

基于暗通道先验的去雾算法研究

蒲亨飞, 李震, 李良荣*

贵州大学大数据与信息工程学院, 贵州 贵阳 550025

摘要 针对暗通道先验去雾算法中存在的块效应、算法复杂度高等问题, 提出了一种改进的基于暗通道先验的去雾算法。首先, 通过暗通道先验去雾算法得到粗略透射率, 再通过峰值信噪比自适应调节雾气参数, 以获取最优透射率。然后, 将上述结果分别作为多层感知器的输入向量和目标向量进行训练, 以建立粗略透射率到最优透射率之间的映射并得到最优透射率。最后, 结合大气光值复原无雾图像。实验结果表明, 本算法能有效改善块效应, 提高复原效率, 且能在一定程度上提升图像细节的清晰度。

关键词 图像处理; 暗通道先验; 多层感知器; 峰值信噪比; 透射率

中图分类号 TP751

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.2010011

Research of Dehazing Algorithm Based on Dark Channel Prior

Pu Hengfei, Li Zhen, Li Liangrong*

College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang, Guizhou 550025, China

Abstract Aiming at the problems of block effect and high algorithm complexity in the dark channel prior dehazing algorithm, we propose an improved dehazing algorithm based on the dark channel prior. First, row transmittance is obtained through the dark channel prior dehazing algorithm, and then the haze parameters are adjusted adaptively by the peak signal-to-noise ratio to obtain the optimized transmittance. Then, the above results are trained as the input vector and the target vector of the multilayer perceptron to establish the mapping between the row transmittance and the optimized transmittance and obtain the optimized transmittance. Finally, the image is restored by the atmosphere light value to obtain the haze-free image. Experimental results show that the algorithm can effectively improve the block effect, improve the restoration efficiency, and improve the clarity of image details to a certain extent.

Key words image processing; dark channel prior; multilayer perceptron; peak signal-to-noise ratio; transmittance

OCIS codes 100.2000; 100.3008; 100.3020

1 引言

近年来图像处理已成为一个热门的研究方向, 图像质量的好坏会直接影响计算机视觉系统的处理效果。一般来说, 室外图像处理易受到复杂环境的影响^[1], 如日常生活中常见的雾、霾天气, 会给人们的出行、社会安全带来较大的隐患和威胁^[2]。因此, 如何对雾天退化图像进行有效处理, 已成为计算机视觉的重要研究内容^[3]。

目前, 基于图像的去雾算法已取得了一定的进展。Jobson 等^[4]提出了多尺度 Retinex 算法, 通过引入颜色恢复因子消除图像颜色失真问题, 从而提升去雾图像的视觉效果。He 等^[5]提出了暗通道先验(DCP)去雾算法, 该算法基于大气散射模型对图像进行去雾处理, 去雾效果较好但算法复杂度高、处理时间长, 且无法自适应调节雾气参数。Cai 等^[6]提出了一种可训练的端到端去雾算法, 以估计透射率, 但该算法中的大气光散射模型依赖于单一光源

收稿日期: 2020-11-25; 修回日期: 2020-12-21; 录用日期: 2021-01-06

基金项目: 国家自然科学基金(61361012)

通信作者: *lrli@gzu.edu.cn

模型,未考虑多光源的场景,且在景深区域的复原质量还有待提升。Ren 等^[7]基于卷积神经网络(CNN)提出了一种多尺度深度神经网络透射率估计算法,先通过粗糙网络生成粗粒度的透射图,再用精细网络得到更细致的图像。Li 等^[8]提出了一种基于残差深度 CNN 的去雾算法,可分别估计透射率和大气光,提升了去雾效率。Galdran^[9]采用一系列伽马校正方式对有雾图像进行欠曝光处理,并通过多尺度融合实现去雾。苏畅等^[10]通过聚类分析暗通道,按场景划分图像并分析和计算每个场景暗通道图像的质心偏移量以修正透射率,可以有效恢复明亮区域的色调和细节信息。赵建堂^[11]用 CNN 学习有雾图和无雾图中各个通道之间的映射关系实现去雾。唐斌等^[12]提出了一种结合高斯滤波和导向滤波的单幅图像去雾算法,通过高斯滤波获取分块图像的局部大气光强,并利用导向滤波再次对大气光强和透射率进行细化,可提升去雾图像的明亮度。

针对基于图像复原的去雾算法,本文以 DCP 去雾算法为基础,首先,通过暗通道理论获取粗略透射率。然后,利用峰值信噪比(PSNR)自适应调节雾气参数,得到最优透射率,提高去雾质量;为了改善块效应和提升算法效率,通过多层感知器(MLP)建立粗略透射率到最优透射率之间的映射,以代替软抠图算法得到最优透射率。最后,结合大气光恢复无雾图像。实验结果表明,本算法可以有效实现图像去雾。此外,还通过 PSNR、结构相似性(SSIM)、平均梯度(AG)和时间评估了本算法的去雾质量。

2 去雾算法的研究

2.1 大气散射模型

DCP 算法基于大气散射模型进行去雾^[13],该模型可定义为

$$I(x, y) = J(x, y)t(x, y) + A [1 - t(x, y)], \quad (1)$$

式中, $I(x, y)$ 为输入的有雾图像, $J(x, y)$ 为输出的复原图像, A 为大气光值, $t(x, y)$ 为透射率。可以发现,图像的去雾过程即求解这些参数的过程。

2.2 暗通道先验去雾算法

DCP 理论认为:室外自然场景图像的 RGB (Red, Green, Blue)通道中至少有一个亮度最低的通道,则任意一幅图像的暗通道可定义为

$$J^{\text{dark}}(x, y) = \min_{c \in \{R, G, B\}} \left\{ \min_{(x, y) \in \Omega(z)} [J^c(x, y)] \right\}, \quad (2)$$

式中, $z = (x, y)$, $\Omega(z)$ 为一个以 (x, y) 为中心的局

部块,一般取子块的尺寸为 15×15 , $J^c(x, y)$ 为输入图像中的一个颜色通道。根据暗通道可估算大气光值 A ,即从暗通道中选取最亮区域部分前 0.1% 的像素点最大灰度值作为大气光值。粗略透射率由暗通道图像和大气光值共同得到,可表示为

$$\tilde{t}(x, y) = 1 - \omega \left[\frac{J^{\text{dark}}(x, y)}{A} \right], \quad (3)$$

式中, $\omega(0 < \omega \leq 1)$ 为雾气参数,该参数可保留一定程度的雾气,一般 ω 取 0.95。(3)式获取的粗略透射率对应的透射图因块尺寸较大易产生块效应^[14],因此,He 等^[5]采用软抠图算法对其进行优化,优化的透射率可表示为

$$(\mathbf{L} + \lambda \mathbf{U})t(x, y) = \lambda \tilde{t}(x, y), \quad (4)$$

式中, \mathbf{L} 为拉普拉斯抠图矩阵, \mathbf{U} 为与 \mathbf{L} 大小相同的单位矩阵, λ 为调整系数,一般取为 10^{-4} 。根据上述方法得到大气光值与优化透射率后,再根据(1)式对有雾图像进行复原,复原过程可表示为

$$J(x, y) = \frac{I(x, y) - A}{\max[t(x, y), t_0]} + A, \quad (5)$$

式中, $t_0 = 0.1$,参数 t_0 可防止去雾过程中噪声的干扰,同时在图像雾气浓度较深区域保留一定程度的雾气。

2.3 多层感知器

MLP 源于神经网络模型^[15],可将多个输入向量映射到单一的目标向量中,该网络模型包括输入层、隐含层和输出层。MLP 的训练分为正向与反向传播过程,以隐含层为例,假设 MLP 网络的输入向量为 \mathbf{x}_i ,目标向量为 \mathbf{y}_i ($1 \leq i \leq n$),隐含层第 j 个神经元的输出为 \mathbf{Z}_j ($1 \leq j \leq n$), ω_{ij} 为前一层第 i 个神经元与隐含层第 j 个神经元之间的权重, \mathbf{b}_j 为隐含层第 j 个神经元的偏置。则 \mathbf{Z}_j 可表示为

$$\mathbf{Z}_j = f \left[\sum_{i=1}^n (\omega_{ij} \mathbf{x}_i + \mathbf{b}_j) \right], \quad (6)$$

式中,函数 f 采用双曲正切函数作为激活函数,可表示为

$$\tanh(u) = 2\sigma(2u) - 1, \quad (7)$$

式中, $\sigma(2u)$ 被定义为

$$\sigma(2u) = \frac{\exp(2u)}{1 + \exp(2u)}. \quad (8)$$

MLP 通过不断更新权重和偏置值进行训练,从而通过输入数据集得到期望的输出数据集。其权重根据均方误差(MSE)来更新,均方误差可表示为

$$E_{\text{MS}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\hat{\mathbf{y}}_i - \mathbf{y}_i)^2, \quad (9)$$

式中, $\hat{\mathbf{y}}_i$ 为 \mathbf{y}_i 的期望值,也为目标向量。

2.4 峰值信噪比

一幅图像中可能涵盖许多特征信息,而特征信息的获取常受到各种复杂环境的影响。为了客观评价图像质量,实验用 PSNR 评价复原图像的质量。PSNR^[16]是一种客观评价图像质量的方法,其值越高,表明图像保留的特征信息越多,可表示为

$$R_{\text{PSN}} = 20\log_{10}(255/E_{\text{MS}}), \quad (10)$$

$$E_{\text{MS}} = \sqrt{\frac{\sum [I(x,y) - J(x,y)]^2}{M \times N}}, \quad (11)$$

式中, $M \times N$ 为图像尺寸。

3 DCP 算法的改进

3.1 改进的雾气参数

DCP 算法中将雾气参数 ω 设置为 0.95,对于一些含天空区域较少的雾天图像处理效果较好,但对于含天空区域较多的有雾图像,对较远处的雾气保留较少,导致天空区域出现一定的失真,影响整体的去雾效果。因此,本算法结合 PSNR 提出了一种自适应雾气参数调节改进算法,以获得更优的透射率,从而改善去雾质量。

由(10)式、(11)式可得到复原图像的 PSNR 值,由(3)式可知,粗略透射率与 ω 的变化有关。为获取最优的 PSNR,先将 ω 的初值设置为 0.7,然后根据一定步长(实验设置为 0.02)逐渐增大并计算对应的 PSNR。若 ω 增大过程中 PSNR 的增长小于 0.01 dB 或小于上一次的计算值,则停止增加,并将此时的优化透射率 $t(x,y)$ 作为最佳 PSNR 对应的值。改进算法的流程图如图 1 所示。

3.2 改进的粗略透射率

通过(3)式获取粗略透射率时易出现块效应,减小块尺寸能在一定程度上改善块效应,但易忽略相邻像素的信息,导致深度分辨率降低,从而影响复原效果^[17]。因此,He 等^[5]采用软抠图算法对其进行优化,以改善图像的视觉效果,但当图像中含有大片天空区域或白色建筑时效果并不明显。此外,采用软抠图算法优化粗略透射率时,拉普拉斯算子与大规模的稀疏线性方程有关,导致软抠图算法的时空复杂度较高。可用导向滤波算法代替软抠图算法对粗略透射率进行优化,缩短算法的运行时间,但会降低去雾质量。针对上述提到的块效应、时空复杂度高等问题,本算法用 MLP 代替软抠图算法对粗略透射率进行优化,先通过(3)式获取粗略透射率并将其作为 MLP 的输入向量,然后通过改进的雾气参

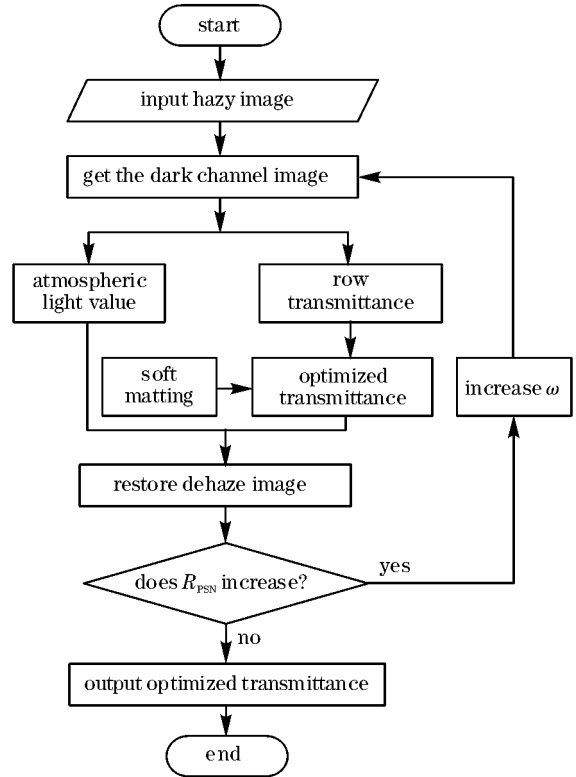


图 1 改进 DCP 算法的流程图

Fig. 1 Flow chart of the improved DCP algorithm

数获取最优透射率,并将其作为 MLP 的目标向量。通过训练 MLP 学习软抠图算法,建立粗略透射率到最优透射率之间的映射。实验基于文献[18]中的算法利用三层神经网络结构对粗略透射率进行优化,设置隐含层神经元的个数为 1024。训练 MLP 的过程中,设定每个样本训练时输出两幅大小一致的图像,且每个样本均以 (x,y) 为中心、边长为 l 的正方形滑动窗口获取有雾图像,滑动窗口的尺寸 l 决定了输入和输出的神经元个数(均为 $l \times l$)。基于 MLP 的透射率优化流程如图 2 所示。

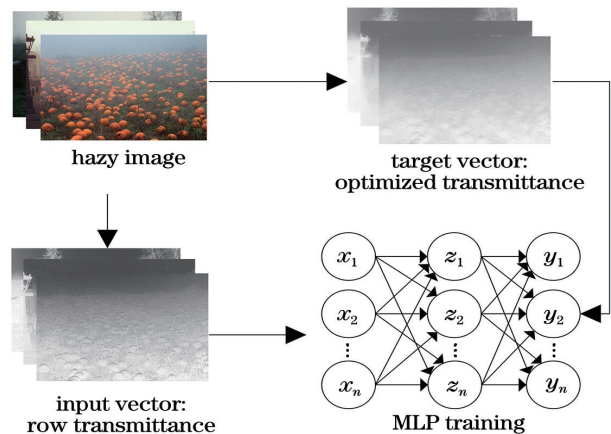


图 2 基于 MLP 的透射率优化流程

Fig. 2 Transmission optimization process based on MLP

改进粗略透射率前后得到的透射率图如图 3 所示。其中,图 3(a)为有雾图像,图 3(b)为 He 等^[5]采用软抠图算法优化的透射率图,图 3(c)为本算法得到的透射率图。可以发现,本算法用 MLP 代替

软抠图算法优化粗略透射率的方法能有效改善块效应,较好地保留图像的轮廓信息,且整体视觉效果优于软抠图处理算法。

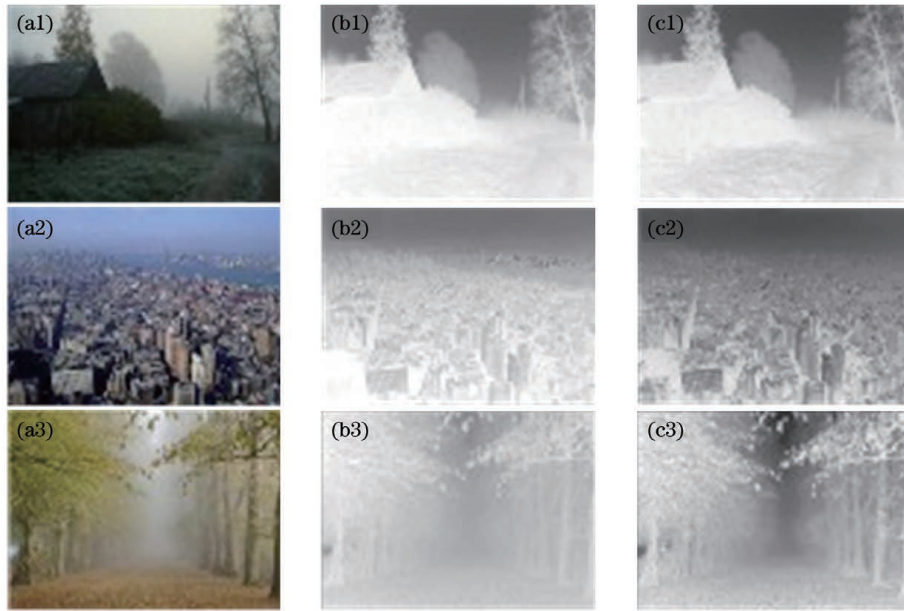


图 3 不同算法得到的透射率图。(a)雾图;(b)文献[5]中的算法;(c)本算法

Fig. 3 Transmittance diagrams obtained by different algorithms. (a) Foggy graph; (b) algorithm in Ref. [5]; (c) our algorithm

为了测试本算法的性能,从数据集中选取 60 幅图像对不同的 MLP 结构进行测试。输入神经元个数且经训练后的 MSE 如图 4 所示,可以发现, MSE 最小时对应的神经元个数为 256,窗口大小 $l = 16$, MSE 为 0.000149,此时 MSE 最小且去雾效果最佳。

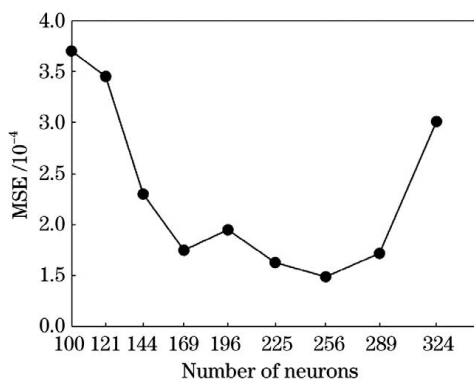


图 4 不同 MLP 结构训练后的 MSE

Fig. 4 MSE after training with different MLP structures

4 实验结果与分析

4.1 测试与训练

实验在 Windows 7 系统下进行,测试软件为

Matlab R2018 (b)。硬件配置为 Intel (R) Core (TM) i7-6700k CPU @ 4.00 GHz, 8 GB RAM。选取 500 幅 RGB 图像进行训练和测试,其中,训练集包括 400 幅图像,测试集包括 100 幅图像,这些图像均源于广汽研究院提供的真实雾霾数据集。测试时,分别采用文献[5-7]、文献[9]中的算法及本算法进行去雾处理,以观察不同算法的去雾效果。除 PSNR 外,还用 SSIM^[19]、AG^[20] 和运行时间作为算法的评价指标。其中,PSNR 能反映图像结构信息的完整性和保真性;SSIM 能反映两幅图像的结构相似度;AG 能反映图像的清晰度;运行时间则反映算法的效率。

4.2 去雾效果及数据分析

图 5(a1)~图 5(a3)为含天空区域较少的有雾图像,图 5(a4)~图 5(a6)为含天空区域较多的有雾图像,不同算法对有雾图像的处理结果如图 5(b)~图 5(f)、表 1 和表 2 所示。可以发现,相比文献[5]中的算法,文献[9]中算法处理的图像各项参数值较高,且去雾后的效果也更自然,但该算法重点对部分区域图像的对比度进行增强,丢失了部分特征信息,去雾后的图像易出现局部失真,如图 5(e5)和图 5(e6)所示;用文献[5]中的算法对含天空区域较

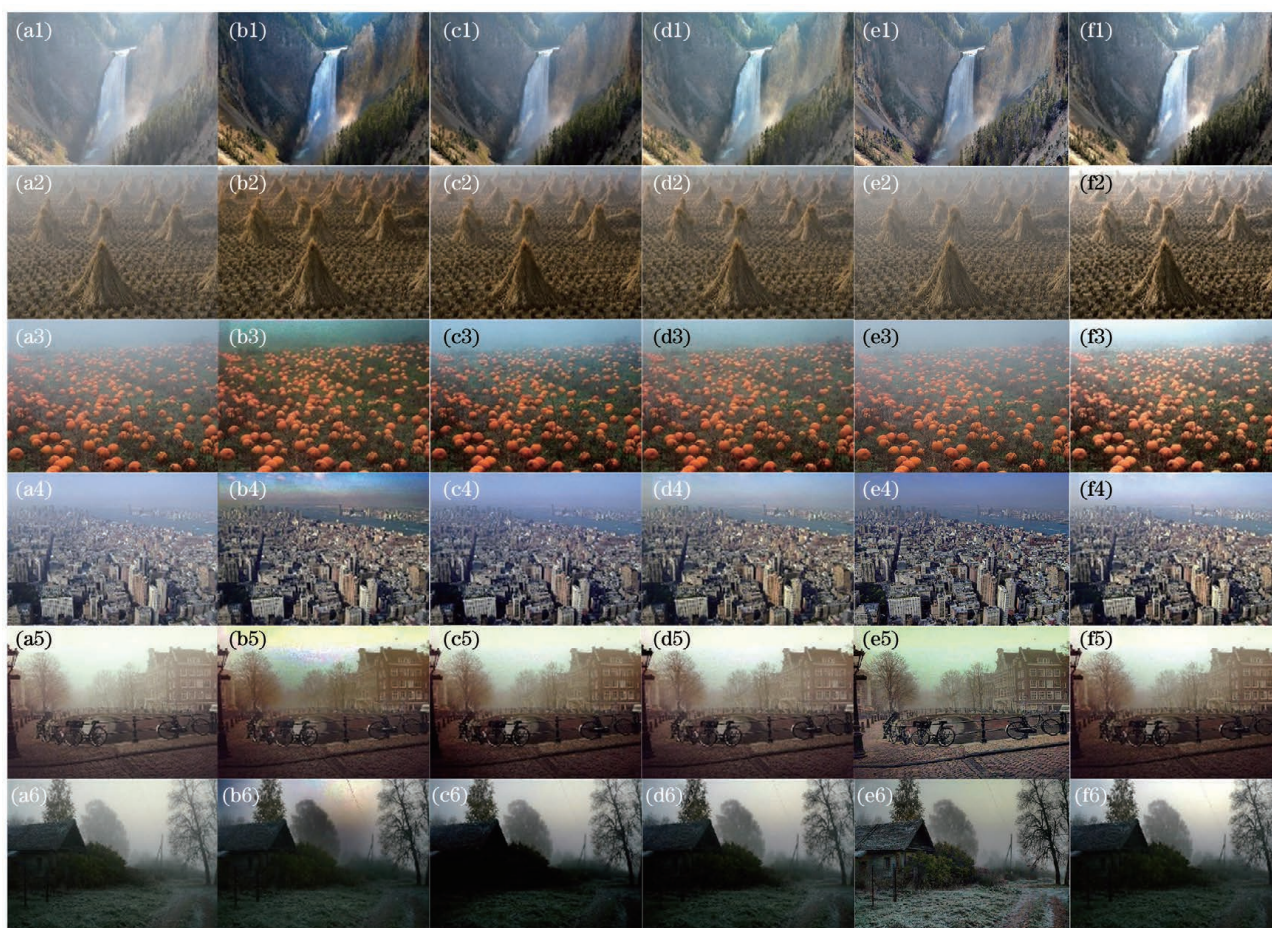


图 5 不同算法的去雾结果。(a)雾图;(b)文献[5];(c)文献[6];(d)文献[7];(e)文献[9];(f)本算法

Fig. 5 Dehazing results of different algorithms. (a) Foggy graph; (b) Ref. [5]; (c) Ref. [6]; (d) Ref. [7]; (e) Ref. [9]; (f) our algorithm

表 1 不同算法复原图像的 PSNR 和 SSIM

Table 1 PSNR and SSIM of images restored by different algorithms

Image	Ref. [5]		Ref. [6]		Ref. [7]		Ref. [9]		Ours	
	PSNR /dB	SSIM	PSNR /dB	SSIM	PSNR /dB	SSIM	PSNR /dB	SSIM	PSNR /dB	SSIM
Fig. 5(a1)	10.223	0.597	12.292	0.768	16.561	0.851	14.793	0.785	16.847	0.865
Fig. 5(a2)	14.622	0.759	17.425	0.846	21.379	0.924	18.614	0.776	21.601	0.938
Fig. 5(a3)	14.803	0.771	18.807	0.855	21.139	0.911	16.490	0.722	21.437	0.935
Fig. 5(a4)	15.025	0.776	18.594	0.895	20.769	0.825	15.886	0.835	21.147	0.885
Fig. 5(a5)	16.137	0.804	17.704	0.845	20.901	0.932	16.643	0.761	21.329	0.958
Fig. 5(a6)	16.215	0.833	16.910	0.620	20.419	0.771	16.458	0.736	21.527	0.862
Average	14.504	0.756	16.955	0.804	20.194	0.869	16.480	0.769	20.648	0.907

多的有雾图像处理后在较远处的天空区域出现了明显的块效应,如图 5(b4)~图 5(b6)所示;相比文献[5]中的算法,文献[6]和文献[7]中算法复原的图像质量有明显提升,尤其是远处的轮廓,且图像的 PSNR、SSIM 以及运算效率均得到了提升,文献[7]

中算法的效率还略高于本算法,但该算法处理含天空区域较多的有雾图像时,对远处的雾气改善效果不明显,而本算法处理后的图像未出现颜色失真现象,且能有效改善复原图像中的块效应,如图 5(f4)~图 5(f6)所示。对含天空区域较多的有雾

表 2 不同算法的平均梯度和时间
Table 2 Average gradient and time of different algorithms

Image	Ref. [5]		Ref. [6]		Ref. [7]		Ref. [9]		Ours	
	AG	Time /s	AG	Time /s	AG	Time /s	AG	Time /s	AG	Time /s
Fig. 5(a1)	0.020	8.261	0.015	3.489	0.017	1.667	0.024	3.599	0.022	3.151
Fig. 5(a2)	0.031	7.983	0.030	3.319	0.029	1.391	0.042	3.067	0.043	3.144
Fig. 5(a3)	0.030	8.963	0.031	3.445	0.030	1.603	0.045	3.453	0.038	2.512
Fig. 5(a4)	0.051	8.245	0.044	3.399	0.047	1.571	0.057	3.346	0.055	3.142
Fig. 5(a5)	0.028	9.182	0.026	3.485	0.028	1.652	0.037	3.376	0.028	3.175
Fig. 5(a6)	0.022	7.993	0.024	3.001	0.024	1.419	0.043	3.493	0.026	3.146
Average	0.030	8.437	0.028	3.356	0.029	1.550	0.041	3.389	0.047	3.045

图像处理, 远处的雾气改善效果更明显, 复原图像的 PSNR、SSIM 和 AG 值更高, 且本算法的运算时间仅为 3.045 s。原因是本算法通过 PSNR 自适应调节 ω 值, 同时用 MLP 代替软抠图算法优化粗略透射率, 改善了块效应, 提升了去雾图像的质量及算法效率。此外, 本算法对含天空区域较多的有雾图像在较远处的雾气处理效果更自然。

5 结 论

从大气散射模型的角度出发, 以 DCP 算法为基础, 针对 DCP 算法中存在的块效应、算法复杂度高等问题提出了一种新的去雾算法。首先, 采用 PSNR 自适应调节 ω , 获取了最优透射率; 然后, 用 MLP 代替软抠图算法, 提升了复原图像的质量和算法效率。实验结果表明, 本算法在图像视觉效果和部分评价指标中均优于其他对比算法, 相比 DCP 算法, 本算法能有效改善块效应, 缩短去雾时间, 提升图像的复原质量。

参 考 文 献

- [1] Li G, Wu J F, Lei Z Y. Research progress of image haze grade evaluation and dehazing technology [J]. Laser Journal, 2014, 35(9): 1-6.
李滚, 吴劫夫, 雷志勇. 图像雾霾等级评价及去雾技术研究进展 [J]. 激光杂志, 2014, 35(9): 1-6.
- [2] Li H Y, Yun L J, Gao Y. Fog image enhancement algorithm based on boundary-limited weighted least squares filtering [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(3): 0309002.
李红云, 云利军, 高银. 基于边界限制加权最小二乘法滤波的雾天图像增强算法 [J]. 中国激光, 2019, 46(3): 0309002.
- [3] Chen Y, Guo H G, Ai Y P. Single image dehazing method based on multi-scale convolution neural network [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(10): 1010001.
陈永, 郭红光, 艾亚鹏. 基于多尺度卷积神经网络的单幅图像去雾方法 [J]. 光学学报, 2019, 39(10): 1010001.
- [4] Jobson D J, Rahman Z, Woodell G A. Properties and performance of a center/surround retinex [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(3): 451-462.
- [5] He K M, Sun J, Tang X O. Single image haze removal using dark channel prior [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(12): 2341-2353.
- [6] Cai B L, Xu X M, Jia K, et al. DehazeNet: an end-to-end system for single image haze removal [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25(11): 5187-5198.
- [7] Ren W Q, Liu S, Zhang H, et al. Single image dehazing via multi-scale convolutional neural networks [M] // Leibe B, Matas J, Sebe N, et al. Computer vision-ECCV 2016. Lecture notes in computer science. Cham: Springer, 2016, 9906: 154-169.
- [8] Li J J, Li G H, Fan H. Image dehazing using residual-based deep CNN [J]. IEEE Access, 2018, 6: 26831-26842.
- [9] Galdran A. Image dehazing by artificial multiple-exposure image fusion [J]. Signal Processing, 2018, 149: 135-147.
- [10] Su C, Bi G L, Jin L X, et al. Dehazing algorithm based on dark-channel image centroid offset [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(5): 0533001.
苏畅, 毕国玲, 金龙旭, 等. 基于暗通道图像质心偏移量的去雾算法 [J]. 光学学报, 2019, 39(5): 0533001.

- [11] Zhao J T. Single-image defogging algorithm based on deep learning[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(11): 111005.
赵建堂. 基于深度学习的单幅图像去雾算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(11): 111005.
- [12] Tang B, Long W, Tang R X. Single image dehazing algorithm based on Gaussian filtering and guided filtering[J]. *Modern Electronics Technique*, 2020, 43(1): 28-30.
唐斌, 龙文, 唐瑞雪. 结合高斯滤波和导向滤波的单幅图像去雾算法[J]. *现代电子技术*, 2020, 43(1): 28-30.
- [13] Mc Cartney E J. Optics of the atmosphere: scattering by molecules and particles[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1976.
- [14] Yang Y J. Research on image sequence haze removal [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2014.
杨艳静. 序列图像去雾技术的研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2014.
- [15] Han L. The classification model of RS images based on artificial neural network: MLP [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2004(9): 29-30, 42.
韩玲. 基于人工神经网络: 多层感知器(MLP)的遥感影像分类模型[J]. *测绘通报*, 2004(9): 29-30, 42.
- [16] Wang M, Zhou L, Zhou S D, et al. Image SVD denoising based on PSNR and wavelet directional feature[J]. *Journal of Applied Optics*, 2013, 34(1): 85-89.
王敏, 周磊, 周树道, 等. 基于峰值信噪比和小波方向特性的图像奇异值去噪技术[J]. *应用光学*, 2013, 34(1): 85-89.
- [17] Huang L H. The algorithm of segmenting the prior neighborhood of dark channel in the single image dehazing [J]. *Journal of Geo-Information Science*, 2018, 20(2): 228-234.
黄黎红. 分割暗通道先验邻域的单幅图像去雾算法[J]. *地球信息科学学报*, 2018, 20(2): 228-234.
- [18] Wang W Z, Zhang S S, Yu S H. Image restoration by BP neural based on PSO[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2018, 36(4): 709-714.
王文中, 张树生, 余隋怀. 基于粒子群优化的 BP 神经网络图像复原算法研究[J]. *西北工业大学学报*, 2018, 36(4): 709-714.
- [19] Liu Q L, Zhang H Y. Single image fast dehazing algorithm [J]. *Journal of Southwest University of Science and Technology*, 2014, 29(3): 76-81.
刘巧玲, 张红英. 单幅图像快速去雾霾算法[J]. *西南科技大学学报*, 2014, 29(3): 76-81.
- [20] Chen K Y, Shi S S. Application of an infrared image enhancement algorithm in UAV inspection of transmission line[J]. *Electronic Design Engineering*, 2020, 28(16): 174-178.
陈科羽, 石书山. 一种红外图像增强算法在无人机巡检输电线路上的应用[J]. *电子设计工程*, 2020, 28(16): 174-178.