

电磁诱导增强的五阶非线性效应

梅书迪, 张欣怡, 辛国国, 杜英杰*

西北大学物理学院, 陕西 西安 710127

摘要 为了将非线性效应强度的测量延伸到五阶非线性上, 本文理论研究电磁诱导透明系统中的五阶非线性效应。研究表明, 量子相干效应极大地增强电磁诱导透明系统的非线性效应, 其中三阶互非线性的电极化率可以激发拉曼散射和四波混频, 五阶互非线性的电极化率有两个完全不同的非线性吸收和色散, 非线性吸收的五阶互非线性的电极化率可以激励四光子吸收, 非线性增益的五阶互非线性可以激励超级拉曼散射, 两者五阶互非线性的电极化率都可以激励六波混频。

关键词 原子与分子物理学; 电磁诱导透明; 五阶互非线性效应; 拉曼效应; 六波混频

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1702001

Fifth-Order Nonlinear Effects by Electromagnetically Induced Enhancement

Mei Shudi, Zhang Xinyi, Xin Guoguo, Du Yingjie*

School of Physics, Northwest University, Xi'an, Shaanxi 710127, China

Abstract In order to extend the measurement of the nonlinear effect intensity to the fifth-order nonlinear, the fifth-order nonlinear effect in the electromagnetically induced transparency system is studied theoretically. The research results show that the quantum coherence effect greatly enhances the nonlinear effects of electromagnetically induced transparency system, including susceptibility of third-order nonlinear which can simulate Raman scattering and four-wave mixing, fifth-order nonlinear susceptibility with two completely different nonlinear absorption and dispersion. The fifth-order cross nonlinearity of the nonlinear absorption excites the four-photon absorption and the fifth-order cross nonlinearity of the nonlinear gain excites the super Raman scattering. The fifth-order cross nonlinearity of the electric polarization of the nonlinear absorption excites the six-wave mixing.

Key words atomic and molecular physics; electromagnetically induced transparency; fifth-order cross nonlinear effect; Raman effect; six-wave mixing

OCIS codes 020.1335; 030.1640; 190.3270; 190.4400

1 引言

一般物质在电场的作用下会发生电极化, 电磁场中的电场会导致原子极化。非线性光学中,

使用电极化强度来表示物质被电极化的程度。当电极化强度与外加电场的振幅满足线性关系时, 则称该过程为线性电极化过程; 当电极化强度与外加电场的振幅满足非线性关系时, 则称该过程

收稿日期: 2020-12-15; 修回日期: 2021-01-11; 录用日期: 2021-01-12

基金项目: 国家量子光学与光量子器件国家重点实验室开放基金(KF201602)、陕西省教育厅科学研究计划(16JK1758)

通信作者: *yingjied@nwu.edu.cn

为非线性电极化过程,该过程可以形成各种各样的非线性效应。科研人员将原子中的电子作为弹簧振子,用来解释非线性效应所形成的物理机制。电子在外光场的作用下受迫振动,当外光场的频率与电子的固有振动频率相同时,则电子进行简谐振动,相当于光场与一个二能级系统共振耦合,而介质对光场只有线性响应。当外光场的频率与电子振动的固有频率不同时,电子的简谐振动发生改变,其振动频率和振幅都可能发生改变,这种非简谐振动的实质是不同频率、不同幅值下简谐振动的叠加,这种叠加除了形成线性响应以外,还形成了非线性响应。量子相干是量子世界中奇特的物理现象之一,是量子叠加所导致的结果。量子相干可以将原子中的电子束缚在某一个或几个能态上,从而改变电子振动的频率和振幅,因此产生强烈的非线性响应。

在量子物理中,量子相干所导致的两种典型物理效应分别为相干布居数俘获(CPT)效应^[1-2]和电磁诱导透明(EIT)^[3]效应,二者均可以将原子俘获在低能态上以形成暗态,前者在共振处可以得到暗态,而后者在非共振处也可得到暗态。Harris等^[4]认识到量子相干增强的非线性问题,基于EIT介质的相干特性增强了非线性光学频率转换率;随后,Grove等^[5]提出了一种利用EIT来实现共振的四波混频方案;此外,Wang等^[6-8]利用了环形腔技术精确测量EIT介质的Kerr非线性系数,还利用增强的EIT介质的非线性特性获得了光学双稳态^[9-11]。2007年,Zhang等^[12]在实验中获得了增强的四波混频效应以及由高阶非线性导致的六波混频。值得注意的是,四波混频很早就被作为一种非常有效的非经典光场产生方案^[13-15],利用EIT有效增强的非线性效应可使四波混频的转换效率更高,从而产生高效的非经典光场^[16]。在高阶非线性效应上,根据五阶非线性效应以及相位匹配,科学家采用巧妙的方法产生了六波混频并获得了光子的三重关联^[17]。实验方面,科学家采用腔透射谱法测量了 Λ 型三能级系统的五阶自Kerr非线性系数,从而将非线性效应强度的测量延伸到五阶非线性上^[18]。

本文在理论上研究电磁诱导透明系统的三阶和五阶非线性特性,由于在相同的条件下互非线性效应远比自非线性效应明显,为此互非线性特性获得人们更多的关注。一方面,研究三阶互非线性的电极化率,根据三阶互非线性增益的特性研究其关

联的受激拉曼散射和四波混频性质。另一方面,研究五阶互非线性的电极化率,对两种互非线性电极化率进行分析,根据其特性研究其关联的四光子吸收、超级拉曼散射和六波混频。

2 理论模型和计算

考虑到图1的 Λ 型三能级原子系统,能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 为两个简并的基态,能级 $|3\rangle$ 为激发态。一束频率为 ω_1 的弱探针光作用于能级 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的共振跃迁线上,失谐量为 Δ_1 ,定义 $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_{31}$,其中 ω_{31} 为能级 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的共振跃迁频率,拉比频率为 $2\Omega_1$,定义 $\Omega_1 = \mu_{31}E_1/(2\hbar)$, μ_{31} 为能级 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的跃迁偶极矩, E_1 为探针光的电场分量, \hbar 为普朗克常数。另一束频率为 ω_2 的强抽运光作用于能级 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的共振跃迁线上,失谐量为 Δ_2 ,定义 $\Delta_2 = \omega_2 - \omega_{32}$,其中 ω_{32} 为能级 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的共振跃迁频率,拉比频率为 $2\Omega_2$,定义 $\Omega_2 = \mu_{32}E_2/(2\hbar)$, μ_{32} 为能级 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的跃迁偶极矩, E_2 为抽运光的电场分量。 $2\gamma_{31}$ ($2\gamma_{32}$)为态 $|3\rangle$ 到态 $|1\rangle$ ($|2\rangle$)的自发辐射衰减率, $2\gamma_{21}$ 为两基态间的无辐射衰减速率。

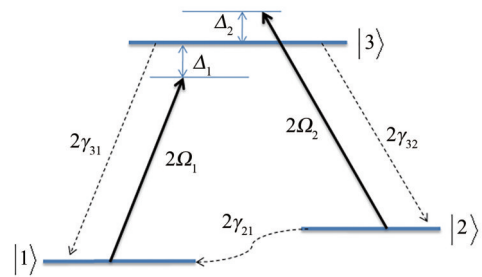


图1 光场与 Λ 型三能级原子系统的作用模型

Fig. 1 Model of interaction between light field and Λ -type three-level atomic system

该量子系统的演化过程满足薛定谔方程,为了研究方便,使用薛定谔方程的密度矩阵形式来表示,即Master方程,表达式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(\mathbf{H}_V, \rho) + \Lambda \rho, \quad (1)$$

式中: \mathbf{H}_V 为相互作用绘景下的哈密顿量; Λ 为衰减算符; ρ 为密度矩阵; t 为系统演化时间。(1)式中的 $\Lambda \rho$ 为自发衰减项,可表示为

$$\Lambda \rho = -\frac{\gamma_{ij}}{2}(A_{ij}\rho + \rho A_{ij} - 2\rho_{ii}A_{ij}), \quad (2)$$

式中: A_{ij} 为跃迁算符,定义 $A_{ij} = |i\rangle\langle j|$, $i=1,2,3$, $j=1,2,3$; γ 为自发衰减率矩阵。在偶极近似和旋波近

似下,系统的相互作用绘景下的哈密顿量为

$$\mathbf{H}_V = \hbar \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 & -\Omega_1^* \\ 0 & \Delta_2 & -\Omega_2^* \\ -\Omega_1 & -\Omega_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中: Ω_1^* 和 Ω_2^* 分别为 Ω_1 和 Ω_2 的共轭。将(3)式代入(1)式可以得到该系统的密度矩阵元的演化方程,可表示为

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = 2\gamma_{31}\rho_{33} + 2\gamma_{21}\rho_{22} + i\Omega_1^*\rho_{31} - i\Omega_1\rho_{13}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = 2\gamma_{32}\rho_{33} - 2\gamma_{21}\rho_{22} + i\Omega_2^*\rho_{32} - i\Omega_2\rho_{23}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} = -2\gamma_{31}\rho_{33} - 2\gamma_{32}\rho_{33} - i\Omega_2^*\rho_{32} + i\Omega_2\rho_{23} - i\Omega_1^*\rho_{31} + i\Omega_1\rho_{13}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho_{31}}{\partial t} = (i\Delta_1 - \gamma_{31} - \gamma_{32})\rho_{31} + i\Omega_2\rho_{21} + i\Omega_1\rho_{11} - i\Omega_1\rho_{33}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_{13}}{\partial t} = (-i\Delta_1 - \gamma_{31} - \gamma_{32})\rho_{13} - i\Omega_2^*\rho_{12} - i\Omega_1^*\rho_{11} + i\Omega_1^*\rho_{33}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho_{32}}{\partial t} = (i\Delta_2 - \gamma_{31} - \gamma_{32} - \gamma_{21})\rho_{32} + i\Omega_1\rho_{12} + i\Omega_2\rho_{22} - i\Omega_2\rho_{33}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho_{23}}{\partial t} = (-i\Delta_2 - \gamma_{31} - \gamma_{32} - \gamma_{21})\rho_{23} - i\Omega_1^*\rho_{21} - i\Omega_2^*\rho_{22} + i\Omega_2^*\rho_{33}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = (i\Delta_1 - i\Delta_2 - \gamma_{21})\rho_{21} + i\Omega_2^*\rho_{31} - i\Omega_1\rho_{23}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = (-i\Delta_1 + i\Delta_2 - \gamma_{21})\rho_{12} - i\Omega_2\rho_{13} + i\Omega_1^*\rho_{32}. \quad (12)$$

(4)~(12)式中,(4)~(6)式为对角密度矩阵元的演化方程,其描述了布居数在三个能级上的演化过程;(5)式为非对角密度矩阵元的演化方程,其描述了不同能级之间的跃迁演化过程。作为一个封闭的能级系统,其密度矩阵元还应满足 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$ 。

考虑到原子演化至稳态的情形,应使密度矩阵元满足 $\partial \rho_{ij} / \partial t = 0$ 。(4)~(6)式中的三个方程由于具有自洽性,所以只有两个方程是独立的,在此使用(4)式和(5)式可以得到 ρ_{22} 和 ρ_{33} 的代数表达式,即

$$\rho_{22} = \frac{\gamma_{32}(i\Omega_1\rho_{13} - i\Omega_2^*\rho_{31}) + \gamma_{31}(i\Omega_2^*\rho_{32} - i\Omega_2\rho_{23})}{2\gamma_{21}(\gamma_{31} + \gamma_{32})}, \quad (13)$$

$$\rho_{33} = \frac{i\Omega_1\rho_{13} - i\Omega_1^*\rho_{31} + i\Omega_2\rho_{23} - i\Omega_2^*\rho_{32}}{2(\gamma_{31} + \gamma_{32})}. \quad (14)$$

从(11)式和(12)式可以得到 ρ_{21} 和 ρ_{12} 的代数表达式,即

$$\rho_{21} = \frac{i\Omega_1\rho_{23} - i\Omega_2^*\rho_{31}}{i\Delta_1 - i\Delta_2 - \gamma_{21}}, \quad (15)$$

$$\rho_{12} = \frac{-i\Omega_2\rho_{13} + i\Omega_1^*\rho_{32}}{i\Delta_2 - i\Delta_1 - \gamma_{21}}. \quad (16)$$

考虑到 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$,并将 ρ_{22} 、 ρ_{33} 、 ρ_{21} 和 ρ_{12} 代入(7)~(10)式,可以得到4个方程组成的线性方程组,即

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{31} \\ \rho_{13} \\ \rho_{32} \\ \rho_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i\Omega_1 \\ -i\Omega_1^* \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0, \quad (17)$$

其中

$$M_{11} = i\Delta_1 - \gamma_{31} - \gamma_{32} + B|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2 / (i\Delta_1 - i\Delta_2 - \gamma_{21}), \quad (18)$$

$$M_{12} = -B\Omega_1^2, \quad (19)$$

$$M_{13} = C\Omega_1\Omega_2^*, \quad (20)$$

$$M_{14} = -C\Omega_1\Omega_2 - \Omega_1\Omega_2 / (i\Delta_1 - i\Delta_2 - \gamma_{21}), \quad (21)$$

$$M_{22} = M_{11}^*, \quad (22)$$

$$M_{23} = M_{14}^*, \quad (23)$$

$$M_{24} = M_{13}^*, \quad (24)$$

$$M_{33} = i\Delta_2 - \gamma_{31} - \gamma_{32} - \gamma_{21} - D|\Omega_2|^2 + |\Omega_1|^2 / (-i\Delta_1 + i\Delta_2 - \gamma_{21}), \quad (25)$$

$$M_{34} = D\Omega_2^2, \quad (26)$$

$$M_{44} = M_{33}^*, \quad (27)$$

$$M_{kl} = M_{lk}^*, \quad (28)$$

$$B = (\gamma_{31} / \gamma_{21} - 2) / 2(\gamma_{31} + \gamma_{32}) - 1 / 2\gamma_{21}, \quad (29)$$

$$C = (\gamma_{31} / \gamma_{21} - 2) / 2(\gamma_{31} + \gamma_{32}), \quad (30)$$

$$D = (\gamma_{31}/\gamma_{21} + 1) / 2(\gamma_{31} + \gamma_{32}), \quad (31)$$

$$E = [\gamma_{31}/(\gamma_{31} + \gamma_{32}) - 1] / 2\gamma_{21}, \quad (32)$$

式中： M_{kl}^* 为相应矩阵元的共轭。通过(17)式可以得到 ρ_{31} 、 ρ_{13} 、 ρ_{32} 和 ρ_{23} 的解，表达式为

$$\begin{bmatrix} \rho_{31} \\ \rho_{13} \\ \rho_{32} \\ \rho_{23} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i\Omega_1 \\ -i\Omega_1^* \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

将 ρ_{31} 、 ρ_{13} 、 ρ_{32} 和 ρ_{23} 值代入(13)式和(14)式并根据 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$ ，可以获得各个能态上的布居数。

下面分析布居数在不同参数条件下的分布情况，主要分两种情况进行讨论。第一种是抽运光与探针光的拉比频率相等 ($\Omega_1 = \Omega_2$) 的情况 (与 CPT 的条件相似)；另一种是探针光的拉比频率远小于抽运光 ($\Omega_1 \ll \Omega_2$) 的情况 (与 EIT 的条件相似)。在 $\Omega_2 = \gamma_{31}$ 、 $\gamma_{32} = \gamma_{31}$ 、 $\gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 和 $\Delta_2 = 0$ 的参数条件下，第一种情况的结果如图 2(a) 所示，第二种参数条件的结果如图 2(b) 所示。从图 2(a) 可以看到，原子的布居数随探针光失谐量的变化而变化，其中正负失谐处的布居数关于零失谐对称，这与抽运光的失谐量为零 ($\Delta_2 = 0$) 有关；随着探针光失谐量的增大， $|2\rangle$ 态和 $|3\rangle$ 态上的布居数与 $|1\rangle$ 态上的布居数

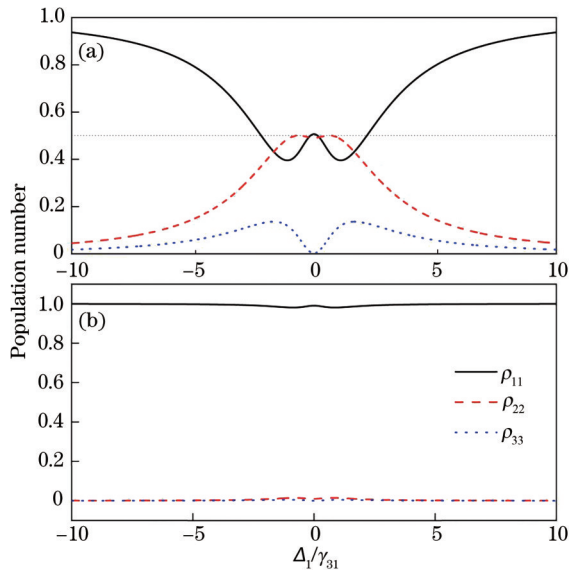


图 2 不同情况下布居数与探针光失谐量之间的关系。

(a) $\Omega_1 = \Omega_2$; (b) $\Omega_1 = 0.1\Omega_2$

Fig. 2 Relationship between population number and detuning amounts of probe light under different conditions.

(a) $\Omega_1 = \Omega_2$; (b) $\Omega_1 = 0.1\Omega_2$

发生相反的变化趋势， $|2\rangle$ 态和 $|3\rangle$ 态上的布居数趋于 0， $|1\rangle$ 态上的布居数趋于 1，此时形成暗态；在共振处也出现了暗态，此时激发态上的布居数为零，两个基态上的布居数有较小的差别，约为 0.5，说明原子被俘获在两个基态能级上发生了相干布居数俘获 (CPT)。

第二种情况即探针光的拉比频率远小于抽运光的情况，令探针光的拉比频率为抽运光的 1/10，结果如图 2(b) 所示。从图 2(b) 可以看到，布居数出现了明显的两极分化的情况，即基态 $|1\rangle$ 上的布居数在数值 1 下随探针光失谐量的增加有较小的起伏，位于布居数数值的上限，另一个基态 $|2\rangle$ 和激发态 $|3\rangle$ 上的布居数随探针光失谐量的增加在数值 0 上有较小的起伏，处于布居数数值的下限附近。上述结果说明系统已形成电磁诱导透明的现象，一方面原子进入暗态，另一方面原子的布居数状态和探针光失谐量的关系较小。与相干布居数俘获现象相比，该暗态不受探针光失谐量的限制，而且原子仅俘获在一个能态上。当探针光的拉比频率比抽运光更小时，布居数随探针光失谐量的增加起伏更小，从而形成更加纯粹的电磁诱导透明现象。电磁诱导透明现象下的布居数分布是获得非线性行为的基础。

综上所述，在电磁诱导透明系统中，除了共振区，在非共振区 (包括探针光和抽运光的非共振区) 也可形成暗态，具体的数值条件为

$$\begin{cases} \rho_{11} = 1 \\ \rho_{22} = 0 \\ \rho_{33} = 0 \end{cases}. \quad (34)$$

上述布居数的分布特性为电磁诱导透明系统的稳态布居数分布特征。为了得到稳态条件下的非对角密度矩阵元，将该稳态布居数代入(7)~(12)式，同时考虑到 ρ_{31} 的幅值远大于 ρ_{32} 和 ρ_{21} ，而系统总的极化强度为上述三者非对角密度矩阵元之和，相较之下 ρ_{32} 和 ρ_{21} 的幅值可以忽略，因此只需得到密度矩阵元 ρ_{31} 的幅值即可，只需考虑的方程分别为

$$(i\Delta_1 - \gamma_{31} - \gamma_{32})\rho_{31} + i\Omega_2\rho_{21} + i\Omega_1 = 0, \quad (35)$$

$$(i\Delta_1 - i\Delta_2 - \gamma_{21})\rho_{21} + i\Omega_2^*\rho_{31} - i\Omega_1\rho_{23} = 0, \quad (36)$$

$$(-i\Delta_2 - \gamma_{31} - \gamma_{32} - \gamma_{21})\rho_{23} - i\Omega_1^*\rho_{21} = 0. \quad (37)$$

基于(35)~(37)式可以得到 ρ_{31} 的解，即

$$\rho_{31} = - \frac{i\Omega_1(Q_1Q_2 + |\Omega_1|^2)}{Q_3(Q_1Q_2 + |\Omega_1|^2) + |\Omega_2|^2Q_2}, \quad (38)$$

式中： $Q_1 = i\Delta_1 - i\Delta_2 - \gamma_{21}$ ； $Q_2 = -i\Delta_2 - \gamma_{31} -$

$\gamma_{32} - \gamma_{21}; Q_3 = i\Delta_1 - \gamma_{31} - \gamma_{32}$ 。 ρ_{31} 的解保留了拉比频率 Ω_1 和 Ω_2 的所有阶, 因此既包含了系统的线性响应解, 又包含了系统的非线性响应解。若要得到这些线性和非线性响应的解, 需要对其按照 Ω_1 和 Ω_2 进行幂级数展开。以拉比频率 Ω_1 的幂级数展开为例, 表达式为

$$\rho_{31} = \rho_{31}^{(1)}\Omega_1 + \rho_{31}^{(2)}|\Omega_1|^2 + \rho_{31}^{(3)}|\Omega_1|^3\Omega_1 + \dots, \quad (39)$$

式中: $\rho_{31}^{(m)}$ 为各阶密度矩阵元, 其中 m 为级数展开后该项的阶数。 $\rho_{31}^{(m)}$ 可表示为

$$\rho_{31}^{(m)} = \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial^m \rho_{31}}{\partial \Omega_1^m} \right) (\Omega_1 = 0). \quad (40)$$

(40) 式是对 ρ_{31} 关于 Ω_1 进行 m 阶求导, 并且在获得的结果中使 $\Omega_1 = 0$, 其中 $\rho_{31}^{(1)}$ 与线性电极化率成正比, $\rho_{31}^{(2)}$ 与二阶非线性电极化率成正比, $\rho_{31}^{(3)}$ 与三阶非线性电极化率成正比, 具体关系可表示为

$$\chi^{(1)} = \frac{2N|\mu_{31}|^2\rho_{31}^{(1)}}{\epsilon_0\hbar}, \quad (41)$$

$$\chi^{(3)} = \frac{2N|\mu_{31}|^4\rho_{31}^{(3)}}{\epsilon_0\hbar^3}, \quad (42)$$

$$\chi^{(5)} = \frac{2N|\mu_{31}|^6\rho_{31}^{(5)}}{\epsilon_0\hbar^5}, \quad (43)$$

式中: χ 为非线性电极化率; N 为原子数密度; μ 为导磁率; ϵ_0 为真空介电常数。值得注意的是, (41)~(43) 式中原子的空间反演对称性偶次阶次的非线性电极化率为零。在考虑自非线性效应的情况下, (41)~(43) 式所构成的电极化强度可表示为

$$P = \epsilon_0\chi^{(1)}E + \epsilon_0\chi^{(3)}|E|^2E + \epsilon_0\chi^{(5)}|E|^4E, \quad (44)$$

式中: E 为电场强度。基于 ρ_{31} 的解可以得到该电磁诱导透明系统的线性和非线性密度矩阵元, 即

$$\rho_{31}^{(1)} = -i \frac{Q_1}{Q_1Q_3 + |\Omega_2|^2}, \quad (45)$$

$$\rho_{31}^{(3)} = -i \frac{Q_2|\Omega_2|^2}{(Q_1Q_2Q_3 + Q_2|\Omega_2|^2)^2}, \quad (46)$$

$$\rho_{31}^{(5)} = i \frac{Q_2Q_3|\Omega_2|^2}{(Q_1Q_2Q_3 + Q_2|\Omega_2|^2)^3}. \quad (47)$$

(45)~(47) 式中, (45) 式为系统的线性响应解, (46) 式和 (47) 式分别为三阶和五阶非线性响应解。由于线性和非线性响应均是基于探针光的拉比频率 Ω_1 展开的, 因此称其为自非线性响应, 其在相位调制方面对应自相位调制。

下面讨论互非线性问题。如果 (38) 式的幂级数除了按照 Ω_1 进行展开, 同时还按照 Ω_2 进行展开, 这可以得到互非线性响应, 其在相位调制方面对应互非线性相位调制。在 (39) 式的基础上以 Ω_2 的幂级数展开为例, 即可以得到交叉相位项, 表达式为

$$\rho_{31}^{(1)} = \rho^{(1)(2)}|\Omega_2|^2 + \rho^{(1)(4)}|\Omega_2|^4 + \dots, \quad (48)$$

$$\rho_{31}^{(3)} = \rho^{(3)(2)}|\Omega_2|^2 + \rho^{(3)(4)}|\Omega_2|^4 + \dots. \quad (49)$$

(48) 式和 (49) 式中, $\rho^{(1)(2)}$ 对应三阶互非线性响应, $\rho^{(1)(4)}$ 和 $\rho^{(3)(2)}$ 对应两种不同类型的五阶互非线性响应, 各自定义为

$$\rho^{(1)(o)} = \frac{1}{o!} \left(\frac{\partial^o \rho_{31}^{(1)}}{\partial \Omega_2^o} \right) (\Omega_2 = 0), \quad (50)$$

$$\rho^{(3)(o)} = \frac{1}{o!} \left(\frac{\partial^o \rho_{31}^{(3)}}{\partial \Omega_2^o} \right) (\Omega_2 = 0), \quad (51)$$

式中: o 为以抽运光拉比频率进行展开的阶次。通过 (48) 式和 (49) 式不仅可以得到三阶和五阶的互非线性精确解, 还可以得到更高阶次的非线性精确解, 本文的高阶非线性效应只讨论到五阶。三阶和五阶交叉非线性的电极化率与幂级数展开系数的关系可表示为

$$\chi_H^{(3)} = \frac{2N|\mu_{31}|^2|\mu_{32}|^2\rho^{(1)(2)}}{\epsilon_0\hbar^3}, \quad (52)$$

$$\chi_I^{(5)} = \frac{2N|\mu_{31}|^2|\mu_{32}|^4\rho^{(1)(4)}}{\epsilon_0\hbar^5}, \quad (53)$$

$$\chi_{II}^{(5)} = \frac{2N|\mu_{31}|^4|\mu_{32}|^2\rho^{(3)(2)}}{\epsilon_0\hbar^5}, \quad (54)$$

式中: $\chi_H^{(3)}$ 为三阶的互非线性电极化率, 对应的非线性电极化强度 $P_H^{(3)} = \epsilon_0\chi_H^{(3)}(\omega_2, -\omega_2, \omega_1)|E_2|^2E_1$; χ_I 和 χ_{II} 分别为两个五阶的互非线性电极化率。为了区分两个五阶的互非线性电极化率, 分别使用 $\chi_I^{(5)}$ 和 $\chi_{II}^{(5)}$ 对两者进行区分, 前者满足 $P_I^{(5)} = \epsilon_0\chi_I^{(5)}(\omega_2, -\omega_2, \omega_2, -\omega_2, \omega_1)|E_2|^4E_1$, 后者满足 $P_{II}^{(5)} = \epsilon_0\chi_{II}^{(5)}(\omega_2, -\omega_2, \omega_1, -\omega_1, \omega_1)|E_2|^2|E_1|^2E_1$ 。(48) 式和 (49) 式中的密度矩阵元分量分别为 $\rho_{31}^{(1)(2)} = iQ_1/(Q_1Q_3)^2$ 、 $\rho_{31}^{(1)(4)} = -iQ_1/(Q_1Q_2Q_3)^3$ 和 $\rho_{31}^{(3)(2)} = -iQ_2/(Q_1Q_2Q_3)^2$ 。为了研究基于三阶和五阶的互非线性电极化率会激发哪些光学非线性效应, 必须对非线性的电极化强度所导致的非线性耦合波方程进行研究计算, 表达式为

$$\frac{dE_v(\mathbf{r})}{dr_v} = \frac{i\mu\omega^2}{2k_v} \mathbf{a}(\omega) \cdot P^{(s)}(\omega, \mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}_v \cdot \mathbf{r}), \quad (55)$$

式中： ω 为光场的圆频率； $\mathbf{a}(\omega)$ 为波沿着偏振方向的单位矢量； $P^{(s)}(\omega)$ 为 s 阶非线性的电极化强度， $s \geq 2$ ； \mathbf{r} 为沿着波矢方向的距离； \mathbf{k} 为波矢； $v=1, 2$ 。根据非线性耦合波方程，在三阶非线性电极化强度的激励下可能出现双光子吸收、拉曼散射和四波混频，在五阶非线性电极化强度的激励下可能出现四光子吸收、超级拉曼散射和六波混频。具体产生什么类型的非线性效应，主要取决于非线性电极化率。在此不仅要关注非线性电极化率的实部，还要关注非线性电极化率的虚部，其中实部主要会带来非线性相位调制，从而引起折射率的变化。当虚部为负时，会带来非线性增益，从而导致拉曼散射以及超级拉曼散射。

3 三阶非线性的电极化率

3.1 自非线性的电极化率

在相同的条件下，自 Kerr 非线性系数比互 Kerr 非线性系数小得多。电极化率的实部可以反映相位调制，虚部可以反映电极化强度变化（吸收或增益），在此主要关心虚部。根据电极化强度的表达式和非线性耦合波的方程，如果其虚部为正，那么会产生双光子吸收，如果为负，那么会产生拉曼散射。抽运光对非线性吸收的影响如图 3 所示。从图 3(a) 可以看到，在共振峰处为正吸收，抽运光在共振峰两边有小的三阶非线性增益，因此前者可以导致双光子吸收，后者则可以导致拉曼散射。

在电磁诱导透明系统中抽运光对量子相干的影响体现在两个方面，一个是抽运光的光强，另一个是抽运光的失谐量，下面分别就这两个方面对三阶自非线性电极化率的影响进行讨论。在 $\gamma_{32} = \gamma_{31}, \gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 和 $\Delta_2 = 0$ 的参数条件下，抽运光的光强对非线性吸收的影响如图 3(a) 所示。在 $\Omega_2 = \gamma_{31}, \gamma_{32} = \gamma_{31}$ 和 $\gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 的参数条件下，抽运光的失谐量对非线性吸收的影响如图 3(b) 所示。从图 3(a) 可以看到，最小的拉比频率（当 $\Omega_2 = 0.5\gamma_{31}$ ）对应最强的自非线性吸收；当 $\Omega_2 = 2\gamma_{31}$ 时，非线性吸收率约为 $\Omega_2 = 0.5\gamma_{31}$ 的 1/6。抽运光的光强增大会导致量子相干的现象减弱，Aulter-Townes (AT) 分裂现象增加，AT 分裂无助于非线性增长。一般认为当 $\Omega_2 < 0.3\gamma_{31}$ 时，AT 的分裂作用完全消失^[19]。从图 3(b) 可以

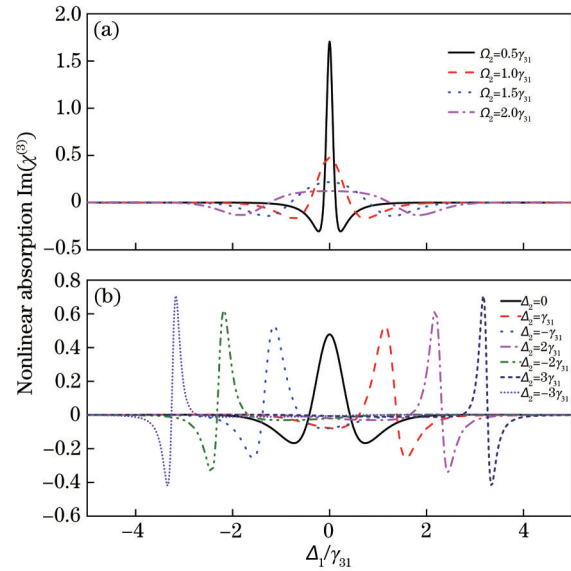


图 3 抽运光对非线性吸收的影响。(a)抽运光的光强对非线性吸收的影响；(b)抽运光的失谐量对非线性吸收的影响
 Fig. 3 Influence of pumping light on nonlinear absorption. (a) Influence of intensity of pumped light on nonlinear absorption; (b) influence of detuning of pumped light on nonlinear absorption

看到，随着抽运光失谐量的增大，三阶自非线性吸收逐渐增大，说明量子相干随着抽运光失谐量的增大而增大。

3.2 交叉非线性的电极化率

互非线性效应比自非线性效应具有更大的非线性响应，为此受到科研学者更多的关注。由于在电磁诱导透明系统中抽运光的光强远大于探针光，所以产生的互非线性相位调制也同样可观。互非线性吸收在双光子共振的情况下会出现很大的互非线性增益，图 4 为在不同抽运光失谐量的条件下互非线性吸收和互非线性 Kerr 系数。从图 4 可以看到，互非线性吸收在探针光失谐共振峰处出现强烈的非线性增益，对应的互 Kerr 非线性系数为正常色散。互非线性电极化率的实部改变了非线性折射率，因此其决定了相位调制，而互非线性电极化率的虚部决定了双光子吸收或拉曼散射。三阶互非线性的电极化率为 $\chi_H^{(3)}(\omega_2, -\omega_2, \omega_1)$ ，对应的电极化率强度为 $P^{(3)}(\omega_1) = 6\epsilon_0 \chi_H^{(3)}(\omega_2, -\omega_2, \omega_1) |E_2|^2 E_1$ ，据此可以获得非线性耦合波方程，即

$$\frac{dE_1(z)}{dz} = \frac{i3\omega_1}{cn_1} \chi_H^{(3)} |E_2|^2 E_1, \quad (56)$$

式中： c 为光在真空中的速度； z 为传播方向上的位移； n_1 为线性折射率。为了讨论在散射过程中光与

介质的能量交换关系,如果只保留三阶互电极化率的虚部,那么可以得到一个 e 指数方程,即

$$E_1 = E_{10} \exp(gI_2 z/2), \quad (57)$$

式中: I_2 为抽运光的光强,具有 $I_2 = 0.5\epsilon_0 c n_1 |E_2|^2$; E_{10} 为探针光进入介质的初始振幅; g 为

$$g = -\frac{12\omega_1}{\epsilon_0 c^2 n_1 n_2} \text{Im}(\chi_H^{(3)}), \quad (58)$$

式中: n_2 为由三阶非线性导致的非线性折射率。显然可见,当三阶互电极化率的虚部小于零时, g 为增益因子,这种增益效应会使探针光的光场不断放大而形成受激拉曼散射。拉曼效应在共振的情况下具有最大的非线性响应,在非共振的情况下拉曼效应的三阶非线性电极化率逐渐减小。在 $\gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 和 $\gamma_{32} = \gamma_{31}$ 的参数条件下,不同的抽运光失谐量下三阶互非线性吸收和互 Kerr 系数的变化曲线如图 4 所示。从图 4 可以看到,非线性增益峰和色散均出现在探针光失谐的位置,而且完全由抽运光的失谐决定,探针光的失谐量与抽运光完全相等,即双光子的失谐为零(或双光子共振),这显然符合拉曼散射的能级特点。随着抽运光失谐量的增大,抽运光与探针光都远离共振区,拉曼效应迅速减小。此外,由于三阶非线性的电极化率与四波混频也有关联,为此大的三阶电极化率同样可以产生四波混频,不过在实验过程中必须满足相位守恒

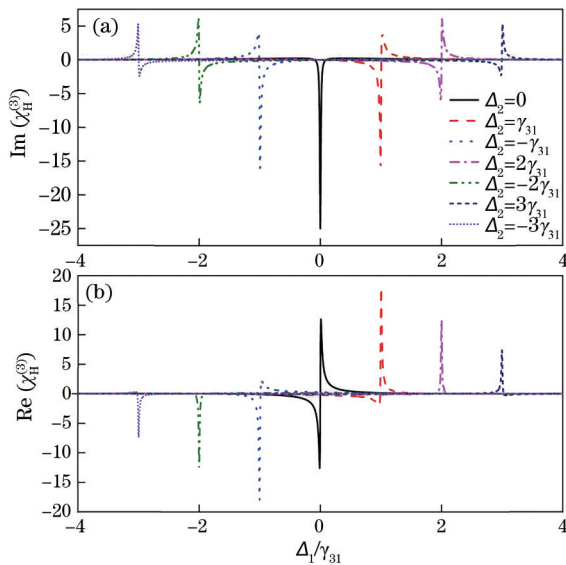


图 4 不同抽运光失谐下的互非线性。(a)三阶互非线性吸收;(b)互 Kerr 系数

Fig. 4 Cross nonlinearities under different detuning of different pumping light. (a) Third-order cross nonlinearities absorption; (b) cross-Kerr coefficient

和能量守恒。非线性增益表示拉曼跃迁中对探针光产生放大的作用,表明探针光在获得非线性相移的同时光信号也被放大,这在全光开关上有着重要的应用价值。值得注意的是,在相同的参数条件下互 Kerr 非线性的幅值约为自 Kerr 非线性幅值的 30 倍,表明三阶交叉非线性效应比三阶自非线性效应明显很多。

4 五阶非线性的电极化率

五阶非线性效应属于高阶的非线性效应,典型的现象有超级拉曼散射和六波混频等。研究表明五阶非线性响应在特定的情况下可以达到甚至超过三阶非线性响应^[20-21],这自然会引起人们的兴趣。

4.1 五阶自非线性的电极化率

下面讨论抽运光的光强和失谐量分别对五阶自非线性吸收的影响,与三阶自非线性相比具有相同的变化规律。在此展示并比较五阶自非线性与三阶自非线性的差别。在 $\gamma_{32} = \gamma_{31}$ 、 $\gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 和 $\Delta_2 = 0$ 的参数条件下,不同抽运光强条件下的五阶自非线性吸收如图 5(a)所示。从图 5(a)可以看到,随着抽运光强度的增大,五阶自非线性吸收明显减少。比较五阶自非线性吸收与自三阶非线性吸收可以看到,在相同的参数条件下,五阶自非线性吸

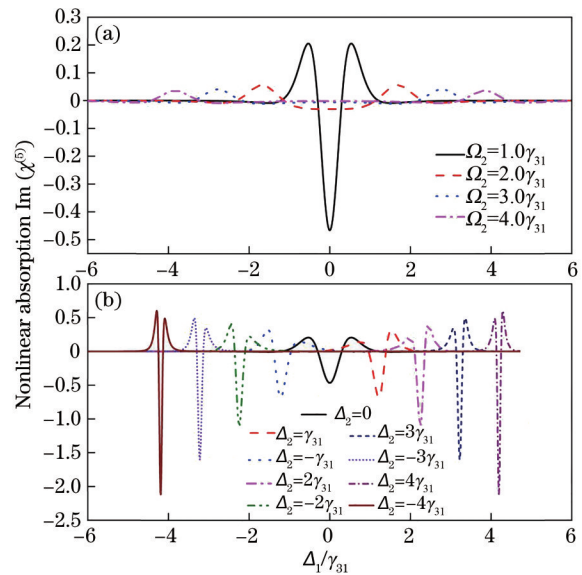


图 5 抽运光对五阶非线性吸收的影响。(a)抽运光的光强对非线性吸收的影响;(b)抽运光的失谐量对非线性吸收的影响

Fig. 5 Influence of pumping light on fifth-order nonlinear absorption. (a) Influence of intensity of pumping light on nonlinear absorption; (b) influence of detuning amount of pumping light on nonlinear absorption

收对抽运光光强的变化较三阶自非线性吸收更加敏感。在 $\Omega_2 = \gamma_{31}$, $\gamma_{32} = \gamma_{31}$ 和 $\gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 的参数条件下,抽运光的失谐量对五阶自非线性吸收的影响如图 5(b)所示。从图 5(b)可以看到,五阶非线性吸收的增益窗口在探针光的失谐量处与抽运光的失谐有关,两者失谐相同,表明这是一个双光子共振的情形。在相同增长的条件,抽运光的失谐量对五阶自非线性吸收的影响较三阶自非线性吸收更为明显。当抽运光的失谐量 $\Delta_2 = \pm 3\gamma_{31}$ 时,三阶非线性增益较 $\Delta_2 = 0$ 的五阶非线性增益增长了 3 倍。对于三阶非线性效应在相同的参数条件下增长不到五阶自非线性效应的 1/7,显然五阶非线性效应对抽运光的失谐量较三阶非线性效应更加敏感,表明量子相干对五阶自非线性效应的影响比三阶自非线性效应更加明显。此外,五阶自非线性吸收具有明显的非线性增益,该情况类似于五阶互非线性的电极化率,在后面将解释该非线性增益会导致超级拉曼散射。

4.2 五阶互非线性的电极化率

五阶互非线性的电极化率有两种形式,一种是由一阶自非线性密度矩阵元展开获得的,另一种是由三阶自非线性密度矩阵元展开获得的。由于一阶线性响应与三阶非线性响应完全不同,所以这两种五阶互非线性效应的差别很大。首先研究从三阶自非线性展开的五阶互非线性的电极化率。该五阶互非线性的电极化率 $\chi_{ii}^{(5)}(\omega_1; \omega_2, -\omega_2, \omega_1, -\omega_1, \omega_1)$, 五阶互非线性的电极化强度 $P_{ii}^{(5)} = 120\epsilon_0 \chi_{ii}^{(5)}(\omega_1; \omega_2, -\omega_2, \omega_1, -\omega_1, \omega_1) |E_2|^2 |E_1|^2 E_1$, 对应的非线性耦合波方程为

$$\frac{dE_1(\omega_1, z)}{dz} = \frac{i60\omega_1}{cn_1} \chi_{ii}^{(5)} |E_2|^2 |E_1|^2 E_1, \quad (59)$$

$$\frac{dE_2(\omega_2, z)}{dz} = \frac{i60\omega_2}{cn_2} \chi_{ii}^{(5)} |E_2|^2 |E_1|^2 E_2. \quad (60)$$

另外两个方程与(58)式和(59)式相同,通过(58)式和(59)式可以获得一个曼利-罗型关系,表明 4 个光场同时被衰减,这是四光子吸收的现象。造成这个结果的原因在于,当五阶互非线性的吸收率为正时,表示光被介质吸收。但是对于六波混频,其对五阶互非线性的电极化率的虚部没有特殊要求,无论吸收或增益只要其模足够大即可,因此这样的电极化率同样可以获得六波混频。在 $\gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 和 $\gamma_{32} = \gamma_{31}$ 的参数条件下,不同抽运光失谐量的五阶互非线性的吸收和色散如图 6 所示。从

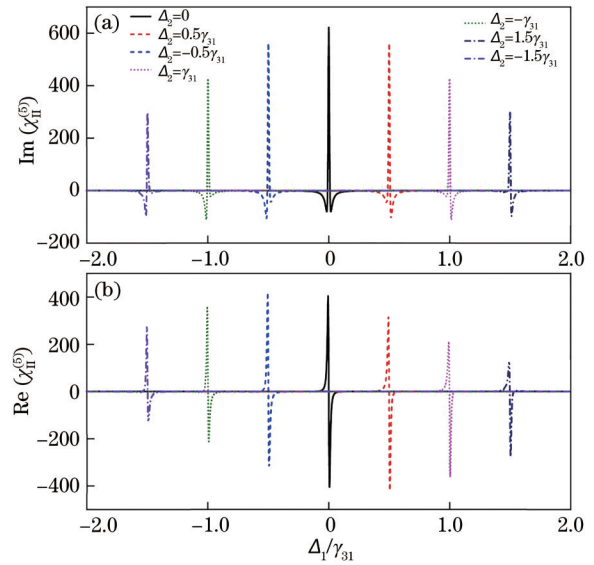


图 6 不同抽运光失谐量下五阶交叉非线性的性能曲线。(a)吸收;(b)色散

Fig. 6 Performance curves of fifth-order cross nonlinearity under different detuning amounts of pumping light.

(a) Absorption; (b) dispersion

图 6(a)可以看到,在五阶互非线性的吸收峰处,探针光和抽运光的失谐量总是相等,即该吸收峰的出现总是符合双光子共振;随着抽运光失谐量的增大,五阶交叉非线性的吸收和色散均减小,在抽运光的共振之处有最大的电极化率。

下面探讨另一种五阶互非线性的电极化率,该非线性由一阶密度矩阵元展开获得,该电极化率在双光子共振之处呈现强烈的非线性增益。这种效应与上述效应不同,其在双光子共振之处体现为非线性增益增强。该五阶互非线性的电极化率表示为 $\chi_{ii}^{(5)}(\omega_2, -\omega_2, \omega_2, -\omega_2, \omega_1)$, 对应的五阶互非线性电极化强度 $P_i^{(5)} = 120\epsilon_0 \chi_{ii}^{(5)}(\omega_1; \omega_2, -\omega_2, \omega_2, -\omega_2, \omega_1) |E_2|^2 |E_2|^2 E_1$, 其非线性耦合波方程为

$$\frac{dE_1(\omega_1, z)}{dz} = \frac{i60\omega_1}{cn_1} \chi_i^{(5)} |E_2|^4 E_1. \quad (61)$$

在 $\gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 和 $\gamma_{32} = \gamma_{31}$ 的参数条件下,不同抽运光的失谐量下五阶交叉非线性的吸收和色散如图 7 所示。从图 7 可以看到,五阶互非线性的电极化率的虚部具有很强的非线性增益,类比(56)式可以很容易看到,新产生的光场随着距离的增加呈指数增长,该非线性的电极化率会激发拉曼散射,由于其是由五阶非线性的电极化率激发的,因此称为超级拉曼散射。下面对于激发六波混频的情况,由于抽运光的强度很大,而且在作用过程中没有衰

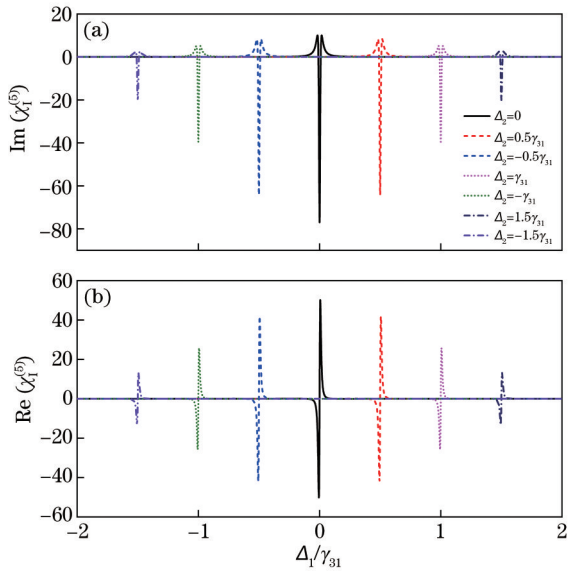


图 7 不同抽运光失谐量下五阶交叉非线性的性能曲线。
(a)吸收;(b)色散

Fig. 7 Performance curves of fifth-order cross nonlinearity under different detuning amounts of pumping light.

(a) Absorption; (b) dispersion

减,所以 6 个耦合波方程只考虑 5 个即可,其六波混频的非线性耦合波方程可表示为

$$\frac{dE_1(\omega_1, z)}{dz} = \frac{i60\omega_1}{cn_1} \chi_1^{(5)} |E_2|^4 E_c^*, \quad (62)$$

$$\frac{dE_c(\omega_1, z)}{dz} = -\frac{i60\omega_1}{cn_1} \chi_1^{(5)} |E_2|^4 E_1^*, \quad (63)$$

式中: E_c 为新产生的光场; E_c^* 和 E_1^* 分别为各自光场的共轭。考虑到边界条件,假设介质长为 L , E_1 从 $z=0$ 面入射,此时 E_1 不为零, E_c 未从 $z=L$ 面出射,即 $E_c(L)=0$,则方程的解为

$$E_1(z) = \frac{\cos[|\kappa|(z-L)]}{\cos(|\kappa|L)} E_1(0), \quad (64)$$

$$E_c(z) = i \frac{\kappa \sin[|\kappa|(z-L)]}{|\kappa| \cos(|\kappa|L)} E_1^*(0), \quad (65)$$

其中

$$\kappa = \frac{60\omega_1}{cn_1} \chi_1^{(5)} |E_2|^4. \quad (66)$$

使用透射系数和反射系数来表示信号光 E_1 和产生光 E_c 之间的关系,表达式为

$$T = \frac{|E_1(L)|^2}{|E_1(0)|^2} = \sec^2(|\kappa|L), \quad (67)$$

$$R = \frac{|E_c(0)|^2}{|E_1(0)|^2} = \tan^2(|\kappa|L), \quad (68)$$

式中: T 和 R 分别为透射系数和反射系数。在 $\Omega_2 = \gamma_{31}$ 、 $\Delta_2 = 0$ 、 $\gamma_{21} = 0.01\gamma_{31}$ 和 $\gamma_{32} = \gamma_{31}$ 的参数条件下,六波混频下探针光和产生光与介质传播距离的变化关系如图 8 所示。从图 8 可以看到,六波混频下探针光与产生光的变化趋势,无论是探针光还是产生的新光场均随着在介质中作用距离的增加而增加,说明该五阶互非线性的电极化率不仅在探针光获得放大的同时激励新光场不断放大。

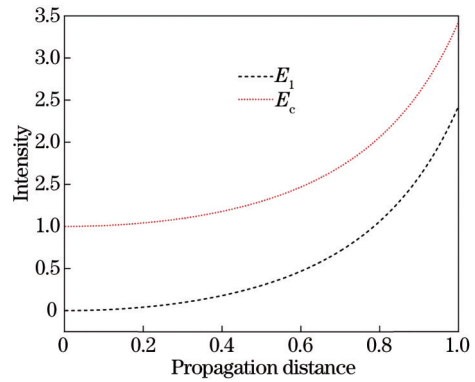


图 8 六波混频下探针光和产生光与介质传播距离的变化关系

Fig. 8 Relationship between among probe light, generated light, and propagation distance of medium under six-wave mixing

5 结 论

本文研究 Λ 型电磁诱导透明系统的非线性效应。研究表明,三阶互非线性的电极化率有很强的非线性增益,可以导致受激拉曼散射和四波混频;五阶互非线性的电极化率拥两个不同的电极化率,一个电极化率可以产生很强的非线性吸收,该非线性的电极化率可以激励四光子吸收和六波混频,另一种电极化率可以产生很强的非线性增益,该非线性的电极化率可以激励超级拉曼散射和六波混频。

参 考 文 献

- [1] Arimondo E. V coherent population trapping in laser spectroscopy[J]. Progress in Optics, 1996, 35: 257-354.
- [2] Wynands R, Nagel A. Precision spectroscopy with coherent dark states[J]. Applied Physics B, 1999, 68 (1): 1-25.
- [3] Boller K J, Imamoglu A, Harris S E, et al. Observation of electromagnetically induced transparency

- [J]. Physical Review Letters, 1991, 66(20): 2593-2596.
- [4] Harris S E, Field J E, Imamoglu A, et al. Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency[C]//Digest on Nonlinear Optics: Materials, Phenomena and Devices, July 16-20, 1990, Kauai, HI, USA. New York: IEEE Press, 1990: 317-318.
- [5] Grove T T, Shahriar M S, Hemmer P R, et al. Distortion-free gain and noise correlation in sodium vapor with four-wave mixing and coherent population trapping[J]. Optics Letters, 1997, 22(11): 769-771.
- [6] Wang H, Goorskey D, Xiao M, et al. Enhanced Kerr nonlinearity via atomic coherence in a three-level atomic system[J]. Physical Review Letters, 2001, 87(7): 073601.
- [7] Wang H, Goorskey D, Xiao M, et al. Dependence of enhanced Kerr nonlinearity on coupling power in a three-level atomic system[J]. Optics Letters, 2002, 27(4): 258-260.
- [8] Wang H, Goorskey D J, Xiao M, et al. Atomic coherence induced Kerr nonlinearity enhancement in Rb vapour[J]. Journal of Modern Optics, 2002, 49(3/4): 335-347.
- [9] Wang H, Goorskey D, Xiao M, et al. Controlling the cavity field with enhanced Kerr nonlinearity in three-level atoms[J]. Physical Review A, 2002, 65(5): 051802.
- [10] Wang H, Goorskey D, Xiao M, et al. Controlling light by light with three-level atoms inside an optical cavity[J]. Optics Letters, 2002, 27(15): 1354-1356.
- [11] Zhang J S, Zhang H J, Sun H, et al. Controlling optical bistability through quantum coherence in tin-vacancy color centers in diamond[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(12): 1219001.
章建帅, 张红军, 孙辉. 量子相干调控金刚石锡空位色心光学双稳研究[J]. 光学学报, 2020, 40(12): 1219001.
- [12] Zhang Y P, Brown A W, Xiao M, et al. Opening four-wave mixing and six-wave mixing channels via dual electromagnetically induced transparency windows[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(12): 123603.
- [13] Yuen H P, Shapiro J H. Generation and detection of two-photon coherent states in degenerate four-wave mixing[J]. Optics Letters, 1979, 4(10): 334-336.
- [14] McCormick C F, Boyer V, Arimondo E, et al. Strong relative intensity squeezing by four-wave mixing in rubidium vapor[J]. Optics Letters, 2007, 32(2): 178-180.
- [15] Boyer V, Marino A M, Pooser R C, et al. Entangled images from four-wave mixing[J]. Science, 2008, 321(5888): 544-547.
- [16] Wang L, Jing J T. Theoretical research on optimization of signal-noise ratio based on cascaded four-wave mixing system[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(7): 0719001.
王丽, 荆杰泰. 基于级联四波混频系统实现信噪比优化的理论研究[J]. 光学学报, 2017, 37(7): 0719001.
- [17] Zhang S Q, Li W, Li K K, et al. Triphoton correlations in six-wave mixing[J]. Annals of Physics, 2020, 412: 168000.
- [18] Liu Y T, Niu Y P, Lin G W, et al. Enhancement of fifth-order nonlinearity induced by atomic coherence [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(7): 0719002.
刘羽桐, 钮月萍, 林功伟, 等. 原子相干引起的五阶非线性增强[J]. 光学学报, 2017, 37(7): 0719002.
- [19] Li Z H. The quantum noise properties of probe light in atomic coherent media[D]. Taiyuan: Shanxi University, 2012: 69-79.
李中华. 原子相干介质中探测场的量子噪声特性研究[D]. 太原: 山西大学, 2012: 69-79.
- [20] Zhang Y P, Brown A W, Xiao M, et al. Observation of interference between four-wave mixing and six-wave mixing[J]. Optics Letters, 2007, 32(9): 1120-1122.
- [21] Zhang Y P, Xiao M. Enhancement of six-wave mixing by atomic coherence in a four-level inverted Y system [J]. Applied Physics Letters, 2007, 90(11): 111104.