

轴锥镜光束变换特性分析

陈晓雪, 楼宇丽*, 李重光, 代梦诗, 孙其华

昆明理工大学理学院激光信息处理技术与应用重点实验室, 云南 昆明 650500

摘要 垂直入射平行光束经轴锥镜变换后, 出射光束为 Bessel 光束。在轴锥镜后方一段传播范围内其分布形式始终保持不变, 横截面光强分布表现为均匀间距的同心圆环, 中心为一亮斑。首先通过几何光学分析, 推导出无衍射传播距离的计算公式; 然后, 用波动光学的方法推导出亮暗相间同心圆环条纹的间距公式, 以及给出存在确切解析表达式的轴锥镜后方横截面光强分布和 Bessel 光束中心光斑尺寸计算公式, 并用 MATLAB 软件对 Bessel 光束进行模拟; 最后, 进行实验验证, 并讨论 Bessel 光束与轴锥镜几何光学参数之间的关系, 为 Bessel 光束的实际应用提供参考。

关键词 衍射; 轴锥镜; 光束变换; Bessel 光束; 强度分布

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1705001

Analysis of Characteristics of a Beam Transformed by an Axicon

Chen Xiaoxue, Lou Yuli*, Li Chongguang, Dai Mengshi, Sun Qihua

Key Laboratory of Laser Information Processing Technology and Application, College of Science,
Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China

Abstract A parallel beam will be transformed into a Bessel beam by an axicon, once the parallel beam is projected vertically onto the axicon's surface. The converted beam propagates a certain distance keeping a fixed transverse intensity distribution, which is a central circular spot surrounded by a series of dark and bright rings with proportional spacing. In this paper, first a formula is presented to evaluate the nondiffracted propagation distance according to geometrical optics principles; second, the fringe spacing of the Bessel beams is formulated using overlapping rules of optical waves, intensity distribution of the rear cross section of the axicon with exact analytic expression and the Bessel beam center spot size calculation formula are given, and the distribution of the Bessel beam is simulated by programing in MATLAB. Finally, experimental validation is given, and the relationships between the parameters of the axicon and the Bessel beam are discussed to help in utilization of the Bessel beam.

Key words diffraction; axicon; beam transformation; Bessel beam; intensity distribution

OCIS codes 050.1940; 050.1960; 080.4228; 260.1960

1 引言

1983年, Brittingham^[1]给出了满足 Maxwell 波动方程的一簇解, 该解所对应的光波在传播过程中始终保持无衍射状态, 同时一直处于聚焦状态, 但

该光波携带的能量是无穷大的, 因此只具有理论意义而不可能实现。随后在 1985 年 Ziolkowski^[2]给出了波动方程的另一组准确解, 为验证该解对应的光波是否真实存在, 利用声波演示了无衍射光波在水中的传输。1987 年, 美国罗切斯特大学的 Durnin^[3]

收稿日期: 2020-12-31; 修回日期: 2021-01-17; 录用日期: 2021-01-20

基金项目: 国家自然科学基金(61465005, 61565011, 61540075)、云南省级人培基金(KKSY201407082)

通信作者: *578928841@qq.com

证明了由 Bessel 函数描述的光波也满足标量波动方程,这类光波在垂直于传播方向的任意横截面内,横向光场分布始终保持不变,即光波在传输过程中不受衍射的影响,表现出无衍射特征^[4],因此 Durmin 将这种光束称为无衍射光束。此外,无衍射光束具有高斯光束等普通光束不曾有的重要性质——自重建特性^[5-6],具有良好的应用前景。

轴锥镜法^[7]和环缝-透镜法^[3]为目前较为常见的产生无衍射光束的方法,由于光路结构简单、成本低廉等优势,已成为主流方法。其中,轴锥镜法的光能利用率高、转换方式便捷、抗损伤阈值高^[8-12],成为讨论的热点。近年来,国内外学者对无衍射光束特性的研究已取得一系列成果^[4-6,13-16],而无衍射光束的光束变换,比如圆环形条纹具体分布、条纹间距等尚未有理论证明或实验验证。本文首先通过几何光学分析,给出平行光束垂直入射轴锥镜后的无衍射传播距离公式;然后,应用波动光学的光波叠加原理,给出轴锥镜后方光强分布的条纹间距公式,并给出存在确切解析表达式的轴锥镜后方横截面光强分布和利用轴锥镜法产生的 Bessel 光束中心光斑尺寸的理论计算公式;最后,根据柱坐标系下的菲涅耳衍射公式模拟了 Bessel 光束的准确分布,对轴锥镜的光束变换特性进行分析。

2 基本原理

2.1 几何光学分析

图 1 为平行光束垂直入射轴锥镜的光路示意图,其中 α 为轴锥镜的锥底角, R 为轴锥镜的最大透光半径, n 为轴锥镜折射率,光轴为 z 轴。在子午截面内,入射光束经轴锥镜偏折形成关于光轴对称的上、下两束平行光,夹角为 2β 。在轴锥镜后方这两束平行光的重叠区域即为无衍射传播区域, Z_{\max} 表示沿光轴传播的最大范围。从光波叠加的角度分

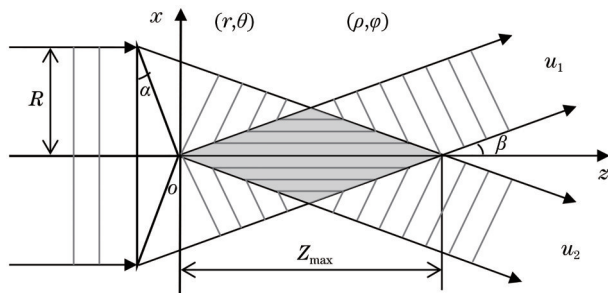


图 1 轴锥镜产生 Bessel 光束的轴截面示意图

Fig. 1 Axial cross section schematic of the Bessel beam generated by an axicon

析,当两束平行光之间的夹角不变时,叠加后的光强分布不变。

由几何光学分析可得

$$n \sin \alpha = \sin(\alpha + \beta). \quad (1)$$

考虑到锥底角 α 很小时, $\alpha + \beta$ 也很小,于是有 $\sin \alpha \approx \alpha$, $\sin(\alpha + \beta) \approx \alpha + \beta$ 。偏折后光束与光轴的夹角为

$$\beta \approx (n - 1)\alpha, \quad (2)$$

由几何关系

$$Z_{\max} + R \tan \alpha = \frac{R}{\tan \beta}, \quad (3)$$

并取近似 $\tan \beta \approx \beta$, $\tan \alpha \approx \alpha$, 可推出

$$Z_{\max} \approx \frac{R}{(n - 1)\alpha} - R\alpha. \quad (4)$$

2.2 波动光学分析

在子午截面内,轴锥镜可等效为三棱镜,垂直入射的平行光被分成两束:向上偏折的平行光束和向下偏折的平行光束,从轴锥镜的顶点开始往后叠加,如图 1 所示。设入射平行光的振幅为单位振幅,则这两束平行光在轴锥镜后方垂直于光轴的横截面上的复振幅可表示为

$$u_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \beta\right], \quad (5)$$

$$u_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \beta\right], \quad (6)$$

式中: j 为虚数单位; λ 为波长; x 为子午面内垂直于光轴 z 的直角坐标,且约定光波沿 Z 轴正向传播。

叠加后的光强分布为

$$I = |u_1 + u_2|^2 = 1 + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} x \sin \beta\right), \quad (7)$$

当 $x = \frac{m\lambda}{2\sin \beta}$ (m 为整数) 时,条纹为亮纹,条纹间距为

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\sin \beta} \approx \frac{\lambda}{2(n - 1)\alpha}. \quad (8)$$

考虑到轴锥镜具有回转对称性,在轴锥镜后方的横截面内,光束叠加的结果是均匀分布的亮、暗同心圆环,相邻两个亮环的间距就是 Δx 。

以光轴为 z 轴,建立柱坐标系,过锥顶的极坐标平面为 (r, θ) 平面,锥顶后方垂直于光轴的某一横截面的极坐标平面为 (ρ, φ) 平面。由轴锥镜的光程函数

$$h(r) = nR \tan \alpha - (n - 1)r \tan \alpha, \quad (9)$$

可得到复振幅透过率函数

$$t(r) = \exp[jknR \tan \alpha - jk(n-1)r \tan \alpha], \quad (10)$$

式中: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; r 为轴锥镜后表面上离开锥顶的极半径。略去常相位因子, 并取傍轴近似, (10) 式可近

似写成

$$t(r) \approx \begin{cases} \exp[-jk(n-1)ar], & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}. \quad (11)$$

根据柱坐标系下的菲涅耳衍射公式

$$u(\rho, \varphi, z) = \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \exp\left(\frac{jk}{2z}\rho^2\right) \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} u(r, \theta, 0) \exp\left(\frac{jk}{2z}r^2\right) \exp\left[\frac{jk\rho r}{z} \cos(\theta - \varphi)\right] r dr d\theta, \quad (12)$$

单位振幅均匀平面波垂直入射时, 轴锥镜后方的光波场分布为

$$u(\rho, \varphi, z) = \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \exp\left(\frac{jk}{2z}\rho^2\right) 2\pi \int_0^R \exp[-jk(n-1)ar] \exp\left(\frac{jk}{2z}r^2\right) J_0\left(\frac{k\rho r}{z}\right) r dr, \quad (13)$$

式中: $J_0\left(\frac{k\rho r}{z}\right)$ 为极坐标系下带缩放的零阶第一类 Bessel 函数。(7) 式等号右边与极角 φ 无关, 表现出回转对称特性。于是, 横截面的光强分布可写为

$$I(\rho, z) = \frac{4\pi^2}{(\lambda z)^2} \left| \int_0^R \exp\left\{jk\left[\frac{r^2}{2z} - (n-1)ar\right]\right\} J_0\left(\frac{k\rho r}{z}\right) r dr \right|^2. \quad (14)$$

需要说明的是: 当忽略轴锥镜通光孔径的影响时, 即 $R \rightarrow \infty$ 时, (13) 式和 (14) 式的积分表示一个复高斯函数的零阶汉克变换, 存在确切的解析表达式, 这为快速分析轴锥镜后方的 Bessel 光束提供了便利。

此外, 若假设轴锥镜法产生的 Bessel 光束的中心光斑半径为 r_0 , 波矢 k 的径向分量为 a , 即 $a = k_r = k(n-1)\alpha$, 由于零阶 Bessel 函数的第一个零点的自变量约为 2.4048, 即满足 $J_0(ar_0) = 0$, 此时有

$$ar_0 \approx 2.4048, \quad (15)$$

故 Bessel 光束的中心光斑半径为

$$r_0 \approx \frac{2.4048}{a} = \frac{2.4048}{k(n-1)\alpha} \approx \frac{0.383\lambda}{(n-1)\alpha}. \quad (16)$$

(16) 式表明, 采用轴锥镜法产生的 Bessel 光束的中心光斑半径 r_0 与工作波长 λ 成正比, 与轴锥镜底角 α 成反比。

3 数值模拟与实验验证

根据 (14) 式, 通过 MATLAB 软件编程进行数值模拟, 得到单位振幅均匀平面波垂直照射轴锥镜后所得 Bessel 光束分布结果, 如图 2 所示。数值模拟中参数为: 波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, 轴锥镜锥底角 $\alpha = 1^\circ$, 折射率 $n = 1.5$, 最大通光半径 $R = 2 \text{ mm}$ 。对应的 $Z_{\text{max}} \approx 229 \text{ mm}$, $\Delta x \approx 36 \mu\text{m}$ 。

图 2(a) 所示为变换后光束在子午面内的强度分布, 图 2(b) 为轴锥镜后方沿光轴的强度分布三维图, 图 2(c) 所示为轴锥镜后方不同距离处的横截面

光强分布曲线。可以看到, 在轴锥镜后方一定传播距离内, 横截面分布的中心光斑尺寸及各级亮纹的相对位置保持不变, 表现出无衍射传播的特征。

能够改变这种传播特征参数是轴锥镜的底角 α , 以及激光波长 λ 。对不同底角的轴锥镜、不同工作波长的平行激光束进行了数值模拟。不同参数条件下, 无衍射光束的中央亮斑分布曲线见图 3。可以看到: 通过减小工作波长可以减小中心光斑尺寸; 增大轴锥镜底角也可以减小中心光斑尺寸。这与前文的理论分析结果基本一致, 进一步验证了理论分析的准确性。

为了验证数值模拟的正确性, 搭建图 4 所示的实验光路。激光器发射的激光束经可调节衰减器 (ND) 衰减, 再通过一个望远镜系统进行扩束准直后垂直照射到轴锥镜, 在其后方由 CCD 摄像机 (像素尺寸为 $2.9 \mu\text{m}$, 分辨率为 $1920 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$) 进行采样, 获得不同传播距离下的 Bessel 光束横截面分布图。实验中采用折射率 $n = 1.5$ 、锥底角 $\alpha = 5^\circ$ 的轴锥镜。

实验中分别使用 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 和 $\lambda = 1.024 \mu\text{m}$ 两种激光, 依次采集了轴锥镜后方 $z = 12 \text{ mm}$ 、 $z = 50 \text{ mm}$ 、 $z = 80 \text{ mm}$ 3 种距离下的 Bessel 光束横截面分布, 如图 5 和图 6 所示。从采样图可以看到, 轴锥镜后方的 Bessel 光束横截面分布为间距均匀的亮暗同心圆环条纹, 中央为一亮斑, 并且在无衍射传播距离内, 这种分布特征保持不变。在紧靠轴锥镜的地方, 这种特征尤为明显。随着采样距离的增加,

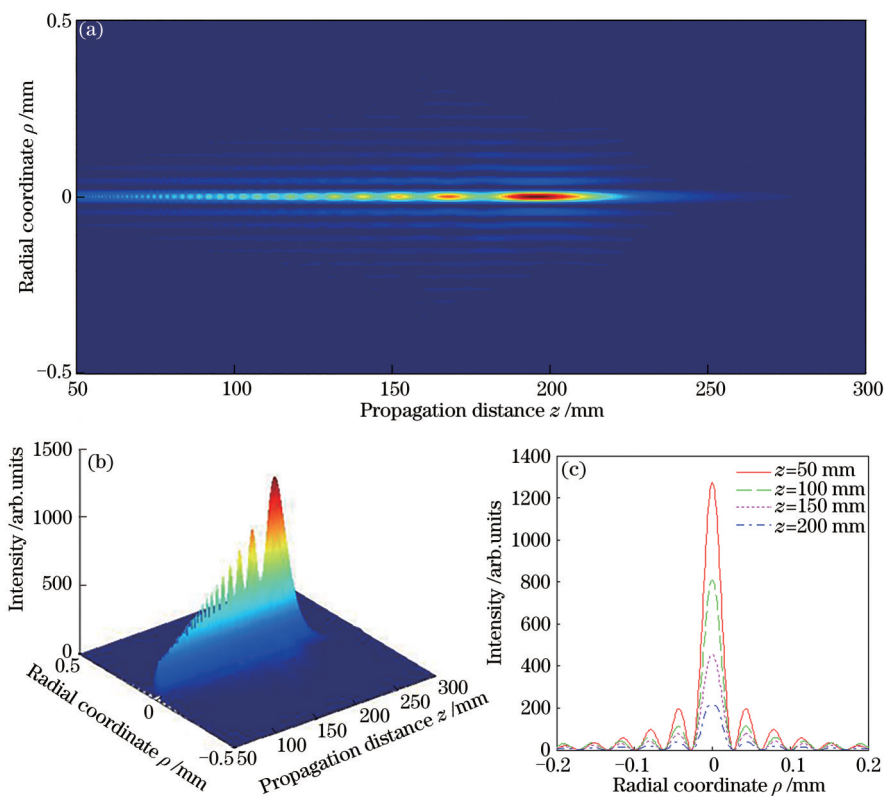


图2 平行光束经轴锥镜变换后的光强分布。(a)子午面内光强分布;(b)三维分布图;(c)截面分布曲线
Fig. 2 Intensity distribution of beams transformed by axicon. (a) Intensity distribution in meridional plane; (b) 3D distribution; (c) section curve

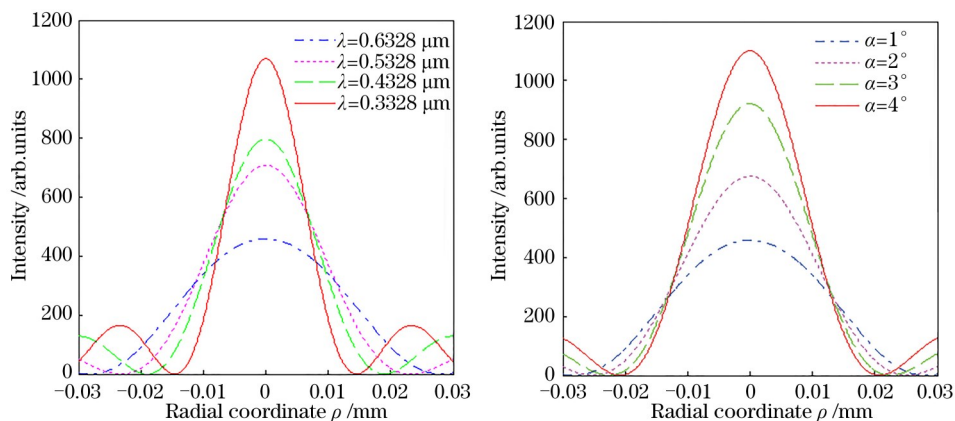


图3 中央亮斑强度分布曲线。(a)不同波长下的分布曲线;(b)不同锥角下的分布曲线
Fig. 3 Intensity curves of central spot. (a) Curves in various wavelengths; (b) curves in various base angles

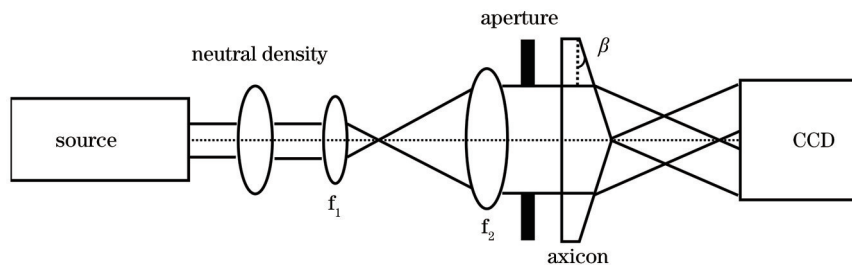


图4 轴锥镜光束变换实验光路示意图
Fig. 4 Experimental configuration to sample the beam transformed by axicon

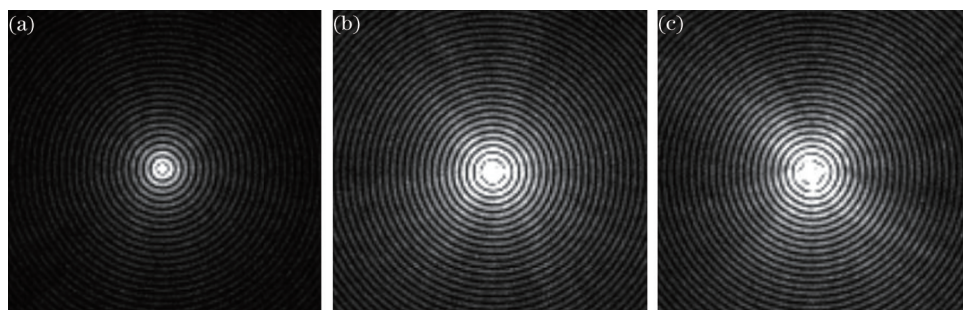


图5 $\lambda=0.6328\ \mu\text{m}$ 时不同衍射距离下的横截面采样图。(a) $z=12\ \text{mm}$; (b) $z=50\ \text{mm}$; (c) $z=80\ \text{mm}$

Fig. 5 Transverse sampling pictures in different distances with $\lambda=0.6328\ \mu\text{m}$. (a) $z=12\ \text{mm}$; (b) $z=50\ \text{mm}$; (c) $z=80\ \text{mm}$

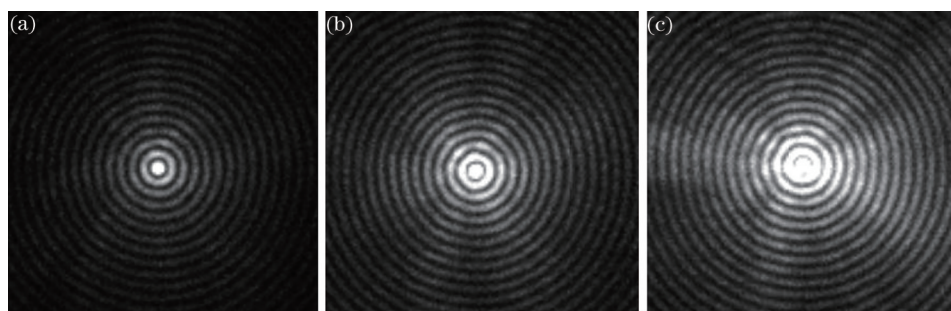


图6 $\lambda=1.024\ \mu\text{m}$ 时不同衍射距离下的横截面采样图。(a) $z=12\ \text{mm}$; (b) $z=50\ \text{mm}$; (c) $z=80\ \text{mm}$

Fig. 6 Transverse sampling pictures in different distances with $\lambda=1.024\ \mu\text{m}$. (a) $z=12\ \text{mm}$; (b) $z=50\ \text{mm}$; (c) $z=80\ \text{mm}$

中央亮斑略微出现发散,而且各级亮环的分布也出现不均匀现象,这主要与以下3个因素有关:1) CCD摄像机的灵敏度和线性相应度;2)准直平行光束与轴锥镜的垂直程度;3)实际加工的轴锥镜,其锥顶不可能是一个理想的点,而是带有一定曲率的非球面顶。锥顶对Bessel光束分布的影响,可参见文献[11]和文献[12]。

4 结 论

Bessel光束因其独特的传输特性,在光学准直与成像、粒子微操控、激光加工和非线性光学等领域得到广泛应用。本研究从几何光学的角度出发,推导出轴锥镜后方无衍射传播距离的估算公式,利用光波叠加原理给出Bessel光束横截面分布的条纹间距公式,给出存在确切解析表达式的轴锥镜后方横截面光强分布和轴锥镜法产生的Bessel光束中心光斑尺寸的理论计算公式,并通过柱坐标系下的菲涅耳衍射公式模拟出Bessel光束的分布特征,为无衍射光束的分析提供参考。

参 考 文 献

[1] Brittingham J N. Focus waves modes in homogeneous Maxwell's equations: transverse electric mode [J]. Journal of Applied Physics, 1983, 54(3): 1179-

1189.

- [2] Ziolkowski R W. Exact solutions of the wave equation with complex source locations [J]. Journal of Mathematical Physics, 1985, 26(4): 861-863.
- [3] Durmin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1987, 4(4): 651-654.
- [4] Wu F T, Cheng Z M, Wang T, et al. Analysis of phase on axis of the Bessel beam and self-imaged bottle beam [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0326001.
吴逢铁, 程治明, 王涛, 等. 贝塞尔光束和自成像局域空心光束的轴上相位分析 [J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0326001.
- [5] Wu F T, Jiang X G, Liu B, et al. Geometric optics analysis on self-reconstruction of the nondiffracting beam generated from an axicon [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(5): 3125-3129.
吴逢铁, 江新光, 刘彬, 等. 轴锥镜产生无衍射光束自再现特性的几何光学分析 [J]. 物理学报, 2009, 58(5): 3125-3129.
- [6] Fan D D, Wu F T, Cheng Z M, et al. Reconstruction of incoherent source Bessel beam [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(10): 104219.
范丹丹, 吴逢铁, 程治明, 等. 非相干光源无衍射光的自重建 [J]. 物理学报, 2013, 62(10): 104219.

- [7] Scott G, McArdle N. Efficient generation of nearly diffraction-free beams using an axicon [J]. *Optical Engineering*, 1992, 31(12): 2640-2643.
- [8] Jiang X G, Wu F T. Influence of astigmatism on the diffraction property of the axicon and its correction [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(7): 4202-4207. 江新光, 吴逢铁. 像散对轴棱锥衍射特性的影响与修正[J]. *物理学报*, 2008, 57(7): 4202-4207.
- [9] Ma G L, Liu L X, Zhao B. Measurement and automatic calibration of spatial incident angle based on non-diffracting beam [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(8): 1906-1912. 马国鹭, 刘丽贤, 赵斌. 基于无衍射光的空间入射角测量及其自动标定[J]. *仪器仪表学报*, 2016, 37(8): 1906-1912.
- [10] Ma G L, Zeng G Y, Zhao B. Measurement of space coordinates in hidden parts by combining non-diffracting attitude probe and total station[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(2): 363-370. 马国鹭, 曾国英, 赵斌. 基于无衍射姿态探针和全站仪组合测量空间隐藏坐标[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(2): 363-370.
- [11] Liu Q W, Li C G, Lou Y L, et al. Influence of hyperbolic vertex on axicon-focusing cylindrical vector beams[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(4): 0409001. 刘庆伟, 李重光, 楼宇丽, 等. 双曲线顶点对轴锥镜聚焦柱矢量光束的影响[J]. *中国激光*, 2020, 47(4): 0409001.
- [12] Wu P H. Research on the mechanism and method of Bessel beams[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016. 吴平辉. Bessel光束的机理及方法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2016.
- [13] Bai L Y, Lou C B, Chen Z Y, et al. Breathing and collision of nonlinear Bessel beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(13): 1319001. 白露阳, 楼慈波, 陈子暘, 等. 非线性贝塞尔光束的呼吸和碰撞[J]. *光学学报*, 2020, 40(13): 1319001.
- [14] Wu Q, Xiang F D, Huang Q, et al. Generation of terahertz beams with long diffraction-free length[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(6): 0614024. 吴巧, 项飞荻, 黄倩, 等. 长距离太赫兹无衍射波束的产生[J]. *中国激光*, 2019, 46(6): 0614024.
- [15] Li W L, Han H M, Dai C Y, et al. Influence of optical spatial filtering on Bessel beam generated by deformable mirror [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(12): 1205001. 李文来, 韩洪民, 代超宜, 等. 光学空间滤波对变形镜生成贝塞尔光束的性能影响[J]. *中国激光*, 2019, 46(12): 1205001.
- [16] Ge X L, Yue X F, Wang B Y, et al. Beam spreading and phase singularities' behavior of non-diffracting vortex beams through turbulent atmosphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(9): 0901001. 葛筱璐, 岳喜福, 王本义, 等. 湍流大气中无衍射涡旋光束的展宽及相位奇点的演化[J]. *光学学报*, 2019, 39(9): 0901001.