

激光与光电子学进展

湍流扰动单模光纤耦合效率概率分布研究

宋佳雪^{1,2}, 陈纯毅^{1,2*}, 姚海峰¹, 于海洋^{1,2}, 熊琴琴^{1,2}, 倪小龙¹, 常亦迪¹

¹长春理工大学光电测控与信息传输技术教育部重点实验室, 吉林 长春 130022;

²长春理工大学计算机科学技术学院, 吉林 长春 130022

摘要 为了研究大气激光通信中单模光纤耦合接收效率起伏概率分布特性,建立了受大气湍流扰动的瞬态耦合效率计算模型,据此得出影响光纤耦合效率统计分布的最少无量纲参数。通过研究发现:随着孔径半径-大气相干长度比的增大,耦合效率逐渐减小;随着耦合几何参数的增大,耦合效率先增大后减小,在某一点取得最大值。通过对空间光到单模光纤的瞬态耦合效率进行蒙特卡罗模拟与分布特征分析,提出使用双 Johnson S_B 分布来拟合瞬态耦合效率的概率密度函数,并用实验测量数据进行了验证。研究结果可以为不同大气湍流条件下的空间光到单模光纤耦合系统参数优化设计提供参考,有助于实现光纤耦合的大气激光通信系统。

关键词 光纤光学; 空间光; 光纤耦合; 湍流强度; 效率; 概率密度

中图分类号 TN929.12

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1906002

Study on Probability Distribution of Single-Mode Fiber Coupling Efficiency Distorted by Turbulence

Song Jiaxue^{1,2}, Chen Chunyi^{1,2*}, Yao Haifeng¹, Yu Haiyang^{1,2}, Xiong Qinqin^{1,2}, Ni Xiaolong¹,
Chang Yidi¹

¹Key Laboratory of Photoelectric Measurement & Control and Optical Information Transfer Technology, Ministry of Education, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;

²School of Computer Science and Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

Abstract To study the probability distribution characteristics of a single-mode fiber coupling's receiving efficiency fluctuations during atmospheric laser communication, a calculation model of transient coupling efficiency distorted by atmospheric turbulence was established, and the least dimensionless parameters affecting the statistical distribution of the fiber coupling efficiency were obtained. The results show that as the ratio of aperture radius to atmospheric coherence length increases, coupling efficiency decreases, whereas when coupling geometry parameters increase, coupling efficiency increases initially before decreasing, indicating a single maximum point. The transient coupling efficiency of space light to single-mode fiber was simulated using the Monte Carlo method and analyzed using the distribution characteristics. The dual Johnson S_B distribution method was proposed to fit the probability density function of the transient coupling efficiency, and it was verified by the experimental data. The present results can provide references for optimized space-light parameter design in a single-mode fiber coupling system under different atmospheric turbulence intensities, supporting the realization of atmospheric laser communication systems with fiber coupling.

收稿日期: 2020-12-11; 修回日期: 2021-01-07; 录用日期: 2021-02-04

基金项目: 国家自然科学基金(61775022)、吉林省科技发展计划(YDZJ202101ZYTS151C)

通信作者: *chenchunyi@hotmail.com

Key words fiber optics; space light; fiber coupling; turbulence intensity; efficiency; probability density

OCIS codes 060.2605; 060.2430; 010.1330

1 引言

近年来,自由空间激光通信由于频带宽、信息容量大、保密性好等优势越来越受到重视,在未来的天地一体化组网中将发挥重要作用。在当前报道的一些自由空间激光通信实施方案中^[1-4],光接收机先把空间光信号耦合进单模光纤,然后再对光信号进行探测,这使得在自由空间激光通信中也可以利用传统光纤通信中的信号处理技术。然而大气湍流导致光波发生随机扰动^[3],会引起空间光到单模光纤的耦合效率出现随机起伏。在研究使用光纤耦合接收的自由空间激光通信系统性能时,必须把空间光到单模光纤的耦合效率起伏问题纳入到分析框架中。因此,大气湍流导致的空间光到单模光纤的耦合效率起伏统计特性成为自由空间激光通信中的一个研究焦点。

国内外研究人员对空间光到单模光纤的耦合效率起伏问题已经做过不少研究^[5-10]。考虑把受随机扰动的空间光耦合进单模光纤,Winzer等^[6]使用反向模传输方法,把本来在光纤端面上的耦合效率计算放到接收机光瞳平面上实现,推导出以二重积分形式表示的平均耦合效率数学表达式。Ruilier^[7]求解出无湍流扰动时的单模光纤耦合效率解析表达式,同时使用数值仿真方法来计算湍流扰动下的空间光到单模光纤耦合效率均值。Dikmelik等^[8]直接考虑大气湍流扰动下的空间光到单模光纤耦合问题,建立了用二重积分表达的平均耦合效率计算模型,在此基础上分析了相干光纤阵列的平均耦合效率。Chen等^[9]推导出在环形孔径接收条件下的湍流扰动空间光到单模光纤的平均耦合效率计算模型,该模型被表示成级数累加的形式,方便了计算和分析。Ke等^[10]建立了以高维积分形式表示的湍流扰动空间光到单模光纤的耦合效率均值和方差计算模型。值得注意的是,上述研究都只针对耦合效率的均值或者方差建立数学计算模型。在实际中,入射到探测器上的光信号起伏统计分布对分析自由空间激光通信性能非常重要。对于使用单模光纤耦合接收的光接收机来说,分析入射到探测器上的光信号起伏统计分布的关键是理解湍流扰动下的空间光到单模光纤耦合效率起伏统计分布

特征,并建立耦合效率概率分布模型。

为了建立湍流扰动空间光到单模光纤耦合效率概率分布模型,本文首先利用蒙特卡罗模拟方法生成耦合效率样本,据此分析耦合效率起伏统计分布特征,进而提出适合于描述耦合效率随机起伏的概率密度函数模型。在分析接收参数和湍流扰动参数对耦合效率统计分布影响时,使用孔径半径-大气相干长度比 γ 和耦合几何参数 a 这两个无量纲参数,既减少了参数空间维数,又扩大了分析结果的适用范围。基于无量纲参数,分析空间光到单模光纤耦合效率统计分布,能减少自变量的个数,同时还不依赖于物理量纲单位的选取。在理论与实验测量结果对比分析中,引入偏斜度和陡峭度这两个概念,解决了实验测量结果与理论结果之间的对标难题。

2 湍流扰动瞬态单模光纤耦合效率模型

一般来说,简单通过数学推导难以直接获得光纤耦合效率的解析模型,一种可行的途径是通过蒙特卡罗模拟来生成样本^[11],据此分析耦合效率起伏统计分布特征,提出适合于描述耦合效率随机起伏的概率密度函数模型。

受湍流扰动的空间光到单模光纤耦合示意图如图1所示。从发射端发射的高斯光束经大气湍流后,与光瞳面上的光纤模场进行耦合,在光瞳面处进行耦合效率计算,其中大气湍流扰动的模拟由振幅扰动屏和相位扰动屏来实现^[12-16]。由模式匹配分析可知,光纤耦合是光纤端面光场分布和模场分布匹配的过程,可以将耦合效率定义为耦合进光纤的光功率与接收孔径内的光功率的比值^[9]。

定义瞬态光纤耦合效率表达式^[9]为

$$\eta = \frac{|P_c|^2}{P_a} = \frac{\left| \iint_A U_i(\mathbf{r}) U_m^*(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} \right|^2}{\iint_A |U_i(\mathbf{r})|^2 d^2\mathbf{r}}, \quad (1)$$

式中: \mathbf{r} 为光瞳面上位于孔径内的一个点; $U_i(\mathbf{r})$ 为入射光场,即光瞳面处的光束波场; $U_m(\mathbf{r})$ 为接收光瞳面上的光纤反向传输模场; P_c 为模耦合系数; P_a 为进入接收孔径内的总光功率; A 为接收光瞳孔径。实际工程应用中,很多时候接收面处的光束半径远

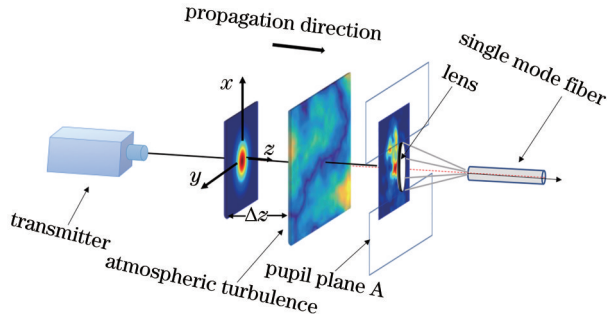


图 1 受湍流扰动的空间光到单模光纤耦合示意图

Fig. 1 Schematic of space light coupling into single-mode fiber disturbed by turbulence

大于接收光瞳孔径。在此条件下,可以近似认为在无湍流扰动时接收孔径内的光波场振幅是均匀的,即 $U_i(\mathbf{r}) \approx u_0 \cdot G(\mathbf{r}) \cdot \exp[i\varphi(\mathbf{r})]$ 。输入的高斯光束 $u_0 = U_0(\mathbf{r}), |\mathbf{r}| \leq D/2, G(\mathbf{r})$ 表示光波场振幅起伏, $\varphi(\mathbf{r})$ 表示光波场相位起伏, D 表示孔径半径。模耦合系数 P_c 可进一步写为

$$P_c = \iint_A U_0(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}) \exp[i\varphi(\mathbf{r})] M(\mathbf{r}) U_m^*(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r}, \quad (2)$$

式中: $M(\mathbf{r})$ 为孔径透射函数^[9]。

$$U_m(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{2\pi} W_m}{\lambda f} \exp\left[-\left(\frac{\pi W_m r}{\lambda f}\right)^2\right], \quad (3)$$

式中: W_m 表示光纤模场半径; λ 表示光波波长; f 表示耦合透镜焦距。由于高斯光束波场 $U_0(\mathbf{r})$ 是各向同性的,因此 $U_0(\mathbf{r}) \equiv U_0(r), r = |\mathbf{r}|$, 则(2)式可进一步写成

$$P_c = \frac{\sqrt{2\pi} W_m}{\lambda f} \int_0^{D/2} dr r U_0(r) \exp\left[-\left(\frac{\pi W_m r}{\lambda f}\right)^2\right] \times \int_0^{2\pi} G(r, \theta) \exp[i\varphi(r, \theta)] d\theta. \quad (4)$$

为了简化耦合效率公式,定义无量纲耦合几何参数 $a = \pi D W_m / (2\lambda f)$, 定义 $\gamma = D/r_0$ 用来表示湍流强度,其中 r_0 表示大气相干长度,同时令 $r = Dx/2$, 则(4)式可化为

$$P_c = \frac{aD}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 dx x U_0(Dx/2) \exp(-a^2 x^2) \times \int_0^{2\pi} G(Dx/2, \theta) \exp[i\varphi(Dx/2, \theta)] d\theta. \quad (5)$$

(1)式中的 P_a 可写为

$$P_a = 2\pi \int_0^{D/2} r |A_i(r)|^2 dr = \frac{\pi}{2} D^2 \int_0^1 x \left|A_i\left(\frac{Dx}{2}\right)\right|^2 dx. \quad (6)$$

将(5)、(6)式代入(1)式,化简得到瞬态耦合效

率表达式为

$$\eta(a, \gamma) = \frac{a^2 \left| \int_0^1 W(x) \rho_c(x) dx \right|^2}{\pi^2 \int_0^1 x |A_i(\gamma r_0 x)|^2 dx}, \quad (7)$$

其中 $W(x) = \int_0^{2\pi} G(\gamma r_0 x, \theta) \exp[i\varphi(\gamma r_0 x, \theta)] d\theta$, $\rho_c(x) = x U_0(2\gamma r_0 x/2) \exp(-a^2 x^2)$ 。

(7)式为瞬态耦合效率的无量纲参数表达式,采用耦合几何参数 a 和孔径半径-大气相干长度比 γ 这两个无量纲参数去探究耦合效率的变化规律,进而提出适合于描述耦合效率随机起伏的概率密度函数模型。

3 瞬态耦合效率概率分布特性

影响光纤耦合效率统计分布的两个决定性因素:无量纲参数 a 和 γ , 下面讨论在不同条件下,随着无量纲参数的变化,耦合效率的变化情况。

蒙特卡罗模拟实验中,选取高斯光束半径为 10 cm, 在真空中传播 1 km, 经过大气湍流后与单模光纤耦合。采样网格大小为 512×512 、透镜焦距为 10 cm、湍流内尺度为 2 cm、外尺度为 1 m, 每组数据仿真 2000 次。

图 2 为在不同的孔径半径-大气相干长度比 γ 下,根据(7)式得出的耦合效率对耦合几何参数的依赖关系。可知:耦合效率随着耦合几何参数值的增大先增大后减小,在某一处取得最大;耦合几何参数 a 的变化会对耦合效率的统计分布产生影响,存在着最优的耦合几何参数,使得耦合效率取得最大值。通过蒙特卡罗模拟实验可知,无论在何种湍流强度下,最优耦合几何参数 a 都近似等于 1.12。随着湍流强度的变化,最优耦合几何参数下对应的

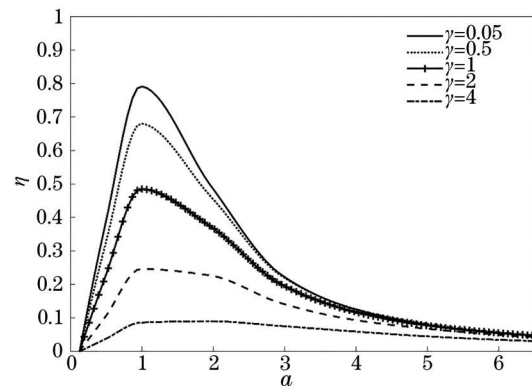


图 2 耦合效率随耦合几何参数的变化曲线

Fig. 2 Coupling efficiency versus coupling geometry

耦合效率会有所不同,因此在不考虑中心遮挡比的情况下,可以根据孔径半径、光纤模场半径及透镜焦距找出最优的耦合几何参数值,为优化光学系统的设计提供有益参考。

大气相干长度值越大,意味着大气湍流的强度越弱,利用孔径半径-大气相干长度比 D/r_0 ,在 D 一定的条件下, r_0 增大,大气湍流的强度逐渐变弱。

图 3 为在不同的耦合几何参数下,根据 (7) 式绘制的耦合效率对湍流强度的依赖关系曲线,可以看出,大气相干长度越小,即孔径半径-大气相干长度比越大,耦合效率就越小。产生这个现象的原因是随着大气相干长度的减小,大气湍流对波前扰动的效应增强,波前破碎的程度更明显,因此空间光到单模光纤的耦合效率越小。可以看出,在图 3 的三种不同的耦合几何参数下,耦合效率的变化形式是一致的。

光斑大小受大气湍流的影响,质心和半径均随机变化,造成了耦合效率不确定。从蒙特卡罗模拟实验中可以看出,大气湍流的存在使得耦合效率出现随机起伏,因此了解湍流扰动下的空间光到单模光纤耦合效率起伏统计分布特征,并建立适合描述耦合效率概率分布的模型就显得尤为重要。

考虑耦合效率 η 统计分布的数学描述,当经大

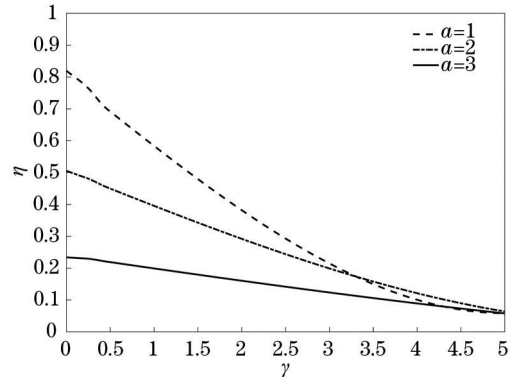


图 3 耦合效率随湍流强度的变化曲线

Fig. 3 Coupling efficiency versus turbulence intensity

气湍流后的光束全部耦合进单模光纤时,光功率为 1,而实际会有一部分损失,显然 $0 \leq \eta \leq 1$ 。理论数据表明,在既没有大气湍流也没有像差的条件下,能够达到的最大光纤耦合效率约为 81.45%,因而可以推断出耦合效率 η 服从 0 到 1 的统计分布。常见的概率分布,例如对数正态分布以及双伽马分布等,均可描述耦合效率的统计分布,但均是 0 到 ∞ 的分布,不能准确描述耦合效率的统计特性。因此可以采用线性变换到 $[0, 1]$ 的 Johnson S_B 分布去拟合耦合效率的统计分布,标准的 Johnson S_B 分布的概率密度函数(PDF)^[17]为

$$p_{\eta}(\eta|\mu, \delta) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\eta(1-\eta)} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\mu + \delta \ln\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)\right]^2\right\}, \quad (8)$$

式中: μ 和 $\delta > 0$ 是两个独立的控制参数。用一个简单的线性尺度变换 $Z = (b - c)Y + b$, 得到 c 到 b 区间的统计分布,其中附加的两个控制参数 b 和 c 是转换后的下界和上界,变换后的概率密度函数^[18]为

$$p_{\eta}(\eta|c, b, \mu, \delta) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \frac{(b-c)}{(\eta-c)(b-\eta)} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\mu + \delta \ln\left(\frac{\eta-c}{b-\eta}\right)\right]^2\right\}. \quad (9)$$

利用四参数双 Johnson S_B 分布拟合蒙特卡罗模拟实验生成的耦合效率样本,分布表达式^[18]为

$$p_{\eta,d}(\eta|\mu_1, \delta_1, \mu_2, \delta_2) = \frac{1}{2}\left[p_{\eta}(\eta|\mu_1, \delta_1) + p_{\eta}(\eta|\mu_2, \delta_2)\right], \quad (10)$$

式中: μ_1, μ_2 和 $\delta_1 > 0, \delta_2 > 0$ 是用来拟合耦合效率统计分布的四个独立的控制参数。不失一般性,让 $\mu_1 < \mu_2$, (10) 式由两个标准的 Johnson S_B 分布的概率密度函数组合得到。在弱湍流且耦合几何参数取值最优的情况下,如图 4(a) 所示,最大耦合效率 $\eta_{\max} \approx 81\%$, 根据 (10) 式计算出瞬时耦合效率 η 的概率密度函数 $P_{\eta,d}(\eta)$, 其中 $0 \leq \eta \leq \eta_{\max}$, 令归一化缩放耦合效率 $\hat{\eta} = \eta/\eta_{\max}$, 则归一化缩放耦合效率 $\hat{\eta}$ 的概

率密度函数是 $P_{\hat{\eta},d}(\hat{\eta}) = \eta_{\max} \times P_{\eta,d}(\hat{\eta} \cdot \eta_{\max})$ 。图 4 为在最优耦合几何参数 $a = 1.12$ 的条件下,在不同的湍流强度下,蒙特卡罗模拟获得的归一化缩放耦合效率的概率密度函数分布图。可以看出,大气湍流强度变化会使耦合效率的统计分布发生明显改变,当湍流强度较弱时,概率密度函数存在一个明显的峰值,随着湍流强度的增强,峰值开始逐渐向值低的方向移动。曲线表示 (10) 式双 Johnson S_B 分布拟合的曲线,利用拟合优度来判断拟合曲线对耦合效率值的拟合

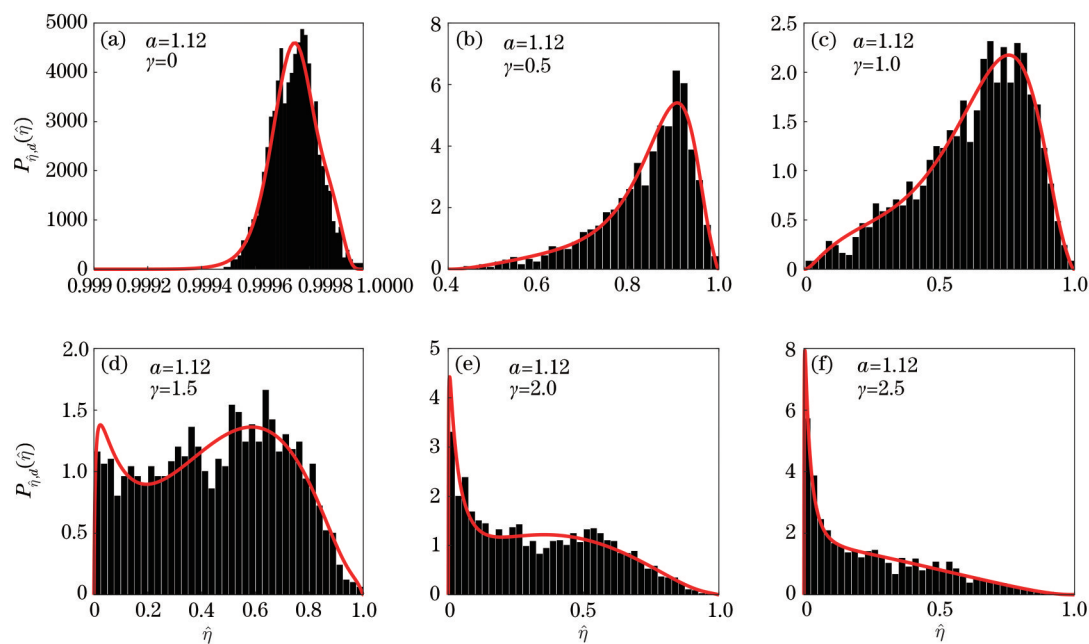


图 4 蒙特卡罗模拟获得的归一化缩放耦合效率概率密度函数曲线

Fig. 4 Probability density function curve of normalized scaling coupling efficiency obtained by Monte Carlo simulation

程度,具体的统计度量为可决系数,可决系数的最大值为 1,越接近 1,说明拟合程度越好^[19]。通过计算,得到图 4(a)~(f)的可决系数分别为 0.9529、0.9689、0.9625、0.8304、0.8947、0.9738。根据可决系数可以看出,双 Johnson S_B 分布模型基本能够与理论湍流抖动的统计数据相符合。

4 实验验证

搭建实验系统完成耦合效率的实际测量,使用热风横向流过光束的方式,通过改变风速大小和吹风装置到发射端的距离来实现湍流条件的变化。使用可调谐激光器,激光器的输出波长是 1550 nm;使用孔径为 10 cm 的透射式望远镜接收光信号,光信号耦合进入单模光纤,单模光纤的纤芯尺寸为 10 μm ;利用 THORLABS 公司的 PM100D 手持光功率计探测光纤输出信号,光功率计输出信号通过 USB 连接到电脑;用电脑实现对光功率计探测信号的采集保存。实验中的风速大小主要通过调节吹风装置中吹风强度的弱、中、强来改变,将吹风装置置于两台透射式望远镜之间 1/3 间隔、1/2 间隔、2/3 间隔处,调节风速大小和吹风装置位置来实现大气湍流强度的改变和不同湍流条件下的实验数据搭建模拟。光纤耦合实验系统如图 5 所示。

由于存在各种误差,实验测量得到的耦合效率并不能达到理论的最大值。为了便于数据分析,同

样采取归一化缩放耦合效率概率密度函数形式,并引入概率密度函数的偏斜度和陡峭度来进行对比分析。

利用标准差对高阶矩^[20]进行归一化可定义概率分布的偏斜度 $\alpha_3 = \mu_3/\sigma^3$,陡峭度 $\alpha_4 = \mu_4/\sigma^4$,其中 μ_3 、 μ_4 分别是三阶中心矩、四阶中心矩, σ 是标准差。偏斜度反映概率分布相对于均值的非对称性^[20],若概率分布对于均值对称,则偏斜度为零,若偏斜度大于零则左偏,若偏斜度小于零则右偏。图 4 中对应在大湍流下强湍流左偏,弱湍流右偏。陡峭度反映概率分布相对于正态分布的集中程度^[21],若陡峭度大于 3,则表示分布比正态分布集中,小于 3,表示比正态分布更发散。分析图 4 中的曲线可以得出,对应的在大湍流下,中等湍流条件下陡峭度小于 3,强湍流与弱湍流下陡峭度大于 3。

图 6 为实验测量获得的归一化缩放耦合效率概率密度函数曲线,可以看出:随着湍流强度的增强,偏斜度由负变正,即由右逐渐向左偏;在没有湍流或者弱湍流下,陡峭度大于 3,分布比正态分布集中,在中等湍流条件下,陡峭度小于 3,分布发散。这是因为大气湍流会对耦合效率产生影响,随着湍流强度的增大,耦合效率逐渐变小,与仿真数据基本吻合。图 6 中的曲线表示利用双 Johnson S_B 分布拟合的概率密度函数曲线,通过计算得到图 6(a)~(f)的可决系数分别为 0.9911、0.9905、0.9804、

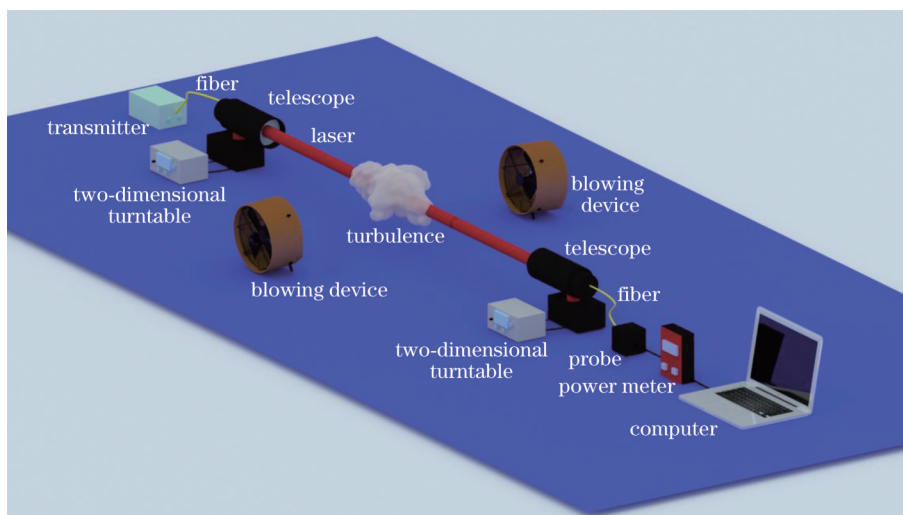


图 5 光纤耦合实验系统

Fig. 5 Experimental system for fiber coupling

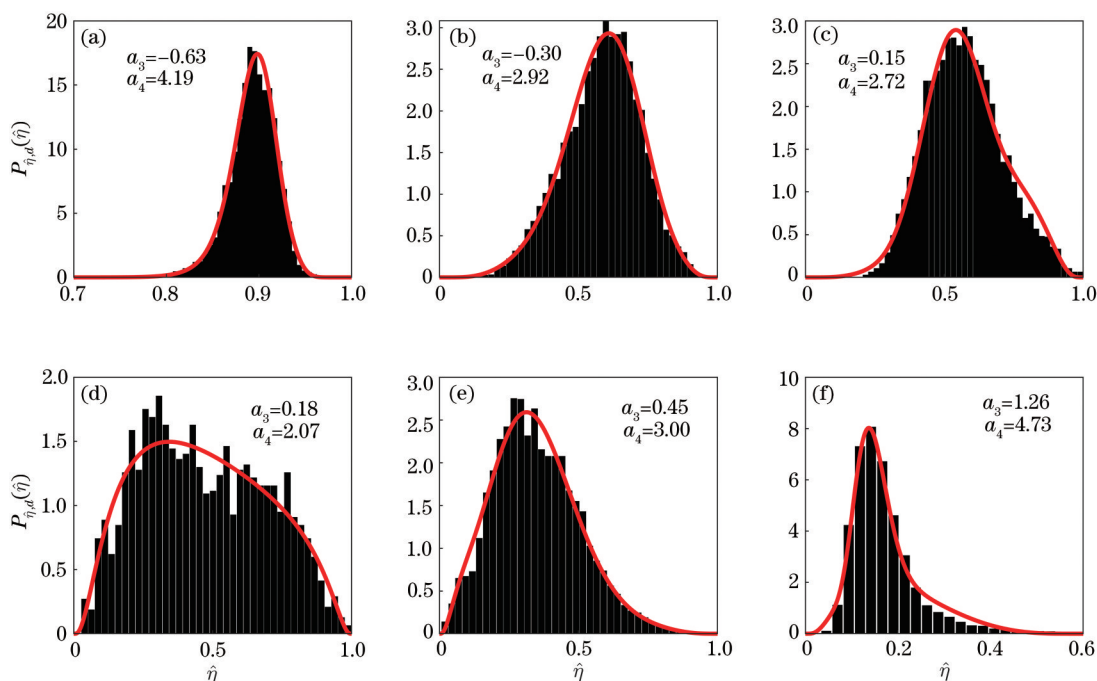


图 6 实验测量获得的归一化缩放耦合效率概率密度函数曲线

Fig. 6 Probability density function curve of normalized scaling coupling efficiency obtained by experimental measurement

0.8592、0.9812、0.9897。可以看出,无论是蒙特卡罗模拟的数据还是实验测量获得的数据,双 Johnson S_B 分布都能很好拟合数据。

5 结 论

采用蒙特卡罗模拟,分析了高斯光束经过大气湍流后与单模光纤耦合的耦合效率概率分布;通过获得不同条件下的控制参量值,研究了耦合效率概率密度函数曲线在不同条件下的特征及变化规律,

得到影响光纤耦合效率统计分布的无量纲参数——孔径半径-大气相干长度比和耦合几何参数。随着孔径半径-大气相干长度比的增大,耦合效率逐渐减小;随着耦合几何参数的增大,耦合效率先增大后减小,并在某一处取得耦合效率的最大值。这种基于无量纲参数分析耦合效率统计分布的方法可以为研究影响耦合效率的统计分布因素以及拟合耦合效率的统计分布提供理论基础与实践指导。在不同的参数条件下,耦合效率的取值存在较大差

异,统计分布的形状也存在一定的差异性,通过双 Johnson S_B 分布拟合的可决系数可以看出,对于不同的湍流情况,双 Johnson S_B 分布都能很好拟合数据,因此可以利用双 Johnson S_B 分布准确地描述耦合效率的统计分布,并通过实验测量获得的数据进行了验证,有助于实现使用光纤耦合的大气激光通信系统,对分析使用光纤耦合接收的自由空间激光通信系统性能和设计相应的补偿措施具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] Chen C Y, Ni X L, Liu Z, et al. Research on scintillation and pulse distortion measurement of atmospheric optical transmission channel[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(10s): 330-337.
陈纯毅,倪小龙,刘智,等.大气光传输信道的闪烁与脉冲畸变测量研究[J].光学精密工程,2016,24(10s): 330-337.
- [2] Ding L, Wu Z Y, Gu Y C, et al. Key technologies of wireless laser and radio frequency complementary communication system[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(6): 060004.
丁良,吴志勇,谷雨聪,等.无线激光与射频互补通信系统的关键技术[J].激光与光电子学进展,2019,56(6): 060004.
- [3] Liu M W, Li Y C. Propagation of OFDM-OAM optical signal in atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(7): 0706002.
刘旻雯,李迎春.OFDM-OAM光信号在大气湍流中的传输[J].光学学报,2019,39(7): 0706002.
- [4] Ke X Z, Luo J, Lei S C. Automatic alignment method and realization of space optical coupling[J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47(1): 0103009.
柯熙政,罗静,雷思琛.空间光耦合自动对准方法与实现[J].红外与激光工程,2018,47(1): 0103009.
- [5] Zhao B Q, Meng L X, Yu X N, et al. Spatial light to single-mode fiber nutation coupling technology[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(11): 1105001.
赵佰秋,孟立新,于笑楠,等.空间光到单模光纤章动耦合技术研究[J].中国激光,2019,46(11): 1105001.
- [6] Winzer P J, Leeb W R. Fiber coupling efficiency for random light and its applications to lidar[J]. Optics Letters, 1998, 23(13): 986-988.
- [7] Ruilier C. A study of degraded light coupling into single-mode fibers[J]. Proceedings of SPIE, 1998, 3350: 319-329.
- [8] Dikmelik Y, Davidson F M. Fiber-coupling efficiency for free-space optical communication through atmospheric turbulence[J]. Applied Optics, 2005, 44(23): 4946-4952.
- [9] Chen C Y, Yang H M, Wang H, et al. Coupling plane wave received by an annular aperture into a single-mode fiber in the presence of atmospheric turbulence[J]. Applied Optics, 2011, 50(3): 307-312.
- [10] Ke X Z, Lei S C. Spatial light coupled into a single-mode fiber by a Maksutov-Cassegrain antenna through atmospheric turbulence[J]. Applied Optics, 2016, 55(15): 3897-3902.
- [11] Chen C Y, Yang H M, Ren B, et al. Modeling and computer simulation of numerical experiments on laser propagation through atmospheric turbulence[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(6): 2133-2143.
陈纯毅,杨华民,任斌,等.激光大气湍流传输数值实验建模与计算机模拟[J].系统仿真学报,2018,30(6): 2133-2143.
- [12] Xu C L, Hao S Q, Zhang D, et al. Design of atmospheric turbulence phase screen set under the influence of combined oblique propagation and beam propagation[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(4): 0404003.
徐晨露,郝士琦,张岱,等.综合斜程传输和光束扩展影响下的大气湍流相位屏组设计[J].红外与激光工程,2019,48(4): 0404003.
- [13] Srinath S, Poyneer L A, Rudy A R, et al. Computationally efficient autoregressive method for generating phase screens with frozen flow and turbulence in optical simulations[J]. Optics Express, 2015, 23(26): 33335-33349.
- [14] Paulson D A, Wu C S, Davis C C, et al. Randomized spectral sampling for efficient simulation of laser propagation through optical turbulence[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2019, 36(11): 3249-3262.
- [15] Liu T, Zhu C, Sun C Y, et al. Improved subharmonic method for simulation of atmospheric turbulence phase screen[J]. Acta Photonica Sinica, 2019, 48(2): 0201002.
刘涛,朱聪,孙春阳,等.一种改进的次谐波大气湍流相位屏模拟方法[J].光子学报,2019,48(2): 0201002.
- [16] Chen C Y, Yang H M. Correlation between turbulence-impacted optical signals collected via a pair of adjacent spatial-mode receivers[J]. Optics Express, 2020, 28(10): 14280-14299.

- [17] Kotz S, van Dorp J R. Beyond Beta: other continuous families of distributions with bounded support and applications[M]. Singapore: World Scientific, 2004.
- [18] Chen C Y, Yang H M. Characterizing the statistical distribution for transmission coefficient of turbulent optical orbital-angular-momentum channels[J]. Optics Express, 2019, 27(20): 28968-28982.
- [19] Zhou F G, Huang Y C. Application of linear regression analysis[M]. Beijing: China Renmin University Press, 1989.
周复恭, 黄运成. 应用线性回归分析[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1989.
- [20] Mandel L, Wolf E. Optical coherence and quantum optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995: 12-13.
- [21] Rao R Z. Modern atmospheric optics[M]. Beijing: Science Press, 2012: 446-451.
饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 446-451.