

激光与光电子学进展

光谱编码型穆勒矩阵测量中的相位延迟量 误差分析

黄书强¹, 江秀美¹, 冯元华^{2,3*}

¹暨南大学理工学院光电工程系, 广东 广州 510632;

²暨南大学信息科学技术学院电子工程系, 广东 广州 510632;

³集成光电子学国家重点实验室, 北京 100083

摘要 光谱编码型穆勒矩阵测量技术具有测量速度快、结构紧凑、低损耗、无移动部件等优点, 单次测量可获取穆勒矩阵全部元素。其主要原理是采用一组特定厚度比例的相位延迟片, 将样品的穆勒矩阵元素调制到光谱的频率通道上, 再通过光谱的傅里叶变换解调出穆勒矩阵。其中相位延迟片的厚度或延迟量误差将导致解调的穆勒矩阵元素产生较大误差。本文通过理论推导得到具有延迟量误差的光强一般表达式, 并详细地推导了利用单一样品求解得到延迟量误差的过程; 利用单一样品求解延迟量误差可以避免不同样品对初始相位的影响, 提高延迟量误差求解精度; 还对穆勒矩阵测量中延迟量误差的影响进行了仿真, 并实验验证了误差标定以及补偿方法的可行性。

关键词 物理光学; 偏振; 穆勒矩阵; 光谱编码; 相位延迟量误差

中图分类号 O436.3

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1926001

Analysis of Phase Error of Retarders in Spectrally Encoded Mueller Matrix Measurement

Huang Shuqiang¹, Jiang Xiumei¹, Feng Yuanhua^{2,3*}

¹Department of Optoelectronic Engineering, College of Science and Engineering,
Jinan University, Guangzhou, Guangdong 510632, China;

²Department of Electronic Engineering, College of Information Science and Technology,
Jinan University, Guangzhou, Guangdong 510632, China;

³State Key Laboratory of Integrated Optoelectronics, Beijing 100083, China

Abstract Spectrally encoded Mueller matrix measurement has the advantages of high measurement speed, compact structure, low loss, and no moving parts. Furthermore, all elements in the Mueller matrix can be obtained with only a single measurement. The main principle of this method is to use a set of phase retarders with a specific thickness ratio to modulate the Mueller matrix elements to the frequency channel of the spectrum; then, the Mueller matrix is demodulated through the Fourier transform of the spectrum. However, the thickness or phase error of the retarders causes a large error in the demodulated Mueller matrix elements. In this work, we theoretically obtained the general expression of light intensity with phase error and then calculated the phase error using a single sample. This method can avoid the influence of the different initial phases of different samples and improve the calculation

收稿日期: 2021-01-21; 修回日期: 2021-02-04; 录用日期: 2021-02-12

基金项目: 国家重点研发计划资助(2019YFB2205200)、国家自然科学基金(61705088, 61772233)、集成光电子学国家重点实验室开放课题资助(IOSKL2019KF12)

通信作者: *favinfeng@163.com

accuracy of the phase error. We calculated the influence of phase errors of the retarders via simulation and experimentally verified the feasibility of the error calculation and calibration methods.

Key words physical optics; polarization; Mueller matrix; spectral coding; phase delay error

OCIS codes 260.5430; 260.2130; 120.5410

1 引言

偏振是光的一种基本属性,基于偏振的测量技术不仅可以获取光强度、相位和频率等基本信息,还可以测得目标的折射率、介电常数和表面粗糙度等物理特性^[1-3]。基于斯托克斯矢量可以构造待测样品的穆勒矩阵。穆勒矩阵是目前描述偏振特性最完整、最全面的方式,穆勒矩阵探测可以用于空间遥感、医学诊断、地质勘探等领域^[4-6]。

穆勒矩阵测量可以分为分时偏振测量和同时偏振测量两类^[7-9],其中分时偏振测量利用时间调制的方法,通过测量不同时刻的偏振状态信息来获取目标的偏振信息。同时偏振测量又可以分为分振幅偏振测量、分孔径偏振测量、分焦平面偏振测量^[10]、光谱编码测量^[11-12]等。前三种方法主要是将不同偏振态的光束分布到不同的空间通道,从而实现同时测量。在光谱编码型偏振光谱测量中,通过将目标光束的偏振信息调制到不同的光谱通道,再利用傅里叶变换进行解调。光谱编码型穆勒矩阵测量系统为单光路测量方式,可以一次获取全部穆勒矩阵元素,其测量速度主要受限于光谱扫描速度,这使得基于光谱编码的穆勒矩阵测量方法在快速偏振测量方面具有较大的应用价值。2015年 le Gratiet 等^[13]报道了基于扫描光源的反射式光谱编码型穆勒矩阵测量技术,其扫描速度可以达到 100 kHz。光谱编码穆勒矩阵测量是利用晶体的双折射效应,通过一组特定的厚度比以及快轴角度的相位延迟片产生光程差,从而对偏振光进行调制及解调。由此可见,相位延迟误差对测量穆勒矩阵的精确度影响很大,而相位延迟误差是由制造误差决定的,不可能完全消除,因此光谱编码型穆勒矩阵测量需要对相位延迟片的延迟量误差进行标定以及补偿。

国外学者对于穆勒矩阵测量的相位延迟误差进行了较多研究。Dai 等^[14]基于信号处理的思想,利用相干解调的方式对相位延迟片的延迟量误差以及色散误差进行补偿,但误差计算过程需要利用两种样品进行两次测量。Rivet 团队基于透射式光

谱编码型穆勒矩阵测量系统,利用空气以及特定角度偏振片对相位延迟片的延迟量误差进行补偿^[15]。该方法需要测量空气穆勒矩阵以及特定角度偏振片的穆勒矩阵,即测量两种样品才能实现对延迟量误差的计算。由于不是同一样品,在实验中计算得到的误差特别是初始相位误差的差别较大,从而影响相位延迟片延迟量误差的计算。在国内,偏振测量的研究主要是基于双旋转波片法对样品进行偏振测量。华中科技大学的刘世元课题组对双旋转补偿器穆勒矩阵测偏仪系统模型与误差分析进行了研究,并且完成了我国首台高精度光谱穆勒矩阵椭偏仪的设备研制^[16-17]。中国科学院光电技术研究所的张雨东研究员课题组对双旋转补偿器穆勒矩阵椭偏测量系统的高级参数进行了深入研究,通过标定参数,可以有效提高测量精度^[18]。对于光谱编码型偏振测量,中国科学院长春光学精密机械与物理研究所的颜昌翔研究员课题组对基于斯托克斯矢量的偏振测量进行了误差标定以及补偿,但是仅研究了斯托克斯矢量的补偿,不能通过一次测量直接获取目标的穆勒矩阵^[11]。本文提出一种利用单一样品对光谱编码型穆勒矩阵测量系统中的相位延迟片的相位延迟量误差进行标定和补偿的方法,相比于采用两种样品补偿的方法,所提方法更加简便、高效,且使得初始相位误差与延迟量误差的计算相匹配。

2 测量系统以及误差补偿

2.1 光谱编码型穆勒矩阵测量系统

可以利用相位延迟片的双折射效应对偏振光进行调制,光谱编码型穆勒矩阵测量是基于相位延迟片的特点,利用特定厚度比例和快轴角度的一组相位延迟片产生一系列光程差,从而对偏振光进行调制和解调。图 1 为光谱编码型穆勒矩阵系统的示意图,光源为宽带光源,使用光谱仪进行数据采集后在计算机端进行数据处理,光谱编码部分由 4 个相同材料的双折射晶体和 2 个线性偏振器组成,分别构成偏振生成模块(PSG)以及偏振分析模块(PSA)。偏振生成模块由 0° 起偏器 P_1 ,快轴角度分别为 45° 、 0° 的相位延迟片 R_1 、 R_2 组

成,用于生成特定的偏振态。偏振分析模块由 90° 检偏器 P₂,快轴角度分别为 0°、45°的相位延迟片 R₃、R₄ 组成,用于对经过样品的光束进行偏振态解析。以起偏器为基准,后续的器件在起偏器为 0° 的基准上进行快轴角度标定。在穆勒矩阵元素的获取过程中,相位延迟片的厚度比例是一个非常重要的参数,本文选取的厚度比例为 d_{R₁}:d_{R₂}:d_{R₃}:d_{R₄} = 1 : 1 : 5 : 5,这种厚度比例能使得频率分布

均匀,且不会损失带宽^[19]。将所提出的光谱编码型穆勒矩阵测量系统用于延迟量误差计算及补偿方法的可行性验证,因此采用宽带光源与光谱仪进行方法验证,但该延迟量误差计算及补偿方法完全可以用于其他形式的光谱编码型快速偏振测量系统中。本文使用中心波长为 1550 nm 的宽带光源,用光谱仪对波长进行扫描,采集数据后传输至计算机进行数据处理。

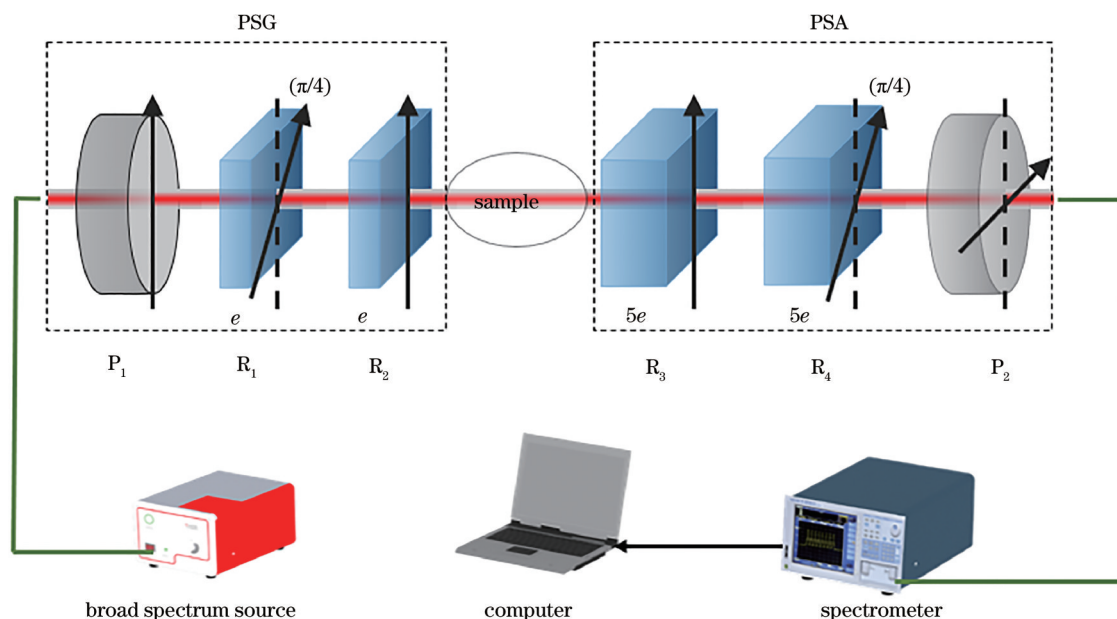


图 1 光谱编码型穆勒矩阵测量系统的实验装置示意图

Fig. 1 Schematic of experimental setup of spectrally encoded Mueller matrix measurement system

研究偏振光在光学系统中的传输问题时,不仅需要描述光的偏振态,还需要描述系统中各元件的偏振特性。当采用斯托克斯矢量描述光的偏振态时,元件的偏振特性可以用穆勒矩阵来表征。元件对偏振光的作用可以表示为: $S_{out} = M \cdot S_{in}$, 其中 S_{out} 和 S_{in} 分别为入射光和出射光的斯托克斯矢量, M 为元件的穆勒矩阵,共有 16 个阵元。

2.2 误差标定与补偿

光谱编码型穆勒矩阵测量系统利用相位延迟片的双折射效应调制入射光的偏振状态,当厚度比不是理想的 1 : 1 : 5 : 5 时,其厚度误差将影响穆勒矩阵的测量精度。因此,在测量之前需要先对由系统厚度比例不理想导致的延迟量误差进行标定,再利用延迟量误差对穆勒矩阵元素值进行补偿。

当存在延迟量误差时,其系统表达式为^[15]

$$S_{out} = \left[P\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] \cdot \left[R\left(5\phi + \Delta\phi_4, \frac{\pi}{4}\right) \right] \cdot \left[R\left(5\phi + \Delta\phi_3, 0\right) \right] \cdot M \cdot \left[R\left(\phi + \Delta\phi_2, 0\right) \right] \cdot \left[R\left(\phi, \frac{\pi}{4}\right) \right] \left[P(0) \right] \cdot S_{in}, \quad (1)$$

式中: ϕ 为相位延迟, $\phi = 2\pi e \Delta n / \lambda$ (其中, Δn 为相位延迟片的双折射率差, e 为相位延迟片厚度, λ 为工作波长), 对其作一阶近似可得 $\phi \approx \phi_0 + f_0 \lambda$, 初相位 ϕ_0 与傅里叶变换的自由光谱范围有关, 设其值为 0, 则 $\phi \approx f_0 \lambda$; P 、 R 分别为偏振片和相位延迟片的穆勒

矩阵; 以 R₁ 的厚度为标定基准, $\Delta\phi_2$ 、 $\Delta\phi_3$ 、 $\Delta\phi_4$ 分别为对应相位延迟片厚度与 R₁ 厚度的比例不理想导致的相位延迟量误差。入射光经过存在延迟量误差的测量系统后, 得到斯托克斯矢量 S_{out} 的第一个光强元素 $I(\lambda)$, 可以表示为

$$\begin{aligned}
 I(\lambda) = & 16m_{00} + 8m_{02} \cos(\Delta\phi_2) - 8m_{03} \sin(\Delta\phi_2) - 8m_{20} \cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) - 8m_{30} \sin(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) - \\
 & 4m_{22} \cos(\Delta\phi_2) \cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) + 4m_{33} \sin(\Delta\phi_2) \sin(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) + 4m_{23} \sin(\Delta\phi_2) \cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) - \\
 & 4m_{32} \cos(\Delta\phi_2) \sin(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) + \cos(f_0\lambda + \phi_w) [8m_{01} - 8m_{21} \cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) - 4m_{31} \sin(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4)] + \\
 & \cos(2f_0\lambda + 2\phi_w + \Delta\phi_2) [-4m_{02} + 2m_{22} \cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) + 2m_{32} \sin(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4)] - \sin(2f_0\lambda + 2\phi_w + \Delta\phi_2) \times \\
 & [4m_{03} - 2m_{33} \sin(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) - 2m_{23} \cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4)] + \cos(3f_0\lambda + 3\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4) 2m_{12} - \\
 & \sin(3f_0\lambda + 3\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4) 2m_{13} - \cos(4f_0\lambda + 4\phi_w + \Delta\phi_4) 4m_{11} - \cos(5f_0\lambda + 5\phi_w + \Delta\phi_4) \times \\
 & [-8m_{10} - 4m_{12} \cos(\Delta\phi_2) + 4m_{13} \sin(\Delta\phi_2)] - \cos(6f_0\lambda + 6\phi_w + \Delta\phi_4) 4m_{11} + \cos(7f_0\lambda + 7\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4) \times \\
 & 2m_{12} + \sin(7f_0\lambda + 7\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4) 2m_{13} - \cos(8f_0\lambda + 8\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) (m_{22} - m_{33}) + \\
 & \sin(8f_0\lambda + 8\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) (m_{23} - m_{32}) + \cos(9f_0\lambda + 9\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) 2m_{21} - \\
 & \sin(9f_0\lambda + 9\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) 2m_{31} + \cos(10f_0\lambda + 10\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) (4m_{20} + 2m_{22} \cos\Delta\phi_2 - 2m_{23} \sin\Delta\phi_2) - \\
 & \sin(10f_0\lambda + 10\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) (4m_{30} + 2m_{33} \sin\Delta\phi_2 + 2m_{32} \cos\Delta\phi_2) + \cos(11f_0\lambda + 11\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) \times \\
 & 2m_{21} - \sin(11f_0\lambda + 11\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) 2m_{31} - \cos(12f_0\lambda + 12\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) (m_{22} + m_{33}) - \\
 & \sin(12f_0\lambda + 12\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) (m_{23} - m_{32}), \tag{2}
 \end{aligned}$$

式中： ϕ_w 为初始相位误差，是由傅里叶变换的光谱起始位置不能完全使得 $\phi_0 = 0$ 而导致的误差； $m_{ij} (i, j = 0, 1, 2, 3)$ 为样品穆勒矩阵各元素的值。

由(2)式可知，延迟量误差会影响各频率成分的相位和幅度，为求解初始相位误差 ϕ_w 以及延迟量误差 $\Delta\phi_2, \Delta\phi_3, \Delta\phi_4$ ，可通过测量特殊的确定样品（如偏振片、波片等）实现。首先根据各频率成分的相位变化情况，建立误差方程组，求解方程组即可得出误差值。为求解有误差情况下的穆勒矩阵，根据(2)式，以穆勒矩阵各元素为自变量，建立并求解各频率分量系数与傅里叶频率峰值的方程组。

为获取(2)式中各频率分量的幅度和相位，要对 $I(\lambda)$ 进行傅里叶变换，因此需要先确定傅里叶变换的光谱波长截取区间，即自由光谱范围 $\Delta\lambda$ 。截取宽度应至少包含一个完整自由光谱范围，可通过公式 $\Delta\lambda = \lambda_c^2 / (e\Delta n)$ 计算得到，其中 λ_c 为中心波长。本文以 1550 nm 为中心波长，相位延迟片的材料为方解石（当 $\lambda_c = 1550$ nm 时， $\Delta n = 0.166$ ）， $e = 2.08$ mm，则理论上一个完整的自由光谱范围约为

6.958 nm。首先以 0° 偏振片为样品，通过仿真计算得到的光谱如图 2 所示。为减少各频率串扰且提高计算精度，可以截取光谱上两个完整的自由光谱范围进行傅里叶变换。

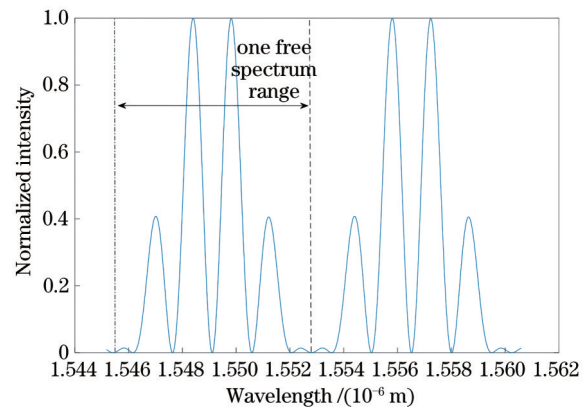


图 2 以 0° 偏振片为样品的测量光谱图

Fig. 2 Measurement spectrum with 0° polarizer as sample

首先利用偏振片对误差进行定标，本文选取 0° 和 45° 两个快轴角度进行两次测量算得误差值，为行文方便，以下将此测量方法称为“偏振片法”。代入 0° 偏振片，则输出光强 $I_{0^\circ}(\lambda)$ 可以表示为

$$\begin{aligned}
 I_{0^\circ}(\lambda) = & 16 + 8 \cos(f_0\lambda + \phi_w) - 4 \cos(4f_0\lambda + 4\phi_w + \Delta\phi_4) + \\
 & 8 \cos(5f_0\lambda + 5\phi_w + \Delta\phi_4) - 4 \cos(6f_0\lambda + 6\phi_w + \Delta\phi_4). \tag{3}
 \end{aligned}$$

利用傅里叶变换之后的相位谱,可以建立方程组

$$\begin{cases} \phi_w = P_{\text{phase}}(f_0) \\ 4\phi_w + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(4f_0) \\ 5\phi_w + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(5f_0) \\ 6\phi_w + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(6f_0) \end{cases} \quad (4)$$

式中: P_{phase} 为傅里叶变换后的相位, $P_{\text{phase}} = \text{angle}\{\mathcal{F}[I(\lambda)]\}$, 其中 $\mathcal{F}[I(\lambda)]$ 表示对 $I(\lambda)$ 进行傅里叶变换。由(4式)可以求解出 ϕ_w 、 $\Delta\phi_4$ 的值, $\Delta\phi_2$ 、 $\Delta\phi_3$ 还需通过另外一个角度才能计算。本实验选取快轴角度为 45° 的偏振片进行 $\Delta\phi_2$ 、 $\Delta\phi_3$ 的标定, 其光强表达式为

$$I_{45}(\lambda) = 16 + 8\cos(\Delta\phi_2) - 8\cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) - 4\cos(\Delta\phi_2)\cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) - [4 - 2\cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4)] \times \cos(2f_0\lambda + 2\phi_w + \Delta\phi_2) - \cos(8f_0\lambda + 8\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) + [4 + 2\cos(\Delta\phi_2)] \times \cos(10f_0\lambda + 10\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) - \cos(12f_0\lambda + 12\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4)。 \quad (5)$$

利用傅里叶变换之后的相位谱,可以建立方程组

$$\begin{cases} 2\phi_w + \Delta\phi_2 = P_{\text{phase}}(2f_0) \\ 8\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(8f_0) \\ 10\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(10f_0) \\ 12\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(12f_0) \end{cases} \quad (6)$$

利用偏振片法求解误差值时,使用单一样品进行测量可以避免不同样品的 ϕ_w 不一致的问题,但是要求解得到相位延迟量误差,需要进行两次测量。通过对样品以及(2)式的分析,发现还可以利用波片进行误差标定,本文选取快轴角度为 45° 的 $1/4$ 波片单次测量对延迟量误差进行标定(以下称为“波片法”),只需一次测量就可以计算得到全部的延迟量误差,其光强表达式为

联立(4)式和(6)式可以求解得到 ϕ_w 、 $\Delta\phi_2$ 、 $\Delta\phi_3$ 、 $\Delta\phi_4$ 的值。

$$I_{\left(\frac{\lambda}{4}, 45^\circ\right)}(\lambda) = 16 - 4\cos(\Delta\phi_2)\cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4) + 2\cos(\Delta\phi_3 - \Delta\phi_4)\cos(2f_0\lambda + 2\phi_w + \Delta\phi_2) + 4\sin(\Delta\phi_2)\cos(5f_0\lambda + 5\phi_w + \Delta\phi_4) - \cos(8f_0\lambda + 8\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) + 2\cos(\Delta\phi_2)\cos(10f_0\lambda + 10\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) - \cos(12f_0\lambda + 12\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) + 2\sin(3f_0\lambda + 3\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4) - 2\sin(7f_0\lambda + 7\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4) - 2\sin(9f_0\lambda + 9\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4) - 2\sin(11f_0\lambda + 11\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4)。 \quad (7)$$

选择 $3f_0$ 、 $7f_0$ 、 $8f_0$ 、 $9f_0$ 这 4 个频率相位对误差进行求解,可以建立如下方程组:

$$\begin{cases} 3\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(3f_0) \\ 7\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(7f_0) \\ 8\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(8f_0) \\ 9\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 = P_{\text{phase}}(9f_0) \end{cases} \quad (8)$$

由(8)式可以直接求解得到 ϕ_w 、 $\Delta\phi_2$ 、 $\Delta\phi_3$ 、 $\Delta\phi_4$ 的值,只需一次测量,就可以求解得到 4 个误差值。

在对延迟量误差标定之后,还需要对误差进行补偿,根据(2)式可以分别进行相移补偿和幅度补偿。相移补偿是指对由初始相位误差以及相位延迟量误差引起的各复数频率的相位变化进行补偿。相移会影响实部、虚部分量的大小,光谱编码型穆勒矩阵测量过程需要分别使用其实部和虚部的数值,因此对相移进行补偿从而提高穆勒矩阵

元素的求解精度是必要的。相移补偿即对(2)式中各频率的公共相位部分 φ_n 进行补偿, φ_n 的定义为

$$\begin{cases} \varphi_0 = 0 \\ \varphi_1 = \phi_w \\ \varphi_2 = 2\phi_w + \Delta\phi_2 \\ \varphi_3 = 3\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4 \\ \varphi_4 = 4\phi_w + \Delta\phi_4 \\ \varphi_5 = 5\phi_w + \Delta\phi_4 \\ \varphi_6 = 6\phi_w + \Delta\phi_4 \\ \varphi_7 = 7\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_4 \\ \varphi_8 = 8\phi_w - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 \\ \varphi_9 = 9\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 \\ \varphi_{10} = 10\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 \\ \varphi_{11} = 11\phi_w + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 \\ \varphi_{12} = 12\phi_w + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 \end{cases} \quad (9)$$

幅度补偿则是对(2)式中各频率成分中的穆勒矩阵元素的幅度系数进行补偿,采用矩阵法,构成 25×16 传输矩阵 \mathbf{A} , \mathbf{A} 表示各频率成分和穆勒矩阵元素的关系。补偿后穆勒矩阵元素的求解可表示为 $\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{V} \left\{ \mathcal{F} \left[I_{k_0}(\lambda) \right] \times \exp(-i\varphi_n) \right\}$, (10) 式中: $k=0, 1, 2, \dots, 12$ 。将穆勒矩阵元素放入矩阵 \mathbf{X} 中,建立 1×16 穆勒矩阵的元素矩阵。 \mathbf{V} 是 25×1 矩阵,表示傅里叶变换经过相移补偿后各频率实部、虚部的峰值矩阵。

3 误差计算及补偿仿真分析

由第 2 节的误差标定与补偿的推导,基于 MATLAB 软件进行模拟仿真,对延迟量误差的影响以及补偿效果进行数值仿真。为表征误差对测量精度的影响,引入了方均根误差,表达式为

$$E_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^3 (m_{ij} - m'_{ij})^2}{16}}, \quad (11)$$

式中: m_{ij} 为已知样品穆勒矩阵各元素的值; m'_{ij} 为计算得到的穆勒矩阵各元素的值。

首先对 ϕ_w 进行分析。分析表 1 可得, ϕ_w 系数与频率有关,随着频率的增加, ϕ_w 带来的额外相位误差也增大,即对 m_{13} 、 m_{31} 、 m_{23} 、 m_{32} 、 m_{33} 等会有较大影响。为了分析 ϕ_w 的影响,在仿真过程中假设 $\Delta\phi_2$ 、 $\Delta\phi_3$ 、 $\Delta\phi_4$ 均为 0, ϕ_w 由起始位置决定,用改变起始位置的方法改变 ϕ_w 的值。图 3 所示为 ϕ_w 对不同样品测量精度的影响,随着 ϕ_w 绝对值的增加,样品穆勒矩阵的方均根误差增大, ϕ_w 对 0° 偏振片的影响要小于其他样品,这是因为 0° 偏振片对应的光谱频率主要分布在

低频。由图 3 可知,当 ϕ_w 仅增加 0.02 rad 时,除 0° 偏振片外的其他样品的方均根误差都大于 0.05,这表明在光谱编码型穆勒矩阵测量系统中,穆勒矩阵元素对于截取用于傅里叶变换的自由光谱范围的起始位置非常敏感,微小的起始位置变化都会引起较大的穆勒矩阵元素的误差。因此,起始位置的标定对于基于光谱的穆勒矩阵测量系统是非常重要的。

接下来仿真计算相位延迟量误差对穆勒矩阵测量的影响,本仿真过程中令 $\phi_w = 0$,并计算了不同的相位延迟量误差组合情况下对不同样品的穆勒矩阵的影响,还根据第 2 节推导的误差补偿方法对有相位延迟量误差的穆勒矩阵元素进行补偿。在仿真过程中,两种误差定标方法的计算结果一致,这是因为起始位置不会随着样品的改变而变化。首先仿真了分别以 0° 偏振片和 90° 偏振片为样品,加入的 3 个延迟量误差都为 0.1 rad 时,计算得到

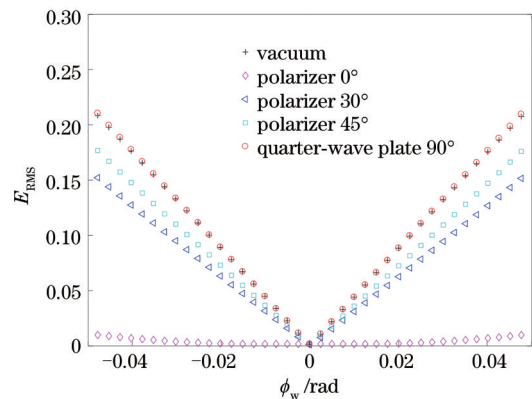


图 3 ϕ_w 对不同样品的穆勒矩阵的影响

Fig. 3 Influence of phase ϕ_w on the Mueller matrix for different samples

表 1 $\Delta\phi_2$ 、 $\Delta\phi_3$ 、 $\Delta\phi_4$ 对不同样品穆勒矩阵的影响以及补偿效果

Table 1 Influence of $\Delta\phi_2$, $\Delta\phi_3$, and $\Delta\phi_4$ on the Mueller matrix for different samples and the compensation effect

ϕ_2 / rad	ϕ_3 / rad	ϕ_4 / rad	E_{RMS} of vacuum		E_{RMS} of polarizer ($\theta = 45^\circ$)		E_{RMS} of quarter waveplate ($\theta = 45^\circ$)	
			Without compensation	With compensation	Without compensation	With compensation	Without compensation	With compensation
0.01	0	0	0.0030	0.0013	0.0040	0.0024	0.0051	0.0023
0.1	0	0	0.0330	0.0013	0.0351	0.0024	0.0366	0.0023
0	0.01	0	0.0030	0.0013	0.0040	0.0024	0.0045	0.0023
0	0.1	0	0.0330	0.0013	0.0351	0.0024	0.0358	0.0023
0	0	0.01	0.0030	0.0013	0.0040	0.0024	0.0051	0.0023
0	0	0.1	0.0330	0.0013	0.0351	0.0024	0.0436	0.0023
0.01	0.01	0.01	0.0106	0.0013	0.0079	0.0024	0.0093	0.0023
0.1	0.1	0.1	0.1083	0.0013	0.0790	0.0024	0.0836	0.0023
0.1	0.1	-0.1	0.0432	0.0013	0.0355	0.0024	0.0444	0.0023

的补偿前的方均根误差都小于 0.0020。当 3 个延迟量误差都为 0.5 rad 时,两个样品的方均根误差都为 0.0432。由此可得,较小的相位延迟量误差对于 0° 以及 90° 偏振片的影响较小。表 1 所示为不同延迟量误差对样品的影响以及其补偿效果。

由表 1 对比可发现,延迟量误差对不同样品的影响效果不同,其中对 0° 偏振片和 90° 偏振片的影响要远小于其他样品。当相位延迟片的延迟量误差都为 0.1 rad 时,除 0° 或 90° 偏振片外,其他样品的方均根误差都大于 0.07,这表明该系统对于由厚度比例不理想导致的延迟量误差较为敏感。因此,在光谱编码型穆勒矩阵测量系统中,对延迟量误差的标定以及补偿是极为重要的。通过对比补偿前后的值,验证了本文提出的误差计算方法可以对相位延迟量误差进行补偿,但补偿后误差不为零,这是由多次计算引入的误差。

4 误差计算及补偿实验验证

为了进一步说明上述理论推导和数值仿真结果的准确性,证明所提出的穆勒矩阵误差标定及补偿方法的可行性,对不同样品以及不同快轴角

度的偏振片进行实验测量。实验中使用的测量波段范围、延迟量误差标定以及复原方法与仿真一致。首先,利用偏振片法计算相位延迟量误差,算得 $\phi_w = 0.0010 \text{ rad}$ 、 $\Delta\phi_2 = -1.1930 \text{ rad}$ 、 $\Delta\phi_3 = 1.0244 \text{ rad}$ 、 $\Delta\phi_4 = -0.2161 \text{ rad}$ 。基于这些误差值,对不同样品进行了穆勒矩阵测量及补偿,并在表 2 列出了其方均根误差和最大误差值,实验结果对 m_{00} 归一化。对比补偿前后的穆勒矩阵可以看出,该补偿方法对不同的样品都有较好的补偿效果。相位延迟量误差对 0° 偏振片的影响较小,这与数值仿真的结果一致。对偏振片的补偿效果较好,这主要是因为其 ϕ_w 是用偏振片进行标定的,且偏振片的偏振特性要优于其他样品。整体来看,将偏振片计算得到的误差用于补偿表 2 所示的穆勒矩阵,平均误差均小于 0.04,最大误差 E_{\max} 不超过 0.07。

上述方法需要进行两次测量才能计算出延迟量误差,为了验证单一样品一次测量的效果,进行了利用波片法计算延迟量误差的实验。根据第 2 节的理论计算过程,实验求解得到:
 $\phi_w = -0.0407 \text{ rad}$ 、 $\Delta\phi_2 = -1.2060 \text{ rad}$ 、 $\Delta\phi_3 =$

表 2 使用偏振片法对不同样品进行补偿前后的结果对比

Table 2 Comparison with and without compensation of different samples using polarizer method

Sample	Theoretical Mueller matrix	Experimental Mueller matrix				Mueller matrix element error					
		Without compensation				With compensation					
		E_{RMS}	E_{max}	E_{RMS}	E_{max}	E_{RMS}	E_{max}				
Vacuum	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	1.0000	0.0431	-0.0518	0.1440	1.0000	0.0487	-0.0494	-0.0019	0.0354	0.0686
	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	0.0439	0.9774	0.0142	0.0095	0.0473	0.9899	-0.0153	-0.0143		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	0.0265	0.0261	0.8505	-0.3377	0.0074	-0.0071	0.9669	-0.0106		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.0175	0.0351	0.3343	0.9301	0.0304	0.0431	-0.0605	0.9314		
Polarizer 0°	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	1.0000	0.9922	0.0077	0.0129	1.0000	0.9943	0.0227	0.0094	0.0199	0.0471
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	0.9823	0.9820	0.0067	-0.0048	0.9859	0.9838	-0.0067	-0.0058		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	-0.0314	0.0405	0.0431	0.0286	0.0156	0.0003	-0.0671	0.0537		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.0136	-0.0157	-0.0148	0.0035	-0.0212	0.0070	-0.0330	-0.0597		
Polarizer 45°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	1.0000	0.0362	1.2229	-0.5937	1.0000	0.0411	0.9998	0.0080	0.0271	0.0584
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.0174	-0.0043	0.0415	-0.0556	0.0113	-0.0061	0.0042	0.0035		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	-0.1386	-0.0399	-0.1625	-0.0154	1.0584	0.0056	1.0248	-0.0449		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	1.3922	0.0492	1.4881	-0.7976	-0.0044	0.0332	-0.0409	0.0324		
Quarter-wave plate 0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	1.0000	-0.2024	0.0630	-0.0780	1.0000	0.0616	-0.0022	-0.0603	0.0389	0.0676
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0.0266	-0.0853	-0.8329	-0.3081	0.0584	0.9860	0.0181	-0.0035		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0.0013	0.4204	0.3130	-0.6268	0.0014	0.0430	0.0041	1.0197		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0.0958	0.9229	-0.1780	0.7461	0.0236	0.0036	-0.9539	-0.0676		
Quarter-wave plate 90°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	1.0000	0.0564	-0.1682	0.0825	1.0000	0.0651	-0.0252	0.0612	0.0375	0.0630
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0.0480	0.9769	0.0150	0.0102	0.0541	0.9911	-0.0144	0.0126		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0.0097	0.0028	-0.4047	-0.7883	0.0007	-0.0243	0.0193	-0.9452		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.0066	0.0400	0.8655	-0.3518	0.0066	0.0319	0.9688	0.0630		
Half-wave plate 0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	1.0000	0.0867	0.0537	0.1629	1.0000	0.0694	0.0394	0.0190	0.0325	0.0694
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	0.0676	0.9870	0.0020	-0.0112	0.0625	0.9972	0.0020	-0.0002		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	-0.0323	0.0003	-0.8732	0.3927	-0.0054	-0.0087	-1.0308	-0.0211		
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	-0.0260	0.0124	-0.2852	-0.9353	-0.0408	0.0089	0.0340	-0.9569		

1.0807 rad、 $\Delta\phi_4 = -0.1699$ rad。该延迟量误差值与偏振片法计算得到的延迟量误差不一致,主要是因为其进行傅里叶变换的起始位置发生了变化,计

算得到 ϕ_w 的值不一致,而延迟量误差的计算结果与 ϕ_w 的值有关。基于上述误差值对多种样品的穆勒矩阵进行补偿,实验结果如表 3 所示。结果表明,通

表 3 使用 45° 的 1/4 波片对不同样品的补偿结果比较

Table 3 Comparison of compensation results for different samples with 45° quarter-wave plate

Sample	Theoretical Mueller matrix	Experimental Mueller matrix (with compensation)	Mueller Matrix element error	
			E_{RMS}	E_{max}
Vacuum	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0454 & 0.0343 & -0.0381 \\ 0.0470 & 0.9905 & -0.0136 & -0.0137 \\ -0.0340 & -0.0076 & 0.9772 & 0.0086 \\ 0.0484 & 0.0406 & -0.0783 & 0.9281 \end{bmatrix}$	0.0391	0.0783
Polarizer 0°	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0015 & -0.0331 & 0.0076 \\ 0.9887 & 0.9859 & 0.0108 & -0.0039 \\ 0.0070 & 0.0156 & -0.0451 & 0.0698 \\ 0.0296 & 0.0231 & -0.0771 & -0.0365 \end{bmatrix}$	0.0331	0.0698
Half-wave plate 0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0590 & -0.0490 & 0.0516 \\ 0.0707 & 0.9943 & 0.0066 & -0.0011 \\ 0.0383 & -0.0090 & -1.0275 & -0.0469 \\ -0.0534 & 0.0135 & 0.0423 & -0.9543 \end{bmatrix}$	0.0396	0.0707
Quarter-wave plate 0°	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0658 & 0.0345 & 0.0294 \\ 0.0569 & 0.9870 & 0.0193 & -0.0024 \\ 0.0119 & 0.0418 & -0.0176 & 1.0281 \\ 0.0628 & 0.0074 & -0.9530 & -0.0635 \end{bmatrix}$	0.0382	0.0658

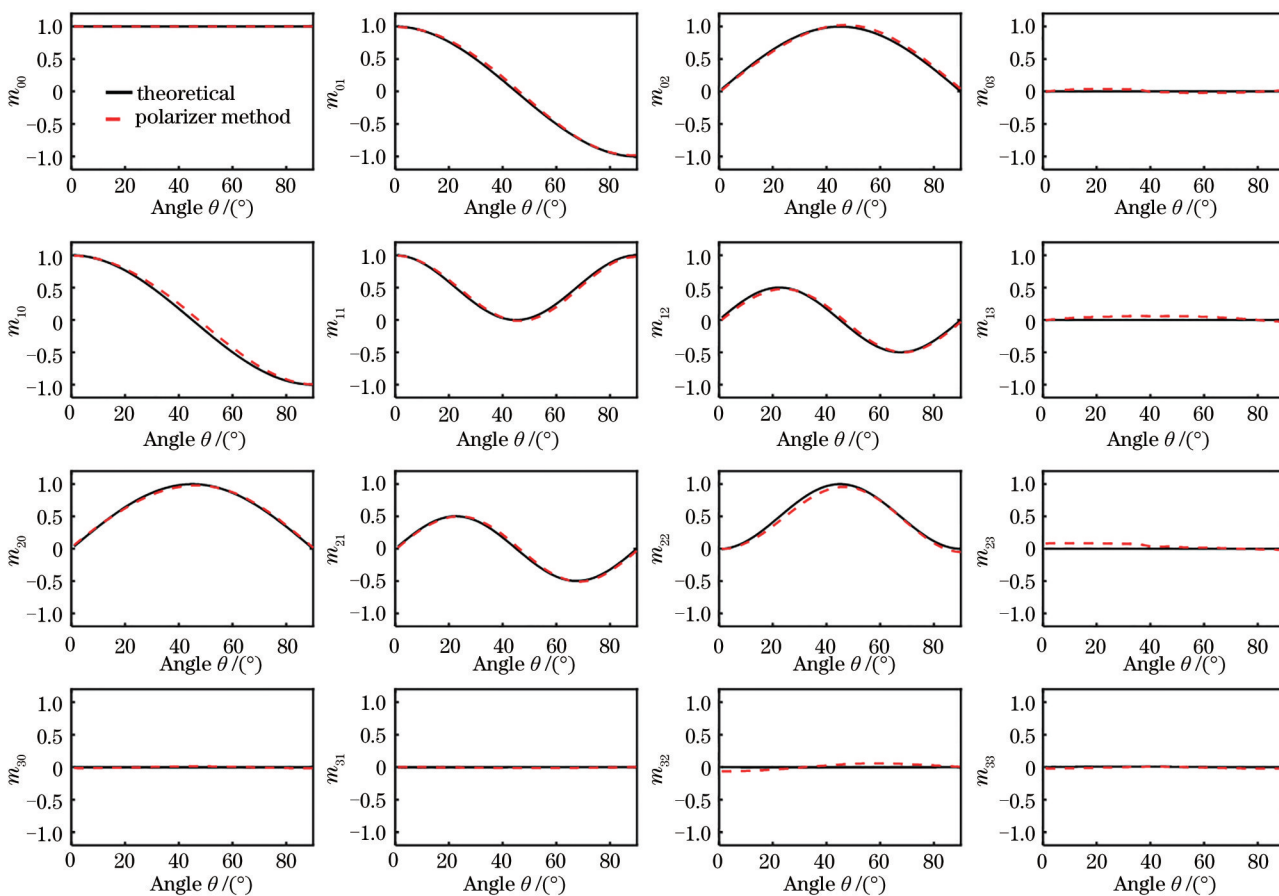


图 4 0°~90°偏振片补偿后穆勒矩阵各元素的值

Fig. 4 The value of each element of the Muller matrix with the compensation of polarizer from 0° to 90°

过波片法求得的相位延迟量误差补偿效果较偏振片法的补偿效果稍差,方均根误差不超过 0.04,最大误差不超过 0.08。

为了定量地说明两种误差计算方法对多样品在某一特定角度的穆勒矩阵补偿效果,本实验还利用由偏振片法计算得到的误差对偏振片从 0° 到 90° 的一系列角度的穆勒矩阵进行补偿,以 5° 为步长,采集 18 组数据,剩余角度利用插值法补充。图 4 为偏振片法对 $0^\circ \sim 90^\circ$ 的偏振片补偿后穆勒矩阵各元素的值与理论值的对比图。由图 4 可知,利用偏振片法计算得到的相位延迟量误差能对各个角度的偏振片进行很好的补偿,补偿后的值与理论值基本吻合。实验值在理论值的 ± 0.08 范围内波动。

5 结 论

光谱编码型穆勒矩阵测量技术具有无机械活动部件、无需通道配准、单次测量就可获得穆勒矩阵全部元素,在快速的基础上获得样品的更多偏振信息,因而在实现超快速偏振测量中有较大的应用价值。本文从理论推导、软件仿真以及实验等多个方面验证了偏振片法以及波片法对光谱编码型穆勒矩阵测量系统相位延迟量误差标定的可行性,并根据理论推导对延迟量误差进行补偿。由仿真结果可知,初始相位误差以及由相位延迟片厚度比例不理想导致的延迟量误差对穆勒矩阵测量具有较大的影响,对其进行标定和补偿也就具有非常重要的意义。延迟量误差对于不同样品的影响是不一样的,对于 0° 以及 90° 偏振片的影响最小。由仿真结果可知,偏振片法和波片法计算得到的误差一致,且都能对穆勒矩阵元素进行补偿。由实验结果可知,经过两种方法标定的延迟量误差有细微的差异,但是都可以对多种样品的穆勒矩阵都进行补偿,实验样品补偿后的穆勒矩阵方均根误差小于 0.04,最大误差为 0.08。将偏振片法标定得到的延迟量误差用于补偿穆勒矩阵的效果要优于波片法。本研究利用单一样品对光谱编码型穆勒矩阵测量系统的相位延迟片的延迟量误差进行标定,相比于采用两种样品的计算方法,本文方法更加高效便捷,完全可以用于快速波长扫描型的光谱编码型穆勒矩阵测量系统中,下一步将考虑对更多的复杂样品进行测量实验及误差补偿。

参 考 文 献

[1] Craven-Jones J, Kudenov M W, Stapelbroek M G,

et al. Infrared hyperspectral imaging polarimeter using birefringent prisms[J]. *Applied Optics*, 2011, 50(8): 1170-1185.

[2] Chen W, Qiao Y L, Sun X B, et al. Method for water surface sun glint suppression based on polarized radiation image fusion[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(5): 0529001.

陈卫, 乔延利, 孙晓兵, 等. 基于偏振辐射图融合的水面太阳耀光抑制方法[J]. *光学学报*, 2019, 39(5): 0529001.

[3] Wang M R, Xu G M, Yuan H W. Object detection by deep sparse feature learning of salient polarization parameters[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(19): 191101.

王美荣, 徐国明, 袁宏武. 显著性偏振参量深度稀疏特征学习的目标检测方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(19): 191101.

[4] Gil J J, José I S. Arbitrary decomposition of a Mueller matrix[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(23): 5715-5718.

[5] Tian J W, Xue Q S, Lu F Q, et al. Design and analysis of depolarizer for space-borne grating-dispersion type spectrometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(3): 0313001.

田杰文, 薛庆生, 鲁凤芹, 等. 星载光栅色散型光谱仪消偏器的设计与分析[J]. *光学学报*, 2019, 39(3): 0313001.

[6] Pace E, Gambicorti L, Gherardi A, et al. An imaging spectropolarimeter for next UV space telescopes[J]. *Proceedings of SPIE*, 2008, 7011: 70111Z.

[7] Zhao J S. Developments of polarization imaging technology[J]. *Infrared Technology*, 2013, 35(12): 743-750, 772.

赵劲松. 偏振成像技术的进展[J]. *红外技术*, 2013, 35(12): 743-750, 772.

[8] Wang X, Xia R Q, Jin W Q, et al. Technology progress of infrared polarization imaging detection[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(10): 3175-3182.

王霞, 夏润秋, 金伟其, 等. 红外偏振成像探测技术进展[J]. *红外与激光工程*, 2014, 43(10): 3175-3182.

[9] Arteaga O, Baldris M, Antó J, et al. Mueller matrix microscope with a dual continuous rotating compensator setup and digital demodulation[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(10): 2236-2245.

[10] Zhang H Y, Zhang J Q, Yang B, et al. Calibration for polarization remote sensing system with focal plane divided by multi-linear array[J]. *Acta Optica*

- Sinica, 2016, 36(11): 1128003.
- 张海洋, 张军强, 杨斌, 等. 多线阵分焦平面型偏振遥感探测系统的标定[J]. 光学学报, 2016, 36(11): 1128003.
- [11] Yang B, Ju X P, Yan C X, et al. Alignment errors calibration for a channeled spectropolarimeter[J]. Optics Express, 2016, 24(25): 28923-28935.
- [12] Dubreuil M, Rivet S, le Jeune B, et al. Snapshot Mueller matrix polarimeter by wavelength polarization coding[J]. Optics Express, 2007, 15(21): 13660-13668.
- [13] le Gratiot A, Rivet S, Dubreuil M, et al. 100 kHz Mueller polarimeter in reflection configuration[J]. Optics Letters, 2015, 40(4): 645-648.
- [14] Dai H, Li D T, Yang B, et al. Theoretical research of retarder phase deviation in channeled Mueller matrix spectropolarimeters[J]. Optics Express, 2020, 28(9): 13625-13637.
- [15] Dubreuil M, Rivet S, le Jeune B, et al. Systematic errors specific to a snapshot Mueller matrix polarimeter[J]. Applied Optics, 2009, 48(6): 1135-1142.
- [16] Li W, Liu S, Zhang C, et al. Reduction of measurement errors with two-channel configuration in the Mueller matrix ellipsometer[C]//Eighth International Symposium on Precision Engineering Measurement and Instrumentation. International Society for Optics and Photonics, 2013, 8759: 875954.
- [17] Gu H G, Zhang C W, Jiang H, et al. Measurement errors induced by axis tilt of biplates in dual-rotating compensator Mueller matrix ellipsometers[J]. Proceedings of SPIE, 2015, 9526: 952617.
- [18] Fan Z T, Tang Y Y, Wei K, et al. Calibration of focusing lens artifacts in a dual rotating-compensator Mueller matrix ellipsometer[J]. Applied optics, 2018, 57(15): 4145-4152.
- [19] Lemaillot P, Rivet S, le Jeune B. Optimization of a snapshot Mueller matrix polarimeter[J]. Optics Letters, 2008, 33(2): 144-146.