激光与光电子学进展

自由空间光通信中的 MIMO 极化编码方法

文豪,曹阳*,彭小峰,党宇超

重庆理工大学电气与电子工程学院,重庆 400054

摘要 针对自由空间光通信链路性能易受大气湍流影响的问题,构造了一种适用于自由空间光通信的多输入多输出(MIMO)极化编码方法。基于通用偏序法、极化编码、调制及MIMO技术联合优化快速构造极化码,并在大气湍流信道下进行仿真分析。实验结果表明,在不同构造方法及编码方案下,MIMO极化编码方法能在保持低复杂度的同时使系统获得更好的性能。在强湍流条件且误码率为10⁻⁴时,相比Monte Carlo方法,偏序法的编码增益约为0.2 dB,且离线构造的计算复杂度可忽略不计;强弱湍流条件下,相比单输入单输出(SISO)-polar方式,MIMO(2×2)-polar方式的编码增益约为1.1~1.6 dB,具有明显的分集优势。

关键词 光通信;极化编码;多输入多输出;偏序法;大气湍流信道中图分类号 TN929.12文献标志码 A

doi: 10. 3788/LOP202158. 1906004

MIMO Polarization-Coding Method in Free Space Optical Communication

Wen Hao, Cao Yang^{*}, Peng Xiaofeng, Dang Yuchao

School of Electrical and Electronic Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China

Abstract Aiming at the problem that the performance of free space optical communication links is easily affected by atmospheric turbulence, a multiple-input multiple-output (MIMO) polarization-coding method suitable for free space optical communication is constructed in this paper. The rapid construction of the polarization code adopts the universal partial sequence method, polarization-coding, modulation, and MIMO technologies are jointly optimized; the simulation analysis is performed under the atmospheric turbulence channel. The experimental results show that MIMO polarization-coding methods can improve system performance while maintaining low complexity under different construction methods and coding schemes. Under strong turbulence conditions and a bit error rate of 10^{-4} , compared to the Monte Carlo method, the coding gain of the partial sequence method is about 0.2 dB. The computational complexity of offline construction is negligible. However, under strong and weak turbulence conditions, compared with the single-input single-output (SISO)-polar method, the coding gain of the MIMO (2×2)-polar method is about 1.1–1.6 dB, which has obvious diversity advantages.

Key words optical communications; polarization-coding; multiple-input multiple-output; partial order; atmospheric turbulence channel

OCIS codes 060. 2605; 010. 1330; 060. 4510

收稿日期: 2020-12-16; 修回日期: 2021-01-21; 录用日期: 2021-02-26

基金项目:重庆市教委科学技术项目(KJQN201901125)、重庆市科委社会事业与民生保障科技创新专项(cstc2017shm-sA40019)、重庆市基础与前沿研究计划(cstc2019jcy-msxmX0233)

通信作者: *1325106406@qq.com

1引言

自由空间光(FSO)通信是以激光为信息载体、 以大气为信道的一种无线通信方式,而激光频率约 为微波频率的万倍以上,具有通信速率高、容量大、 保密性好、体积小、质量轻、功耗低以及抗干扰能力 强等优点,可作为下一代通信手段满足未来的通信 要求^[1-3]。大气湍流会导致FSO通信信道中传输光 信号光强、相位和到达角的随机起伏以及光束漂 移、光束扩展等现象,这些现象均会增加链路发生 误码的概率,从而使通信性能发生退化^[4-6]。

目前,FSO通信系统的大气湍流干扰抑制方法 主要有三种:1)基于自适应光学的波前校正;2)多 输入多输出(MIMO)天线技术;3)信道编码。其 中,基于自适应光学的波前校正方法成本较高,相 关研究较少。在MIMO天线技术方面,光MIMO技 术是最有效、最实用的大气信道补偿技术[7]。王慧 琴 等^[8] 将 Alamouti 码 和 正 交 脉 冲 幅 度 调 制 (Q-PAM)技术的正交性相结合,提出了一种面向光 MIMO技术的空时编码方案。Hariq 等^[9]对大气湍 流信道下 MIMO 通信系统的中断概率进行了研究, 并推导出了其表达式。Eghbal 等^[10]通过调整发射 光的发射时间和初始参数降低大气湍流对FSO系 统性能的影响。在信道编码方面,以Turbo码^[11]、低 密度奇偶校验(LDPC)码^[12]等为代表的编译码方案 已经获得近香农界的性能。钟兆根等[13]针对归零 Turbo码的识别,提出了一种基于矩阵模型列相关 性的识别方法。Fatima等^[14]提出了一种基于 LDPC 的自适应编码方案,研究了正交脉冲位置调制(Q-PPM)和Q-PAM的FSO通信系统的误码率(BER) 性能,证明了高阶调制可获得更大的编码增益。 Arikan^[15]提出了一种极化码编译方案,该方案是目 前已知唯一能被严格证明达到信道容量的信道编 码方法。邵军虎等[16]采用高斯近似方法计算分析 了信道的极化现象,并提出了一种适用于大气弱湍 流信道的极化编码调制方案。柯熙政等^[17]通过分 析极化编码前后副载波调制系统的误比特率,提出 了一种基于极化码的无线光信道副载波调制方法。 上述译码改进方法虽然具有明显优势,但FSO通信 系统的性能还有一定的提升空间。

本文针对FSO通信链路性能易受大气湍流影 响的问题,将信道极化推广到MIMO激光通信场景 中,并对极化编码、调制和MIMO进行联合优化设 计,提出了一种适用于FSO通信的空时极化编码方 案。首先,使用偏序法(Partial order)选择极化码的 信息位,从而降低编码和译码的复杂度。然后,将 信息位经交织后通过空时编码调制的三阶段信道 极化变换,完成空时编码调制。仿真结果表明,在 不同强度的大气湍流条件及不同构造方法、编码方 案下,MIMO极化编码方法能在保持低复杂度的同 时使系统获得更好的性能。

2 大气信道传输模型

FSO通信的激光传输模型一般有对数正态湍流模型、负指数湍流模型和Gamma-Gamma模型,前两种模型的适用范围受限,而Gamma-Gamma模型可以很好地适应强、弱湍流条件下的大气激光传输信道,该模型基于大气湍流传输时光强起伏的调制过程建立。定义归一化光强I为

$$I = I_x I_y, \tag{1}$$

式中,*I*_x和*I*_y分别为大区域和小区域的湍流涡旋,其 概率分布可表示为

$$\begin{cases} p(I_x) = \frac{I_x(\alpha I_x)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \exp(-\alpha I_x), & I_x > 0, \alpha > 0\\ p(I_y) = \frac{I_y(\beta I_y)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} \exp(-\beta I_y), & I_y > 0, \beta > 0 \end{cases}$$
(2)

式中, α 和 β 分别为散射过程中大区域和小区域的 有效数量, $\Gamma(.)$ 为 Gamma 函数。基于(1)式 和(2)式,得到大气激光传输的光强分布概率密度 函数为

$$P(I) = p(I/I_x) p(I_x) dI_x = \frac{2(\alpha\beta)^{(\alpha+\beta)/2}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} I^{(\alpha+\beta)/2-1} K_{\alpha-\beta} (2\sqrt{\alpha\beta I}),$$
(3)

式中,K_n(•)为第二类修正的n阶贝赛尔函数, a和 β与大气条件有关, 可表示为

$$\begin{cases} \alpha = \left\{ \exp\left[\frac{0.49\sigma_L^2}{(1+1.11\sigma_L^{12/5})^{5/6}}\right] - 1 \right\}^{-1} \\ \beta = \left\{ \exp\left[\frac{0.51\sigma_L^2}{(1+0.69\sigma_L^{12/5})^{5/6}}\right] - 1 \right\}^{-1}, \end{cases}$$
(4)

研究论文

式中, σ_L^2 为Rytov方差, $\sigma_L^2 = 1.23C_n^2 k_w^{7/6} L^{11/6}$, $k_w = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长,L为传输距离, C_n^2 为大气折 射率结构常数。

3 空时极化编码调制模型

极化码的核心在于信道极化,实验将信道极化 推广到 MIMO 激光通信场景中,提出了一种三阶 段信道极化变换的编码调制模型。其中,第一阶段 将 MIMO 的传输过程当作一种信道极化过程,第 二阶段将调制确定的映射关系当作一种信道极化 过程,第三阶段为极化码的信道拆分与合并的极化 过程。空时极化编码的传输模型如图 1 所示,其 中,MIMO系统的发送端和接收端天线数分别为 $T_xR,发送端与接收端分别为 T_x,R_x$ 。信道 W可表 示为 $X^T \rightarrow Y^R,X$ 和 Y分别为发送和接收信号的符 号集。空时极化编码调制的步骤:首先,在发送端 对信息比特 $\mu_i(I为信息位)$ 进行极化编码,其中, $|\mu_I| = K,编码码率r = K/TmN,k为信息位,m为$ 调制阶数,N为码长长度,G表示极化变换。然后, 将信息位通过交织及空时编码调制,其中,S-P为 极化空时编码。最后,将调制后的信息进行串并转 换并发送。







假设接收天数大于等于发射天线数,即*R≥T*, 其传输信道矩阵*H*为满秩矩阵,*x*^T表示从*T*个天线 并行发送,其接收信号可表示为

$$\mathbf{y}_1^R = \boldsymbol{H} \boldsymbol{x}_1^T + \boldsymbol{Z}_1^R, \qquad (5)$$

式中, $y_1^R = [y(0), ..., y(N-1)]^T$ 为接收信号的向 量表示,Z为高斯白噪声。可采用串行抵消的方式 进行 MIMO 检测,如图 1 中第一阶段的操作所示。 将 MIMO 信 道 W 分 裂 为 信 道 组 { W_k }, $k \in \{1, ..., T\}$,若信道 $W_k: x \to x^{k-1} \times y_1^R (x^{k-1})$ 为第 k-1个信道上的输入符号), X^{T-k} 为输入符号通过 星座映射规则映射的符号,则W_k的信道转移函数 可表示为

$$W_{k}(\mathbf{y}_{1}^{R}, \mathbf{x}_{1}^{k-1} / \mathbf{x}_{k}) = \sum_{\mathbf{x}_{k+1}^{T} \in \mathbf{X}^{T-k}} \left[\frac{1}{2^{m(T-1)}} W(\mathbf{y}_{1}^{R} / \mathbf{x}_{1}^{T}) \right]_{\circ}$$

$$(6)$$

本方案可将 PPM 过程视为一种信道极化过程, 信道 W的输入符号 x构成了比特组 $b_1^{"'} \in (0,1)^{"'}$ 。在 图 1 的第二阶段中,通过(5)式将得到的信道组 $\{W_j\}$ 进一步分裂为信道组 $\{W_{k,j}\}$,可表示为

$$W_{k,j}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x}_{1}^{k-1}, \boldsymbol{b}_{1}^{j-1}/\boldsymbol{b}_{j}) = \sum_{\boldsymbol{b}_{j+1}^{m} \in \{0,1\}^{m-j}, \boldsymbol{x}_{k} = \boldsymbol{b}_{1}^{m}} \left[\frac{1}{2^{m-1}} W_{k}(\boldsymbol{y}_{1}^{R}, \boldsymbol{x}_{1}^{k-1}/\boldsymbol{x}_{k}) \right] = \sum_{\boldsymbol{b}_{j+1}^{m} \in \{0,1\}^{m-j}, \boldsymbol{x}_{k} = \boldsymbol{b}_{1}^{m}} \left[\frac{1}{2^{2m-1}} W_{k}(\boldsymbol{y}_{1}^{R}/\boldsymbol{x}_{1}^{T}) \right], (7)$$

式中,*j* { {1,...,*m*}。对{*W*_{*k,j*}}进行二进制信道极化 变换,从而得到二进制输入信道{*W*^{*i*}_{*k,j*}},如图1中的 第三阶段所示,其中,*W*^{*i*}_{*k,j*}的转移密度函数可表示为 $W^{(i)}_{k,j}(Y, u_1^{r-1}|u_r) = \sum_{u_{r+1}^{TMN} \in \{0,1\}^{TmN-r}} \frac{1}{2^{TmN-1}} \overline{W}(Y|u_1^{TmN}) = \prod_{i=1}^{N} W(Y_i|X_i),$ (8)

式中, $\tau = (k-1)mN + (j-1)N + i$, \overline{W} 为 N 元输 入 N 元输出的信道, u_1^{TmN} 、 $u_{\tau+1}^{TmN}$ 分别为信道 TmN上 序列号为1、 τ +1的消息比特, X_i 为第i个输入信道 的符号, Y_i 为第i个接收的信号符号, $\mu_1^N \rightarrow X$ 的映射 关系由极化变换矩阵、PPM 调制和串并关系决定。

4 通用偏序的极化码构造

基于 Monte Carlo/密度进化(DE)/高斯近似 (GA)^[18-19]构造的极化码可精确评估子信道的可靠 度,但构造方法过于复杂,同时还需在线实时计算每 条子信道的可靠度。若极化码的码长过大,极化子信 道数量过多,会导致通信时延过大,仅Monte Carlo方 法的复杂度就达到 $O(A \times N \times \log_2 N)(A 为仿真次$ 数),极大增加了FSO通信的时延。但在任意信道的 某一特定信噪比下,极化码部分子信道满足一定的可 靠性关系,即通用偏序(UPO)。可通过UPO确定部 分子信道之间的可靠性关系,从而降低极化码构造的 复杂度,对这部分子信道的相对可靠度描述如下^[20]。

1) 对于子信道*i*,*f*,若其序列号的二进制表示形 式为(*a*,*b*,*c*,0),(*a*,*b*,*c*,1),则子信道*f*的可靠度比*i* 高,可表示为#1>#0的模式。该模式可以出现在二进 制任意位和多个位上,如#3(0,1,1)>#2(0,1,0),#7 (1,1,1)>#6(1,1,0),#15(1,1,1,1)>#13(1,1,0,1)。

2) 若子信道 *i*、*f*序列号的二进制表示形式为 (*a*,0,1,*b*,*c*),(*a*,1,0,*b*,*c*),则子信道*f*的可靠度比*i* 高,可表示为#10>#01的模式。该模式也可以在二 进制比特位上多次出现,且该模式不必彼此相邻, 如#5(1,0,1)>#3(0,1,1),#22(1,0,1,1,0)>#13 (0,1,1,0,1),#24(1,1,0,0,0)>#12(0,1,1,0,0)。

3) 将上述2种特性复合后可得到性质3,即二
 进制形式比特位上可同时出现#1>#0及#10>#01,
 如#25(1,1,0,0,1)>#20(1,0,1,0,0)。

根据上述3种特性,可以确定不同码长部分信 道的相对可靠度,且具有嵌套特性。图2为确定码 长为2、4、8、16时信道极化后各个子信道的可靠性, 其中,箭头方向表示可靠度更大。



图 2 极化子信道的相对特性 Fig. 2 Relative characteristics of the polarized sub-channels

决,可表示为

在偏序构造中,仍然有部分子信道的可靠性关 系无法确定,如UPO-8中的子信道{3,4}。对于这 部分无法确定的子信道,引入了极化权重的方法判

 $R(W_N^i) = \sum_{f=0}^{n-1} B_f \beta^f, \qquad (9)$

式中, $R(W_N^i)$ 为第*i*个信道的可靠性, $n = \log_2 N$,信 道序号的二进制形式可表示为 $B_{n-1}...B_0$, β 为十进 制的基,可为任意常数。在不同湍流信道中, β 的值 也不同。文献[21]通过 Monte Carlo 方法仿真推出 β 值,当N=512时, $\beta=1.1889$;当N=1024时, $\beta=1.1892$,其偏序构造的流程图如图3所示。



图 3 偏序构造的流程图

Fig. 3 Flow chart of the partial order construction

5 实验模拟与分析

为了进一步验证空时极化编码方案的性能,模 拟不同湍流强度下的大气信道,开展了不同编码方 案、构造方法、码长和码率的系统仿真,模拟实验中 的参数如表1所示。

分别在弱湍流(σ_t^2 =0.16)和强湍流(σ_t^2 =2.2) 大气信道下进行仿真分析。图4为Monte Carlo与 偏序法(PO)极化码构造方案的对比结果,其中,码 长N=128,码率R=0.5,横坐标 R_{sN} 为信噪比。可 以发现,在弱湍流情况下时,低信噪比区(0~3 dB)

表1 模拟实验中的参数 Table 1 Parameters in the simulation experiment

Wavelength /nm	1550
Modulation	4-PPM
Transmission distance /km	2
σ_L^2	0.16,2.2
Extinction ratio /dB	20

的编码增益可忽略不计,随着信噪比的增加,其编 码增益略有增加,在误码率为10⁻⁴时,编码增益约为 0.15 dB;相比弱湍流情况,强湍流情况下偏序法编 码的增益略有增加,编码增益约为0.2 dB。此外,



图 4 不同极化码构造方案的 BER_o(a) $\sigma_L^2 = 0.16$; (b) $\sigma_L^2 = 2.2$ Fig. 4 BER of different polarization code construction schemes. (a) $\sigma_L^2 = 0.16$; (b) $\sigma_L^2 = 2.2$

基于偏序法的极化码构造法用离线方式构造极化码,相比 Monte Carlo方法,其计算复杂度可忽略不计。

为了验证空时极化编码方案的性能,采用SISO(单入单出)-FSO和MIMO(2×2)-FSO两种系统进行仿真分析,对比方案包括不同湍流强度下的SISO-Turbo、SISO-polar、MIMO(2×2)-Turbo、MIMO(2×2)-polar。其中,SISO-FSO和MIMO(2×2)-FSO系统的发送天线数目和接收天线数目分别为 1×1 、 2×2 ,polar码与Turbo码的编码方法分别为UPO法与并行级联卷积码(PCCC)构造法,仿真结果如图5所示。可以发现,

在弱湍流、低信噪比($R_{sN} < 2$ dB)时,随着信噪比的增加,SISO-polar系统的性能有明显提高,如在误码率为10⁻⁴时,SISO-polar相对SISO-Turbo的编码增益约为0.7 dB,而MIMO-polar相对SISO-polar的编码增益约为1.8 dB,MIMO-Turbo相对SISO-Turbo的编码增益约为0.9 dB,MIMO-polar相对MIMO-Turbo的编码增益约为1.6 dB。在强湍流情况下,随着信噪比的增加,无论是SISO和MIMO,polar相对Turbo都具有明显的编码增益,如当误码率为10⁻⁴时,MIMO-polar相对SISO-polar的编码增益约为1.1 dB,相对MIMO-Turbo的编码增益约为0.9 dB。



图 5 不同湍流强度下 SISO 与 MIMO 的 BER_o(a) σ_L^2 =0.16(SISO);(b) σ_L^2 =2.2(SISO);(c) σ_L^2 =0.16(MIMO); (d) σ_L^2 =2.2(MIMO)

Fig. 5 BER of SISO and MIMO under different turbulence intensities. (a) $\sigma_L^2 = 0.16$ (SISO); (b) $\sigma_L^2 = 2.2$ (SISO); (c) $\sigma_L^2 = 0.16$ (MIMO); (d) $\sigma_L^2 = 2.2$ (MIMO)

为了进一步模拟不同码长和码率对 MIMOpolar系统性能的影响,分别在弱湍流和强湍流大气 信道下开展了不同码长和码率的系统仿真,结果如 图 6 所示。可以发现,polar码的码长越大,性能就越 好,如在弱湍流情况,误码率为 10⁻⁵时,码率不变,码 长 N从 512 变化 1024,但在强湍流情况下,码长增加 带来的编码增益略有下降。原因是码长越大,信道的极化越充分,但也会进一步增加译码的复杂度。 此外,码率越小,系统的性能越好,如在误码率为 10⁻⁵时,码长不变,码率*R*从0.5变化到0.25时,降 低码率带来的编码增益约有0.5 dB,原因是冗余位 占比增加会改善译码性能。



图 6 不同码长和码率下的 MIMO-polar性能。(a) $\sigma_L^2 = 0.16$, N = 512; (b) $\sigma_L^2 = 0.16$, N = 1024; (c) $\sigma_L^2 = 2.2$, N = 512; (d) $\sigma_L^2 = 2.2$, N = 1024

Fig. 6 MIMO-polar performance under different code lengths and code rates. (a) $\sigma_L^2 = 0.16$, N = 512; (b) $\sigma_L^2 = 0.16$, N = 1024; (c) $\sigma_L^2 = 2.2$, N = 512; (d) $\sigma_L^2 = 2.2$, N = 1024

6 结 论

将信道极化推广到 MIMO 体制下的大气激光 通信场景中,完成极化编码、调制及 MIMO 技术的 联合优化,并针对大气信道的快速变化,提出将偏 序法用于极化码的构造。仿真分析结果表明,在强 湍流条件下,相比 Monte Carlo 方法,偏序法构造的 极化码编码增益约为 0.2 dB,且离线构造的计算复 杂度可忽略不计;而强弱湍流条件下,相比 SISOpolar, MIMO(2×2)-polar具有明显的分集优势,编 码增益约为 1.1~1.6 dB。此外,在构造极化码时, 增加极化码的码长和降低码率,均可提高系统的 性能。

参考文献

 Wu Y, Mei H P, Wei H L. Performance analysis of free-space optical communication system under joint channel conditions[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(5): 050101.

吴琰, 梅海平, 魏合理. 联合信道条件下自由空间光

通信系统性能分析[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(5): 050101.

- [2] Li Y Q, Wang L G, Wang Q. Intensity and phase characteristics of ring Airy-Gaussian vortex beam in atmospheric turbulence[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(14): 140101.
 李亚清, 王利国, 王谦. 湍流大气中环形 Airy高斯涡 旋光束的强度和相位特性[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(14): 140101.
- [3] Zhang X Y, Cui S, Liu D M, et al. Performance analysis of multi-aperture coherent optical receiver for satellite-to-ground downlink[J]. Laser &. Optoelectronics Progress, 2019, 56(21): 210101.
 张晓玉,崔晟,刘德明,等.星地下行链路中多孔径 相干光接收机性能分析[J].激光与光电子学进展, 2019, 56(21): 210101.
- [4] Ge X L, Yue X F, Wang B Y, et al. Beam spreading and phase singularities' behavior of non-diffracting vortex beams through turbulent atmosphere
 [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(9): 0901001.
 葛筱璐, 岳喜福, 王本义, 等. 湍流大气中无衍射涡 旋光束的展宽及相位奇点的演化[J]. 光学学报,

第 58 卷 第 19 期/2021 年 10 月/激光与光电子学进展

2019, 39(9): 0901001.

- [5] Zhao Z P, Zhang Z K, Tan J, et al. 200 Gb/s FSO WDM communication system empowered by multiwavelength directly modulated TOSA for 5G wireless networks[J]. IEEE Photonics Journal, 2018, 10(4): 1-8.
- [6] Jia C, Wang P, Li Y T, et al. ABERs of LDPCcoded multi-hop FSO over double GG fading channels with pointing error and path loss[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2018, 30(15): 1357-1360.
- [7] Abou-Rjeily C. Performance analysis of FSO communications with diversity methods: add more relays or more apertures? [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2015, 33(9): 1890-1902.
- [8] Wang H Q, Ke X Z, Zhao L. MIMO free-space optical communication based on orthogonal space-time block coding[J]. Science in China (Series F: Information Sciences), 2009, 39(8): 896-902.
 王惠琴, 柯熙政, 赵黎.基于正交空时块编码的 MI-MO 自由空间光通信[J]. 中国科学(F辑: 信息科学), 2009, 39(8): 896-902.
- [9] Hariq S H, Karakaya B, Odabasioglu N. Outage analysis of MIMO NLOS-UV communication systems over atmospheric turbulence channels[J]. IET Communications, 2020, 14(14): 2294-2302.
- [10] Eghbal M, Abouei J. Performance improvement of MIMO FSO systems against destructive interference
 [J]. IET Communications, 2019, 13(18): 2923-2931.
- [11] Leoraj R, Selvi J A V. Comparative performance analysis of forward error correcting codes for free space optical communication[C]//2016 International Conference on Emerging Trends in Engineering, Technology and Science (ICETETS), February 24-26, 2016, Pudukkottai, India. New York: IEEE Press, 2016: 1-6.
- [12] Richardson T J, Shokrollahi M A, Urbanke R L. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 619-637.
- [13] Zhong Z G, Wu Z J, Liu J, et al. Blind identification of frame structure of Turbo codes on trellis termination at high bit error[J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(10): 2089-2097.

钟兆根,吴昭军,刘杰,等.高误码率下归零 Turbo 码帧结构识别[J]. 电子学报,2019,47(10):2089-2097.

- [14] Fatima K, Muhammad S S, Leitgeb E. Adaptive coded modulation for FSO links[C]//2012 8th International Symposium on Communication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP), July 18-20, 2012, Poznan, Poland. New York: IEEE Press, 2012: 1-4.
- [15] Arikan E. A performance comparison of polar codes and Reed-Muller codes[J]. IEEE Communications Letters, 2008, 12(6): 447-449.
- [16] Shao J H, Ke X Z, Chen Q. A suitable polar coding modulation scheme for atmospheric weak turbulence channel[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(8): 1831-1836.
 邵军虎,柯熙政,陈强.一种适用于大气弱湍流信道的极化纠错编码调制方案[J]. 电子学报, 2016, 44 (8): 1831-1836.
- [17] Ke X Z, Lei S C, Shao J H, et al. Analysis on error rate of wireless optical communication using subcarrier modulation based on polar code[J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(6): 1849-1853.
 柯熙政, 雷思琛, 邵军虎, 等. 基于极化码的无线光 通信副载波误码性能分析[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(6): 1849-1853.
- [18] Mori R, Tanaka T. Performance of polar codes with the construction using density evolution[J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(7): 519-521.
- [19] Trifonov P. Efficient design and decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(11): 3221-3227.
- [20] Cao Y, Li Y, Li X H. Research on construction method of polarization code in wireless optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(21): 2106003.
 曹阳,李岳,李小红.无线光通信中极化码构造方法

研究[J]. 光学学报, 2020, 40(21): 2106003.

[21] Li X H. Research on polarization code encoding and decoding method in free space optical communication[D]. Chongqing: Chongqing University of Technology, 2020.

李小红.自由空间光通信中极化码编译码方法研究 [D].重庆:重庆理工大学,2020.