

## 激光与光电子学进展

## 介质的吸收对掠射法测量折射率的影响

张秋长\*, 罗天舒, 周书伟, 李萌, 秦晶晶

厦门大学嘉庚学院信息科学与技术学院, 福建 漳州 363105

**摘要** 通过研究光经过棱形吸收介质后的出射角, 可以获得掠射过程中出射角与入射角、复折射率实部和虚部的关系。通过数值模拟计算可知, 当棱镜顶角和折射率一定以及虚部越大时, 吸收棱镜与透明棱镜的出射角之差越大, 对反演计算出的折射率的影响也越大; 当顶角为  $\pi/3$  以及吸收虚部分别为 0.20、0.10 和 0.01 时, 计算出折射率的最大相对误差分别约为 5.0%、2.5% 和 0.2%; 当虚部一定时, 在较小的出射角的情况下, 大顶角棱镜所产生的误差较小, 在大出射角的情况下, 小顶角棱镜产生的误差较小。

**关键词** 测量; 掠射法; 几何光学; 折射率; 吸收介质

**中图分类号** O435 **文献标志码** A

**doi:** 10.3788/LOP202158.1912002

## Influence of Medium Absorption on Refractive Index Measured by Grazing Method

Zhang Qiuzhang\*, Luo Tianshu, Zhou Shuwei, Li Meng, Qin Jingjing

School of Information Science &amp; Technology, Xiamen University Tan Kah Kee College, Zhangzhou,

Fujian 363105, China

**Abstract** By studying the exit angle of light after passing through the prismatic absorbing medium, the relationship between among the exit angle, the incident angle, the real and imaginary parts of the complex refractive index in the glancing process can be obtained. Numerical simulation calculations show that when the apex angle and refractive index of the prism are constant and the imaginary part is larger, the greater the difference between the exit angle of the absorbing prism and the transparent prism, the greater the influence on the refractive index calculated by the inversion. When the apex angle is  $\pi/3$  and the absorption imaginary part is 0.20, 0.10, and 0.01, the maximum relative errors of the calculated refractive index are about 5.0%, 2.5%, and 0.2%, respectively. When the imaginary part is constant, the smaller the output in the case of a large angle, the error caused by a prism with a large apex angle is small, and in the case of a large exit angle, the error caused by a prism with a small apex angle is small.

**Key words** measurement; grazing method; geometric optics; refractive index; absorbing medium

**OCIS codes** 120.5710; 120.4530; 290.3030; 300.1030

## 1 引言

三棱镜折射率的测量是大学物理实验中的基本实验之一, 其测量方法有很多<sup>[1-6]</sup>, 常用的方法是

最小偏向角法<sup>[7-12]</sup>, 具有测量精度高<sup>[12-15]</sup>, 是精确测量折射率的实验方法之一。实验室通常也会采用掠射法<sup>[16-19]</sup>, 利用明暗视场的分界线来确定极限角, 观察便捷。这些测量方法多用于测量透明介质的

收稿日期: 2021-02-24; 修回日期: 2021-03-18; 录用日期: 2021-03-23

基金项目: 福建省中青年教育科研项目(科技类)(JAT200928)

通信作者: \*zqzhang@xujc.com

折射率,但通常会忽略介质的吸收对测量结果的影响。Plotnichenko 等<sup>[20]</sup>采用最小偏向角法来研究介质的吸收对折射率测量准确度的影响,再利用数学模型研究了介质的吸收对折射率的影响。文献<sup>[21]</sup>引用了光在吸收介质中传播的实折射角公式,但将公式中透明介质与吸收介质界面的实折射角公式引用错了(分母中少了开根号),而且吸收介质与透明介质界面的实折射角公式也引用错了(分母中少了开根号,同时系数也由  $\sqrt{2}$  变成了  $1/\sqrt{2}$ )。针对介质的吸收对最小偏向角法测量折射率的影响,对吸收介质和透明介质的偏向角进行分析,发现当存在吸收介质的虚部时,最小偏向角处的入射角不等于折射角,这与透明介质最小偏向角的条件不一致,再对吸收介质和透明介质的出射角差值进行了模拟计算<sup>[22]</sup>,但未获得介质的吸收对最小偏向角法测量折射率影响的具体数值,而且暂未发现有其他文献研究过吸收对掠射法测量折射率的影响。考虑到掠射过程中的入射角一定,因此不需要进行复杂的求导运算取极值来获取最小偏向角,即不需要复杂的数学运算就可获得吸收对折射率测量值的影响,对其进行定量研究能够获得介质的吸收对折射率测量值影响的具体数值及规律。

本文依据几何光学原理推导出掠射过程中光通过吸收棱镜后的出射角表达式,并将有介质吸收的出射角代入透明棱镜折射率的计算公式中,计算有吸收存在对折射率的影响。当顶角  $\varphi = \pi/3$  以及虚部  $\kappa$  分别为 0.20、0.10 和 0.01 时,计算出折射率的最大相对误差  $\Delta n/n$  分别约为 5.0%、2.5% 和 0.2%,说明采用掠射法测量折射率需考虑介质的吸收。通过模拟计算可以获取介质的吸收对折射率的影响规律,这对提高测量介质折射率的精确度有一定意义。

## 2 掠射法测量折射率的实验原理

采用掠射法测量折射率的光路如图 1 所示<sup>[20]</sup>,其中  $\theta_i^{(in)}$  和  $\theta_t^{(in)}$  分别为入射面处的入射角和折射角,  $\theta_i^{(out)}$  和  $\theta_t^{(out)}$  分别为出射面处的入射角和出射角,  $\varphi$  为三棱镜的顶角。当  $\theta_i^{(in)} = 90^\circ$  时,即为掠射。

根据图 1 并由几何关系可知

$$\varphi = \theta_i^{(out)} + \theta_t^{(in)}. \quad (1)$$

根据折射定律可知

$$\sin \theta_i^{(in)} = n \sin \theta_t^{(in)}, \quad (2)$$

$$n \sin \theta_i^{(out)} = \sin \theta_t^{(out)}, \quad (3)$$

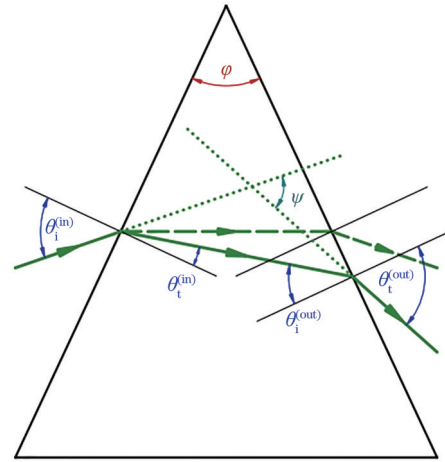


图 1 光经过三棱镜折射后的光路图<sup>[20]</sup>

Fig. 1 Path of light refracted through prism<sup>[20]</sup>

式中:  $n$  为折射率。结合(1)~(3)式可得出射角与折射率、入射角和顶角之间的关系,表达式为

$$\sin \theta_t^{(out)} = \sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i^{(in)}} - \cos \varphi \sin \theta_i^{(in)}. \quad (4)$$

同时可获得折射率与出射角、入射角和顶角之间的关系,表达式为

$$n = \frac{1}{\sin \varphi} \sqrt{(\sin \theta_t^{(out)} + \cos \varphi \sin \theta_i^{(in)})^2 + \sin^2 \theta_i^{(in)} \sin^2 \varphi}. \quad (5)$$

当  $\theta_i^{(in)} = 90^\circ$  时,则  $\sin \theta_i^{(in)} = 1$ ,此时出射角  $\theta_t^{(out)}$  为极限角<sup>[19]</sup>,则(4)式和(5)式分别改写为

$$\sin \theta_t^{(out)} = \sin \varphi \sqrt{n^2 - 1} - \cos \varphi, \quad (6)$$

$$n = \sqrt{\frac{(\sin \theta_t^{(out)} + \cos \varphi)^2}{\sin^2 \varphi} + 1}. \quad (7)$$

对于一个确定的三棱镜,顶角  $\varphi$  为常数,为了保证出射光的方向,  $\sin \theta_t^{(out)}$  的取值范围为  $0 \sim \pi/2$ ,则折射率  $n$  的取值范围为  $\sqrt{\frac{\cos^2 \varphi}{\sin^2 \varphi} + 1} \sim$

$\sqrt{\frac{(1 + \cos \varphi)^2}{\sin^2 \varphi} + 1}$ 。由(6)式可知,  $n$  值越大,则出射角越大。

由(7)式可知,只要测出极限角  $\theta_t^{(out)}$ ,就可以获得三棱镜的折射率  $n$ 。(1)~(7)式并未考虑介质吸收的情况,后续将讨论介质存在吸收对测量折射率的影响。

## 3 光在吸收介质中的传播

光在吸收介质中的传播示意图如图 2 所示,光波的等幅面一般不与等相面重合,这样的波称为非均匀波,等幅面和等相面的单位矢量分别为  $\mathbf{q}$  和  $\mathbf{s}$ ,两单位

矢量之间的夹角  $\xi = \arccos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{s})$ 。将光波的电场强度  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})\exp(-i\omega t)$  (其中  $\mathbf{r}$  为空间位矢,  $t$  为时间,  $\omega$  为角频率) 和磁场强度  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})\exp(-i\omega t)$  代入麦克斯韦方程中, 可以得到光波在吸收介质中满足<sup>[23-24]</sup>

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -i\omega\bar{\epsilon}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{k}}^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{k}}^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\bar{\epsilon}$  为等效复介电常数,  $\bar{\epsilon} = \epsilon + i\sigma/\omega$ , 其中  $\epsilon$  为介电常数,  $\sigma$  为电导率;  $\mu$  为磁导率;  $\bar{\mathbf{k}}$  为吸收介质中的复波矢,  $\bar{\mathbf{k}} = k_s \mathbf{s} + ik_q \mathbf{q}$ , 其中  $k_s$  和  $k_q$  分别为波的相位常数和衰减常数;  $\bar{k}^2 = k_0^2 \bar{n}^2 = \omega^2 \mu \bar{\epsilon}$ , 其中  $\bar{n} = n + i\kappa$  为吸收介质的复折射率,  $n$  和  $\kappa$  分别为复折射率的实部和虚部,  $k_0$  为真空中的波矢大小。等幅面和等相面的单位矢量分别为  $\mathbf{q}$  和  $\mathbf{s}$ , 两单位矢量之间的夹角  $\xi = \arccos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{s})$ 。

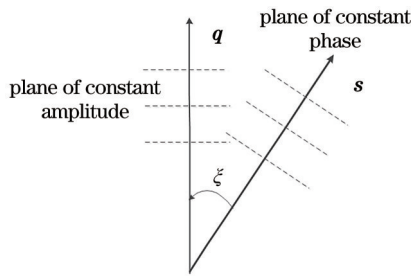


图 2 光在吸收介质中的传播示意图

Fig. 2 Diagram of propagation of light in absorbing medium

吸收介质中的相位常数和衰减常数与复折射率的实部和虚部之间的关系可表示为

$$\begin{cases} k_s^2 - k_q^2 = k_0^2(n^2 - \kappa^2) \\ 2k_s k_q \cos \xi = 2n\kappa k_0 \end{cases} \quad (10)$$

由于  $n$  值和  $\kappa$  值均不为零, 由 (10) 式可知  $\xi \neq \pi/2$ , 即两单位矢量不会垂直。经过计算可得光在吸收介质中传播和衰减的有效折射率, 表达式为

$$\begin{cases} N_s = \frac{k_s}{k_0} = \sqrt{\frac{(n^2 - \kappa^2)^2 + \left(\frac{2n\kappa}{\cos \xi}\right)^2 + (n^2 - \kappa^2)}{2}} \\ N_q = \frac{k_q}{k_0} = \sqrt{\frac{(n^2 - \kappa^2)^2 + \left(\frac{2n\kappa}{\cos \xi}\right)^2 - (n^2 - \kappa^2)}{2}} \end{cases} \quad (11)$$

$N_s$  值和  $N_q$  值的大小不仅与复折射率有关, 还

与等相面和等幅面之间的夹角有关。

#### 4 光通过吸收棱镜的出射角

设光在复折射率分别为  $\bar{n}_i = n_i + i\kappa_i$  和  $\bar{n}_t = n_t + i\kappa_t$  的两吸收介质界面发生折射, 入射波的电场强度  $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{0i} \exp[-i(k_{si} \mathbf{s}_i + ik_{qi} \mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{r}]$ , 磁场强度  $\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{0i} \exp[-i(k_{si} \mathbf{s}_i + ik_{qi} \mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{r}]$ 。为了简单起见, 入射波的等幅面单位矢量  $\mathbf{q}_i$  和等相面单位矢量  $\mathbf{s}_i$  均在入射面  $y-z$  内, 如图 3 所示<sup>[22]</sup>。入射角为  $\theta_i, \zeta_i$  为  $z$  轴与  $\mathbf{q}_i$  之间的夹角, 两单位矢量之间的夹角  $\xi_i = \arccos(\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{s}_i) = \theta_i - \zeta_i$ 。折射波的电场强度  $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{0t} \exp[-i(k_{st} \mathbf{s}_t + ik_{qt} \mathbf{q}_t) \cdot \mathbf{r}]$ , 磁场强度  $\mathbf{H}_t(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{0t} \exp[-i(k_{st} \mathbf{s}_t + ik_{qt} \mathbf{q}_t) \cdot \mathbf{r}]$ 。由折射点处相位的连续性可知, 折射波的等幅面单位矢量  $\mathbf{q}_t$  和等相面单位矢量  $\mathbf{s}_t$  也均在入射面  $y-z$  内。折射角为  $\theta_t, \zeta_t$  为  $z$  轴和  $\mathbf{q}_t$  之间的夹角, 两单位矢量之间的夹角  $\xi_t = \arccos(\mathbf{q}_t \cdot \mathbf{s}_t) = \theta_t - \zeta_t$ , 如图 3 所示<sup>[22]</sup>。

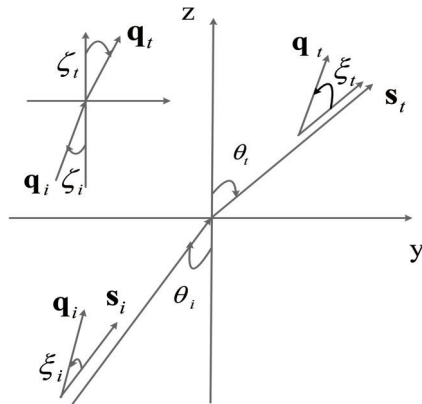


图 3 光在吸收介质界面的折射与传播<sup>[22]</sup>

Fig. 3 Refraction and propagation of light at interface of absorbing medium<sup>[22]</sup>

在三棱镜的入射界面处, 光从空气 ( $\bar{n} = n_i = 1, \kappa_i = 0$ ) 入射到吸收棱镜 ( $\bar{n} = n + i\kappa$ ) 上, 根据边界条件可知

$$n_i k_0 \sin \theta_i^{(in)} = k_s \sin \theta_i^{(in)} \quad (12)$$

光经过界面 1 折射后进入吸收棱镜中, 则光波相位常数和衰减常数与复折射率的实部和虚部之间的关系为

$$\begin{cases} k_s^2 - k_q^2 = k_0^2(n^2 - \kappa^2) \\ 2k_s k_q \cos \theta_t^{(in)} = 2n\kappa k_0 \end{cases} \quad (13)$$

由 (12) 式和 (13) 式可得, 折射角  $\theta_t^{(in)}$  值的大小为

$$\sin \theta_t^{(in)} = \frac{n_i \sin \theta_i^{(in)}}{\sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{(n^2 - \kappa^2 - n_i^2 \sin^2 \theta_i^{(in)})^2 + 4n^2 \kappa^2} + (n^2 - \kappa^2 + n_i^2 \sin^2 \theta_i^{(in)}) \right]}} \quad (14)$$

当光掠射时,即  $\sin \theta_i^{(in)} = 1$ , (14) 式可简化为

$$\sin \theta_t^{(in)} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{(n^2 - \kappa^2 - 1)^2 + 4n^2 \kappa^2} + (n^2 - \kappa^2 + 1) \right]}} \quad (15)$$

当  $\kappa = 0$  时, (15) 式与 (2) 式相同。在三棱镜的出射面处, 光从吸收棱镜 ( $\bar{n} = n + i\kappa$ ) 折射到空气 ( $\bar{n} = n_t = 1, \kappa_t = 0$ ) 中, 由于吸收介质中波的相位波矢和衰减波矢在界面上均有切向分量, 所以折射波的相位常数  $k_s'$  和衰减常数  $k_q'$  之间的关系为

$$k_s'^2 - k_q'^2 = k_0^2 n_i^2 \quad (16)$$

同时根据边界条件可得

$$\begin{cases} k_s \sin(\varphi - \theta_t^{(in)}) = k_s' \sin \theta_t^{(out)} \\ k_q \sin \varphi = k_q' \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_t^{(out)}\right) \end{cases} \quad (17)$$

由 (17) 式可知,  $\theta_t^{(out)}$  为

$$\sin \theta_t^{(out)} = \frac{k_s \sin(\varphi - \theta_t^{(in)})}{\sqrt{[\sqrt{A+B} + C]/2}} \quad (18)$$

其中

$$A = [k_0^2 n_i^2 + k_q^2 \sin^2 \varphi - k_s^2 \sin^2(\varphi - \theta_t^{(in)})]^2 \quad (19)$$

$$B = 4k_s^2 k_q^2 \sin^2(\varphi - \theta_t^{(in)}) \sin^2 \varphi \quad (20)$$

$$C = [k_0^2 n_i^2 + k_q^2 \sin^2 \varphi + k_s^2 \sin^2(\varphi - \theta_t^{(in)})] \quad (21)$$

$$\theta_t^{(in)} = \arcsin \left\{ \frac{n_i \sin \theta_i^{(in)}}{\sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{(n^2 - \kappa^2 - n_i^2 \sin^2 \theta_i^{(in)})^2 + 4n^2 \kappa^2} + (n^2 - \kappa^2 + n_i^2 \sin^2 \theta_i^{(in)}) \right]}} \right\} \quad (22)$$

当  $\sin \theta_i^{(in)} = 1$  时, 所以

$$\theta_t^{(in)} = \arcsin \left\{ \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{(n^2 - \kappa^2 - 1)^2 + 4n^2 \kappa^2} + (n^2 - \kappa^2 + 1) \right]}} \right\} \quad (23)$$

当  $\kappa = 0$  时, 结合 (11) 式可知 (18) 式可简化为 (6) 式非吸收的情况。

根据 (6) 式和 (18) 式, 可以模拟计算光发生掠射通过透明三棱镜与吸收棱镜后出射角之间的关系, 结果如图 4 所示。当顶角  $\varphi = \pi/3$  时, 为了保证出射光方向, 根据 (7) 式可知折射率的取值范围为  $2\sqrt{3}/3 \leq n \leq 2$ 。从图 4 可以看到, 当棱镜顶角和  $n$  值一定以及虚部  $\kappa$  值越大时, 两出射角之差越大。

根据 (17) 式可以计算出有吸收情况的出射角, 并将结果代入 (7) 式可以计算介质有吸收情况对折射率的影响, 结果如图 5 所示。从图 5 可以看到, 当顶角  $\varphi = \pi/3$  以及吸收虚部  $\kappa$  一定时,  $\Delta n$  值随着  $n$  值的增大先减小再增大; 当棱镜顶角和  $n$  值一定时, 吸收虚部  $\kappa$  值越大, 对模拟计算出的折射率  $n$  值的影响越大; 对于  $\kappa = 0.20$ , 当  $n$  值约为 2 时, 最大相对误

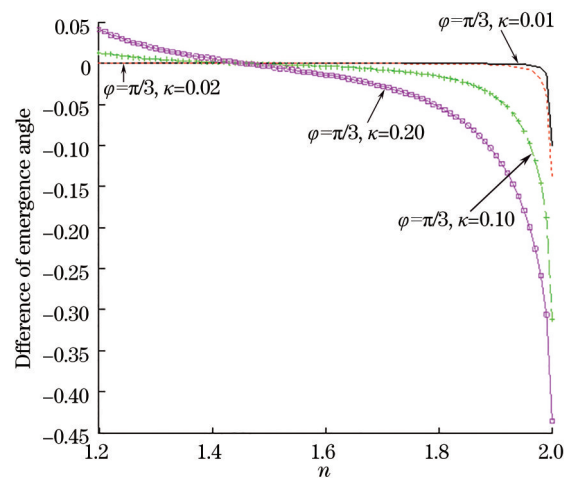


图 4 出射角之差与折射率的关系

Fig. 4 Relationship between difference of emergence angle with refractive index



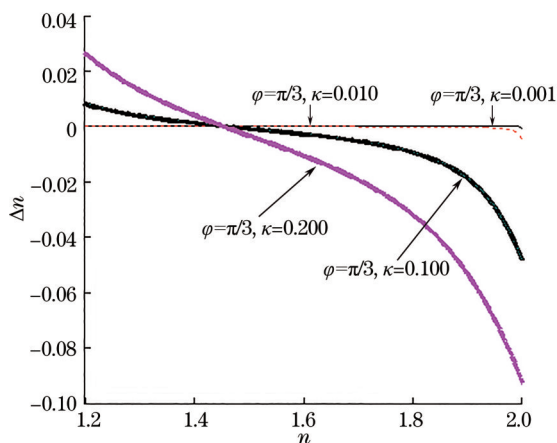


图 5 吸收对折射率的影响曲线

Fig. 5 Influence curves of absorption on refractive index

差  $\Delta n/n$  接近 5.0%；对于  $\kappa = 0.10$ ，最大相对误差  $\Delta n/n$  约为 2.5%；对于  $\kappa = 0.01$ ，最大相对误差  $\Delta n/n$  约为 0.2%。综上所述，介质吸收的存在对折射率  $n$  值的影响不能忽略。

当顶角分别为  $\pi/6$ 、 $\pi/4$ 、 $\pi/3$  和  $5\pi/12$  时，同样考虑出射光方向，则对应的折射率的取值范围分别为  $2 \leq n \leq 3.8656$ 、 $\sqrt{2} \leq n \leq 2.614$ 、 $2\sqrt{3}/3 \leq n \leq 2$  和  $1.03546 \leq n \leq 1.6433$ ，顶角对折射率的影响曲线如图 6 所示。从图 6 可以看到，当存在较小的出射角时，大顶角棱镜所产生的误差较小，在大出射角的情况下，小顶角棱镜所产生的误差较小。

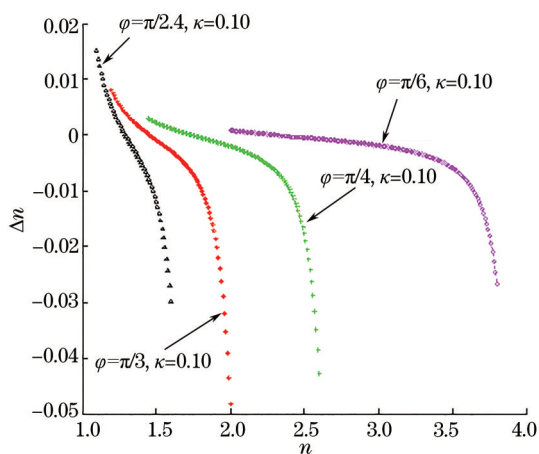


图 6 顶角对折射率的影响曲线

Fig. 6 Influence curves of vertex angle on refractive index

## 5 结 论

通过研究光经过棱形吸收介质后的出射角，可以获得掠射过程中出射角与入射角、复折射率实部和虚部的关系。当棱镜顶角和折射率一定以及虚

部越大时，吸收棱镜与透明棱镜的出射角之差越大，对利用吸收棱镜的出射角计算出的折射率值的影响也越大；利用吸收棱镜的出射角计算出的折射率与透明棱镜的折射率之差随着折射率的增大先减小再增大；当虚部一定时，在较小的出射角的情况下，大顶角棱镜所产生的误差较小，在大出射角的情况下，小顶角棱镜所产生的误差较小。

## 参 考 文 献

- [1] Ji Y J, Du Y J, Guo H Y. Index of refraction of prism using the holoreflecting method[J]. Physical Experiment of College, 2010, 23(6): 23-24.  
纪延俊, 杜玉杰, 郭红岩. 全反射法对棱镜折射率的测定[J]. 大学物理实验, 2010, 23(6): 23-24.
- [2] Zhou K N, Xiao N, Chen Q, et al. Comparing of three prism refractive index measuring methods[J]. Research and Exploration in Laboratory, 2011, 30(4): 22-25, 90.  
周凯宁, 肖宁, 陈棋, 等. 3种测量三棱镜折射率方法的对比[J]. 实验室研究与探索, 2011, 30(4): 22-25, 90.
- [3] Chen L R, Peng L, Cai Z H, et al. A new method of measuring the refractive index of triprism[J]. Physical Experiment of College, 2008, 21(2): 19-21.  
陈良锐, 彭力, 蔡招换, 等. 测量三棱镜折射率的一种新方法[J]. 大学物理实验, 2008, 21(2): 19-21.
- [4] Han S Y, Wu D H, Hou X B. Measuring refractive index of triple prism by any angle of deflection[J]. Physical Experiment of College, 1995, 8(4): 4-7.  
韩胜阳, 吴殿鸿, 侯晓波. 用任意偏向角测量三棱镜折射率[J]. 大学物理实验, 1995, 8(4): 4-7.
- [5] Sun Q L. Measuring the refractive index of triple prism by the method of vertical adjacent side incidence[J]. Physical Experiment of College, 2014, 27(1): 40-41, 58.  
孙庆龙. 利用垂直邻边入射法测量三棱镜的折射率[J]. 大学物理实验, 2014, 27(1): 40-41, 58.
- [6] Meng Y, Yan B L, Fan D H, et al. Accurate measurement of refractive index of triangular prism[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(12): 121201.  
孟赟, 闫宝罗, 樊代和, 等. 三棱镜折射率的精确测量[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(12): 121201.
- [7] Li S Y, Li D H, Zhao J W, et al. Debye theory analysis of the scattering intensity and refractive index measurement for glass beads[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(s1): s108010.

- 李水艳, 李大海, 赵霁文, 等. 玻璃微珠散射光强的 Debye 理论分析及折射率测量[J]. 中国激光, 2014, 41(s1): s108010.
- [8] Smith G F H. On the method of minimum deviation for the determination of refractive indices[J]. Mineralogical Magazine and Journal of the Mineralogical Society, 1906, 14(65): 191-193.
- [9] Wu Z W, Li D L, Tan X Y, et al. Explore the phase diagram of the refractive index of and the incident and the deviation angle of a prism[J]. Physical Experiment of College, 2016, 29(6): 78-80.  
吴忠万, 李冬林, 谭兴毅, 等. 最小偏向角法测三棱镜折射率的相图探究[J]. 大学物理实验, 2016, 29(6): 78-80.
- [10] Qin Q Q, Hu Z J. Further discussion on the deflection situation of beam passing through triple prism[J]. Physics Bulletin, 2020(2): 64-68.  
秦琴琴, 胡志娟. 光束通过三棱镜的偏折情况再探讨[J]. 物理通报, 2020(2): 64-68.
- [11] Zhai N X, Liu L J, Chen C T. Measurement of thermal refractive index coefficients of  $YAl_3(BO_3)_4$  crystal[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0916001.  
翟乃霞, 刘丽娟, 陈创天.  $YAl_3(BO_3)_4$  晶体折射率温度系数的测量[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 0916001.
- [12] Tentori S C D, Lerma J R. Refractometry by minimum deviation: accuracy analysis[J]. Optical Engineering, 1990, 29(2): 160-168.
- [13] Tilton L W. Prism size and orientation in minimum-deviation refractometry[J]. Bureau of Standards Journal of Research, 1931, 6(1): 59-76.
- [14] Malitson I H. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica[J]. Journal of the Optical Society of America, 1965, 55(10): 1205-1208.
- [15] Liu N Y, Yao Z, Zhang Y M, et al. Precise determination of refractive index at ultraviolet and infrared ranges[J]. Acta Optica Sinica, 1984, 4(4): 381-384.  
刘乃英, 姚彰, 张友明, 等. 紫外、红外波段折射率精密测定[J]. 光学学报, 1984, 4(4): 381-384.
- [16] Jin Q L, Ke J H. Measurement of liquid's index of refraction and concentration by a method of glancing incidence[J]. Laboratory Research and Exploration, 2002, 21(3): 52-54, 57.  
金清理, 柯见洪. 用掠入射法测量液体折射率和浓度[J]. 实验室研究与探索, 2002, 21(3): 52-54, 57.
- [17] Zhang P J, Chen L, Zhang X D. An experimental analysis on measurement of liquid index by a method of glancing incidence[J]. Physical Experiment of College, 2012, 25(6): 52-53, 62.  
张培杰, 陈磊, 张小娣. 掠入射法测量液体折射率实验现象分析[J]. 大学物理实验, 2012, 25(6): 52-53, 62.
- [18] Tan S Y, Li H, Liu Y, et al. Glancing incidence measuring index of refraction of prism with linear light source[J]. Experimental Technology and Management, 2007, 24(12): 37-39.  
谭穗妍, 李海, 刘岩, 等. 采用线光源的掠入射法测量棱镜折射率的方案[J]. 实验技术与管理, 2007, 24(12): 37-39.
- [19] Huang Z Y, Luo W F. Physical experiment of college (volume 1) [M]. 3rd ed. Xiamen: Xiamen University Press, 2013: 199-200.  
黄钟英, 骆万发. 大学物理实验(第一册)[M]. 3版. 厦门: 厦门大学出版社, 2013: 199-200.
- [20] Plotnichenko V G, Sokolov V O. Influence of absorption on the refractive index determination accuracy by the minimum deviation method[J]. Applied Optics, 2018, 57(4): 639-647.
- [21] Zhang Q Z. The refractive angle of light propagation at absorbing media interface[J]. Optik, 2015, 126(23): 4387-4391.
- [22] Zhang Q Z, Luo T S. The influence of absorption on the refractive index determination by the minimum deviation method[J]. Optik, 2020, 223: 165439.
- [23] Max B, Emil W. Principles of optics[M]. Yang X S, Transl. 5th ed. Beijing: Science press, 1978: 820-822.  
马科斯·波恩, 埃米尔·沃尔夫. 光学原理[M]. 5版. 杨葭菽, 译. 北京: 科学出版社, 1978: 820-822.
- [24] Guo S H. Electrodynamics[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 1997: 152.  
郭硕鸿. 电动力学[M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 1997: 152.