先进成像

激光写光电子学进展

一种改进的激光点云滤波算法

韩浩宇**,张元*,韩燮

中北大学大数据学院,山西太原 030051

摘要 针对常规的点云滤波方法在去除接近模型噪声的过程中会对模型造成较大破坏的问题,提出一种结合双张 量投票和多尺度法向量估计的点云滤波算法。首先采用主成分分析法在较大的尺度下估计各点的法向量,对各点 进行双张量投票以提取特征点。然后对提取出的特征点在较小的尺度下估计法向量,并结合随机采样一致性方法 对小范围噪声平面进行剔除。最后采用曲率对剩余的噪声进行滤波,获得最终的点云数据。实验结果表明,所提 算法可以有效剔除噪声点,并较好地保留三维模型的尖锐特征,为后续点云配准和三维重建奠定基础。

关键词 图像处理;点云滤波;张量投票;随机采样一致性;多尺度法向量估计;曲率

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.2010001

Improved Laser Point Cloud Filtering Algorithm

Han Haoyu", Zhang Yuan', Han Xie

College of Big Data, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China

Abstract Aiming at the problem that the conventional point cloud filtering method will cause greater damage to the model in the process of removing the noise close to the model, a point cloud filtering algorithm combining dual tensor voting and multi-scale normal vector estimation is proposed. First, the principal component analysis method is used to estimate the normal vector of each point on a larger scale, and the double tensor voting is performed on each point to extract the feature points. Then, the normal vectors of the extracted feature points are estimated at a smaller scale, and the small-scale noise plane is eliminated by combining the random sample consensus method. Finally, the curvature is used to filter the remaining noise to obtain the final point cloud data. Experimental results show that the proposed algorithm can effectively eliminate noise points, and better retain the sharp features of the 3D model, which lays the foundation for subsequent point cloud registration and 3D reconstruction.

Key words image processing; point cloud filtering; tensor voting; random sample consensus; multiscale normal vector estimation; curvature

OCIS codes 100.2960; 100.6890; 110.6880

1 引 言

中图分类号 TP391.9

近年来,三维点云被广泛应用在三维重建、文物 保护、逆向工程和地理测绘等方面,而激光扫描是最 常见的三维点云获取方式之一。通过扫描仪得到的 三维点云含有噪声,这会对后续的处理工作造成干 扰,影响配准的精度和三维重建的质量,因此有必要 对点云模型进行滤波处理。

当前,三维点云的滤波算法主要分为统计滤 波和双边滤波两种,其中统计滤波是用来去除噪 声点,双边滤波是用来修正噪声点的位置。崔鑫 等^[1]采用了主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)法来估计法向量,采用模糊C均值 聚类算法对特征进行滤波,最后使用双边滤波器

收稿日期:2020-11-25;修回日期:2020-12-16;录用日期:2020-12-27

基金项目:国家重点研发计划(2018YFB2101504)、山西省重点研发计划(201803D121081, 201903D121147)、山西省自然 科学基金(201901D111150)

通信作者: *68229275@qq.com; **985811696@qq.com

研究论文

对点云模型进行平滑处理。吴禄慎等[2]提出了一 种基于点云特征分类的滤波方法,对点云模型的 平坦区域与特征丰富区域分别采用邻域均值滤波 算法和自适应双边滤波算法进行处理。戴士杰 等[3]采用了张量投票算法来计算采样点的张量矩 阵并对其进行特征分解,然后根据采样点的几何 特征来设计扩散张量,最后将重构的扩散张量与 三维各向异性扩散滤波方程结合。朱广堂等[4]采 用了移动最小二乘法来拟合采样点的切平面以获 得法向量,再通过点云法向量的变化量来近似计 算曲率,将曲率与阈值进行对比以确定点是否为 噪声点。赵夫群等^[5]结合文献[3-4]的方法,提出 了一种从粗到精的滤波方法。陈建华[6] 基于主成 分分析和局部邻域提出了一种从全局到局部的点 云剔除方法。Liu 等^[7]通过定义微分算子来构建 法向量以完成滤波,之后采用张量投票法来检测 特征点,再基于随机采样一致性(Random Sample Consensus, RANSAC)方法得到法线,从而实现点 的重定位。Zheng 等^[8]使用滚动法向滤波结合多 法线的方法对点进行重定位。Zhou 等^[9]提出了一 种基于非迭代双阈值的去噪方法,通过大、小两个 阈值来分层滤波,从而提高了滤波效率。Zhang 等^[10]采用 PCA 方法和改进的双边滤波算法对点 与内部噪声进行重定位。Leal 等^[11]提出了一种新 的滤波模型,该模型结合了L1中值滤波与稀疏L1 正则化,采用最近梯度下降算法来优化 L₁ 最小化 的问题。李绕波等[12]提出了一种基于方法库、布 料模拟滤波和曲率分级等综合算法的点云精简优 化策略,利用布料来拟剔除点云中大范围和近距 离的点云块。

现有的方法适用于处理离散的噪声点,若扫描 点云中含有接近模型的密集平面噪声,采用现有方 法进行处理会对模型造成较大的破坏。鉴于此,本 文提出一种结合双张量投票和多尺度估计法向量的 滤波方法。通过张量投票法来获取点云的高频信 息,保证模型的平坦区域不被破坏;在不损伤模型尖 锐特征的前提下,通过多尺度法向量来估计从高频 信息点云中提取的噪声平面以去除噪声点,得到无 噪声的点云模型^[13]。首先采用统计滤波算法来剔 除点云模型中的离群点;接着利用 K-D 树对点云进 行空间划分,计算点云中各点的 K 近邻,采用 PCA 方法并通过 K 近邻来计算协方差矩阵,通过特征分 解来估计点云的法向量^[14-16];然后使用得到的法向 量为点云模型构建张量投票矩阵和法向张量投票矩 阵,并计算特征值和特征向量,根据张量投票的规则 对特征值进行判断,可以确定点是否为特征点;最后 基于随机采样一致性(RANSAC)方法的思想对张 量投票法处理后得到的高频信息点进行滤波,从而 提取出小范围的密集平面噪声,再使用法向量的变 化量来近似计算曲率,结合阈值后对剩余的离散噪 声点进行剔除。

2 特征点提取

特征点是指模型中具有代表性和区别性的点 集,提取特征点后再进行滤波处理不仅可以减少 计算量,同时还能够确保模型的低频信息区域不 被破坏。本文采用双张量投票的方法来提取特征 点。张量投票法的思想:将三维空间中的每个点 表示为一个 3×3 大小的半正定矩阵,对矩阵进行 特征分解,可以获得矩阵的特征值和特征向量。 通过判断特征值的大小可以确定点是面上的点、 边界点或者角点。

2.1 离群点处理

本文使用 CREAFORM 型手持扫描仪来获取 数据(测量精度为 0.35 mm,每 1 s 可以采集 8×10⁵ 次,光源为 7 道十字激光)。初始扫描后得到模型中 含有大量的噪声,在估计结果前要先去除点云中的 离群噪声点,避免离群点对估计结果造成干扰。以 青铜鸟尊模型为例,对初始扫描点云采用统计滤波 算法来简单剔除模型中的离群点。处理结果如图 1 所示。从图 1 可以看到,远离模型边缘处的噪声已 经被剔除,鸟尊模型的脖子处还留有一块噪声(点数 为 18),故需要对其进行后续处理。



- 图 1 统计滤波算法处理前后的结果。(a)初始扫描点云; (b)处理后的点云
- Fig. 1 Results of statistical filtering algorithm before and after processing. (a) Initial scanning point cloud; (b) point cloud after processing

2.2 法向量的估计

法向量是点云处理中最基本的一种特征描述符。首先利用 K-D 树对激光点云进行空间划分,可以获得每个点的 K 近邻点(此时 K = 15);然后采用

研究论文

PCA 方法来构建点的协方差矩阵;最后对协方差矩 阵进行特征分解,可以得到特征值和特征向量,最小 特征值所对应的特征向量即为采样点的法向量。协 方差矩阵 C 可表示为

$$C_{i} = \frac{1}{|\boldsymbol{K}_{i}|} \sum_{\boldsymbol{P}_{i} \in \boldsymbol{K}_{i}} (\boldsymbol{P}_{i,j} - \boldsymbol{P}_{i}) (\boldsymbol{P}_{i,j} - \boldsymbol{P}_{i})^{\mathrm{T}}, \quad (1)$$

式中:K_i表示第 i 个采样点的 K 近邻集合;P_i表示 第 i 个采样点;P_{i,j}表示采样点 P_i的第 j 个近邻点。

2.3 双张量投票法

通过激光扫描仪得到的点云模型绝大部分属于 低频信息点,对全局点云进行滤波不仅开销大,而且 会对点云模型造成破坏。本文采用双张量投票的方 法首先提取点云的高频信息点(包含特征点和噪声 点),再对高频信息点进行滤波处理以减少计算量, 同时也可提升滤波精度。法向量张量投票矩阵 *T*。 可表示为

$$T_{i}^{n} = \frac{1}{\sum_{i \in \mathbf{K}_{i}} w_{i,j}^{n}} \sum_{j \in \mathbf{K}_{i}} w_{i,j}^{n} \left(\boldsymbol{n}_{i,j} \boldsymbol{n}_{i,j}^{\mathrm{T}} \right) , \qquad (2)$$

式中: $n_{i,j}$ 表示采样点 P_i 的第j个近邻点的法向量; $w_{i,j}^n$ 表示法向量张量投票矩阵的权值,可表示为

 $w_{i,j}^{n} = \exp(-\|\boldsymbol{P}_{i,j}\|_{2}/2\sigma^{2}),$ (3) 式中: σ 表示采样点 \boldsymbol{P}_{i} 与其近邻点的距离均值。由 (3)式可知,采样点 \boldsymbol{P}_{i} 与其第j 个近邻点的距离越 远, $w_{i,j}^{n}$ 值越小。

点张量投票矩阵 T_p可表示为

$$T_{i}^{\mathrm{p}} = \frac{1}{\sum_{j \in \mathbf{K}_{i}} w_{i,j}^{\mathrm{p}}} \cdot \left\{ \sum_{j \in \mathbf{K}_{i}} w_{i,j}^{\mathrm{p}} \left[(\mathbf{p}_{i,j} - \overline{\mathbf{p}}) (\mathbf{p}_{i,j} - \overline{\mathbf{p}})^{\mathrm{T}} \right] \right\}, (4)$$

式中: $p_{i,j}$ 表示采样点 P_i 与其第j个近邻点的方向 向量; \overline{p} 表示所有 $p_{i,j}$ 的平均值; $w_{i,j}^{p}$ 表示点张量投 票矩阵的权值,可表示为

$$w_{i,i}^{\mathrm{p}} = \exp\left(-\|\boldsymbol{n}_{i} - \boldsymbol{n}_{i,i}\|_{2}/2\sigma^{2}\right) \quad (5)$$

张量矩阵的特征值分别为 λ_1 、 λ_2 和 λ_3 ,对应的 特征向量分别为 e_1 、 e_2 和 e_3 ,其中 $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \lambda_3$ 。

根据三维张量的特征值关系,可以确定各点的 位置。若 $\lambda_1 \gg \lambda_2 \approx \lambda_3 \approx 0$,则点为面上点;若 $\lambda_1 \ge \lambda_2 \gg \lambda_3 \approx 0$,则点为边界点;若 $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \lambda_3 \gg 0$,则点 为角点或离群点。

张量投票法的处理结果如图 2 所示。从图 2 可 以看到,张量投票法可以成功提取模型的边界线以 及噪声点。法向张量投票结果与点张量投票结果取 并集即为双张量投票结果。





3 改进的激光点云滤波算法

张量投票法所提取的特征点包括高频信息点和 噪声点两部分,直接使用曲率并结合阈值对特征点 进行滤波会对高频信息点造成破坏,导致滤波精度 降低。为了解决此问题,本文提出一种基于多尺度 法向量估计的滤波方法。首先使用较小的 K 近邻 (此时 K=5)来重新估计点云的法向量,使噪声平 面处的法向量方向基本一致;然后采用线性加权的 方式来计算每个特征点与其近邻点的法向量内积之 和,再结合阈值即可有效分离噪声点和高频信息点; 最后使用曲率对剩余的离散噪声点进行剔除,即可 获得去除噪声的点云模型,而且模型保存完整。

3.1 多尺度法向量滤波

对提取出的高频信息进行滤波处理,其中离散 的噪声点是易于剔除的,密集的平面噪声点若采用 传统方法进行剔除会对模型造成较大的破坏,特别 是接近模型的平面噪声点,剔除难度极大。

基于 RANSAC 方法的思想,使用大小不同的 两组 K 值对模型进行法向量估计(K 值表示 K 近 邻的数目)。使用不同 K 值来估计法向量,噪声平 面处的估计结果如图 3 所示。从图 3 可以看到,对



图 3 不同 K 值下的估计结果。(a)K=15;(b) K=5Fig. 3 Estimated results at different K values. (a) K=15; (b) K=5

第 58 卷 第 20 期/2021 年 10 月/激光与光电子学进展

研究论文

于较大的 K 值,因密集噪声点的数目不足,而且每 个噪声点的近邻点会包含模型中的点,所以由各噪 声点估计得到的法向量差异很大;当使用较小的 K 值进行估计时,密集平面噪声采样点的近邻点不包 含模型中的点,所以各点得到的法向量几乎一致。

为了保留高频的信息点云,而且不会对模型中本身存在的平面造成损伤,本文将较大的 K 值所估计的法向量用于张量投票以提取高频信息,再使用较小的 K 值所估计的法向量进行平面提取。

对提取出的高频信息点云中的各点与其近邻点 的法向量作点乘,值越大表明两点的法向量夹角越 小,说明法向量方向一致。为了增加近距离点的影 响力,而且方便阈值的选取,本文采用一种线性加权 的方式,两点之间的距离越大,所赋予的权重越小, 并保证各近邻点的权值之和为1。第*i*个采样点及 其近邻点所构成的面的平坦度*d_i*可表示为

$$d_{i} = \sum_{j \in K_{i}} \left[(\boldsymbol{n}_{i}, \boldsymbol{n}_{i,j}) * (l_{i,K-j}) \right], \qquad (6)$$

式中: $l_{i,K-j}$ 表示第i个采样点与其第K-j个近邻 点的距离。

根据设置的阈值,对提取的高频信息进行滤波 以剔除其中的噪声平面。滤波结果如图4所示。从



图 4 可以看到,初次滤波后的噪声平面基本被去除, 仅在鸟尊脖子处还存在一些离散的噪声点(点数为 4),故需要对其进行进一步滤波。

3.2 曲率滤波

在剔除密集平面噪声以后,使用曲率结合阈值 (阈值的选取能够去除所有噪声点的最大值)的方式 来剔除大于阈值的点并对特征点云进行进一步滤 波。曲面的弯曲程度可表示为

$$C_{\mathrm{v},i} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \quad (7)$$

三个特征值在计算法向量的过程中已计算过, 因此不需要再次计算。在计算法向量的同时计算出 曲率。

4 实验环境及结果分析

4.1 实验环境及数据来源

本文实验数据均由 CREAFORM 型扫描仪扫 描而得。除了青铜鸟尊以外,本文还对手模型、佛像 模型、石头模型和乌龟模型点云进行滤波处理。实 验环境为 Windows 10,64 位操作系统,使用 PCL1. 91 进行开发。

4.2 实验结果分析

4.2.1 滤波结果及分析

对所有扫描模型进行滤波处理,并将滤波结果 与文献[4-5]进行对比,具体结果如图 5~9 所示。

从图 5 可以看到,文献[4-5]破坏了鸟尊模型的 背部和腿部以及头顶的尖锐特征,而所提算法不仅 去除了噪声点,而且模型几乎无损伤。从图 6 可以 看到,文献[4-5]对手模型中的手指根部以及手掌造 成一定的破坏,而所提算法处理后的手掌以及手指 保存完好。从图 7~9 可以看到,文献[4-5]对模型 的边缘处造成损伤,而所提算法更好地保持了模型 的边缘特征。



图 5 鸟尊模型在不同算法下的点云。(a)初始点云;(b)所提算法;(c)文献[4];(d)文献[5] Fig. 5 Point clouds of bird bottle model under different algorithms. (a) Initial point cloud; (b) proposed algorithm; (c) Ref. [4]; (d) Ref. [5]



图 6 手模型在不同算法下的点云。(a)初始点云;(b)所提算法;(c)文献[4];(d)文献[5] Fig. 6 Point clouds of hand model under different algorithms. (a) Initial point cloud; (b) proposed algorithm; (c) Ref. [4]; (d) Ref. [5]



图 7 佛像模型在不同算法下的点云。(a)初始点云;(b)所提算法;(c)文献[4];(d)文献[5]

Fig. 7 Point clouds of buddha model under different algorithms. (a) Initial point cloud; (b) proposed algorithm; (c) Ref. [4]; (d) Ref. [5]



图 8 石头模型在不同算法下的点云。(a)初始点云;(b)所提算法;(c)文献[4];(d)文献[5] Fig. 8 Point clouds of stone model under different algorithms. (a) Initial point cloud; (b) proposed algorithm; (c) Ref. [4]; (d) Ref. [5]



图 9 乌龟模型在不同算法下的点云。(a)初始点云;(b)所提算法;(c)文献[4];(d)文献[5] Fig. 9 Point clouds of tortoise model under different algorithms.(a) Initial point cloud; (b) proposed algorithm; (c) Ref. [4];(d) Ref. [5]

4.2.2 精度评价标准及分析

在点云滤波的过程中会将点云的高频信息点 误判为噪声点,此时滤波算法会对点云模型造成 破坏。通过计算滤波后的模型点数与无噪声点的 模型点数的比值,能够反映滤波算法的准确性,比 值越大表明滤波算法的准确性越高,对模型的损 伤越小。

将所提算法与文献[4-5]进行对比,滤波后的模型点数与手动去除噪声点的模型点数的比值如表1 所示。

表 1 滤波模型与无噪声模型的点数比值

| Table 1 | Ratio | of | number | of | points | between | filter | model |
|---------|-------|----|--------|----|--------|---------|--------|-------|
| | | | | | | | | |

| | and noiseless m | unit: % | |
|-------------|--------------------|----------|----------|
| Model | Proposed algorithm | Ref. [4] | Ref. [5] |
| Bird bottle | 97.90 | 85.09 | 85.59 |
| Hand | 99.76 | 97.58 | 98.07 |
| Buddha | 98.99 | 92.80 | 96.01 |
| Stone | 99.87 | 93.72 | 95.87 |
| Tortoise | 99.23 | 89.90 | 93.31 |

从表1可以看到,对于5个模型,所提算法的比

第 58 卷 第 20 期/2021 年 10 月/激光与光电子学进展

研究论文

值比文献[4-5]更大,说明算法的滤波精度更高,对 模型的破坏更少,特别是青铜鸟尊模型和乌龟模型, 所提算法的处理效果远好于文献[4-5]。

所提算法和文献[5]都是基于文献[4]进行改进 的,在文献[4]的基础上增加了张量投票的步骤,为 此不会对点云的低频信息区域造成损伤,所以所提 算法和文献[5]的滤波精度均优于文献[4]。相较于 文献[5],所提算法在张量投票的基础上通过多尺度 特征来估计法向量,可以有效将平面噪声点云与高 频信息点云进行分离,去除平面噪声点云后再使用 曲率滤波可以更好地保护模型的高频信息区域,滤 波精度更高。本文还采用了多尺度法向量估计的方 法,不同尺度下小范围噪声平面法向量的估计结果 如图 3 所示。从图 3(b)可以看到,较小尺度估计的 法向量方向基本一致。因此,在张量投票的结果中 使用较小的 K 近邻进行一次法向量估计,可以较好 地区分高频信息点与噪声点。采用张量投票法可以 保证点云的低频信息区域不受破坏,而多尺度法向 量估计可以保证张量投票法所得到的高频信息点尽 量不受损伤,这是所提算法的性能相对于文献[5]提 升的关键。

4.2.3 处理时间及效率分析

22939

Tortoise

各模型的点数以及处理时间如表 2 所示。

| 表 2 | 不同模型的点数与处理时间 |
|-----|--------------|
| 表 2 | 不同模型的点数与处理时间 |

| Table 2 | Points and processing time of different models | | | | | |
|-------------|--|-------------|------------|------------|--|--|
| Model | | Running | Running | Running | | |
| | Dointo | time of | time of | time of | | |
| | Foints | proposed | Ref. [4] / | Ref. [5] / | | |
| | | algorithm/s | s | s | | |
| Bird bottle | 37778 | 31.3 | 16.6 | 29.3 | | |
| Hand | 50756 | 38.8 | 18.3 | 29.6 | | |
| Buddha | 29325 | 26.7 | 15.4 | 23.8 | | |
| Stone | 15406 | 20.3 | 13.2 | 18.9 | | |

所提算法的时间复杂度为 O(N * K),其中 N 为点云数。所提算法的时间复杂度与文献[4-5]相 同,但是所提算法进行了两轮法向量估计以及两次 张量投票的处理,所以处理时间略长。

14.7

21.2

22.4

综合可知,所提算法可以有效去除离散点噪声 和接近模型的密集平面噪声点,而且可以很好地保 留模型的特征。所提算法处理后,模型的精度优于 文献[4-5]。

5 结 论

本文提出一种结合双张量投票和多尺度法向量

估计的点云滤波算法,采用所提算法对扫描的点云 进行滤波处理。将大小不同的两组 K 近邻分别用 于点云特征点的提取和点云平面的提取,既完整地 保留了点云的低频信息,也较好地保护了点云的高 频信息。在去除噪声的同时可以不损伤模型的尖锐 特征,能够满足对模型精度要求较高的工程需求。 此外,所提算法在时间效率上还有改进的空间,后续 会针对提高程序的时间效率继续进行优化。

参考文献

- [1] Cui X, Yan X T, Li S P. Feature-preserving scattered point cloud denosing [J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(12): 3169-3178.
 崔鑫, 闫秀天,李世鹏. 保持特征的散乱点云数据去 噪[J]. 光学 精密工程, 2017, 25(12): 3169-3178.
- [2] Wu L S, Shi H L, Chen H W. Denoising of threedimensional point data based on classification of feature information [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(6): 1465-1473.
 吴禄慎,史皓良,陈华伟.基于特征信息分类的三维 点数据去噪[J]. 光学 精密工程, 2016, 24(6): 1465-1473.
- [3] Dai S J, Ren Y C, Zhang H B. Study on smooth denoising of 3D scattered point clouds with anisotropic diffusion filtering [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2018, 30(10): 1843-1849.
 戴士杰,任永潮,张慧博.各向异性扩散滤波的三维 散乱点云平滑去嗓算法[J]. 计算机辅助设计与图形 学学报, 2018, 30(10): 1843-1849.
- [4] Zhu G T, Ye M L. Research on the method of point cloud denoising based on curvature characteristics and quantitative evaluation[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2019(6): 105-108.
 朱广堂,叶珉吕.基于曲率特征的点云去噪及定量评价方法研究[J]. 测绘通报, 2019(6): 105-108.
- [5] Zhao F Q, Zhou M Q. Hierarchical point cloud denoising algorithm [J]. Optics and Precision Engineering, 2020, 28(7): 1618-1625.
 赵夫群,周明全. 层次化点云去噪算法[J]. 光学 精 密工程, 2020, 28(7): 1618-1625.
- [6] Chen J H. Planar point cloud denoising using the methodology of fusion of principal component analysis and local neighborhood [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2020(5): 47-50, 68.
 陈建华. 融合主成分分析和局部邻域的平面点云去 噪[J]. 测绘通报, 2020(5): 47-50, 68.
- [7] Liu Z, Xiao X W, Zhong S S, et al. A featurepreserving framework for point cloud denoising [J].

第 58 卷 第 20 期/2021 年 10 月/激光与光电子学进展

研究论文

Computer-Aided Design, 2020, 127: 102857.

- [8] Zheng Y L, Li G Q, Xu X M, et al. Rolling normal filtering for point clouds [J]. Computer Aided Geometric Design, 2018, 62: 16-28.
- [9] Zhou S T, Liu X L, Wang C Y, et al. Non-iterative denoising algorithm based on a dual threshold for a 3D point cloud[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 126: 105921.
- [10] Zhang F, Zhang C, Yang H M, et al. Point cloud denoising with principal component analysis and a novel bilateral filter[J]. Traitement Du Signal, 2019, 36(5): 393-398.
- [11] Leal E, Sanchez-Torres G, Branch J W. Sparse regularization-based approach for point cloud denoising and sharp features enhancement [J]. Sensors, 2020, 20(11): 3206.
- [12] Li R B, Yuan X P, Gan S, et al. Point cloud simplification optimization strategy and experimental research based on multiple algorithms [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(23): 231402.
 李绕波,袁希平,甘淑,等.综合多种算法的点云精 简优化策略与实验研究[J].激光与光电子学进展, 2020, 57(23): 231402.
- [13] Xiong F G. Research on registration technology of 3D point cloud [D]. Taiyuan: North University of

China, 2018. 熊风光. 三维点云配准技术研究[D]. 太原:中北大 学, 2018.

- [14] Bai H Q, Xia Y H, Yang M L, et al. Multiresolution 3D reconstruction of karst caves based on the feature line extraction of 3D laser point cloud[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57 (20): 202802.
 柏宏强,夏永华,杨明龙,等.基于三维激光点云特 征线提取的溶洞多分辨率三维重建方法研究[J].激 光与光电子学进展, 2020, 57(20): 202802.
- [15] Peng Z, Lü Y J, Qu C, et al. Accurate registration of 3D point clouds based on keypoint extraction and improved iterative closest point algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(6): 061002.
 彭真, 吕远健, 渠超, 等. 基于关键点提取与优化迭 代最近点的点云配准[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(6): 061002.
- [16] He T, Xiong F G, Han X, et al. A feature curve extraction algorithm for point cloud based on covariance matrix[J]. Computer Engineering, 2018, 44(3): 275-280, 286.
 贺形,熊风光,韩燮,等.一种基于协方差矩阵的点 云特征曲线提取算法[J].计算机工程, 2018, 44

△ 付 征 曲 线 徒 取 身 伝 [J]. 川 身 忉 ⊥ 桎, 2018, (3): 275-280, 286.