虚线表示, $E_{3,m}$ 的本征能谱曲线用点线表示, $E_{4,m}$ 用实线表示。可以看出, $E_{1,m}$ 、 $E_{2,m}$ 和 $E_{3,m}$ 的本征能谱曲线重合; $E_{1,m}$ 、 $E_{2,m}$ 、 $E_{3,m}$ 和 $E_{4,m}$ 的能量值随着光场频率 ω_0 的增大而减小; 当 ω_0 约为 0.8 时, 四条本征能谱重合; 随着光场频率 ω_0 的增大, 能量值无限接近于零。图 2 为强耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1$) 下三量子比特本征能量随光场频率的演化图。可以看出, $E_{1,m}$ 、 $E_{2,m}$ 和 $E_{3,m}$ 的本征能谱曲线重合; $E_{1,m}$ 、 $E_{2,m}$ 、 $E_{3,m}$ 和 $E_{4,m}$ 的能量值随着光场频率 ω_0 的增大而减小; 当 ω_0 约为 4.5 时, 四条本征能谱重合; 随着光场频率 ω_0 的增大, 能量值无限接近于零。强、弱耦合下的本征能谱不同, 通过分析得到, 三量子比特本征能量随光场频率的演化与耦合强度有关。

图 3 为弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g_0 = -0.01$) 下三量子比特本征能量随 gt 的演化图。其

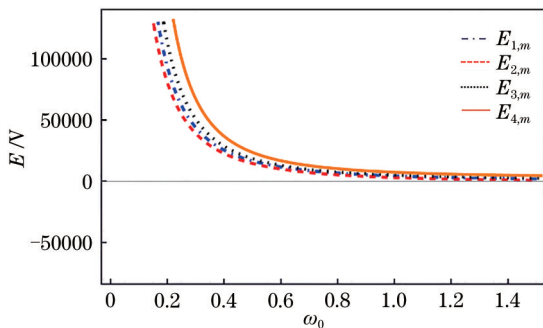


图 1 弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01$) 下三量子比特本征能量随光场频率的演化

Fig. 1 Three-qubit intrinsic energy versus light field frequency under weak coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01$)

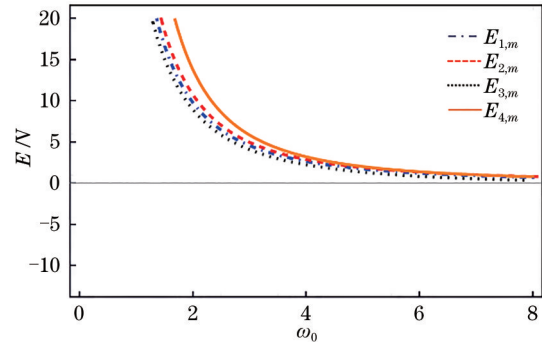


图 2 强耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1$) 下三量子比特本征能量随光场频率的演化

Fig. 2 Three-qubit intrinsic energy versus light field frequency under strong coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1$)

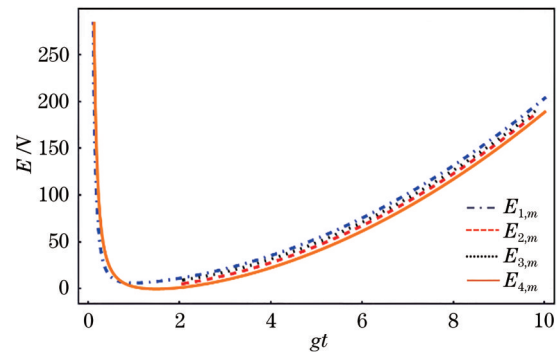


图 3 弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g_0 = -0.01$) 下三量子比特本征能量随 gt 的演化

Fig. 3 Three-qubit intrinsic energy versus gt under weak coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g_0 = -0.01$)

中, $E_{1,m}$ 的本征能谱曲线用点画线表示, 初始时能量值随着 gt 的增大而迅速减小, 当 gt 约为 1 时, 能量值随着 gt 的增大而缓慢上升; $E_{2,m}$ 的本征能谱曲线用虚线表示, $E_{3,m}$ 的本征能谱曲线用点线表示, 两者的本征能谱曲线重合, 当 $gt = 2$ 时, $E_{2,m}$ 和 $E_{3,m}$ 取得初始能量值, 随着 gt 的增大, 能量值也逐渐增大; $E_{4,m}$ 的本征能谱曲线用实线表示, 在初始阶段与 $E_{1,m}$ 的能谱曲线重合, 且随着 gt 的增大而迅速减小, 而后能量值出现了负值的情况, 且能量值随着 gt 的增大而增大。强耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1, g_0 = -0.1$) 下三量子比特本征能量随 gt 的演化与弱耦合强度下的情况相同。这说明三量子比特本征能量随 gt 的演化与耦合强度 g_0 的大小无关。

图 4 为弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g = 0.03$) 下三量子比特本征能量随 $g_0 t$ 的演化图。其中, $E_{1,m}$ 和 $E_{4,m}$ 无能量取值; $E_{2,m}$ 的本征能谱曲线 (用虚线表示) 和 $E_{3,m}$ 的本征能谱曲线 (用点线表示)

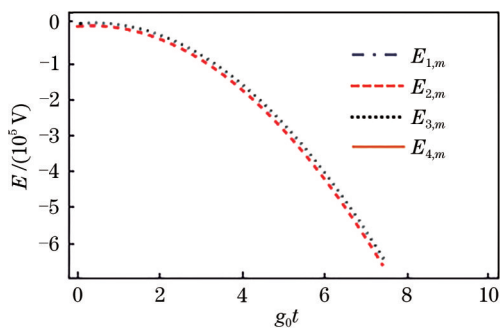


图 4 弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g = 0.03$) 下三量子比特本征能量随 $g_0 t$ 的演化

Fig. 4 Three-qubit intrinsic energy versus $g_0 t$ under weak coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g = 0.03$)

重合; 当 $g_0 t = 0$ 时, 本征能量的值为零; 随着 $g_0 t$ 的增大, 本征能量值逐渐增大, 直到取得最大值。图 5 为强耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1, g = 0.3$) 下本征能量随 $g_0 t$ 的演化图, 与弱耦合强度下的情况相比, 相同 $g_0 t$ 对应的本征能量不同, 且耦合强度 g 的取值越大, 本征能量的值反而越小。经上述分析得知, 三量子比特本征能量随 $g_0 t$ 的演化与耦合强度 g 的大小有关。

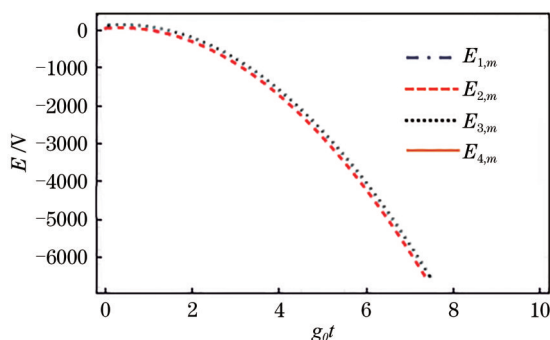


图 5 强耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1, g = 0.3$) 下三量子比特本征能量随 $g_0 t$ 的演化

Fig. 5 Three-qubit intrinsic energy versus $g_0 t$ under strong coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1, g = 0.3$)

图 6 为强耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1, g = 0.3, g_0 = -0.1$) 下三量子比特共生纠缠度随光场频率的演化图, 当 ω_0 约为 12 时, 共生纠缠度取得最大值, 当 ω_0 为 12~25 时, 共生纠缠度随光场频率 ω_0 的增大而快速减小, 随后共生纠缠度随光场频率 ω_0 的增大而无限接近于零。图 7 为弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g = 0.03, g_0 = -0.01$) 下三量子比特共生纠缠度随光场频率的演化图, 初始时共生纠缠度取得最大值, 随着光场频率 ω_0 的增大, 共生纠缠度不断减小而无限接近于零。通过分析三量子

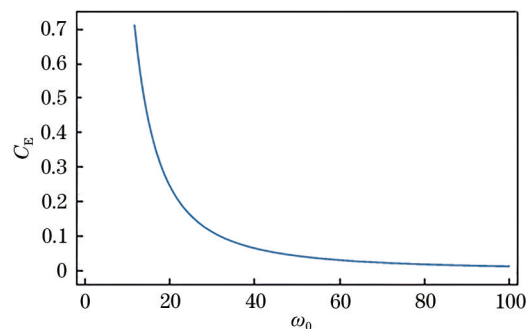


图 6 强耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1, g = 0.3, g_0 = -0.1$) 下共生纠缠度随光场频率的演化

Fig. 6 Co-occurrence entanglement degree versus light field frequency under strong coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.1, g = 0.3, g_0 = -0.1$)

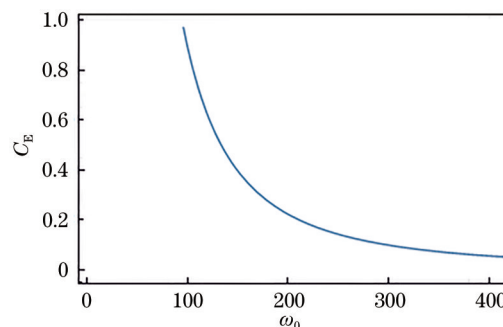


图 7 弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g = 0.03, g_0 = -0.01$) 下共生纠缠度随光场频率的演化

Fig. 7 Co-occurrence entanglement degree versus light field frequency under strong coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g = 0.03, g_0 = -0.01$)

比特在强、弱耦合强度下的共生纠缠度随光场频率的变化规律, 可知共生纠缠度随光场频率的演化与耦合强度有关。

图 8 为弱耦合强度 ($g_0 = -0.01$) 下三量子比特共生纠缠度随 gt 的演化图, 当 gt 约为 0.7 时, 共生纠缠度取得最小初始值, 随着 gt 的增大, 三量子比特共生纠缠度不断增大, 直至取得最大值。强耦合强度 ($g_0 = -0.1$) 下三量子比特共生纠缠度随 gt 的演化图与弱耦合下的情况相同。分析得知, 三量子比特共生纠缠度随 gt 的演化与耦合强度 g_0 的大小无关。

图 9 为弱耦合强度 ($g = 0.03$) 下三量子比特共生纠缠度随 $g_0 t$ 的演化图。当 $g_0 t$ 为 0 时, 共生纠缠度取得最小初始值, 随着 $g_0 t$ 的增大, 三量子比特共生纠缠度不断增大, 直至取得最大值。图 10 为强耦合强度 ($g = 0.3$) 下三量子比特共生纠缠度随 $g_0 t$ 的

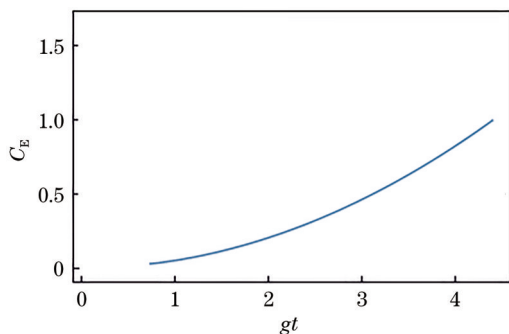


图 8 弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g_0 = -0.01$) 下三量子比特共生纠缠度随 gt 的演化

Fig. 8 Three-qubit co-occurrence entanglement degree versus gt under weak coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g_0 = -0.01$)

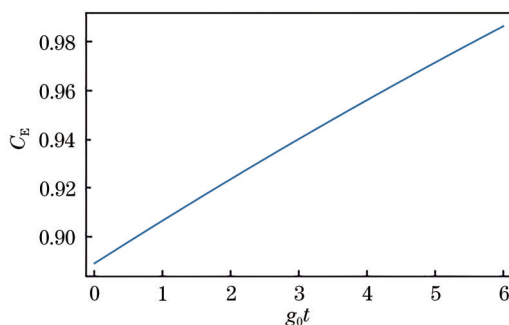


图 9 弱耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g = 0.03$) 下三量子比特共生纠缠度随 g_0t 的演化

Fig. 9 Three-qubit co-occurrence entanglement degree versus g_0t under weak coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 0.01, g = 0.03$)

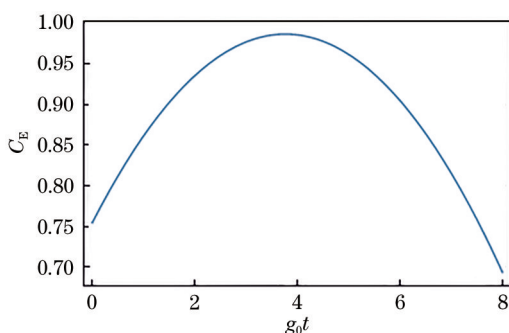


图 10 强耦合强度 ($g_1 = g_2 = g_3 = 4, g = 12$) 下三量子比特共生纠缠度随 g_0t 的演化

Fig. 10 Three-qubit co-occurrence entanglement degree versus g_0t under strong coupling strength ($g_1 = g_2 = g_3 = 4, g = 12$)

演化图。当 g_0t 为 0 时,共生纠缠度取得初始值;初始时,共生纠缠度随着 g_0t 的增大而增大,直到 g_0t 约为 3.7 时,纠缠度取得最大值;而后随着 g_0t 的增大,

共生纠缠度不断减小,直至取得最小值。如图 9、10 所示,弱、强耦合下的图形有着明显的差异。通过分析三量子比特在耦合强度 g 下的量子纠缠度随 g_0t 的变化规律,可知共生纠缠度随 g_0t 的演化与耦合强度 g 的取值有关。

6 结 论

采取相干态正交化方法,利用共生纠缠度描述了三量子比特与单模光场相互作用的纠缠演化过程。通过研究三量子比特本征能量随各参数的变化得知,三量子比特的本征能量随光场频率、 g_0t 的演化与耦合强度有关;而三量子比特的本征能量随 gt 的演化与耦合强度无关,本征能量的大小只与耦合强度 g 本身的取值有关。通过分析三量子比特在强、弱耦合强度下的共生纠缠度随光场频率的变化规律可知,共生纠缠度随光场频率的演化与耦合强度有关;通过分析三量子比特在强、弱耦合强度下的共生纠缠度随 gt 的变化规律可知,三量子比特共生纠缠度随 gt 的演化与耦合强度 g_0 的大小无关;通过分析三量子比特在耦合强度 g 下的量子纠缠度随 g_0t 的变化规律可知,共生纠缠度随 g_0t 的演化与耦合强度 g 的取值有关,而且演化曲线有着明显的差异。研究结果对纠缠态的保持、多方量子通信以及量子远程通信等具有指导意义。

参 考 文 献

- [1] Wang Q, Wang X Q. Properties of entanglement in one-dimensional Ising model with a tilted magnetic field[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(22): 220301. 王琪, 王晓茜. 一维倾斜场伊辛模型中的纠缠特性[J]. 物理学报, 2013, 62(22): 220301.
- [2] Chilingaryan S A, Rodríguez-Lara B M. The quantum Rabi model for two qubits[J]. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 2013, 46(33): 335301.
- [3] Xu Y H, Ren X Z, Liu X Y. Entanglement evolution characteristics of quantum Rabi models with two arbitrary qubits[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(1): 0127001. 徐玉虎, 任学藻, 刘雪莹. 两任意量子比特 Rabi 模型的纠缠演化特性[J]. 光学学报, 2018, 38(1): 0127001.
- [4] Pati A K. Minimum classical bit for remote preparation and measurement of a qubit[J]. Physical Review A, 2000, 63(1): 014302.

- [5] Zhou X Q, Wu Y W, Zhao H. Quantum teleportation internetworking and routing strategy[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(4): 040304.
周小清, 邬云文, 赵晗. 量子隐形传态网络的互联与路由策略[J]. *物理学报*, 2011, 60(4): 040304.
- [6] Wu Y W, Deng Y, Zhou X Q, et al. Quantum properties of information each other between two nodes[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(3): 0327001.
邬云文, 邓艳, 周小清, 等. 基于两节点间信息互传的量子特性[J]. *光子学报*, 2016, 45(3): 0327001.
- [7] Duan L W, He S, Chen Q H. Concise analytic solutions to the quantum Rabi model with two arbitrary qubits[J]. *Annals of Physics*, 2015, 355: 121-129.
- [8] Liu C, Wu Y W. Quantum phase gate on a single superconducting Λ -type three-level and two superconducting resonators[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(17): 170302.
刘超, 邬云文. Λ 型三能级原子与两个谐振器的量子相位门[J]. *物理学报*, 2018, 67(17): 170302.
- [9] Chen Q H, Liu T, Zhang Y Y, et al. Quantum phase transitions in coupled two-level atoms in a single-mode cavity[J]. *Physical Review A*, 2010, 82(5): 053841.
- [10] Peng J, Wu Y W, Li X J. Quantum dynamic behaviour in a coupled cavities system[J]. *Chinese Physics B*, 2012, 21(6): 060302.
- [11] Peng J, Wu Y W, Li X J. Realization of Toffoli gate based on superconducting quantum-interference devices in cavity quantum electrodynamics[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, 40(3): 466-470.
彭俊, 邬云文, 李小娟. 腔 QED 中利用超导量子干涉仪实现 Toffoli 门[J]. *光子学报*, 2011, 40(3): 466-470.
- [12] Dong K. Dynamics of two arbitrary qubits strongly coupled to a quantum oscillator[J]. *Chinese Physics B*, 2016, 25(12): 124202.
- [13] Zhu Y W, Wu Y W, Peng J, et al. Dynamic characteristics of double cavity coupled system driven by laser pulse[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2017, 34(2): 175-183.
朱聿蔚, 邬云文, 彭俊, 等. 激光脉冲驱动下双腔耦合系统的动力学特性[J]. *量子电子学报*, 2017, 34(2): 175-183.
- [14] Sillanpää M A, Park J I, Simmonds R W. Coherent quantum state storage and transfer between two phase qubits via a resonant cavity[J]. *Nature*, 2007, 449(7161): 438-442.
- [15] Cong H L, Ren X Z, Liao X. Quantum properties of two-photon Jaynes-Cummings model without rotating wave approximation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(7): 0727002.
丛红璐, 任学藻, 廖旭. 非旋波近似下双光子 Jaynes-Cummings 模型的量子特性[J]. *光学学报*, 2015, 35(7): 0727002.
- [16] Feng J P, Ren X Z. Steady state energy spectrum and the entanglement evolution of Tavis-Cummings model without rotating wave approximation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, 44(8): 0827003.
冯景佩, 任学藻. 非旋波近似下 Tavis-Cummings 模型的定态能谱和纠缠演化[J]. *光子学报*, 2015, 44(8): 0827003.
- [17] Peng J, Ren Z Z, Guo G J, et al. Exact solutions of the generalized two-photon and two-qubit Rabi models[J]. *The European Physical Journal D*, 2013, 67(8): 162.
- [18] Mao L J, Huai S N, Zhang Y B. The two-qubit quantum Rabi model: inhomogeneous coupling[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2015, 48(34): 345302.
- [19] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits[J]. *Physica Review Letters*, 1998, 80(10): 2245-2248.
- [20] Liu C, Wu Y W. Entanglement dynamics properties of the system consisting of a Λ -type atom trapped in two-mode cavity[J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2018, 35(2): 286-292.
刘超, 邬云文. Λ 型三能级原子与一个双模腔场的纠缠动力学特性[J]. *原子与分子物理学报*, 2018, 35(2): 286-292.
- [21] Hu X Y, Fan H, Zhou D L, et al. Necessary and sufficient conditions for local creation of quantum correlation[J]. *Physical Review A*, 2012, 85: 032102.
- [22] Lu F. Controllable quantum entanglement based on cavity structure[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(4): 042701.
陆繁. 基于腔结构的可控量子纠缠[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(4): 042701.
- [23] Guo Z Y, Zhang X H, Xiao R H, et al. Dynamics of quantum entanglement in a two-qubit XXZ Heisenberg system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(7): 0727001.
郭战营, 张新海, 肖瑞华, 等. 两粒子 XXZ 海森堡系统中的量子纠缠动力学[J]. *光学学报*, 2014, 34(7): 0727001.

- [24] Zheng X L, Zhang B. Quantum entanglement and correlations between two qubits induced by a heat bath[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(1): 127002.
郑小兰, 张斌. 热库诱导的两比特量子纠缠与量子关联[J]. *光学学报*, 2014, 34(1): 127002.
- [25] Wang Y H, Xia Y J. Pairwise entanglement in three-qubit Heisenberg model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(11): 7479-7485.
王彦辉, 夏云杰. 具有 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用的三量子比特海森伯模型中的对纠缠[J]. *物理学报*, 2009, 58(11): 7479-7485.
- [26] Yu W R, Ji X. Superadiabatic scheme for fast generating Greenberger-Horne-Zeilinger state of three superconducting qubits[J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(3): 0303002.
于宛让, 计新. 基于超绝热捷径技术快速制备超导三量子比特 Greenberger-Horne-Zeilinger 态[J]. *物理学报*, 2019, 68(3): 0303002.
- [27] Abliz A, Gao H J, Xie X C, et al. Entanglement control in an anisotropic two-qubit Heisenberg XYZ model with external magnetic fields[J]. *Physical Review A*, 2006, 74: 052105.
- [28] Li Z G, Fei S M, Wang Z D, et al. Evolution equation of entanglement for bipartite systems[J]. *Physical Review A*, 2009, 79: 024303.