

激光与光电子学进展

V-型三能级原子与双模腔场模型中的量子纠缠交换方案

张蕾*

西安建筑科技大学华清学院, 陕西 西安 710043

摘要 基于纠缠交换,提出了一种利用 V-型三能级纠缠原子系统与纠缠双模腔场部分相互作用产生最大纠缠态的方案。在该方案中,只需测量单个原子态而无需联合测量,就能实现初始没有任何相互作用的原子与腔场间的纠缠。在原子与腔相互作用过程中,腔只被虚拟激发且腔和原子之间无能量交换,因此大大放宽了系统对腔品质的要求。结果表明,当原子与腔场之间的相互作用时间为 1.4675×10^{-5} s 时,可以得到保真度为 92.8% 的最大纠缠态。此外,还对该方案的可行性进行了讨论。

关键词 量子光学; 量子纠缠; 大失谐; 纠缠交换; 保真度

中图分类号 O431.2 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1927001

Scheme for Quantum Entanglement Swapping in V-Type Three-Level Atom and Two-Mode Cavity Field Model

Zhang Lei*

Huaqing College, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an, Shaanxi 710043, China

Abstract Based on entanglement swapping, a scheme to generate the maximum entangled state by means of an entangled V-type three-level atomic system partially interacting with an entangled two-mode cavity field is proposed. In the scheme, the entanglement between the atom and the cavity field without any initial interaction can be achieved by measuring only a single atomic state without joint measurement. In the process of atom-cavity interaction, the cavity is only virtually excited and there is no energy exchange between the atom and the cavity, so the requirements of system on cavity quality are greatly relaxed. The results show that when the interaction time between the atom and the cavity field is 1.4675×10^{-5} s, the maximum entangled state with fidelity of 92.8% can be obtained. Moreover, the feasibility of the scheme is also discussed.

Key words quantum optics; quantum entanglement; large detuning; entanglement swapping; fidelity

OCIS codes 270.5580; 270.5585; 270.5565

1 引言

量子纠缠是量子物理区别于经典物理的一个本质特征,具体体现在量子信息处理过程所具有的

非局域性和强关联性,并且它也是量子信息和量子计算的核心。常见的量子纠缠态有 EPR 态^[1]、GHZ 态^[2]、W 态^[3]、Cluster 态^[4]、Dicke 态等,这些态在量子通信领域中有着广泛而重要的应用,例如量子隐形

收稿日期: 2021-02-18; 修回日期: 2021-03-17; 录用日期: 2021-03-23

基金项目: 陕西省教育厅科研项目(18JK025)

通信作者: *rx2136@163.com

传送^[5]、量子密钥^[6]、量子密集编码^[7]等。研究人员提出了很多制备量子纠缠态的方案,这些方案通常利用两个系统的直接相互作用来产生纠缠。为了实现量子通信,要对纠缠态进行远距离传送,即相隔很远的两地可以共享最大量子纠缠态。然而,量子通信过程会受到外界环境噪声的影响,导致纠缠品质下降。为了解决上述问题,Zukowski等^[8]提出了纠缠交换,旨在利用某些物理过程,使原先没有任何联系的量子系统之间产生量子纠缠,这有利于建立远程的非局域关联。近年来研究人员利用纠缠交换技术提出了很多制备量子纠缠态的方案^[9-11]。Yang等^[12]基于腔量子电动力学(QED)提出了一种无需联合测量就能实现纠缠转换的方案。刘红^[13]提出了一种在双光子 J-C (Jaynes-Cummings) 模型中实现纠缠交换的方案。栗军^[14]提出了一种利用腔 QED 技术实现纠缠交换的方案。该方案中利用两对纠缠的二能级原子,其中两个互不纠缠的原子同时与腔场发生大失谐相互作用,通过控制两原子与腔场的作用时间就可实现两原子间的纠缠。文献[9-11]中制备量子纠缠态的方案均利用的是二能级原子与腔场的作用。2020年,张蕾等^[15]提出了一种利用 V-型三能级原子与双模腔场模型实现纠缠交换的方案。与文献[15]中的方案相比,本文所提方案基于的是两个纠缠的 V-型三能级原子与两个纠缠的双模腔场,最初原子与腔场之间没有纠缠,使其中一个原子与一个腔场发生大失谐相互作用,即纠缠交换,实现了从未发生直接作用的原子与腔场间的纠缠。该方案可以有效克服光腔消相干的影响,使得系统对腔的耗散和热辐射都不敏感。

2 理论模型

在双模光场与 V-型三能级原子相互作用系统中,旋波近似下的系统哈密顿量算符 H 为

假设任意时刻系统的态矢量为

$$|\psi(t)\rangle = \left[C_{|g\rangle, |n_1, n_2\rangle}(t) |g, n_1, n_2\rangle + C_{|f\rangle, |n_1-1, n_2\rangle}(t) |f, n_1-1, n_2\rangle + C_{|e\rangle, |n_1, n_2-1\rangle}(t) |e, n_1, n_2-1\rangle \right], \quad (6)$$

式中: n_1, n_2 表示光子数; $C_{|g\rangle, |n_1, n_2\rangle}(t)$ 、 $C_{|f\rangle, |n_1-1, n_2\rangle}(t)$ 、 $C_{|e\rangle, |n_1, n_2-1\rangle}(t)$ 表示态矢量系数, 分别表示原子处于 $|g\rangle$ 态、原子从 $|g\rangle$ 态跃迁到 $|f\rangle$ 态且该模型是双模腔场、原子从 $|g\rangle$ 态跃迁至 $|e\rangle$ 态。结合薛定谔方程、(4) 式和 (6) 式, 可得到三个微分方程

$$\frac{dC_{|g\rangle, |n_1, n_2\rangle}(t)}{dt} = -ig_1 e^{-i\delta t} C_{|f\rangle, |n_1-2, n_2\rangle}(t) \sqrt{n_1(n_1-1)} - ig_2 e^{-i\delta t} C_{|e\rangle, |n_1, n_2-2\rangle}(t) \sqrt{n_2(n_2-1)}, \quad (7)$$

$$\frac{dC_{|f\rangle, |n_1-2, n_2\rangle}(t)}{dt} = -ig_1 e^{i\delta t} C_{|g\rangle, |n_1, n_2\rangle}(t) \sqrt{n_1(n_1-1)}, \quad (8)$$

$$\frac{dC_{|e\rangle, |n_1, n_2-2\rangle}(t)}{dt} = -ig_2 e^{i\delta t} C_{|g\rangle, |n_1, n_2\rangle}(t) \sqrt{n_2(n_2-1)}. \quad (9)$$

$$H = H_0 + H_1, \quad (1)$$

$$H_0 = \sum_{i=e, f, g} \omega_i |i\rangle\langle i| + \sum_{j=1}^2 \nu_j a_j^\dagger a_j, \quad (2)$$

$$H_1 = g_1 \left[a_1^2 |f\rangle\langle g| + (a_1^\dagger)^2 |g\rangle\langle f| \right] + g_2 \left[a_2^2 |e\rangle\langle g| + (a_2^\dagger)^2 |g\rangle\langle e| \right], \quad (3)$$

式中: ν_1 和 ν_2 分别是双模腔场中两个腔模的频率, 它们分别与能级 f, g 以及能级 e, g 发生耦合; ω_i ($i = e, f, g$) 是原子能级的本征频率; a_j, a_j^\dagger 是频率为 ν_j 的腔场的湮灭算符和产生算符; g_1, g_2 是光场与原子相互作用的耦合常数。在相互作用绘景中, 系统有效的哈密顿量为

$$H'_1 = g_1 \left[a_1^2 |f\rangle\langle g| e^{i\delta t} + (a_1^\dagger)^2 |g\rangle\langle f| e^{-i\delta t} \right] + g_2 \left[a_2^2 |e\rangle\langle g| e^{i\delta t} + (a_2^\dagger)^2 |g\rangle\langle e| e^{-i\delta t} \right], \quad (4)$$

式中: t 为原子与腔场作用的时间; δ 为腔模和原子跃迁频率之间的失谐量, 其表达式为

$$\delta = \omega_e - \omega_g - 2\nu_2 = \omega_f - \omega_g - 2\nu_1. \quad (5)$$

图 1 为 V-型三能级原子与双模腔场相互作用原理图。

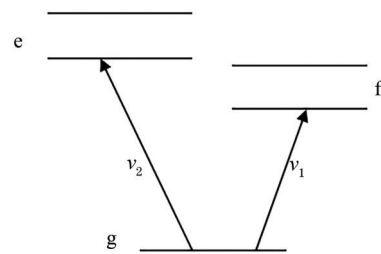


图 1 V-型三能级原子与双模腔场相互作用原理图

Fig. 1 Schematic diagram of interaction between V-type three-level atom and two-mode cavity field

若初始时刻原子与腔场的态为

$$\begin{cases} C_{|g\rangle,|n_1,n_2\rangle}(0) = C_{|g\rangle}(0)C_{|n_1,n_2\rangle}(0) \\ C_{|f\rangle,|n_1-2,n_2\rangle}(0) = C_{|f\rangle}(0)C_{|n_1-2,n_2\rangle}(0), \\ C_{|e\rangle,|n_1,n_2-2\rangle}(0) = C_{|e\rangle}(0)C_{|n_1,n_2-2\rangle}(0) \end{cases} \quad (10)$$

式中： $C_{n_1,n_2}(0)$ 是初始腔场态的振幅； $C_{|i\rangle}(0)$ ($i = e, f, g$) 是归一化后的初始原子态 $|\chi\rangle = C_{|e\rangle}(0)|e\rangle + C_{|f\rangle}(0)|f\rangle + C_{|g\rangle}(0)|g\rangle$ 的振幅。利用(10)式, 求解出(7)~(9)式的结果^[16]为

$$\begin{aligned} C_{|g\rangle,|n_1,n_2\rangle}(t) = & -\frac{ig_2\sqrt{n_2(n_2-1)}\sin(\Lambda_{n_1,n_2}t)}{\Lambda_{n_1,n_2}}e^{\frac{-i\delta t}{2}}C_{|e\rangle}(0)C_{|n_1,n_2-2\rangle}(0) - \\ & \frac{ig_1\sqrt{n_1(n_1-1)}\sin(\Lambda_{n_1,n_2}t)}{\Lambda_{n_1,n_2}}e^{\frac{-i\delta t}{2}}C_{|f\rangle}(0)C_{|n_1-2,n_2\rangle}(0) + \\ & \left[\cos(\Lambda_{n_1,n_2}t) + \frac{i\delta\sin(\Lambda_{n_1,n_2}t)}{2\Lambda_{n_1,n_2}} \right] e^{\frac{-i\delta t}{2}}C_{|g\rangle}(0)C_{|n_1,n_2\rangle}(0), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} C_{|f\rangle,|n_1-2,n_2\rangle}(t) = & \frac{g_1g_2\sqrt{n_1(n_1-1)n_2(n_2-1)}}{\Lambda_{n_1,n_2}\alpha_{n_1,n_2}^2}\gamma_{n_1,n_2}(t)C_{|e\rangle}(0)C_{|n_1,n_2-2\rangle}(0) + \\ & \left[\frac{g_1^2n_1(n_1-1)}{\Lambda_{n_1,n_2}\alpha_{n_1,n_2}^2}\gamma_{n_1,n_2}(t) + 1 \right] C_{|f\rangle}(0)C_{|n_1-2,n_2\rangle}(0) - \\ & \frac{ig_1\sqrt{n_1(n_1-1)}}{\Lambda_{n_1,n_2}}\sin(\Lambda_{n_1,n_2}t)e^{\frac{i\delta t}{2}}C_{|g\rangle}(0)C_{|n_1,n_2\rangle}(0), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} C_{|e\rangle,|n_1,n_2-2\rangle}(t) = & \left[\frac{g_2^2n_2(n_2-1)}{\Lambda_{n_1,n_2}\alpha_{n_1,n_2}^2}\gamma_{n_1,n_2}(t) + 1 \right] C_{|e\rangle}(0)C_{|n_1,n_2-2\rangle}(0) + \\ & \frac{g_1g_2\sqrt{n_1(n_1-1)n_2(n_2-1)}}{\Lambda_{n_1,n_2}\alpha_{n_1,n_2}^2}\gamma_{n_1,n_2}(t)C_{|f\rangle}(0)C_{|n_1-2,n_2\rangle}(0) - \\ & \frac{ig_2\sqrt{n_2(n_2-1)}}{\Lambda_{n_1,n_2}}\sin(\Lambda_{n_1,n_2}t)e^{\frac{i\delta t}{2}}C_{|g\rangle}(0)C_{|n_1,n_2\rangle}(0), \end{aligned} \quad (13)$$

式中： $\gamma_{n_1,n_2}(t) = \left[\Lambda_{n_1,n_2}\cos(\Lambda_{n_1,n_2}t) - \frac{i\delta}{2}\sin(\Lambda_{n_1,n_2}t) - \Lambda_{n_1,n_2}e^{\frac{-i\delta t}{2}} \right] e^{\frac{i\delta t}{2}}$ ；拉比频率 $\Lambda_{n_1,n_2} = \sqrt{\frac{\delta^2}{4} + \alpha_{n_1,n_2}^2}$ ； $\alpha_{n_1,n_2} = \sqrt{g_1^2n_1(n_1-1) + g_2^2n_2(n_2-1)}$ 。将(12)式中 n_1 替换为 n_1+1 , 可得到 $C_{|f\rangle,|n_1-1,n_2\rangle}(t)$ 。将(13)式中 n_2 替换为 n_2+1 , 可得到 $C_{|e\rangle,|n_1,n_2-1\rangle}(t)$ 。

3 纠缠交换

假设在初始时刻, 一对 V-型三能级原子 ($1', 2'$) 处于纠缠态 $|\varphi\rangle_{1'2'} = \alpha_1|g\rangle_{1'}|e\rangle_{2'} + \beta_1|e\rangle_{1'}|g\rangle_{2'}$, 一对双模腔场 (3, 4) 处于纠缠态 $|\varphi\rangle_{34} = \alpha_2|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_4 +$

$\beta_2|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_4$ 。其中： $|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle$ 表示真空态； $|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle$ 表示双光子态； $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ 表示归一化因子, 简单起见, 令其均为实数, 且 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \beta_1 = \beta_2 = \beta$, 并满足 $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ 。最初原子与腔场之间互不纠缠, 在原子 $2'$ 与腔场 3 发生作用后, 系统将演化为

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_{1'2'34} = & \alpha_1\alpha_2|g\rangle_{1'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_4 \left[C_{|e\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t)|e\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3 + C_{|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t)|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3 + \right. \\ & C_{|f\rangle_{2'}|0_{v_1}, 4_{v_2}\rangle_3}(t)|f\rangle_{2'}|0_{v_1}, 4_{v_2}\rangle_3 \left. \right] + \alpha_1\beta_2|g\rangle_{1'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_4 \left[C_{|e\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3}(t)|e\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3 + \right. \\ & C_{|g\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3}(t)|g\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3 \left. \right] + \alpha_2\beta_1|e\rangle_{1'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_4 \left[C_{|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t)|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3 + \right. \\ & C_{|f\rangle_{2'}|0_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t)|f\rangle_{2'}|0_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3 \left. \right] + C_{|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t)|e\rangle_{2'}|2_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3 \left. \right] + \beta_1\beta_2|e\rangle_{1'}|g\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_4, \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $C_{x,y}^{u,v}(t)$ 表示系数, x, u 表示原子终态和初态, y, v 表示腔场终态和初态。在原子 2' 经过腔场 3 以后, 如果探测原子 2' 处于激发态 $|e\rangle_{2'}$, 则系统将塌缩为

$$|\varphi\rangle_{1'34} = \frac{1}{N} \left[\alpha_1 \alpha_2 C_{|e\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}^{|e\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t) |g\rangle_{1'} |2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3 |0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_4 + \alpha_1 \beta_2 C_{|e\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3}^{|e\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3}(t) |g\rangle_{1'} |0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3 |2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_4 + \alpha_2 \beta_1 C_{|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}^{|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t) |e\rangle_{1'} |2_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3 |0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_4 \right], \quad (15)$$

式中: N 为归一化系数。系统塌缩为 $|\varphi\rangle_{1'34}$ 的成功概率为

$$P = N^2 = \left| \alpha_1 \alpha_2 C_{|e\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}^{|e\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t) \right|^2 + \left| \alpha_1 \beta_2 C_{|e\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3}^{|e\rangle_{2'}|0_{v_1}, 0_{v_2}\rangle_3}(t) \right|^2 + \left| \alpha_2 \beta_1 C_{|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}^{|g\rangle_{2'}|2_{v_1}, 2_{v_2}\rangle_3}(t) \right|^2. \quad (16)$$

若使原子 1' 与腔场 4 处于最大纠缠态 $|\varphi\rangle_{1'4} = (|g\rangle_{1'} |2_{v_2}\rangle_4 + |e\rangle_{1'} |0_{v_2}\rangle_4) / \sqrt{2}$, 则最大纠缠态的保真度为

$$F = \frac{1}{2N^2} \left| \alpha_1 \beta_2 C_{|e\rangle_{1'}|0_{v_2}\rangle_4}^{|e\rangle_{1'}|0_{v_2}\rangle_4}(t) + \alpha_2 \beta_1 C_{|g\rangle_{1'}|2_{v_2}\rangle_4}^{|g\rangle_{1'}|2_{v_2}\rangle_4}(t) \right|^2. \quad (17)$$

4 数值分析及讨论

假设初始时刻两个原子 (1', 2') 与两个腔场 (3, 4) 分别处于各自的最大纠缠态, 即 $\alpha_1 = \beta_1 = \alpha_2 = \beta_2 = 1/\sqrt{2}$ 。选择实验参数 $g_1 = g_2 = g = 1.75 \times 10^7$ MHz, 失谐量 $\delta = 3g$ 。当原子与腔场之间的相互作用时间为 1.4675×10^{-5} s 时, 可得到最大纠缠态的保真度为 92.8%, 成功概率为 21%, 如图 2 所示。如果最初原子 1', 2' 与腔场 3, 4 分别处于其他权重的纠缠态, 此时, 通过纠缠交换获得原子 1 与腔场 4 处于最大纠缠态的成功概率及保真度随归一化因子 α 的关系曲线分别如图 3(a)、(b) 所示。图 3 表明两原子与两腔场各自初始时的纠缠状态对纠缠交换后生成最大纠缠态的概率和保真度有影响。

Rydberg 原子的自发辐射时间约为 3×10^{-2} s, 所提方案中原子与腔之间的相互作用时间约为

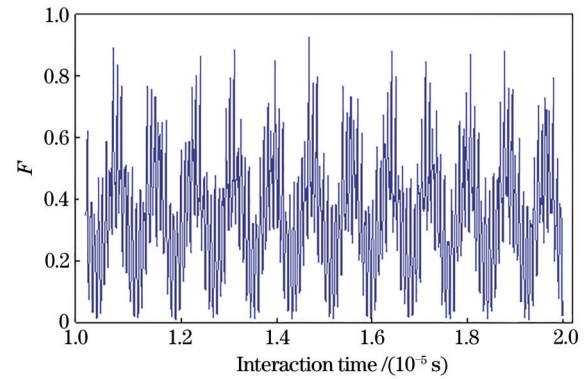


图 2 保真度随相互作用时间的变化
Fig. 2 Fidelity versus interaction time

10^{-5} s, 完成整个过程所需的时间大约为 10^{-4} s, 其远小于腔场的有效衰减时间。所提方案中采用的大失谐相互作用可以有效克服光腔的消相干, 对于品质因子 $Q = 3 \times 10^8$ 的腔来说, 该方案在实验上是

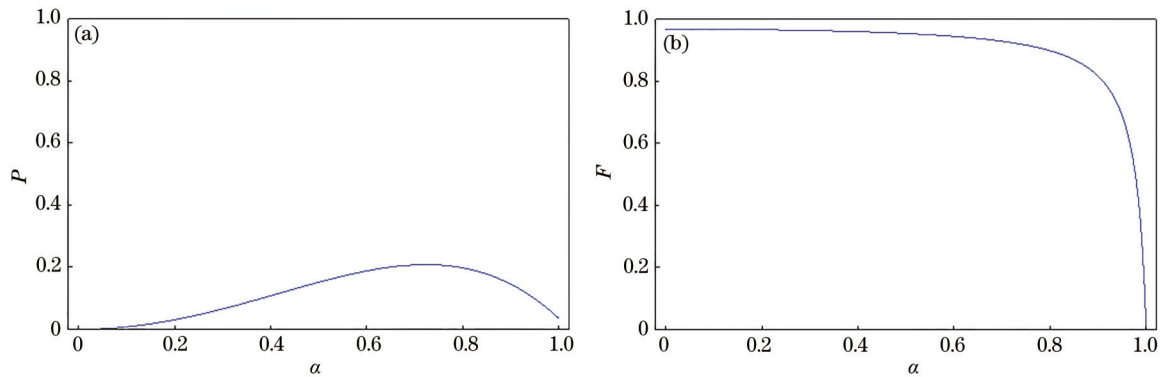


图 3 P 与 F 随 α 的变化曲线。(a) P; (b) F
Fig. 3 P and F versus α . (a) P; (b) F

可行的,只需要在原子离开腔之前保持腔场的相干性即可。此外,系统对腔的耗散和热辐射都不敏感,在原子通过腔的过程中,腔只被虚拟激发,大大降低了系统对腔场品质的要求,这使得在目前的实验条件和技术下实现该方案成为可能。

5 结 论

基于一对处于纠缠态的 V-型三能级原子与一对处于纠缠态的双模腔场的相互作用,在没有联合测量、只对单个原子测量的情况下,利用纠缠交换实现了从未发生直接作用的原子与腔场间的纠缠,进而制备出了具有最大保真度的最大纠缠态。结果表明:当原子与腔场之间的相互作用时间为 1.4675×10^{-5} s 时,最大纠缠态的保真度为 92.8%,成功概率为 21%。此外,还发现两原子与两腔场各自初始时的纠缠状态对纠缠交换后生成最大纠缠态的概率和保真度有影响。

参 考 文 献

- [1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?[J]. *Physical Review*, 1935, 47(10): 777-779.
- [2] Greenberger D M, Horne M A, Shimony A, et al. Bell's theorem without inequalities[J]. *American Journal of Physics*, 1990, 58(12): 1131-1143.
- [3] Dür W, Vidal G, Cirac J I. Three qubits can be entangled in two inequivalent ways[J]. *Physical Review A*, 2000, 62(6): 062314.
- [4] Briegel H J, Raussendorf R. Persistent entanglement in arrays of interacting particles[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 86(5): 910-913.
- [5] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70: 1895-1899.
- [6] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, et al. Quantum cryptography[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2002, 74(1): 145-195.
- [7] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, et al. Dense coding in experimental quantum communication[J]. *Physical Review Letters*, 1996, 76(25): 4656-4659.
- [8] Zukowski M, Zeilinger A, Horne M A, et al. "Event-ready-detectors" Bell experiment via entanglement swapping[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(26): 4287-4290.
- [9] Shan C J, Xia Y J. The scheme for quantum entanglement swapping in driven cavity QED[J]. *Journal of Binzhou University*, 2006, 22(3): 23-27.
单传家, 夏云杰. 外场驱动下腔 QED 中实现量子纠缠交换的方案[J]. *滨州学院学报*, 2006, 22(3): 23-27.
- [10] Lin X, Li H C, Yang R C, et al. Generation of maximally entangled states via entanglement swapping [J]. *Journal of Fujian Normal University (Natural Science Edition)*, 2007, 23(5): 36-39.
林秀, 李洪才, 杨榕灿, 等. 利用纠缠交换制备最大纠缠态[J]. *福建师范大学学报(自然科学版)*, 2007, 23(5): 36-39.
- [11] Chen C Y, Yu Y. Scheme for quantum entanglement swapping on cavity QED system[J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2006, 45(6): 1023-1025.
- [12] Yang M, Song W, Cao Z L. Entanglement swapping without joint measurement[J]. *Physical Review A*, 2005, 71(3): 034312.
- [13] Liu H. The scheme of entanglement swapping in two-photon Jaynes-Cummings model[J]. *Journal of Gansu Lianhe University (Natural Science Edition)*, 2008, 22(2): 43-44, 81.
刘红. 双光子 J-C 模型中的纠缠交换方案[J]. *甘肃联合大学学报(自然科学版)*, 2008, 22(2): 43-44, 81.
- [14] Li J. Realization of entanglement swapping in cavity QED[J]. *Journal of Dezhou University*, 2007, 23(4): 32-34, 42.
栗军. 用腔 QED 技术实现纠缠交换[J]. *德州学院学报*, 2007, 23(4): 32-34, 42.
- [15] Zhang L, Yang J. The scheme of entanglement swapping in V-type three-level atoms and two-mode cavity-field[J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2020, 37(4): 587-590.
张蕾, 杨洁. V-型三能级原子与双模腔场模型中的纠缠交换方案[J]. *原子与分子物理学报*, 2020, 37(4): 587-590.
- [16] Zhang L, Qiang W C, Hao D H. Entanglement properties of entangled V-type three-level atoms interacting with entangled two-mode cavity fields[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2020, 37(3): 356-362.
张蕾, 强稳朝, 郝丹辉. 纠缠 V-型三能级原子与纠缠双模腔场相互作用的纠缠特性[J]. *量子电子学报*, 2020, 37(3): 356-362.