

激光与光电子学进展

旋转平移法平面绝对检测的偏心误差修正

沈帆帆^{1*}, 田爱玲^{1**}, 王大森², 刘丙才¹, 朱学亮¹, 王红军¹

¹西安工业大学光电工程学院, 陕西 西安 710032;

²内蒙古金属材料研究所, 浙江 宁波 315103

摘要 针对旋转平移法在检测过程中存在偏心误差的问题, 提出一种基于三维面形的图像配准偏心误差修正方法。首先采用旋转平移绝对检测法获得旋转 0° 和旋转 180° 两个状态下被测镜的面形; 然后利用三维面形数据构建相似度函数, 实现被测镜面形在 0° 和 180° 状态下的配准, 从而获得偏心误差。数值仿真计算结果表明, 偏心误差修正前, 残余面形的峰谷值为 7.783 nm, 均方根值为 0.578 nm; 偏心误差修正后, 残余面形的峰谷值为 0.034 nm, 均方根值为 0.004 nm。结果表明该修正方法可行, 可以有效提高旋转平移法的检测精度, 为高精度光学元件面形的绝对检测提供重要参考。

关键词 测量; 绝对检测; 旋转平移; 偏心误差; 图像配准

中图分类号 TH741

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1912001

Correction of Eccentricity Error in Absolute Flat Surface Testing by Shift-Rotation Method

Shen Fanfan^{1*}, Tian Ailing^{1**}, Wang Dasen², Liu Bingcai¹, Zhu Xueliang¹, Wang Hongjun¹

¹College of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technology University, Xi'an, Shaanxi 710032, China;

²Inner Mongolia Institute of Metal Materials, Ningbo, Zhejiang 315103, China

Abstract Aiming at the problem of eccentricity error in shift-rotation absolute measurement method in the detection process, a three-dimensional surface-based image registration eccentricity error correction method is proposed. First, the shift-rotation absolute measurement method is used to obtain the surface shape of the mirror under rotation 0° and rotation 180°. Then, the similarity function is constructed by using the 3D surface shape data to realize the registration of the tested mirror shape at 0° and 180°, so as to obtain the eccentricity error. The numerical simulation results show that the peak and valley value of the residual profile is 7.783 nm and the square mean root value is 0.578 nm before the correction of the eccentricity error. After correcting the eccentricity error, the peak and valley value of the residual profile is 0.034 nm, and the square mean root value is 0.004 nm. The results show that the correction method is feasible and can effectively improve the measurement accuracy of the shift-rotation method, which provides an important reference for the absolute measurement of high-precision optical element surface.

Key words measurement; absolute measurement; shift-rotation; eccentricity error; image registration

OCIS codes 120.3180; 120.4800; 120.4640; 120.6660

收稿日期: 2020-12-19; 修回日期: 2021-01-13; 录用日期: 2021-02-04

基金项目: 国防科工局基础科研基金(JSZL2018411C001)

通信作者: *shenfansff@foxmail.com; **ailintian@xatu.edu.cn

1 引言

高精度的平面光学元件在惯性约束聚变装置、极紫外光刻系统和天文望远镜等国家重大光学工程中的应用越来越广泛,其制造过程需要配备更高精度的检测手段^[1-3]。高精度的平面光学元件常用的检测方法为干涉检测法,其检测结果为相对测量结果,检测精度受限于参考镜的面形精度。目前,绝对检测方法可以去除参考镜面形对检测结果的影响,有效提高检测精度,常用的绝对检测方法有三平面互检法、伪剪切法和旋转平移法等。其中三平面互检法及其扩展方法^[4-5]是对三个光学平面两两组合进行测量,在实际检测中操作难度大;伪剪切法是使用两个光学平面,但需要对被测镜进行几次平移运动,其对平移装置的精度要求较高;旋转平移法^[6-13]同样也是使用两个光学平面,但需要对被测镜进行平移和旋转运动,但位置误差对测量精度有较大的影响。张培洁等^[11]通过尺度不变特征变换算法来求解被测镜的实际旋转角度和平移量,从而减小位置误差所带来的影响,提高了面形检测精度,但数据计算量大。Zhai等^[13]通过测量平移过程中的相对倾斜量,降低了旋转平移法面形求解误差,该方法无需精确对准,但需要多次平移,以及额外的一台干涉仪同时测量平移过程中的倾斜变化量,测量次数多,成本高。旋转平移法需要进行旋转测量,如果被测镜的旋转轴和中心不重合,那么会产生偏心误差^[14-15],被测镜在旋转后偏离原始位置,旋转前后的面形差分数据含有误差,将面形差分数据代入旋转平移绝对检测算

法中得到的面形结果也会存在误差。偏心误差的获取方法主要有标记点法^[16]、轮廓提取法和交叉叉丝法^[17]。其中标记点法对被测镜的口径没有限制,需要人为制造一些特征标记点,利用旋转前后特征点的位置坐标变换可以获得旋转中心的位置,该方法不适合测量高精度的光学表面;轮廓提取法适用于被测镜的口径小于有效测量范围的情况,获取旋转前后被测镜边缘位置的变化量可以得到旋转中心的偏移量,或拟合被测镜的圆心轨迹可以得到旋转中心的位置,但需要对被测镜进行三次及以上的旋转操作;交叉叉丝法是观察交叉叉丝的旋转中心,直至被测镜旋转后交叉叉丝的中心位置保持不变,但是该方法需要制作一个与被测镜口径相等且带有交叉叉丝的配件。此外,张艳微^[18]提出了一种抑制偏心误差的方法,对不同的辐角面形采用对应的最优旋转角度进行测量计算,计算过程较为复杂。

本文针对高精度面形检测过程中的偏心问题,提出一种基于三维面形的图像配准偏心误差修正方法,基于单次旋转平移法研究 0° 和 180° 状态下被测镜的面形信息,通过三维面形的图像配准来求解偏心量并对其进行修正。

2 基本理论

2.1 旋转平移绝对检测法

旋转平移绝对检测法在测量过程中保持参考镜的位置不变,对被测镜进行一次原位检测、两次平移检测和一次旋转检测,共获得 4 次测量结果,测量过程如图 1 所示。

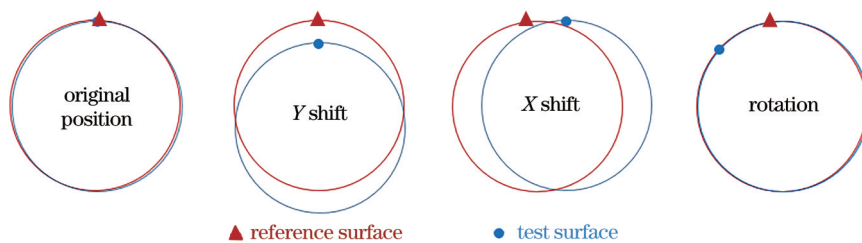


图 1 旋转平移绝对检测法的测量过程

Fig. 1 Measurement process of shift-rotation absolute measurement method

在直角坐标系和极坐标系下,参考镜的面形分别用 $R(x, y)$ 和 $R(\rho, \theta)$ 来表示,被测镜的面形分别用 $T(x, y)$ 和 $T(\rho, \theta)$ 来表示,检测得到的叠加波面用 $W(x, y)$ 来表示,其中 (x, y) 为直角坐标系下平面镜的坐标点, (ρ, θ) 为极坐标系下平面镜的坐标点。4 次测量结果可以表示为

$$\begin{cases} W_1(x, y) = R(x, y) + T(x, y) \\ W_2(x, y) = R(x, y) + T(x, y + \Delta y) \\ W_3(x, y) = R(x, y) + T(x + \Delta x, y) \\ W_4(x, y) = R(\rho, \theta) + T(\rho, \theta + \Delta \theta) \end{cases} \quad (1)$$

式中: Δx 和 Δy 分别为被测镜相对于原始位置在 x 方向和 y 方向上的移动量; $\Delta \theta$ 为被测镜相对于原始

位置的旋转角度。移动后的波面 W_2 、 W_3 和 W_4 减去初始位置波面 W_1 ,可以得到

$$\begin{cases} W_2 - W_1 = T(x, y + \Delta y) - T(x, y) \\ W_3 - W_1 = T(x + \Delta x, y) - T(x, y) \\ W_4 - W_1 = T(\rho, \theta + \Delta\theta) - T(\rho, \theta) \end{cases} \quad (2)$$

(2)式中只含有被测镜的信息,被测镜的面形可以用Zernike多项式表示,即

$$T(\rho, \theta) = \sum_{i=1}^K a_i Z_i(\rho, \theta), \quad (3)$$

式中: K 为Zernike拟合的项数; Z_i 为各项Zernike的表达式; a_i 为每项对应的Zernike系数。将(3)式代入(2)式并表示成矩阵的形式,即

$$\sum_{i=1}^K a_i \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^K [Z_i(x, y + \Delta y) - Z_i(x, y)] \\ \sum_{i=1}^K [Z_i(x + \Delta x, y) - Z_i(x, y)] \\ \sum_{i=1}^K [Z_i(\rho, \theta + \Delta\theta) - Z_i(\rho, \theta)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_y \\ D_x \\ D_\theta \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中: D_y 、 D_x 和 D_θ 为(2)式所对应的波面差。为了便于理解,(4)式采用两种坐标系进行表示,计算过

程中需要将直角坐标系转化为极坐标系并采用最小二乘法求解此方程,可以得到光学平面的各项Zernike系数 a_i ,进而拟合得到被测镜的面形。

2.2 偏心误差分析

若被测镜的中心与旋转轴有偏差,对参考镜和被测镜分别建立直角坐标系 x - y 和 x' - y' ,被测镜旋转 0° 后与参考镜重合,如图2(a)所示。图2(b)和图2(c)分别为被测镜在旋转 90° 和 180° 后与参考镜及旋转台的位置关系。图2(b)中点1到对应点1'的偏差量和点2到对应点2'的偏差量大小相等,方向相同,即存在偏心误差的旋转变换,等效于绕中心(无偏心)旋转后再进行整体平移,被测镜旋转 180° 后相对于原始位置的偏差量等于旋转中心偏差量的2倍,通过图像配准可以获得旋转中心相对于参考镜中心的位置偏差。

在偏心的条件下,测量数据会有一个整体的偏差,而且随着角度的变化,偏离量大小不同。从图2可以看到,被测镜从 0° 旋转到 90° 再旋转到 180° ,相对于参考镜的位置偏离逐渐增大,偏心量和旋转角度均会对检测结果带来影响。

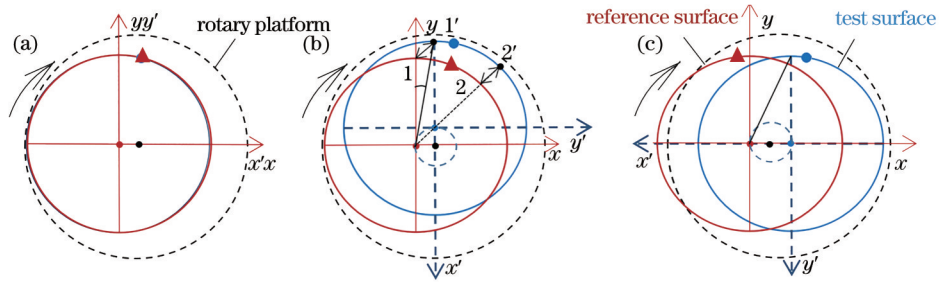


图2 被测镜和参考镜的位置关系。(a) 初始位置; (b) 旋转 90° ; (c) 旋转 180°

Fig. 2 Position relationship between tested mirror and reference mirror. (a) Initial position; (b) rotation 90° ; (c) rotate 180°

通过仿真模拟来探究偏心误差对检测结果的影响,考虑到实际平面的面形情况,使用前36项Zernike系数来拟合仿真过程中使用的参考波前和被测波前,口径均为320 mm,初始平面元件A的峰谷(PV)值为29.064 nm,均方根(RMS)值为5.442 nm,初始平面元件B的PV值为29.783 nm,RMS值为5.839 nm,分别作为参考镜和被测镜,面形分布如图3所示。

在不同偏心误差的条件下进行旋转平移绝对检测计算,偏心误差从0逐渐增大到8 mm,旋转角度为 20° 且固定不变,残余面形的PV值和RMS值如图4(a)所示。从图4(a)可以看到,偏心误差与残余面形的RMS值呈线性关系,偏心误差越大,检测结果的误差越大。

偏心误差为5 mm且固定不变,对不同的旋转角度进行计算,旋转角度以 10° 为步长,从 0° 逐渐增加到 360° ,残余面形的PV值和RMS值如图4(b)所示。从图4(b)可以看到,随着旋转角度的增大,残余面形的RMS值呈先增大后减小的趋势;当旋转角度为 180° 时,出现极值点,这是由于旋转前后Zernike的 $\sin 2k\theta$ 和 $\cos 2k\theta$ 项($k \geq 1, k \in \mathbb{Z}$)相减为0,所以含有误差的旋转数据的权重降低,检测精度提高。

文献[12]采用不同的旋转角度进行旋转平移绝对检测实验,当旋转角度在 $30^\circ \sim 50^\circ$ 之间时,检测结果较好。从图4(b)可以看到,当旋转角度在 $30^\circ \sim 50^\circ$ 之间时,对检测结果的影响较小,因此对求解偏心误差量的方法进行研究。

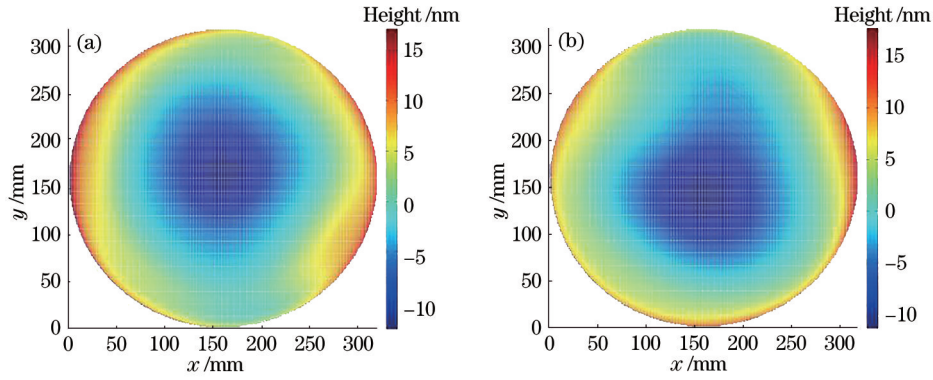


图 3 初始平面元件的面形分布。(a) A 面形; (b) B 面形

Fig. 3 Surface shape distribution of initial plane element. (a) A surface shape; (b) B surface shape

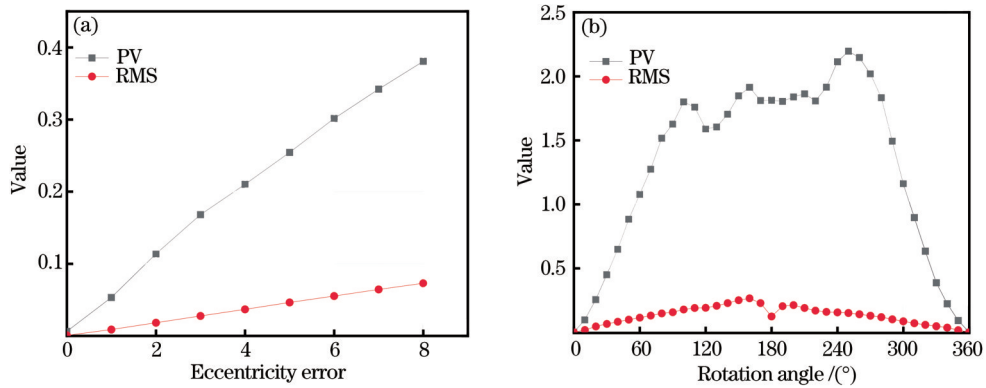


图 4 残余面形的 PV 值和 RMS 值与不同参数的关系。(a) 偏心误差; (b) 旋转角度

Fig. 4 Relationship between PV and RMS values of residual surface shape and different parameters. (a) Eccentricity error;

(b) rotation angle

3 偏心误差的获取及修正

由 2.2 节可得,当含有偏心误差时,被测镜旋转 180°后,相对于原始位置的偏移量等于旋转偏心量的 2 倍,即 180°状态下的被测镜包含了偏心位置信息,通过对原始位置(旋转 0°)的被测镜和旋转 180°后的被测镜进行图像配准,可以求解出偏心误差。初始参考镜的面形和初始被测镜的面形分别用 $R(\rho, \theta)$ 和 $T(\rho, \theta)$ 来表示,由于在计算过程中受到

偏心误差的影响,解算的被测镜面形含有面形残差 $\Delta\delta(\rho, \theta)$ 。由 (1) 式可知原始位置(旋转 0°)的被测镜面形 $T'_0(\rho, \theta)$ 为

$$T'_0(\rho, \theta) = T(\rho, \theta) + \Delta\delta(\rho, \theta). \quad (5)$$

参考镜保持原始位置不变,将被测镜旋转 180°,采集波面 W_5 ,干涉检测得到的是参考镜和被测镜叠加的波面信息,将旋转 180°的波面 W_5 减去原始位置的波面 W_1 ,可以得到仅含有被测镜信息的结果,即被测镜处于原始位置和旋转 180°的波面差,具体公式为

$$W_5(\rho, \theta) - W_1(\rho, \theta) = T_\pi(\rho + \Delta\rho_1 \cos \theta + \Delta\rho_2 \sin \theta, \theta + \pi) - T(\rho, \theta), \quad (6)$$

式中: $\Delta\rho_1 \cos \theta$ 和 $\Delta\rho_2 \sin \theta$ 分别为极坐标中心在 x 方向和 y 方向上的偏移量; T_π 为被测镜旋转 180°后的真实面形。由 (6) 式可以整理得到被测镜旋转 180°后的真实面形 T_π , 由于面形 $T(\rho, \theta)$ 无法获取,采用 (5) 式中包含误差的计算面形 $T'_0(\rho, \theta)$ 来替换 (6) 式中的面形 $T(\rho, \theta)$, 可以得到包含误差且旋转 180°的被测镜面形 T'_π , T'_π 相对于真实面形

T_π 的误差为 $\Delta\delta(\rho, \theta)$, 表达式为

$$\begin{cases} T'_\pi(\rho + \Delta\rho_1 \cos \theta + \Delta\rho_2 \sin \theta, \theta + \pi) = \\ W_5(\rho, \theta) - W_1(\rho, \theta) + T'_0(\rho, \theta) \\ T'_\pi(\rho + \Delta\rho_1 \cos \theta + \Delta\rho_2 \sin \theta, \theta + \pi) = \\ T_\pi(\rho + \Delta\rho_1 \cos \theta + \Delta\rho_2 \sin \theta, \theta + \pi) + \Delta\delta(\rho, \theta) \end{cases} \quad (7)$$

被测镜旋转 180°后相对于原始位置的偏移量等

于旋转偏心量的 2 倍,则偏心误差为 $1/2(\Delta\rho_1 \cos \theta, \Delta\rho_2 \sin \theta)$ 。由(5)式和(7)式可得,旋转 0° 和 180° 状态下的被测镜面形 T'_0 和 T'_π 包含了偏心误差,但面形相差 180° 度。为了降低配准的复杂度,将 0° 状态下的被测镜面形 T'_0 旋转 180° 记为 \widehat{T}'_0 ,可表示为

$$\widehat{T}'_0 = T(\rho, \theta + \pi) + \Delta\delta(\rho, \theta + \pi)。 \quad (8)$$

由(7)式和(8)式可以得到被测镜面形 \widehat{T}'_0 和 T'_π 的位置偏离为 $(\Delta\rho_1 \cos \theta, \Delta\rho_2 \sin \theta)$ 。首次求解得到偏心误差后,修正旋转平移运算过程中的旋转中心坐标并再次进行偏心误差计算,经过几次算法的迭代计算,残余面形逐渐减小,图像配准后获取的偏

心误差量越来越精确。

基于三维面形的图像配准不需要提取几何特征,为此具有很高的识别精度和适用性。当两幅面形进行配准时,将一幅面形的像素集合作为待配准图像,另一幅作为基准图像,在基准图像中搜索与待配准图像最相似的位置。配准模式如图 5 所示。从图 5 可以看到,当面形 \widehat{T}'_0 和 T'_π 进行配准时, \widehat{T}'_0 作为基准图像, T'_π 作为待配准图像,被测镜旋转 180° 后所产生的位置偏移是偏心误差的 2 倍,其中阴影点为旋转中心,空白点为被测镜中心,将待配准图像在基准图像上进行二维平移以寻找面形相似度最高的位置。

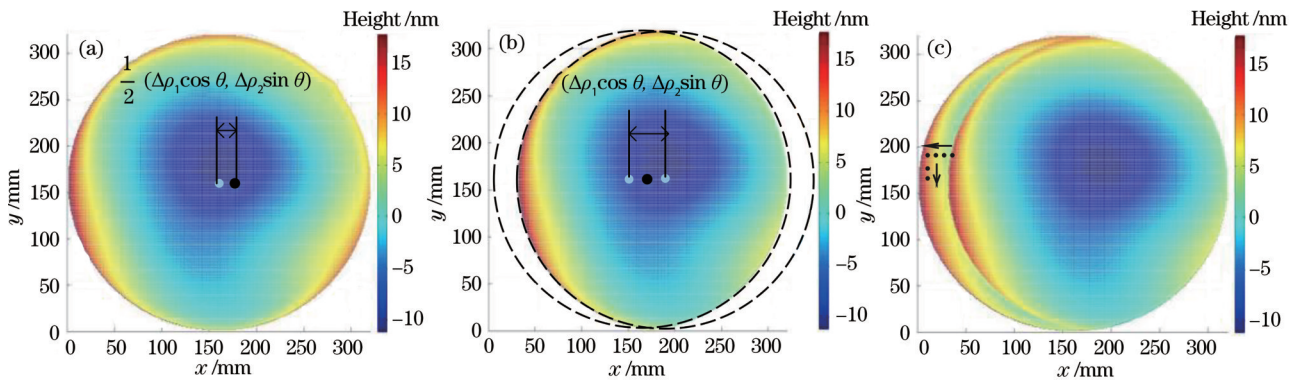


图 5 配准模式。(a) 基准图像;(b) 待配准图像;(c) 配准路线

Fig. 5 Registration mode. (a) Benchmark image; (b) image to be registered; (c) registration route

基准图像和待配准图像的配准度由相似度函数来体现,相似度函数可表示为

$$D'(i, j) = \sqrt{\frac{1}{m \times n} \times \sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^n [T'_\pi(i + s - 1, j + t - 1) - \widehat{T}'_0(s, t)]^2}, \quad (9)$$

式中: m 和 n 分别为基准图像和待配准图像重叠区域的行、列像素值; i 和 j 分别为待配准图像在 x 方向和 y 方向上的平移量。待配准图像的每次移动都需要计算两个图像重叠区域上对应点差值的均方根值, $D'(i, j)$ 值越小表明配准精度越高,故只需寻找 $D'(i, j)$ 的最小值所对应的 i 值和 j 值,从而求得偏心误差。

4 数值计算

为了评估偏心误差修正算法的精度,将图 3 的参考镜和被测镜的面形数据代入偏心误差修正算法中。其中旋转中心在 x 正方向和 y 正方向上均偏离 8 mm,旋转角度为 40° ,平移量为 32 mm,初始被测镜面形的 PV 值为 29.064 nm, RMS 值为 5.442 nm,采用旋转平移法计算得到 0° 和 180° 状态下的面形 T'_0

和面形 T'_π ,通过图像配准来计算偏心误差。图 6 为配准前 \widehat{T}'_0 和 T'_π 的面形分布,以及第 160 行截面轮廓线的数据对比。图 7 为配准后 \widehat{T}'_0 和 T'_π 的面形分布,以及第 160 行截面轮廓线的数据对比。

从图 6 可以看到,旋转 180° 的被测镜面形 T'_π 偏离了原始位置,而且截面处的轮廓不太一致,有一定的位置偏离,配准度较低。图 7 为经过三次旋转偏心修正算法处理后的图像配准结果, T'_π 面形经过二维平移可以寻找到配准度最高的位置,此时截面处的轮廓相似度高且几乎重合,而且配准度明显提高,说明偏心误差可以通过图像配准进行求解。偏心误差的求解结果为 x 轴方向和 y 轴方向上的偏离(+8 mm, +8 mm),与实际的偏心误差一致。偏心误差修正前,残余面形的 PV 值为 1.010 nm, RMS 值为 0.136 nm;偏心误差修正后,残余面形的 PV 值为

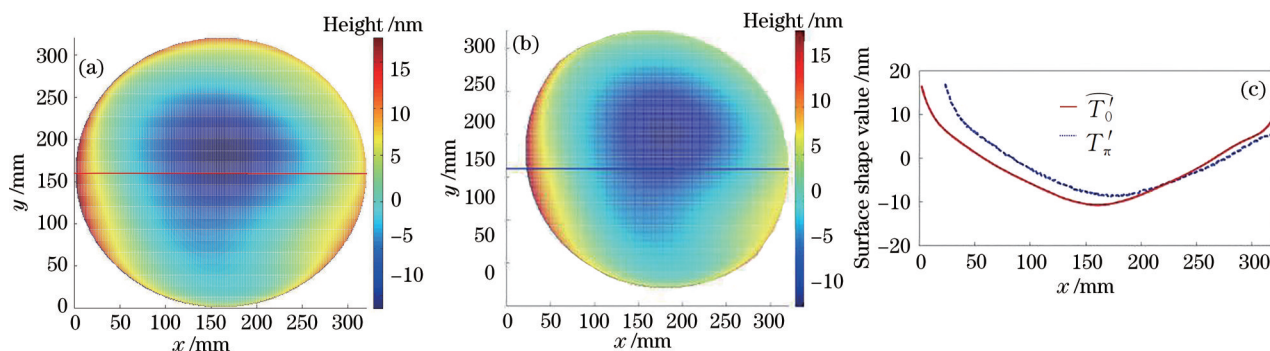


图 6 配准前的面形分布。(a) T_0' 面形; (b) T_π' 面形; (c) 截面处的轮廓线

Fig.6 Surface shape distribution before registration. (a) T_0' surface shape; (b) T_π' surface shape; (c) contour line at cross section

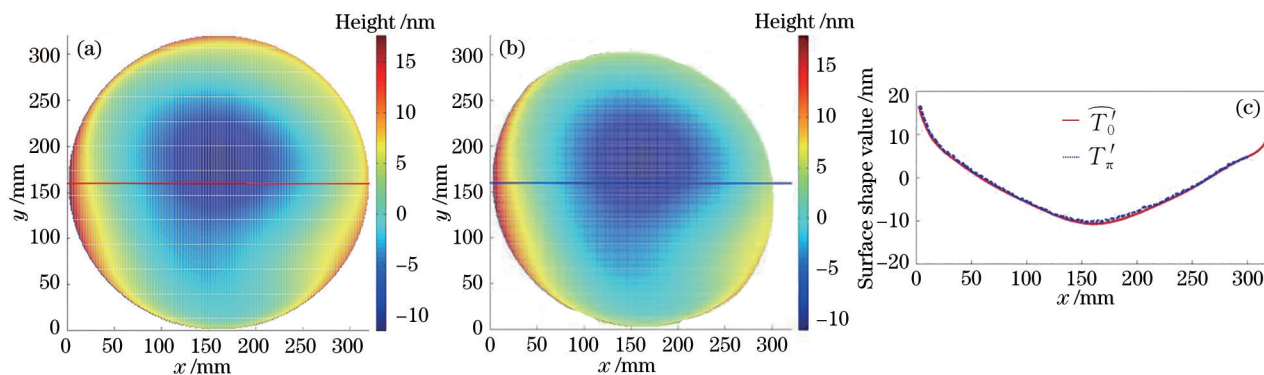


图 7 配准后的面形分布。(a) T_0' 面形; (b) T_π' 面形; (c) 截面处的轮廓线

Fig. 7 Surface shape distribution after registration (a) T_0' surface shape; (b) T_π' surface shape; (c) contour line at cross section

0.021 nm, RMS 值为 0.003 nm, 说明偏心误差的修正提高了检测精度。

为了进一步验证偏心误差修正算法的有效性, 使用不同面形进行偏心误差修正, 旋转中心在 x 轴方向和 y 轴方向上均偏离 (+8 mm, +8 mm), 参考镜仍

采用图 3(a) 的面形, 通过 Zernike 前 36 项多项式来拟合平面元件 C 、 D 和 E 面形, 面形分布如图 8 所示。采用旋转平移绝对检测及偏心误差修正算法进行误差计算及修正, 表 1 为初始面形、误差修正前的残余面形以及误差修正后的残余面形的 PV 值和 RMS 值。

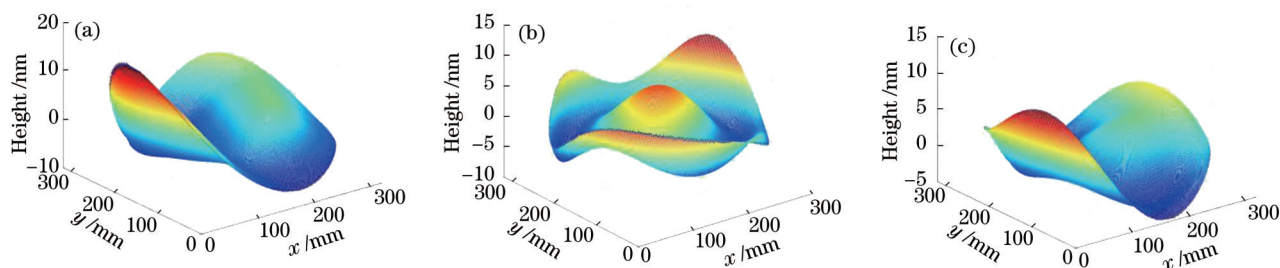


图 8 不同元件的初始面形分布。(a) C 面形; (b) D 面形; (c) E 面形

Fig. 8 Initial surface distribution of different components. (a) C surface shape; (b) D surface shape; (c) E surface shape

从表 1 可以看到, 偏心误差对不同面形的影响不同, 对上述三种不同面形进行误差修正, 修正后的检测精度提高。修正过程中一般需要进行两到三次偏心误差的求解, 这是由于残余面形会影响配准精度, 但随着偏心误差的降低, 残余面形变小, 三

维面形的图像配准精度提高。

后续拟开展偏心误差修正方法的实验验证。主要实验思路: 采用边缘轮廓法进行验证, 被测镜的口径小于实验室干涉仪的有效测量口径。首先采用成像法来获得被测镜的边缘轮廓图像并与标

表 1 不同面形的误差修正结果

Table 1 Error correction results of different surface shapes

| Component | Parameter /nm | Original surface shape | Original residual surface shape | Residual surface shape after error correction |
|-----------|---------------|------------------------|---------------------------------|---|
| C | PV | 25.004 | 7.783 | 0.034 |
| | RMS | 4.390 | 0.578 | 0.004 |
| D | PV | 13.904 | 3.414 | 0.017 |
| | RMS | 2.572 | 0.341 | 0.002 |
| E | PV | 15.621 | 7.881 | 0.021 |
| | RMS | 2.861 | 0.498 | 0.002 |

准位置处的图像进行比较,调整被测镜直至无偏心误差的状态。其次通过平移台来移动被测镜到已知偏心误差的位置,同时采用图像的边缘轮廓保证位置移动的准确性。最后采用本文提出的方法计算偏心误差,将计算结果与已知的偏心误差进行对比,从而验证所提方法的有效性。

5 结 论

本文针对高精度面形检测过程中存在偏心误差的问题,提出一种基于三维面形的图像配准偏心误差修正方法。基于旋转平移绝对检测法研究偏心误差与旋转平移法所计算的残差RMS值呈线性关系。重点分析旋转 0° 和旋转 180° 两种状态下的被测镜面形,通过对这两种被测镜面形进行图像配准可以求解偏心误差。对不同面形采用偏心误差修正算法进行数值模拟,解算的最大残余面形PV值为 0.034 nm ,RMS值为 0.004 nm ,检测精度得到有效提高,证明所提偏心误差修正方法具有可行性,为高精度平面光学元件的面形检测提供重要参考,后续将会进一步开展实验验证。

参 考 文 献

- [1] Zhu X L, Wang D S, Nie F M, et al. Large-aperture real-time compensated collimating wavefront error detection method[J]. Applied Sciences, 2019, 9(11): 2370.
- [2] Deng X T, Gao N, Zhang Z H. Calibration of system parameters based on direct phase measuring deflectometry[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(6): 061204.
邓小婷,高楠,张宗华.基于直接相位测量术的系统参数标定方法[J].激光与光电子学进展,2018,55(6):061204.
- [3] Li M Y, Cao T F, Yuan X D, et al. Effect of reference surface error on subaperture stitching for flat optics[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(12): 1204006.
- [4] Schulz G, Schwider J, Hiller C, et al. Establishing an optical flatness standard[J]. Applied Optics, 1971, 10(4): 929-934.
- [5] Zhao S W, Tian A L, Wang D S, et al. Influence of the clamping and gravity deformation on absolute test of large plane[J]. Acta Photonica Sinica, 2018, 47(2): 147-153.
赵思伟,田爱玲,王大森,等.装夹自重变形对大口径绝对面形检测的影响[J].光子学报,2018,47(2):147-153.
- [6] Fujimoto I, Takatsuji T, Nishimura K, et al. Autonomous calibration method of the reference flat surface of an interferometer without using a standard flat surface[J]. Applied Optics, 2012, 51(20): 4754-4767.
- [7] Song W H, Wu F, Hou X. Study on the absolute testing of rotationally asymmetric surface deviation with the method of single rotation[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(8): 0812006.
宋伟红,伍凡,侯溪.基于单次旋转的旋转非对称面形误差绝对检测技术研究[J].光学学报,2012,32(8):0812006.
- [8] Song W H, Wu F, Hou X, et al. Optimized absolute testing method of shift-rotation[J]. Applied Optics, 2013, 52(28): 7028-7032.
- [9] Zhang Y W, Su D Q, Sui Y X, et al. Absolute testing of rotationally asymmetric surface deviation with the method of rotation-averaging and compensation[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(7): 0708007.
张艳微,苏东奇,隋永新,等.基于旋转平均补偿算法的旋转非对称面形绝对检测[J].中国激光,2014,41(7):0708007.
- [10] Song W H, Hou X, Wu F, et al. Absolute

- interferometric shift-rotation method with pixel-level spatial frequency resolution[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2014, 54: 68-72.
- [11] Zhang P J, Zhao W Q, Yang S, et al. Flat measurement method without high precision adjustment of tested flat[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2019, 40(5): 43-50.
张培洁, 赵维谦, 杨帅, 等. 无需精确调整被测镜的平面面形检测新方法[J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(5): 43-50.
- [12] Su D Q. Research on absolute testing of the optical surface figure[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences, 2013.
苏东奇. 光学面形绝对检验技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2013.
- [13] Zhai D D, Chen S Y, Peng X Q, et al. Absolute flat test using rotated and multi-shifted maps with relative tilt measurement[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, 114: 121-128.
- [14] Li M, Zhang A, Zhang J B, et al. Radial eccentricity error detection of primary mirror of large aperture telescopes[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(9): 188-195.
李敏, 张昂, 张俊波, 等. 大口径望远镜主镜径向偏心误差检测技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(9): 188-195.
- [15] Zhang W Y, Zhu H R. Error analysis and correction of circular grating angle measurement system[J]. *Journal of Applied Optics*, 2019, 40(3): 399-403.
张文颖, 朱浩然. 圆光栅测角系统误差分析与修正[J]. *应用光学*, 2019, 40(3): 399-403.
- [16] Song W H, Hou X, Wu F, et al. Determination method of rotation center, rotation angle and translation of optical surface shape data: CN103335609A[P]. 2013-10-02.
宋伟红, 侯溪, 伍凡, 等. 一种光学面形数据旋转中心、旋转角度和平移量确定方法: CN103335609A [P]. 2013-10-02.
- [17] Li Y C, Han S, Wu Q Y, et al. Absolute test of Flats based on even or odd functions[J]. *Journal of Applied Optics*, 2017, 38(3): 469-475.
李宇琛, 韩森, 吴泉英, 等. 基于奇偶函数法的绝对检测实验研究[J]. *应用光学*, 2017, 38(3): 469-475.
- [18] Zhang Y W. Research on rotational absolute testing of the optical surface[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences, 2014.
张艳微. 光学面形的旋转绝对检测技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2014.