

# 数字聚焦压缩全息成像技术研究

张益溢<sup>1,2</sup>, 黄郑重<sup>3</sup>, 杨峰<sup>3</sup>, 金尚忠<sup>1,2\*</sup>, 曹良才<sup>3\*\*</sup>

<sup>1</sup>中国计量大学光学与电子科技学院, 浙江 杭州 310018;

<sup>2</sup>浙江省现代计量测试技术及仪器重点实验室, 浙江 杭州 310018;

<sup>3</sup>精密测试技术及仪器国家重点实验室, 清华大学精密仪器系, 北京 100084

**摘要** 同轴全息重建由于相位共轭波的干扰,会产生二阶噪声与孪生像噪声,从而影响重建质量和精度,而在全息重建中,获取最佳重建平面的相关全息聚焦距离参数也是全息成像领域的关键。为此,提出了一种基于压缩感知的聚焦重建算法,通过选取轴向方向内固定间隔的一系列重建图像,以压缩感知的全变分正则化约束重建不同深度的图像,根据图像灰度变化或绝对梯度算子等聚焦度量指标计算并构建数字全息重建图像的聚焦曲线,确定最佳聚焦位置。所述算法抑制了重建噪声,提升了物体轴向的重建精度,实现了聚焦位置周围更宽范围的高分辨率图像重建。

**关键词** 成像系统; 全息重建; 压缩感知; 数字聚焦; 数字全息

中图分类号 O438.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1811019

## Study on Numerical Focusing Compressive Holographic Imaging

Zhang Yiyi<sup>1,2</sup>, Huang Zhengzhong<sup>3</sup>, Yang Feng<sup>3</sup>, Jin Shangzhong<sup>1,2\*</sup>, Cao Liangcai<sup>3\*\*</sup>

<sup>1</sup>College of Optical and Electronic Technology, China Jiliang University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China;

<sup>2</sup>Key Laboratory of Zhejiang Province on Modern Measurement Technology and Instruments, Hangzhou, Zhejiang 310018, China;

<sup>3</sup>State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments, Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing, 100084, China

**Abstract** In holographic reconstruction, the two-order and twin image noise produced by the phase-conjugate wave arising from the symmetry of the complex field, will affect the accuracy and the image quality of the reconstructed image. The acquisition of the holographic focus distance parameter for judging the best focal plane of object is also the key to holographic imaging. In this work, a numerical focusing imaging algorithm based on compressive sensing is proposed. By choosing a stack of reconstructed images in the axial direction with fixed interval, every image is processed by the total variation regularization. These images are used to calculate and construct the focus curve of the digital holography according to the focus metrics such as the tamura coefficient and the absolute gradient operator. Then the best focus plane is evaluated. The proposed method suppresses the noise of in-line digital reconstruction, improves the axial accuracy of reconstructing, and realizes a larger range of high-resolution imaging around the focus plane.

**Key words** imaging systems; holographic reconstruction; compressive sensing; numerical focusing; digital holography

**OCIS codes** 110.1758; 090.1995; 170.6900

收稿日期: 2021-05-24; 修回日期: 2021-06-17; 录用日期: 2021-07-01

基金项目: 国家自然科学基金(61975182)、浙江省重点科技计划项目(2020C03095)

通信作者: \*jinsz@cjl. edu. cn; \*\*clc@mail. tsinghua. edu. cn

# 1 引言

Gabor<sup>[1]</sup>于 1948 年在《自然》杂志上发表的论文“一种新的显微原理”中正式提出了利用被测量物体的散射光束与参考光束的相互干涉来记录物体衍射光束振幅和相位信息的方法,并提出全息术的概念。但由于孪生像噪声的干扰且采用非窄带光源的缘故,其再现效果并不理想。1960 年 Maiman<sup>[2]</sup>发明红宝石激光器,提供了一种高亮度、高相干性、高单色性的优质光源,为全息术的高速发展奠定了基础。1962 年 Leith 与 Upatnieks<sup>[3-4]</sup>提出离轴全息技术,解决了重建像与孪生像重叠的问题。1967 年 Goodman 等<sup>[5]</sup>提出了数字全息技术,为全息数字化记录和处理提供了新方向。1971 年 Huang<sup>[6]</sup>根据计算机重建图像的思想整合了相关数字全息(DH)的概念,但受当时全息图记录介质与计算机运算速度的限制,数字全息发展缓慢。1994 年 Schnars 等<sup>[7]</sup>通过 CCD 像感器代替了全息干板,将 CCD 所记录的全息图直接传输至计算机,通过计算机模拟再现光对全息图进行数值再现,验证了数字全息概念的正确性。1999 年 CuChe 等<sup>[8]</sup>将数字全息与显微成像相结合,研究了数字全息显微技术(DHM),在物体与 CCD 像感器之间放置显微物镜用于放大物体衍射光束,降低了对 CCD 分辨率的要求,实现了高分辨率显微成像。

Gabor 全息术又被称为同轴全息,其相比于离轴全息术能够保留更高的空间带宽积<sup>[9]</sup>,在数字全息重建过程中,由于其自身的数值重建能力,可通过后向传播的方式搜索重建平面位置<sup>[10]</sup>,被称为数字聚焦。在数字聚焦中,判断重建图像效果时存在主观性,难以精准确定最佳重建平面位置,如何在数值重建中高精度寻找物体的最佳聚焦位置,是数字全息的关键技术之一。而同轴全息重建中由于相位共轭波的影响,其重构效果不理想,当前科学家们已提出了多种方案来消除同轴全息重建中的孪生像。其中,1991 年 Barton<sup>[11]</sup>通过组合全息图重建中不同波数的波场,大大减少了孪生像重叠。1997 年 Yamaguchi 等<sup>[12]</sup>提出了相移数字全息技术,使用相移技术记录多幅全息图,根据相移算法处理全息图以消除零级项与孪生像。2003 年 Zhang 等<sup>[13]</sup>通过设置不同的全息记录平面以及多个全息图组合来消除孪生像。这些方法虽然提高了成像质量,但需记录多幅全息图或采用精确的平移设备,增加了实际操作的复杂性,成像速度可能受到影响。如何在保

证成像系统空间带宽积的前提下,仅通过重建单幅全息图高质量地采集物体的三维信息,也是数字全息研究的一个关注点。

数字聚焦算法的应用以及压缩感知(CS)成像模型的引入为同时解决上述两个问题提供了一种新思路。数字聚焦算法的重建平面检测流程如下:首先沿轴向方向以固定间隔重建一系列图像,通过对比度指标检测每幅图像,重建图像越清晰,重建位置越接近最佳重建平面位置,从而确定最佳聚焦位置。数字聚焦中的图像对比度指标包括熵指标<sup>[14]</sup>、方差指标<sup>[15]</sup>、频谱指标<sup>[16]</sup>、频谱范数指标<sup>[17]</sup>、强度梯度指标<sup>[18]</sup>等。通过运用数字聚焦算法的对比度指标,可以量化重建图像的对比度,客观地反映图像的重建状况,找到物体的最佳重建平面位置。近年来,通过数字聚焦算法定位全息重建平面已得到了广泛的运用。数字全息中数字聚焦算法的运用基于图像对比度的最大化或最小化从一系列重建图像中定位最佳重建平面。2008 年 Langehanenberg 等<sup>[19]</sup>比较了四种聚焦方法在纯相位物体全息重建中的效果,包括频谱加权法(SPEC)、灰度值分布方差法(VAR)、梯度计算的累计边缘检测法(GRA)和拉普拉斯滤波累积边缘检测法(LAP),其中 LAP 表现出更尖锐的峰值,对聚焦位置的评价具备良好的可塑性,同年 Yang 等<sup>[20]</sup>基于对称图像可比性理论提出了相关系数(CC)数字聚焦算法,并证明了检测粒子直径不影响 CC 算法对最佳焦平面的判断,使其成为数字全息检测粒子最佳焦平面的有效工具。2011 年 Memmolo 等<sup>[21]</sup>提出了一种基于图像灰度变化以及明暗分布的纹理度量(TC)数字聚焦算法,由于其重建过程中的单一峰值属性,能够准确定位最佳重建平面,并在 2014 年提出了一种稀疏性度量(GI)的数字聚焦指标,不仅在检测重建平面方面表现出与 TC 相同的能力,还可以提供全息图重建的稀疏性信息<sup>[22]</sup>。2016 年 Grare 等<sup>[23]</sup>以重建图像实部与虚部之间 VAR 的比值(RC)作为聚焦度量指标,该标准适用于同轴全息粒子成像。国内也在该领域展开了相应研究,2009 年李志斌等<sup>[24]</sup>提出基于最大梯度的自动聚焦算法用于粒子轴向精度定位。2018 年 Ou 等<sup>[25]</sup>在光学全息扫描中引入连接域概念,根据聚焦时区域面积小于散焦时区域面积的特性,通过连接域计算相应区域面积来实现自动对焦和重建。2020 年 Ren 等<sup>[26]</sup>使用结构张量和 Schatten 范数的自动聚焦算法实现了相干成像。

压缩全息在近年来也快速发展,2009 年 Brady

等<sup>[27]</sup>提出了压缩全息概念,证明了全息衍射编码符合压缩感知成像中对于“非相干”编码的要求,将压缩感知的理论运用于全息重建中,重构了三维空间中不同深度的两个蒲公英种子的形貌。2012年 Liu 等<sup>[28-29]</sup>在压缩全息中引入边缘稀疏约束,以亚像素精度对物体进行定量定位测量,实现了亚像素级的定位精度。2017年 Wang 等<sup>[30]</sup>将压缩全息术和编码曝光技术结合起来,通过数字微镜实现像素级时间调制,根据单幅振动头发全息图来重建其四维运动场景。2019年 Brodoline 等<sup>[31]</sup>通过压缩感知重建数字全息显微采集的全息图,实现了对斑马鱼细胞的观测以及三维重建。国内对于压缩全息也开展了许多探索,2011年吴迎春等<sup>[32]</sup>利用压缩感知对颗粒的模拟全息图和数字显微全息实验全息图进行了稀疏重建,有效提高了成像像质。2014年韩超等<sup>[33]</sup>将压缩感知理论与无透镜傅里叶变换相结合,通过对全息图进行压缩采样,提取其部分系数即可很好恢复原始全息图,为全息显示降低了计算复杂度。2018年 Zhang 等<sup>[34-35]</sup>采用压缩感知成像模型,利用图像信号的稀疏特性,通过低维空间低分辨率采集得到了相比于原始重建信号更少的观测信号,以优化算法恢复重建物体的信号,能够大大抑制同轴全息在重建过程中固有的零级项与孪生像噪声,并随后分析了压缩感知算法在提升数字全息三维成像能力方面的显著优势,构建了基于滤波层的压缩采样数字全息成像模型。2020年伍小燕等<sup>[36]</sup>将变密度减采样的方法与压缩感知重建相结合,实现较低采样率条件下高质量的层析重建。同年林平等<sup>[37]</sup>采用压缩感知太赫兹数字全息技术,通过调控参数实现了高质量的连续场景三维重建。

根据上述分析,本文提出一种数字聚焦压缩全息重建算法,通过数字聚焦理论定位重建过程中的最佳焦平面,并以图像稀疏性作为正则化条件,借鉴压缩感知的算法优化重建物理场信息。相比于传统的数字聚焦算法,该算法构建了一种鲁棒准确的图像信号重建框架,具有更高的聚焦精度,且有效抑制了同轴全息中的零级项与孪生像噪声,精准定位物体的最佳重建平面位置,在最佳重建平面附近更宽范围内实现高质量的图像重建,恢复物体三维信息。

## 2 数字压缩全息成像原理

数字全息图通过物光波与参考光波的相互干涉,由像传感器所在全息平面实现物体信息的记录。

根据瑞利-索末菲衍射公式,全息图是物平面上所有像素点发出的球面波在全息平面上的线性叠加。物面上点所发出的光波会同时作用在整个全息平面上,全息平面上的每一像素均包含物平面上所有点的信息,即物面与全息平面之间满足一对多的映射关系。这一特点符合压缩感知成像理论中对测量矩阵“非相干”条件的要求<sup>[34]</sup>,则像感器记录由物光波与参考光波干涉形成全息图这一过程可以称为信号压缩,同轴全息图被认为是将包含物体三维信息的各轴向距离的卷积核压缩进一幅全息图,根据优化算法高质量重建物体的三维信息。

压缩感知理论通过引入稀疏约束条件,以目标函数极值求解方式重建原始信号<sup>[38-39]</sup>。Candes 等<sup>[40-41]</sup>提出了通过求解  $l_1$  范数与  $l_1$  范数的最小值实现稀疏信号的重建,在数字全息成像应用中需要考虑到噪声影响,因此误差  $\epsilon$  的少量存在反倒可以有效提高图像恢复的质量<sup>[42]</sup>,大部分图像信号初始时并不属于稀疏信号,需要通过稀疏变换转化为稀疏信号,通过采取全变分正则化函数处理图像信号,它是图像信号一阶梯度的稀疏表示,全变分约束当前被广泛应用到基于压缩感知的图像重建算法中<sup>[43]</sup>,其离散形式可表示为

$$\Gamma_{TV}(\theta) = \sum_{t_1, t_2} \sqrt{|D_1\theta(t_1, t_2)|^2 + |D_2\theta(t_1, t_2)|^2}, \quad (1)$$

式中:  $D_1\theta$  表示水平方向的一阶局部域差分变换  $D_1\theta = \theta(t_1, t_2) - \theta(t_1 - 1, t_2)$ ;  $D_2\theta$  表示垂直方向的一阶局部域差分变换  $D_2\theta = \theta(t_1, t_2) - \theta(t_1, t_2 - 1)$ 。针对高噪声同轴全息的压缩重建进行讨论,本文选择的目标物体具有锐利边缘特征,根据全变分正则化函数对目标物体信号进行稀疏表示。

压缩采样需要从压缩信号中重建出符合稀疏度条件的信号,测量矩阵需满足有限等间距性(RIP)条件<sup>[44-45]</sup>,而根据测量矩阵获得的观测信号进行优化重建是压缩感知成像模型的核心问题,目前常用的优化算法包括贪婪算法<sup>[46]</sup>、基于统计分布的最优问题求解方法<sup>[47]</sup>和基于凸优化的重建算法<sup>[48-50]</sup>,考虑到重建精度和计算复杂度两个因素,本文选择了两步迭代收缩阈值算法(TwIST),该算法的优点在于其优化收敛速度快且噪声抑制能力强,被广泛应用于压缩感知成像模型的重建中<sup>[51]</sup>。

本文结合角谱重建方法,其由光场分布  $\mathbf{H}(x, y)$  与物光场角谱在自由空间传播的传递函数

$G(f_{x_i}, f_{y_i})$  构成, 通过快速傅里叶变换(FFT)运算, 重建物体的复振幅分布可表示为

$$\Gamma(x_i, y_i) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F} \{ \mathbf{H}(x, y) \} \cdot G(f_{x_i}, f_{y_i}) \}, \quad (2)$$

式中:  $\mathcal{F}$  与  $\mathcal{F}^{-1}$  分别表示快速傅里叶变换与快速傅里叶逆变换;  $x_i$  与  $y_i$  表示记录面上的空间坐标;  $f_{x_i}$  与  $f_{y_i}$  表示成像面上  $(x_i, y_i)$  对应的频率坐标;  $\mathbf{K}(f_x, f_y) = \mathcal{F} \{ \mathbf{H}(x, y) \}$  表示全息记录面上的全息图频谱。物光场角谱在自由空间传播的传递函数  $G(f_{x_i}, f_{y_i})$  表示为

$$G(f_{x_i}, f_{y_i}) = \exp \{ ikz \sqrt{1 - (\lambda f_{x_i})^2 - (\lambda f_{y_i})^2} \}, \quad (3)$$

式中:  $\lambda$  表示光源波长,  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $z$  表示全息记录面与成像面的距离。

物体在可以被看作多个相同深度间隔的切片组合而成的多层物体  $\eta(x, y)$  中, 沿光传播方向, 物体离全息平面最近的切片平面为  $z_h$ , 切片的深度间隔为  $\Delta z$ , 根据角谱衍射传播公式, 全息记录面上的衍射光场可表示为

$$O(x, y) = \sum_l \iint \hat{\eta}(f_x, f_y; z_h + l\Delta z) \cdot G(f_x, f_y; z_h + l\Delta z) \cdot \exp [i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y, \quad (4)$$

式中:  $\hat{\eta}(x, y) = (f_x, f_y; z_h + l\Delta z)$  表示物体第  $l$  层的角谱分布。根据压缩全息理论<sup>[27]</sup>, 全息平面光场复振幅表示为

$$O(x, y) = 2\text{Re}\{Cm\} + n, \quad (5)$$

式中:  $C$  代表正向传输矩阵, 也是压缩感知全息成像模型的测量矩阵, 表示物体正向传播至全息平面的测量过程;  $m$  表示被测样品在物平面上的分布;  $n$  表示全息图内的噪声包括零级项与背景噪声等<sup>[52]</sup>。结合全变分正则化约束条件, 以 TwIST 算法进行求解, 得到估计解  $\hat{m}$  表示为

$$\hat{m} = \underset{m}{\text{argmin}} \frac{1}{2} \|g - 2\text{Re}\{Cm\}\|_2 + k\Gamma_{\text{TV}}(m), \quad (6)$$

式中:  $g$  表示全息平面离散采样后物体的分布;  $k$  表示正则化稀疏系数。根据(6)式实现压缩感知全息成像模型的重建。

### 3 数字全息数字聚焦重建原理

数字全息技术中物体重建是核心问题, 如果在重建过程中不能为相关重建函数提供合适的全息聚焦距离参数, 重建图像将受到干扰噪声的影响, 从而无法完成高质量重建。数字聚焦成像便是一个在重建过程中自动寻找最佳重建平面的过程, 成像平面

检测流程如下: 沿轴向方向以固定间隔重建一系列图像, 重建图像越清晰, 说明重建位置越接近最佳重建平面位置, 通过对比度指标检测每幅图像, 以图像对比度的最大化或最小化从一系列重建图像中定位最佳重建平面。物体数字聚焦过程中相关的对比度评价指标有许多, 其中包括熵指标、方差指标、频谱指标、频谱范数指标以及强度梯度指标等。通过灵活运用数字聚焦的对比度指标, 可以量化重建图像的对比度, 客观地反映图像的重建状况, 自动定位物体的最佳重建平面。

为了检测全息图重建时的聚焦/散焦程度, 本文采取了两项数字聚焦算法, 第一项为基于图像灰度变化以及明暗分布的纹理度量方法(TC), 表示为

$$A_{\text{TC}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N_x N_y} \sum_x \sum_y [q(x, y) - \bar{q}]^2}{\bar{q}}}, \quad (7)$$

式中:  $q(x, y)$  表示重建复数场的振幅值;  $\bar{q}$  表示重建复数场的振幅平均值;  $N_x$  和  $N_y$  分别表示物体沿  $x$  轴与  $y$  轴方向的采样像素数目。

第二项为基于梯度计算的边缘检测方法, 通过考虑图像内锐利边缘的相邻像素值之间的差异, 对图像的聚焦程度进行量化, 通过使用绝对梯度算子(GRA)计算图像的一阶导数, 表示为

$$A_{\text{GRA}} = \sum_x \sum_y \sqrt{[q(x, y) - q(x-1, y)]^2 + [q(x, y) - q(x, y-1)]^2}. \quad (8)$$

通过引入数字聚焦成像理论, 构建了数字聚焦压缩全息重建模型<sup>[53]</sup>, 有效抑制了零级项与孪生像噪声, 精准定位物体的最佳重建平面, 实现高精度物体三维信息重建。

### 4 数字聚焦压缩全息重建模型

数字聚焦压缩全息图像重建模型运用了压缩全息强大的采集与重建能力以及数字聚焦成像的最佳

重建平面定位能力,通过全变分正则化的约束对图像信号进行稀疏采集,并通过数值重建重构单幅全息图,根据数字聚焦算法得到聚焦最清晰的重建物体。该算法相比传统反传播(BP)算法,具有更高的聚焦精度,能更准确定位物体的最佳重建平面位置,在最佳重建平面附近更宽范围内实现高分辨率全息重建。

#### 4.1 粒子的结果与分析

同轴数字全息仿真光路图如图 1 所示,激光器发出 532 nm 波长的光照射 10 μm 粒子小球,经过粒子衍射的光作为物光,而未经粒子的光作为参考光。物光与参考光在 CMOS 像感器(像素尺寸为 3.75 μm×3.75 μm)上发生相干叠加,形成明暗相间的干涉条纹,由其记录下物体的全息图,采用了传统反传播重建算法对所得粒子仿真全息图进行了数值

重建,其中以 10 μm 为间隔在距离[9000,11000] μm 范围内进行重建,共得到了 201 张重建粒子图像,可以观察到,粒子的振幅信息重建图的对比度存在一个由模糊到清晰再到模糊的过程,其灰度分布同样存在一个由杂散至稳定再到杂散的过程,这一过程充分反映了通过重建全息图寻找物体最佳重建平面时图像像质的变化,而由于同轴全息重建中固有的零级项与孪生像噪声影响,重建图像像质不理想。图 2 显示了迭代次数设定为 200 次的条件下,根据数字聚焦压缩全息算法对每幅重建粒子图像进行处理,可以观察到粒子的振幅信息重建图的对比度也存在一个由模糊到清晰再到模糊的过程,相比于图 1 所示的重建粒子,其图像的对比度更具优势且灰度分布趋于稳定,同轴全息重建图像的像质得到提升。

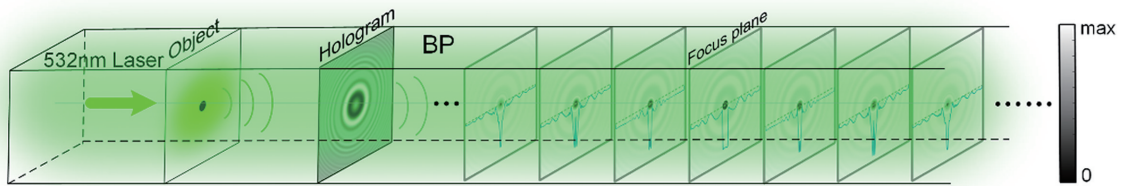


图 1 同轴数字全息仿真光路图

Fig. 1 Simulation light path diagram of in-line digital holography

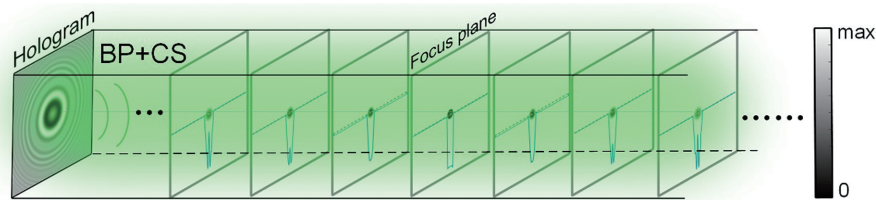


图 2 通过数字聚焦压缩全息算法重建粒子全息图过程

Fig. 2 Reconstruction of particle hologram by numerical focusing compressive holography

重建图像聚焦最清晰位置若仅凭肉眼判断存在较大的主观性,引入(7)式所述数字聚焦算法,采用对比度指标对所有重建粒子图像进行评价,进行数据归一化后获得数字聚焦曲线,如图 3 所示,其显示了在不同重建距离下,根据传统反传播算法所得聚焦曲线 TC(TC\_BP)以及根据数字聚焦压缩全息算法所得聚焦曲线 TC(TC\_BP\_CS)的聚焦值变化,当重建距离  $z'_n = 9990 \mu\text{m}$  时,数字聚焦曲线 TC\_BP 达到最大值,此处为预测最佳重建平面位置,即图像重建最清晰位置,定义聚焦值高于极值 70% 的区域为图像清晰聚焦的范围,其中  $z'_{TC1} = 9720 \mu\text{m}$ ,  $z'_{TC2} = 10150 \mu\text{m}$ ,则传统反传播算法重建所得聚焦清晰范围为  $z'_{TC2} - z'_{TC1} = 430 \mu\text{m}$ 。当重建距离  $z'_n = 9990 \mu\text{m}$  时,数字聚焦曲线 TC\_BP\_CS 达到峰值,

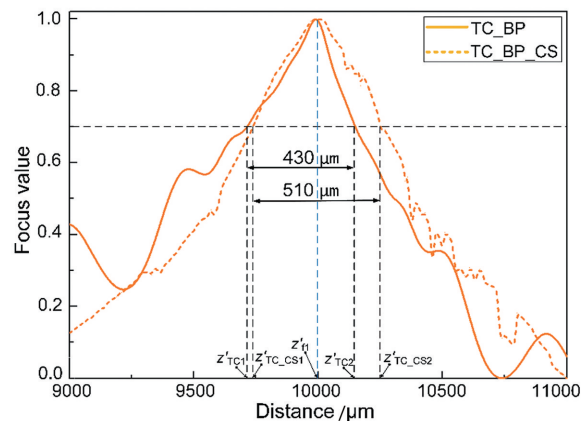


图 3 聚焦曲线 TC\_BP 与 TC\_BP\_CS 在不同重建距离下对应的聚焦值

Fig. 3 Focusing curves TC\_BP and TC\_BP\_CS corresponding to focus values under different reconstruction distances

其中  $z'_{TC\_CS1} = 9740 \mu\text{m}$ ,  $z'_{TC\_CS2} = 10250 \mu\text{m}$ , 则数字聚焦压缩全息算法重建粒子的聚焦清晰范围为  $z'_{TC\_CS2} - z'_{TC\_CS1} = 510 \mu\text{m}$ , 其聚焦清晰的范围增加了  $80 \mu\text{m}$ , 且聚焦曲线的波动相比传统方法更小, 体现了聚焦曲线更好的收敛性。

图 4(a)~(c) 显示了重建距离为 9000, 9500, 9990  $\mu\text{m}$  处的粒子的详细信息, 受同轴全息重建中

固有的零级项与孪生像噪声影响, 粒子在重建过程中图像像质始终受到干扰, 难以得到理想的重建图像, 而引入数字聚焦压缩全息成像模型后所得距离在 9000, 9500, 9990  $\mu\text{m}$  处的重建粒子信息分别如图 4(d)~(f) 所示, 由于压缩感知中全变分正则化条件的约束, 同轴全息重建中的零级项与孪生像噪声得到了有效抑制, 每幅重建图像像质均得到提高。

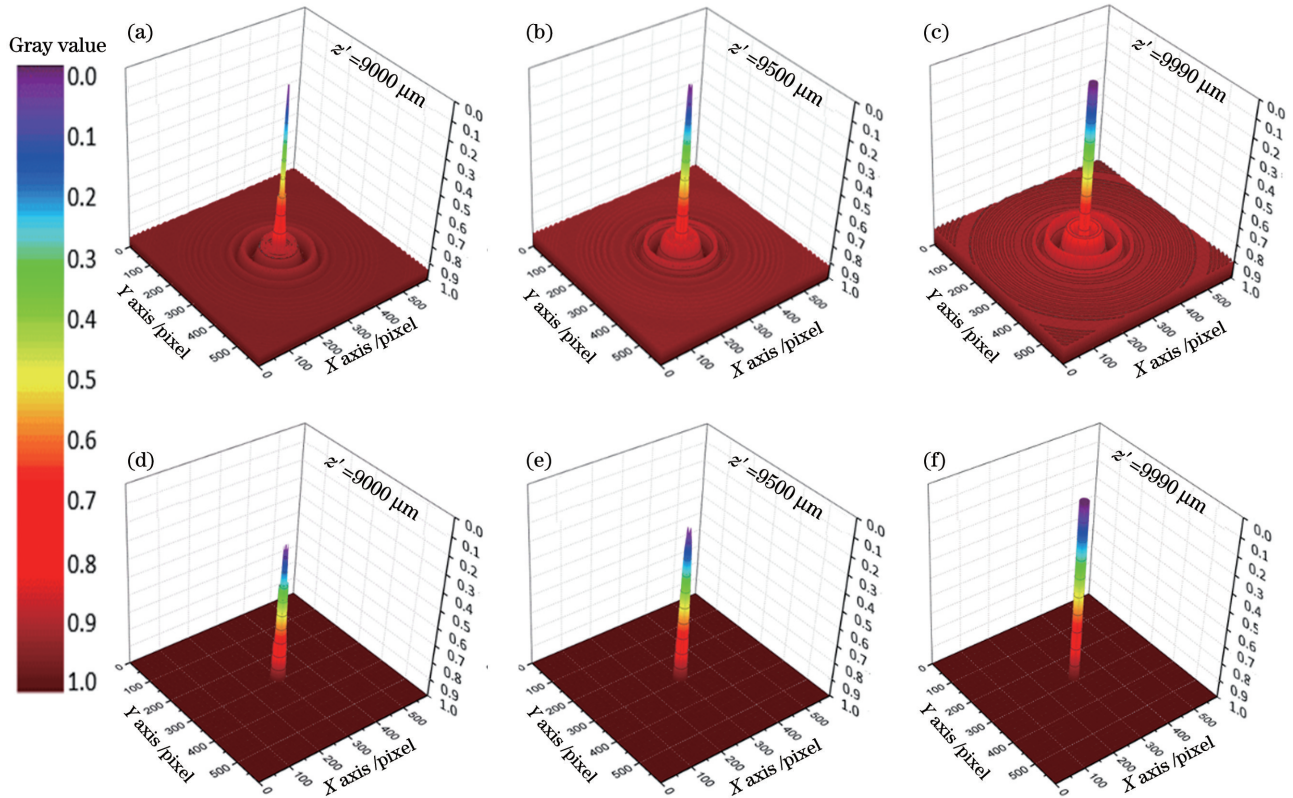


图 4 不同算法重建粒子全息图结果。(a)~(c)传统反传播算法;(d)~(f)数字聚焦压缩全息算法

Fig. 4 Results of particle holograms reconstructed by different algorithms. (a)–(c) Traditional back-propagation method; (d)–(f) numerical focusing compressive holographic algorithm

#### 4.2 USAF-1951 鉴别率板的结果与分析

USAF-1951 鉴别率板由记录到数字聚焦压缩全息重建的整体流程如图 5 所示, 其中在数值重建中, 设定迭代次数为 200, 以  $10 \mu\text{m}$  为间隔设定重建距离范围为  $[1300, 1800] \mu\text{m}$ , 可以观察到 USAF-1951 的振幅信息, 重建图的条纹与数字的对比度存在一个由模糊至清晰再到模糊的过程。图 6 比较了

各重建距离下 USAF-1951 通过传播反传播聚焦重建方法所获聚焦曲线 (GRA\_BP) 与数字聚焦压缩全息重建算法 (GRA\_BP\_CS) 聚焦曲线之间的对比。当重建距离  $z'_{t2} = 1540 \mu\text{m}$  时, 数字聚焦曲线 GRA\_BP 达到最大值, 此处为传播反传播聚焦重建方法预测的最佳重建平面位置, 而  $z'_{GRA1} = 1520 \mu\text{m}$ ,  $z'_{GRA2} = 1570 \mu\text{m}$ , 则传统反传播算法重建所得聚焦

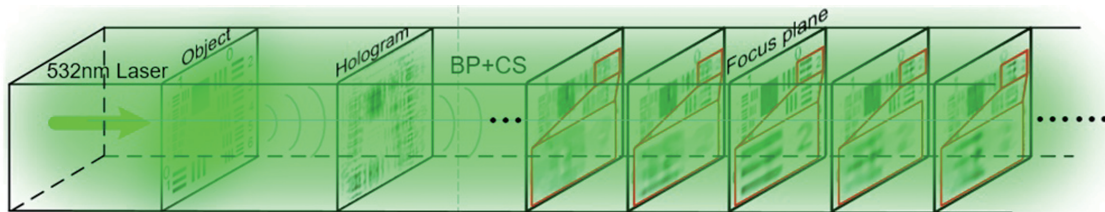


图 5 同轴数字全息记录与压缩全息重建光路图

Fig. 5 Recording and compressive holography reconstruction of in-line digital holography

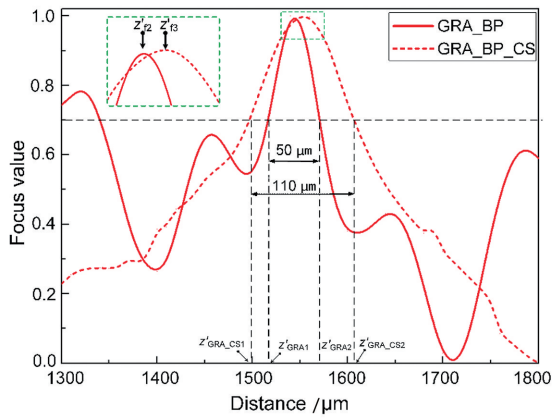


图 6 USAF-1951 全息图重建仿真中聚焦曲线 GRA\_BP 与 GRA\_BP\_CS 在不同重建距离下各自对应的聚焦值

Fig. 6 Focusing curves GRA\_BP and GRA\_BP\_CS correspond to the respective focus values at the simulated reconstruction distance

清晰范围为  $z'_{GRA2} - z'_{GRA1} = 50 \mu\text{m}$ ; 当重建距离  $z'_{f3} = 1550 \mu\text{m}$  时, 数字聚焦曲线 GRA\_BP\_CS 达到最大

值, 此处为数字聚焦压缩全息重建方法预测的最佳重建平面位置, 而  $z'_{GRA\_BP1} = 1500 \mu\text{m}$ ,  $z'_{GRA\_BP2} = 1610 \mu\text{m}$ , 则重建所得聚焦清晰范围为  $z'_{GRA\_BP2} - z'_{GRA\_BP1} = 110 \mu\text{m}$ , 其聚焦清晰的范围相比传统重建方法扩展了 125%, 且该聚焦曲线体现了良好的单峰性, 与粒子重建结果所得结论一致。

如图 7(a) 所示, 显示了通过传统反传播算法在重建距离  $z'_{f2} = 1540 \mu\text{m}$  的 USAF-1951 重建信息, 其对应的灰度图如图 7(b) 所示, 尺寸大小为  $500 \text{ pixel} \times 500 \text{ pixel}$ , 通过分析图 7(a) 与 (b) 发现, 由于零级项与孪生像噪声的影响, 导致 USAF-1951 图像的边线周围存在噪点干扰, 重建像质不理想, 而根据数字聚焦压缩全息成像算法所得距离在  $z'_{f3} = 1550 \mu\text{m}$  处的 USAF-1951 重建信息如图 7(c) 所示, 对应的灰度图如图 7(d) 所示, 其尺寸大小为  $500 \text{ pixel} \times 500 \text{ pixel}$ , 显然其重建图像的对比度更具优势, 由于重建图像的零级项与孪生像噪声的抑

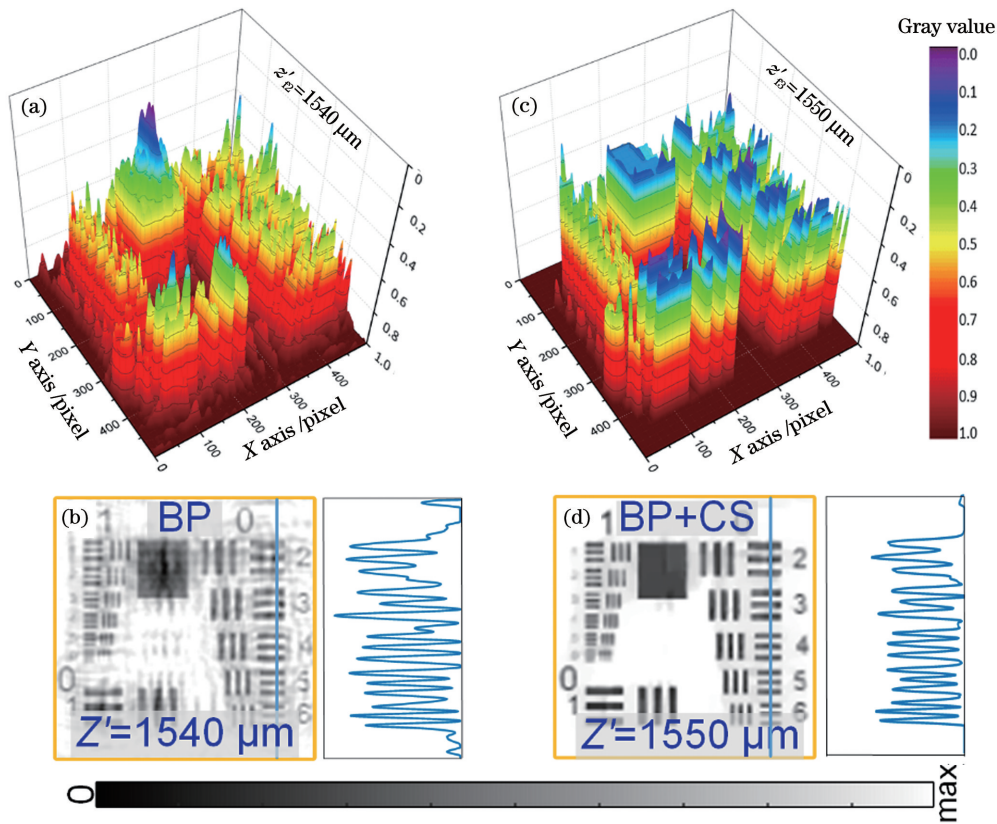


图 7 数字全息重建 USAF-1951 信息。(a) 传统反传播算法在重建深度  $z'_{f2} = 1540 \mu\text{m}$  的 USAF-1951 信息; (b) 对应于 (a) 的 USAF-1951 灰度图; (c) 数字聚焦压缩全息重建算法在重建深度  $z'_{f3} = 1550 \mu\text{m}$  的 USAF-1951 信息; (d) 对应于 (c) 的 USAF-1951 灰度图

Fig. 7 Digital holographic reconstruction of USAF-1951 information. (a) Reconstructed USAF-1951 information using traditional back-propagation method at  $z'_{f2} = 1540 \mu\text{m}$ ; (b) USAF-1951 grayscale image corresponds to Fig. (a); (c) reconstructed USAF-1951 information using numerical focusing compressive holographic algorithm at  $z'_{f3} = 1550 \mu\text{m}$ ; (d) USAF-1951 grayscale image corresponds to Fig. (c)

制,USAF-1951 边线周围的噪点得到有效清除,显示出了更清晰的边线效果。

针对不同物体(粒子与 USAF-1951)以及不同数字聚焦指标(TC、GRA),所述数字聚焦压缩全息重建算法相比传统反传播重建算法均能得到较优结果。该算法改善了聚焦曲线性能,保持了聚焦曲线的收敛性,更准确地预测最佳重建平面位置,进而得到较为理想的重建距离和重建图像,是一种适用范围广,可以有效抑制噪声并提高重建图像分辨率与信噪比的理想方法。

## 5 结 论

本文从数字全息记录和重建原理出发,介绍了数字全息与压缩感知的内在联系,并介绍了关于压缩感知成像模型。通过压缩感知成像理论及其适用条件,结合同轴全息重建的角谱衍射传播公式,构建了数字聚焦压缩全息重建模型,并介绍了根据数字聚焦算法描述重建图像对比度的基本理论,设计了一种数字聚焦压缩全息重建算法。该数字聚焦压缩全息算法根据数字聚焦成像的最佳重建平面定位能力,借用了压缩感知算法的重建能力,以数字聚焦算法预测最佳重建平面位置,并找到聚焦最清晰的重建物体。对比数字聚焦压缩全息算法与传统反传播算法对粒子与 USAF-1951 鉴别率板实验的重建效果,凸显了所述新算法的优势,有效抑制重建过程中零级项与孪生像噪声的同时,优化聚焦曲线,保证了聚焦曲线的良好收敛性,具有更高的最佳重建平面定位精度,进而可得到较为理想的重建距离和重建图像,实现高质量的图像重建,恢复物体三维信息。数字聚焦压缩全息成像模型因其对图像分辨率与信噪比的提升特性,以及其自身的高实用性与稳定性,可被广泛应用于生物显微成像与医学检测等多个领域。

## 参 考 文 献

- [1] Gabor D. A new microscopic principle[J]. Nature, 1948, 161(4098): 777-778.
- [2] Maiman T H. Stimulated optical radiation in ruby [J]. Nature, 1960, 187(4736): 493-494.
- [3] Leith E N, Upatnieks J. Reconstructed wavefronts and communication theory[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1962, 52(10): 1123-1130.
- [4] Leith E N, Upatnieks J. Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects[J]. Journal of the Optical Society of America, 1964, 54(11): 1295-1301.
- [5] Goodman J W, Lawrence R W. Digital image formation from electronically detected holograms[J]. Applied physics letters, 1967, 11(3): 77-79.
- [6] Huang T S. Digital holography [J]. Proceedings of the IEEE, 1971, 59(9): 1335-1346.
- [7] Schnars U, Jüptner W. Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction [J]. Applied Optics, 1994, 33(2): 179-181.
- [8] Cuhe E, Marquet P, Depeursinge C. Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms [J]. Applied Optics, 1999, 38(34): 6994-7001.
- [9] Xue K, Li Q, Li Y D, et al. Continuous-wave terahertz in-line digital holography[J]. Optics Letters, 2012, 37(15): 3228-3230.
- [10] Nehmetallah G T, Aylo R, Williams L. Analog and digital holography with MATLAB[M]. Bellingham: SPIE, 2015: 138-145.
- [11] Barton J J. Removing multiple scattering and twin images from holographic images[J]. Physical Review Letters, 1991, 67(22): 3106.
- [12] Yamaguchi I, Zhang T. Phase-shifting digital holography[J]. Optics Letters, 1997, 22(16): 1268.
- [13] Zhang Y, Pedrini G, Osten W, et al. Whole optical wave field reconstruction from double or multi in-line holograms by phase retrieval algorithm [J]. Optics Express, 2003, 11(24): 3234-3241.
- [14] Gillespie J, King R A. The use of self-entropy as a focus measure in digital holography [J]. Pattern Recognition Letters, 1989, 9(1): 19-25.
- [15] Ma L H, Wang H, Li Y, et al. Numerical reconstruction of digital holograms for three-dimensional shape measurement[J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2004, 6(4): 396-400.
- [16] Liebling M, Unser M. Autofocus for digital Fresnel holograms by use of a Fresnel-sparsity criterion[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2004, 21(12): 2424-2430.
- [17] Li W, Loomis N C, Hu Q, et al. Focus detection from digital in-line holograms based on spectral norms[J]. Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image Science, and Vision, 2007, 24(10): 3054-3062.
- [18] Yu L, Cai L. Iterative algorithm with a constraint condition for numerical reconstruction of a three-dimensional object from its hologram [J]. Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image



- Science, and Vision, 2001, 18(5): 1033-1045.
- [19] Langehanenberg P, Kemper B, Dirksen D, et al. Autofocusing in digital holographic phase contrast microscopy on pure phase objects for live cell imaging [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(19): D176-D182.
- [20] Yang Y, Kang B S, Choo Y J. Application of the correlation coefficient method for determination of the focal plane to digital particle holography[J]. *Applied Optics*, 2008, 47(6): 817-824.
- [21] Memmolo P, Distante C, Paturzo M, et al. Automatic focusing in digital holography and its application to stretched holograms [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(10): 1945-1947.
- [22] Memmolo P, Paturzo M, Javidi B, et al. Refocusing criterion via sparsity measurements in digital holography[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(16): 4719-4722.
- [23] Grare S, Allano D, Coëtmelec S, et al. Dual-wavelength digital holography for 3D particle image velocimetry: experimental validation [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(3): A49-A53.
- [24] Li Z B, Zheng G, Zhang L X, et al. Accurate axial location for particles in digital in-line holography[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2009, 36(9): 82-86. 李志斌, 郑刚, 章立新, 等. 同轴数字全息中粒子轴向的精确定位[J]. *光电工程*, 2009, 36(9): 82-86.
- [25] Ou H Y, Wu Y, Lam E Y, et al. New autofocus and reconstruction method based on a connected domain [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(9): 2201-2203.
- [26] Ren Z B, Lam E Y, Zhao J L. Acceleration of autofocusing with improved edge extraction using structure tensor and Schatten norm[J]. *Optics Express*, 2020, 28(10): 14712-14728.
- [27] Brady D J, Choi K, Marks D L, et al. Compressive holography [J]. *Optics Express*, 2009, 17 (15): 13040-13049.
- [28] Liu Y, Tian L, Lee J W, et al. Scanning-free compressive holography for object localization with subpixel accuracy[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(16): 3357-3359.
- [29] Liu Y, Tian L, Hsieh C H, et al. Compressive holographic two-dimensional localization with  $1/30^2$  subpixel accuracy[J]. *Optics Express*, 2014, 22(8): 9774-9782.
- [30] Wang Z H, Spinoulas L, He K, et al. Compressive holographic video[J]. *Optics Express*, 2017, 25(1): 250-262.
- [31] Brodoline A, Rawat N, Alexandre D, et al. 4D compressive sensing holographic microscopy imaging of small moving objects[J]. *Optics Letters*, 2019, 44 (11): 2827-2830.
- [32] Wu Y C, Wu X C, Wang Z H, et al. Reconstruction of digital inline hologram with compressed sensing [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(11): 1109001. 吴迎春, 吴学成, 王智化, 等. 压缩感知重建数字同轴全息[J]. *光学学报*, 2011, 31(11): 1109001.
- [33] Han C, Wu W, Li M M. Encoding and reconstruction of lensless off-axis Fourier hologram based on the theory of compressed sensing [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, 41(2): 209015. 韩超, 吴伟, 李蒙蒙. 基于压缩感知理论的无透镜离轴傅里叶全息编码与重建[J]. *中国激光*, 2014, 41 (2): 209015.
- [34] Zhang W H, Cao L C, Brady D J, et al. Twin-image-free holography: a compressive sensing approach[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(9): 093902.
- [35] Zhang H, Cao L C, Jin G F, et al. Progress on lensless digital holography imaging based on compressive holographic algorithm [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(8): 080001. 张华, 曹良才, 金国藩, 等. 基于压缩感知算法的无透镜数字全息成像研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(8): 080001.
- [36] Wu X Y, Yu Y J, Bai Y W, et al. Compressive sensing tomographic reconstruction of non-amplifying in-line hologram based on variable density downsampling in frequency domain[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(S1): 20190500. 伍小燕, 于瀛洁, 白跃伟, 等. 基于频域变密度减采样的无放大同轴全息图的压缩传感层析重建[J]. *红外与激光工程*, 2020, 49(S1): 20190500.
- [37] Lin P, Li Q, Shen Z C. Influence of parameters on terahertz digital holography 3D image reconstruction of a continuous scene[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(22): 220901. 林平, 李琦, 申作春. 连续场景太赫兹数字全息三维重建图像的参数影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(22): 220901.
- [38] Romberg J. Imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 14-20.
- [39] Candès E. Compressive sampling [M]. Switzerland: European Mathematical Society Publishing House, 2006: 1433-1452.
- [40] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [41] Candes E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.

- [42] Foucart S. A note on guaranteed sparse recovery via  $\ell_1$ -minimization [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2010, 29(1): 97-103.
- [43] Candès E J, Romberg J. Sparsity and incoherence in compressive sampling [J]. *Inverse Problems*, 2007, 23(3): 969-985.
- [44] Candès E J, Tao T. Decoding by linear programming [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [45] Candès E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [46] Mallat S G, Zhang Z F. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [47] He L H, Carin L. Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(9): 3488-3497.
- [48] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. *SIAM Review*, 2001, 43(1): 129-159.
- [49] Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(4): 586-597.
- [50] Herrity K K, Gilbert A C, Tropp J A. Sparse approximation via iterative thresholding [C] // 2006 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing Proceedings, May 14-19, 2006, Toulouse, France. New York: IEEE Press, 2006: III.
- [51] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(12): 2992-3004.
- [52] Zhang H. Lenless coding imaging technology based on compressed sampling [D]. Beijing: Tsinghua University, 2020: 17-22.  
张华. 基于压缩采样的无透镜编码成像技术研究 [D]. 北京: 清华大学, 2020: 17-22.
- [53] Zhang Y Y, Huang Z Z, Jin S Z, et al. Autofocusing of in-line holography based on compressive sensing [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 146: 106678.