

傍轴光学系统的相干光成像计算

李俊昌, 彭祖杰, 桂进斌*, 宋庆和, 楼宇丽

昆明理工大学理学院物理系, 云南 昆明 650500

摘要 衍射受限的相干光成像研究中, 存在两种计算公式, 一种是在特定近似条件下导出的单透镜成像系统像光场振幅分布计算公式, 可以推广到多元件构成的光学系统中。另一种是直接计算光学系统像光场振幅及相位分布的公式。为了分析两种公式的实用价值, 以两个透镜组成的成像系统为例, 在不同空间位置放置孔径光阑, 对比了两种公式的理论计算与实验测量结果。

关键词 成像系统; 相干光成像; 衍射计算; 衍射受限成像

中图分类号 O438.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.2011001

Calculation of Coherent Light Imaging in Paraxial Optical System

Li Junchang, Peng Zujie, Gui Jinbin*, Song Qinghe, Lou Yuli

Department of Physics, School of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China

Abstract There are two calculation formulae in the study of diffraction limited coherent light imaging. One is the formula for calculating the amplitude distribution of the image light field of single lens imaging system under specific approximate conditions. This formula can be extended to the imaging calculation of an optical system composed of multiple elements. The other is the formula which can directly calculate the amplitude and phase distribution of the image light field of an optical system. In order to analyze the practical value of these two formulae, this paper takes the imaging system composed of two lenses as an example, places aperture stops at different spatial positions, and compares the theoretical calculations and experimental measurement results of the two formulae.

Key words imaging systems; coherent light imaging; diffraction calculation; diffraction limited imaging

OCIS codes 110.1650; 050.1970; 050.1940

1 引言

相干光照明成像是光学成像研究领域中的一个重要课题。以单透镜成像系统为研究对象, 可以近似导出物体尺寸小于透镜光瞳直径 $1/4$ 时计算像光场振幅分布的公式^[1-4]。该公式可以推广到多透镜组成的系统中, 但在相干光成像的应用研究中, 像光场的振幅和相位通常是同等重要的物理量, 成像系统的性能表示至今无统一标准。因此, 研究准确的相干光照明成像理论, 建立基于实验测量结果获得

理想像复振幅的数学方法具有重要意义^[5]。

李俊昌等^[6]导出了由 2×2 光学矩阵描述的成像系统像光场复振幅的计算公式, 该公式以单透镜成像系统为例, 建立了出射光瞳足够大及成像系统无像差时根据实验测量结果获得理想像的数学方法, 并通过显微数字全息系统进行了实验验证^[7]。实际相干光成像系统并不一定由单透镜构成, 而该公式在多个光学元件构成的光学系统成像研究中还未得到实验验证。此外, 虽然文献^[1-4]给出的像光场振幅分布计算公式理论上可以推广到 2×2 光学

收稿日期: 2021-02-23; 修回日期: 2021-04-01; 录用日期: 2021-04-22

基金项目: 国家自然科学基金(62065010, 61565011)

通信作者: *jinbingui@163.com

矩阵描述的成像系统中^[1-4],但并没有相关计算方法的报道。

针对上述问题,本文基于矩阵光学理论对两种公式的计算方法进行研究。首先,导出像平面位置的确定方法。然后,建立出射光瞳及出射光瞳到像平面距离的计算方法。最后,以两个透镜组成的成像系统为例,在不同空间位置放置孔径光阑,对比分析了两种公式的理论计算与实验测量结果。

2 相干光成像系统的成像计算

图1为由多个光学元件构成的成像系统示意图,该系统可由 2×2 的光学矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 描述。定义直角坐标系 $O-xyz$,令 z 轴与系统光轴重合,

x_0, y_0, x_p, y_p 及 xy 分别为系统的物平面、出射光瞳平面及像平面, $P(x_p, y_p)$ 为出射光瞳函数, d_{pi} 为出射光瞳到像平面的距离。

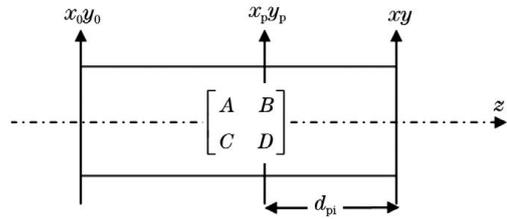


图1 多个元件组成的成像系统

Fig. 1 Imaging system composed of multiple components

令 $U_0(x_0, y_0)$ 、 $U(x, y)$ 分别为物平面及像平面光波场,由傅里叶变换 $\mathcal{F}\{\cdot\}$ 及其逆变换 $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ 表示的像平面光波场可表示为^[6]

$$U(x, y) = \exp\left[\frac{jk}{2d_{pi}}(x^2 + y^2)\right] \times \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}\left[-\frac{1}{A}U_0\left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A}\right) \exp\left[\frac{jk}{2}\left(\frac{C}{A} - \frac{1}{d_{pi}}\right)(x^2 + y^2)\right]\right] \times P(-\lambda d_{pi} f_x, -\lambda d_{pi} f_y)\right\} \quad (1)$$

式中, $j = \sqrt{-1}$, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波长, A 、 C 为成像系统的矩阵元素,且 A 为像的横向放大率, f_x 、 f_y 为对应方向的频率空间坐标。当物体尺寸小于透镜孔径的 $1/4$ 时,计算像光场振幅分布的公式为^[1-4]

$$U(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}\left[-\frac{1}{A}U_0\left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A}\right)\right] \times P(-\lambda d_{pi} f_x, -\lambda d_{pi} f_y)\right\} \quad (2)$$

当光学系统及孔径光阑的位置固定后,必须先确定光学系统像平面的位置,然后确定出射光瞳函数及出射光瞳到像平面的距离。由矩阵光学理论可知^[6],图1中成像系统的矩阵元素满足

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 1/A \end{bmatrix} \quad (3)$$

设孔径光阑平面到出射光瞳平面的光学矩阵为

$$\begin{bmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{bmatrix}, \text{物平面到孔径光阑的光学矩阵为} \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix}, \text{则} \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 1/A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_{pi} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

展开(4)式,由 $B_s = 0$, $D_s = 1/A_s$,得到

$$A_s = A/(A_0 - AB_0C), \quad (5)$$

$$d_{pi} = -B_0A^2/(A_0 - AB_0C), \quad (6)$$

式中, A_s 为出射光瞳相对于孔径光阑的横向放大率。设孔径光阑的孔径函数为 $P_s(x_s, y_s)$,则出射光瞳函数可表示为

$$P(x_p, y_p) = P_s\left(\frac{x_p}{A_s}, \frac{y_p}{A_s}\right) \quad (7)$$

综上所述,当光学系统中元件的矩阵参数和孔径光阑的位置及尺寸确定后,就能对(1)式、(2)式进行计算。

3 理论模拟及实验验证

图2为由两个透镜(L_1 及 L_2)构成的成像系统。在不透明的黑色有机玻璃板上刻出“光”字透光

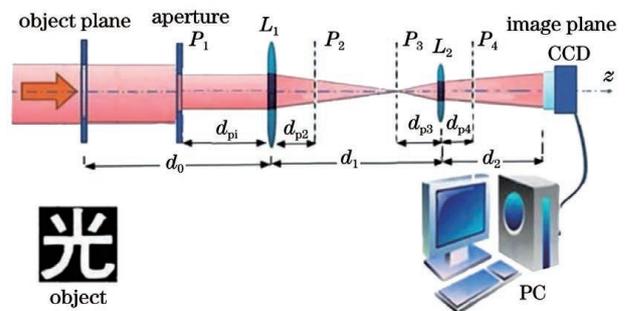


图2 双透镜系统的相干光成像实验

Fig. 2 Coherent light imaging experiment of double lens system

孔作为物平面,用波长 $\lambda = 633 \text{ nm}$ 、型号为 JD-2 的氦氖激光器照明物平面。激光经扩束和准直后成为沿光轴传播的平面波,用放置在像平面的 DH-HV1351UM 型 CCD 探测器记录像光场的强度分布。实验中在不同位置放置直径小于透镜孔径的圆孔光阑,同时用(1)式和(2)式计算像光场,并与实验测量结果进行对比。实验系统的相关参数:透镜 L_1 的焦距 $f_1 = 300 \text{ mm}$ (孔径为 75 mm),透镜 L_2 的

焦距 $f_2 = 157 \text{ mm}$ (孔径为 30 mm),CCD 的像素宽度 $d_c = 0.0052 \text{ mm}$ (像素数量为 1024×1280),物平面与透镜 L_1 的距离 $d_0 = 328 \text{ mm}$,透镜 L_1 与 L_2 的距离 $d_1 = 435 \text{ mm}$ 。实验时将直径 $D_h = 3.3 \text{ mm}$ 的圆孔光阑分别放在 P_1, P_2, P_3 及 P_4 处, P_1, P_2 和 P_3, P_4 到透镜 L_1 和 L_2 的距离分别为 $d_{p1} = 140 \text{ mm}, d_{p2} = 150 \text{ mm}, d_{p3} = 135 \text{ mm}, d_{p4} = 55 \text{ mm}$ 。

光学系统的光学矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

展开(8)式,将相关参数代入后根据(3)式得到透镜 L_2 与像平面的距离 $d_2 = 149.4 \text{ mm}$,

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 1/A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5198 & 0 \\ -4.67 \times 10^{-4}/\text{mm} & -1.9239 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

从(9)式可以发现,系统的横向放大率 $A = -0.5198$ 。为了将计算结果的模平方图像与 CCD 测量的强度图像进行对比,理论计算时物平面的取样数 $N \times N = 1024 \times 1024$,物平面的宽度 $D_0 = -1024d_c/A = 10.2439 \text{ mm}$ 。用(1)式和(2)式模拟计算及显示计算结果的步骤如下。

1) 令像平面上中心在光轴的方形区为计算平面,方形区的两侧与 x, y 坐标轴平行,计算区的宽度 $D_i = |A| \times D_0 = 5.3246 \text{ mm}$ 。

2) 令物平面透光区的振幅为 1,不透光区的振幅为 0。根据几何光学理想的表达式给出理想像的数值,用快速傅里叶变换计算带有二次相位因子的理想像及单纯理想像的频谱。

3) 用(5)式、(6)式确定出射光瞳尺寸及出射光瞳到像平面的距离,根据孔径光阑的直径确定出射光瞳在频率空间形成的圆形区域孔径。

4) 令圆形区域外的频谱为 0,进行傅里叶逆变换得到像光场。对于(1)式,必须将计算结果再乘以

二次相位因子。

5) 对两公式的计算结果取模平方,形成像光场强度分布。

6) 由于 CCD 影像探测器测量的图像强度值范围为 $0 \sim 255$,为了与实验测量值进行对比,将(1)式、(2)式计算的强度在 $0 \sim 255$ 范围内进行归一化处理。

以图 2 中孔径光阑在位置 P_1 为例,物平面到孔径光阑的光学矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_0 - d_{p1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 188 \text{ mm} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

将(9)式和(10)式中的参数代入(5)式和(6)式,得到 $A_s = -0.5446, d_{pi} = -53.2 \text{ mm}$,出射光瞳直径 $D_{pi} = |A_s| \times 3.3 \text{ mm} \approx 1.8 \text{ mm}$ 。图 3~图 6 为孔径光阑分别放在位置 P_1, P_2, P_3, P_4 时像平面光波场强度数值模拟与实验测量的结果。其中,位置 P_1, P_2, P_3, P_4 处出射光瞳直径 D_{pi} 、出射光瞳到像平面的距离 d_{pi} 及像平面上 CCD 的探测区与模

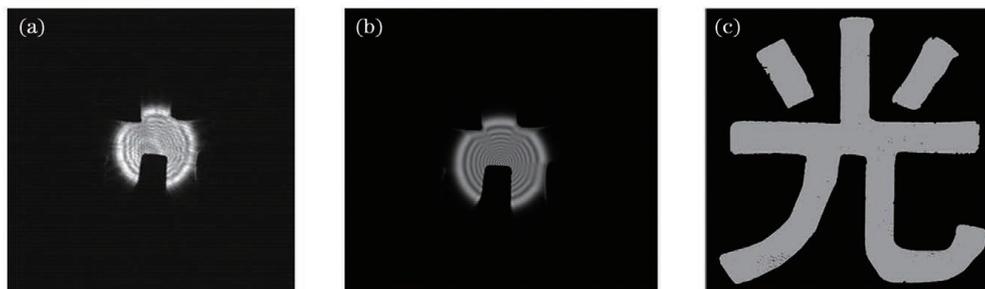


图 3 P_1 处的测量与模拟结果。(a) CCD 的探测图像;(b)(1)式的模拟结果;(c)(2)式的模拟结果

Fig. 3 Measurement and simulation results at P_1 . (a) CCD detection image; (b) simulation result of Eq. (1); (c) simulation result of Eq. (2)

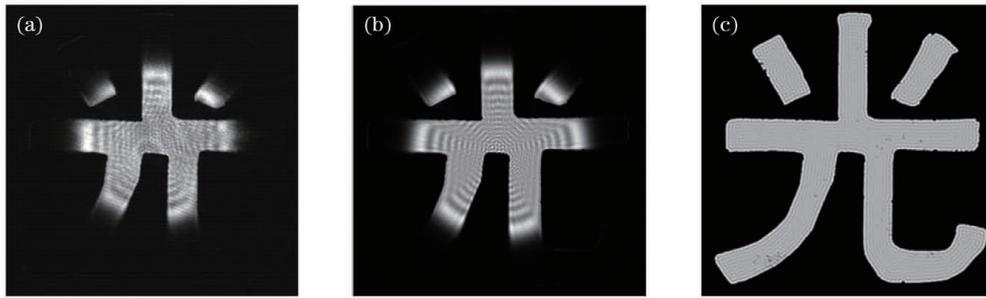


图4 P_2 处的测量与模拟结果。(a) CCD的探测图像;(b)(1)式的模拟结果;(c)(2)式的模拟结果

Fig. 4 Measurement and simulation results at P_2 . (a) CCD detection image; (b) simulation result of Eq. (1); (c) simulation result of Eq. (2)

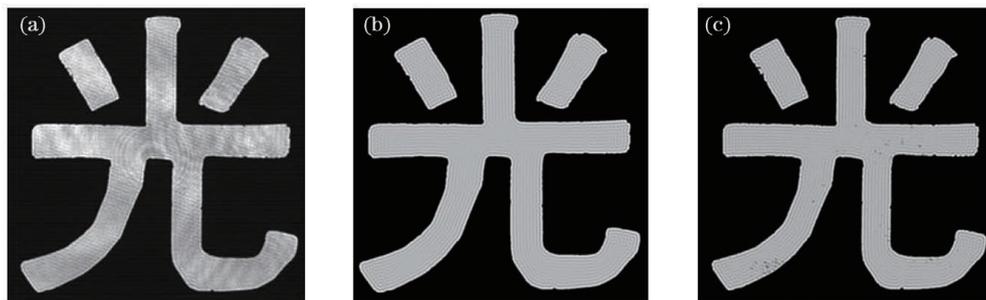


图5 P_3 处的测量与模拟结果。(a) CCD的探测图像;(b)(1)式的模拟结果;(c)(2)式的模拟结果

Fig. 5 Measurement and simulation results at P_3 . (a) CCD detection image; (b) simulation result of Eq. (1); (c) simulation result of Eq. (2)

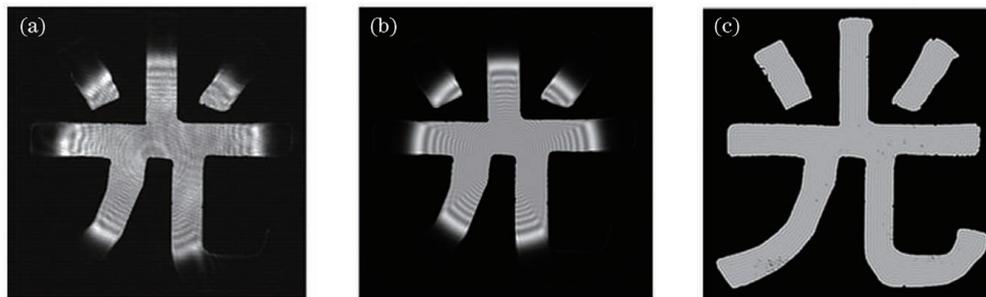


图6 P_4 处的测量与模拟结果。(a) CCD的探测图像;(b)(1)式的模拟结果;(c)(2)式的模拟结果

Fig. 6 Measurement and simulation results at P_4 . (a) CCD detection image; (b) simulation result of Eq. (1); (c) simulation result of Eq. (2)

拟计算区宽度 D_i 分别为 $D_{pi} = 1.8 \text{ mm}$ 、 $d_{pi} = -53.2 \text{ mm}$ 、 $D_i = 5.3246 \text{ mm}$ 、 $D_{pi} = 4.0 \text{ mm}$ 、 $d_{pi} = -200.2 \text{ mm}$ 、 $D_i = 5.3246 \text{ mm}$ 、 $D_{pi} = 23.6 \text{ mm}$ 、 $d_{pi} = 1112.8 \text{ mm}$ 、 $D_i = 5.3246 \text{ mm}$ 、 $D_{pi} = 3.3 \text{ mm}$ 、 $d_{pi} = 94.4 \text{ mm}$ 、 $D_i = 5.3246 \text{ mm}$ 。

从图3~图6可以发现,(1)式的模拟结果与实验测量结果的吻合度较好。只有在位置 P_3 时,(2)式的模拟结果与实验测量结果相吻合。原因是大多数实验不满足物体尺寸小于 $1/4$ 入射光瞳的条件^[1-4]。该条件在像空间的等价表述是物体像的尺寸小于出射光瞳直径的 $1/4$ 。实验中将物体按照几何光学近似成像到像空间后,物体像的宽度约为

5 mm ,在位置 P_3 时出射光瞳的直径为 23.6 mm ,满足使用(2)式的条件。此外,(2)式对单透镜成像系统的脉冲响应进行了简化及近似^[1-4],导出的计算公式只能在特定近似条件下计算像光场振幅分布。但相干光成像光场的振幅及相位分布在光学精密检测(如数字全息检测^[5-9])中通常是同等重要的物理量,这表明相比(2)式,(1)式更适用于进行定量研究^[7]。

按照文献[1-4]的研究方法,不对成像系统的脉冲响应进行简化及近似,可以导出单透镜成像系统像光场复振幅的表达式^[10],此时,该表达式是将(1)式用于单透镜时的特例^[6-7]。在推导(1)式的过程

中,没有对光学系统的脉冲响应进行近似,表达式比较复杂^[6]。而非相干光成像的理论研究会使用相干光成像系统的脉冲响应^[1-4],若使用没有近似的复杂表达式进行研究,是否会对非相干光成像的理论研究结论产生影响,是需要进一步研究的课题。文献[6]采用没有近似的脉冲响应表达式对单色非相干光成像理论进行了研究,结果表明,使用没有近似的公式对单色非相干光成像的理论不会产生影响。

4 结 论

基于矩阵光学,对标量衍射理论导出的两种像光场计算公式进行了研究,导出了光学系统像平面位置的确定方法,建立了出射光瞳及出射光瞳到像平面距离的计算方法。通过实验验证了计算方法的可行性,结果表明,相比(2)式,(1)式能更准确地计算像光场。

参 考 文 献

- [1] Goodman J W. Introduction to Fourier optics[M]. New York: MCGRAW-HILL, 1968.
- [2] Goodman J W. Introduction to Fourier optics[M]. 2nd ed. New York: MCGRAW-HILL, 1996.
- [3] Goodman J W. Introduction to Fourier optics[M]. 3rd ed. Englewood: Roberts and Company Publishers, 2004.
- [4] Goodman J W. Introduction to Fourier optics[M]. Chen J B, Qin K C and Cao Q Z, Transl. 4th ed. Beijing: Science Press, 2020 : 151-153.
Goodman J W. 傅里叶光学导论[M]. 陈家璧, 秦克诚, 曹其智, 译. 北京: 科学出版社, 2020: 151-153.
- [5] Horstmeyer R, Heintzmann R, Popescu G, et al. Standardizing the resolution claims for coherent microscopy[J]. Nature Photonics, 2016, 10(2): 68-71.
- [6] Li J C, Xiong B H. Information optics tutorial[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2017: 103-110.
李俊昌, 熊秉衡. 信息光学教程[M]. 2版. 北京: 科学出版社, 2017: 103-110.
- [7] Li J C, Luo R Q, Peng Z J, et al. Physical significance and experimental proof of transfer function of coherent optical imaging system[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(12):1207001.
李俊昌, 罗润秋, 彭祖杰, 等. 相干光成像系统传递函数的物理意义及实验证明[J]. 光学学报, 2021, 41(12):1207001.
- [8] Wen G, Li S M, Yang X B, et al. Super-resolution fluorescence microscopy system by structured light illumination based on laser interference [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(3): 0318003.
文刚, 李思弮, 杨西斌, 等. 基于激光干涉的结构光照明超分辨荧光显微镜系统[J]. 光学学报, 2017, 37(3): 0318003.
- [9] Song S J, Wan Y H, Han Y, et al. Self-interference digital holography with structured light illumination for tomographic imaging [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(5): 0509001.
宋舒杰, 万玉红, 韩影, 等. 结构光照明的自干涉数字全息层析成像[J]. 中国激光, 2019, 46(5): 0509001.
- [10] Li J C. Calculation of diffraction and thermal effects of laser[M]. Beijing: Science Press, 2002: 116-119.
李俊昌. 激光的衍射及热作用计算[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 116-119.