

光学合成孔径的多目标模拟退火阵列优化

李莉文^{1*}, 梁忠诚^{1*}, 赵瑞¹, 关建飞¹, 孔梅梅¹, 陈陶¹, 张月²

¹南京邮电大学电子与光学工程学院、微电子学院, 江苏 南京 210023;

²中国空间技术研究院北京空间机电研究所, 北京 100094

摘要 基于模拟退火算法(SAA)提出了一种多目标优化合成孔径成像阵列的方案。根据合成孔径成像的调制传递函数(MTF)特性,设计了孔径阵列在多个方向上的频谱优化目标函数。以劣化后的 Golay6 结构作为初始阵列进行模拟计算,结果表明,SAA 可以有效改善中频段 MTF 的平稳性,显著提高成像阵列的实际截止频率。当填充因子 $F=11.5\%$ 时,相比 Golay6 孔径阵列,优化后的孔径阵列在退火衰减参数 $\alpha=0.97$ 时的平均修正因子可达 8.61%。

关键词 成像系统; 合成孔径成像; 模拟退火算法; 调制传递函数; 多目标阵列优化

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1611001

Optimization of Multiobjective Simulated Annealing Array for Optical Synthetic Aperture

Li Liwen^{1*}, Liang Zhongcheng^{1*}, Zhao Rui¹, Guan Jianfei¹, Kong Meimei¹,
Chen Tao¹, Zhang Yue²

¹ College of Electronic and Optical Engineering & College of Microelectronics, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, Jiangsu 210023, China;

² Beijing Institute of Space Mechanics and Electricity, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China

Abstract This study proposes a multiobjective optimization scheme for synthetic aperture imaging array based on the simulated annealing algorithm (SAA). The spectrum optimization objective of the aperture array is designed in multiple directions based on characteristics of the modulation transfer function (MTF) of synthetic aperture imaging. The degraded Golay6 structure is used as the initial array to perform simulation calculations. The results show that SAA can effectively improve the stability of the MTF in the medium frequency range and considerably increase the actual cut-off frequency of the imaging array. When filling factor $F=11.5\%$, compared with Golay6 aperture array, the average correction factor of the optimized aperture array reaches 8.61% when the annealing attenuation parameter $\alpha=0.97$.

Key words imaging systems; synthetic aperture imaging; simulated annealing algorithm; modulation transfer function; multiobjective array optimization

OCIS codes 110.4100; 110.1220; 110.2960

1 引言

高分辨率的空间光学遥感器是世界各国争先研制的热点。光学遥感系统的最小角分辨率 δ 为工作

波长 λ 与入瞳口径 D 之比,即 $\delta=1.22\lambda/D$ ^[1]。提高图像的分辨率需不断增大系统孔径,但受制造技术和材料成本等因素的制约^[2],产生了用多个较小光学孔径以一定规则排列实现高分辨率成像的合成

收稿日期: 2020-11-02; 修回日期: 2020-11-28; 录用日期: 2020-12-10

基金项目: 国家自然科学基金(61775102)

通信作者: *zcliang@njupt.edu; **994917149@qq.com

孔径成像技术^[3]。1971年, Golay等^[4-5]提出了具有较高紧密性和较小冗余度的 Golay 布阵。在不考虑其他因素且满足性能要求的情况下, 一般希望以较小填充因子(F)实现较高的截止频率, 以减小系统的体积和质量。但随着填充因子的不断减小, Golay 阵列结构在归一化频率方向 f_x 和 f_y 上出现零值区域, 截止频率迅速下降, 同时中频区域的频率响应失去平稳性, 导致系统的成像性能劣化^[6]。本课题组^[7-8]在液体透镜研究的基础上提出了一种液体透镜稀疏孔径阵列成像技术, 设计了基于分形结构^[9]和辐射状多子镜结构的孔径阵列^[10]方案。但液体透镜的孔径一般较小, 如何在较小填充因子情况下提高系统的实际截止频率并改善其中频特性, 是一个极具实际意义的工程技术问题。

目前已有的合成孔径优化方法有模拟退火算法(SAA)^[11-12]、遗传算法^[13]、粒子群算法^[14]、差分演化算法^[15]、相位复原算法^[16]、全孔径成像算法^[17]等。SAA 描述简单、应用广泛、运行效率高, 且受初始条件的约束少, 是一种解决组合最小化问题的随机搜索算法。该算法可解决大规模组合的优化问题, 如经典的旅行商问题(TSP)^[18]。目前, 人们已将该算法应用到合成孔径雷达^[19-20]、火山活动观测^[21]、医学研究^[22-23]、光栅设计^[24]等实际问题。基于 SAA, 郭勇^[11]根据系统调制传递函数(MTF)的局部空间特征构造目标函数对光学稀疏孔径进行了优化研究。Hao等^[19]通过最小化高峰值旁瓣电平(PSLL)优化智能海洋应用中稀疏平面阵列的单元位置。Wang等^[20]提出了一个通用的非线性目标函数, 并设计出带有地球同步轨道发射器和低地球

轨道接收器的合成孔径雷达。由于成像系统的性能评价指标具有多样性和复杂性, 如何根据合成孔径成像特点进行多指标综合优化是 SAA 的重要应用方向。因此, 本文侧重于 SAA 中光学合成孔径成像系统多目标优化方法的应用, 针对劣化后的 Golay6 孔径阵列进行优化计算, 在不改变填充因子的情况下提高了系统的实际截止频率, 改善了系统 MTF 的中频平稳性。

2 理论与算法

2.1 合成孔径成像的基础

合成孔径成像又被称为稀疏孔径成像, 即将多个较小光学孔径以一定规则排列, 使其等效于一个大光学孔径, 进而实现高分辨率成像^[5]。图 1 为经典的 Golay6 和 Golay9 阵列结构。

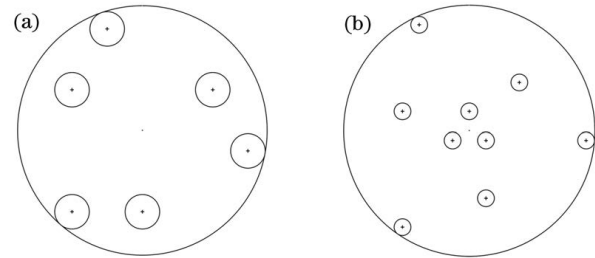


图 1 两种经典的阵列结构。(a) Golay6 阵列;
(b) Golay9 阵列

Fig. 1 Two classic array structures. (a) Golay6 array;
(b) Golay9 array

光学合成孔径阵列结构的成像性能主要用光学 MTF 评价^[5]。假设稀疏孔径系统每个子孔径均为无遮拦圆形光瞳, 则任意结构的 MTF(M)可表示为^[5]

$$M = M_d + \frac{1}{N} M_d * \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \delta\left(f_x \pm \frac{x_j - x_k}{\lambda f}, f_y \pm \frac{y_j - y_k}{\lambda f}\right), \quad (1)$$

式中, M_d 为单个子孔径(直径为 d)的 MTF, j, k 为求和指标, λ 为波长, f 为光瞳到像平面的距离, N 为

子孔径的数量, $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数, 坐标 $(x_j - x_k)$ 、 $(y_j - y_k)$ 为子孔径的圆心坐标。 M_d 可表示为

$$M_d = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \frac{\rho}{\rho_{dc}} - \frac{\rho}{\rho_{dc}} [1 - (\rho/\rho_{dc})^2]^{1/2} \right\}, & 0 \leq \rho \leq \rho_{dc} \\ 0, & \rho \geq \rho_{dc} \end{cases}, \quad (2)$$

式中, $\rho_{dc} = d/(\lambda f)$ 为子孔径的截止频率, ρ 为空间频率。可以发现, 整个稀疏孔径的 MTF 由子孔径 MTF 分布在二维频率域内的不同位置决定, 不同方式排列的子孔径对应不同的 MTF 分布。因此, 可通

过改变子孔径的相对位置设计出所需的 MTF 分布。

图 2 为 Golay6 阵列结构的 MTF 曲线, 可以发现, MTF 的频率覆盖范围随填充因子的减小逐渐减小, 当填充因子减小到一定程度时, MTF 对空间频

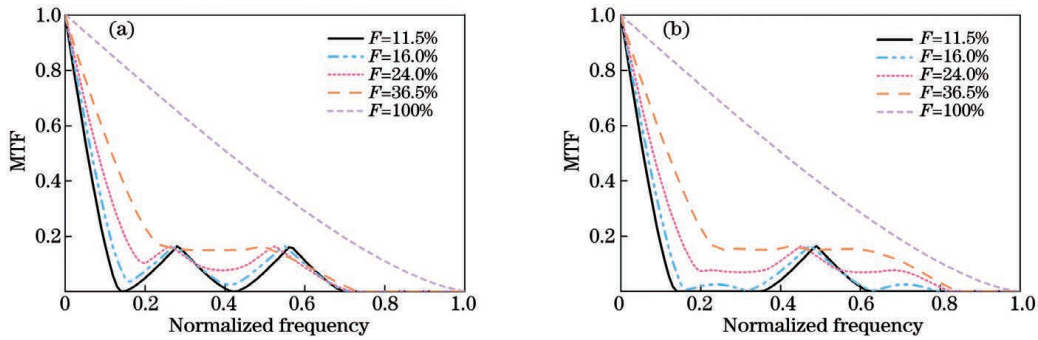


图 2 不同填充因子下 Golay6 的 MTF 曲线。(a) f_x 方向;(b) f_y 方向

Fig. 2 MTF curves of Golay6 under different filling factors. (a) f_x direction; (b) f_y direction

率的覆盖范围内开始出现零值, Golay 阵列性能出现劣化。实际截止频率定义为第一次出现零值时对应的空间频率, 如当填充因子 $F = 11.5\%$ 时, MTF 对空间频率覆盖范围内的频率响应起伏较大, 在 $f_x = 0.14, 0.42$ 处出现零值, 在 $f_y = 0.14 \sim 0.35$

之间出现间断, 两方向的实际截止频率分别为 $0.14, 0.14$ 。为了改善劣化后 Golay 阵列的 MTF, 设计了理想的 MTF 曲线, 期望在相同填充因子情况下增大截止频率和改善系统的中频响应平稳性, 结果如图 3 所示。

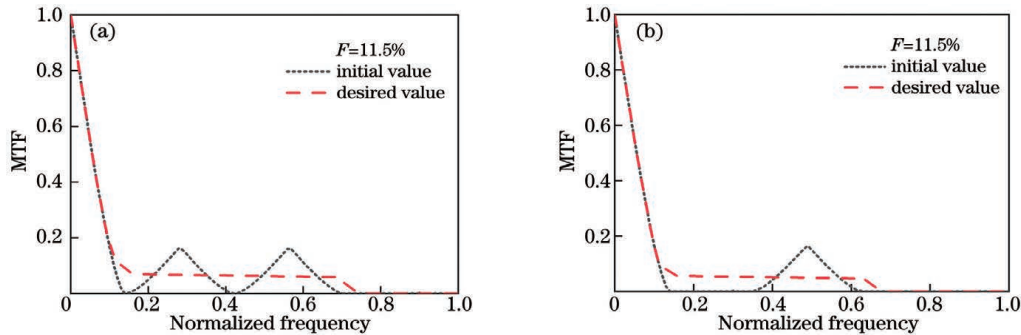


图 3 Golay6 阵列结构的期望 MTF 曲线。(a) f_x 方向;(b) f_y 方向

Fig. 3 Desired MTF curve of the Golay6 array structure. (a) f_x direction; (b) f_y direction

2.2 模拟退火算法

SAA 是一种基于热力学退火机理建立的随机搜索算法, 其原理是从初始解和控制参数初值开始, 对当前解重复“产生新解→计算目标函数差→接受或丢弃”的迭代过程, 并逐步衰减温度值, 算法停止时的解即为获得的近似最优解。理论上 SAA 是一个全局最优算法, 在整个迭代过程中, 目标函数的设计尤其关键。根据数学中的最优化理论可将优化问题转换为求解目标函数的极值问题, 对于多个目标优化问题, 多目标之间可能存在相互制约关系, 改善其中一个目标的性能可能会降低其他目标的性能。因此, 需要对多目标优化问题进行协调和折中处理, 当多个分目标相互制约权衡达到最优时, 多目标优化问题也达到了局部最优^[25]。

实验考虑了两个目标函数的优化问题, 假设稀疏孔径阵列的子孔径为完全相同的无遮拦圆形光瞳, 各个子孔径的位置坐标为 (x_i, y_i) 。令 MTF 沿两个垂直归一化频率方向上的期望值分别为 f_{exp_x} ,

f_{exp_y} , 两个分目标在 (x_i, y_i) 处沿归一化频率 f_x 和 f_y 方向上的函数值分别为 $f_{i_x}(x_i, y_i), f_{i_y}(x_i, y_i)$, 则目标函数的最优解 $J_{\text{opt}}(x_i, y_i)$ 可表示为

$$\begin{cases} J_x(x_i, y_i) = \sum_S [f_{i_x}(x_i, y_i) - f_{\text{exp}_x}]^2 \\ J_y(x_i, y_i) = \sum_S [f_{i_y}(x_i, y_i) - f_{\text{exp}_y}]^2 \\ J_{\text{opt}}(x_i, y_i) = \max[J_x(x_i, y_i), J_y(x_i, y_i)] \end{cases}, \quad (3)$$

式中, $J_x(x_i, y_i)$ 为 f_x 方向上的目标函数, $J_y(x_i, y_i)$ 为 f_y 方向上的目标函数, S 为空间频率区域。(3) 式中的目标函数取极小值时可得到各个子孔径的坐标, 即子孔径在空间的分布形式, 该分布也是光瞳结构的最优结果^[11]。

SAA 是从初始解开始寻找最佳解的一个过程^[13]。首先, 选取合适的初始温度和结束温度, 将马尔可夫链长度作为判断内循环结束的条件, 将初始温度和结束温度作为判断外循环结束的条件。然后, 以 Golay 孔径阵列结构作为初始解, 计算出初始

解的目标函数值。最后,根据约束条件随机生成新解,并对新解目标函数值与初始解目标函数值的大小。若新解的目标函数值小于初始解的目标函数值,则接受新解;否则,以 Metropolis 法决定是否接受新解的函数值,即判断 $\exp[-F(X_{new}) - F(X_{initial})/T] > X_{random}(0, 1)$ 是否成立。其中, $F(X_{new})$ 为新状态的目标函数值, $F(X_{initial})$ 为当前状态的目标函数值, T 为温度, $X_{random}(0, 1)$ 为 $(0, 1)$ 范围内的随机数。若该不等式成立,则用新解及其目标函数值代替当前解及目标函数值。如果连续若干个新解都没有被接受,则终止算法,输出当前解作为最终结果,结束程序。

为了保持模拟过程中的填充因子不变,需对阵列的外接圆直径进行限制,即使外层子孔径始终与直径为 D 的外接圆相切。对于 Golay 结构的初始阵列,则必须保证有 3 个子孔径与外接圆相切。设子孔径的直径为 d , 位置坐标为 (x_i, y_i) , 则子孔径中心的变化范围为

$$x_i^2 + y_i^2 = [(D - d)/2]^2, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4)$$

$$(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \geq d^2, \quad i \neq j. \quad (5)$$

(4)式表示直径为 $D - d$ 的圆,(5)式则限制任意 2 个子孔径均不重叠。

3 实验结果与讨论

3.1 Golay6 结构的优化

对填充因子 $F = 11.5\%$, 温度衰减参数 $\alpha = 0.97$ 的 Golay6 孔径阵列分布进行优化,并将优化前后的阵列结构进行对比。根据 SAA,用(3)式作为目标函数,设置初始温度、马尔可夫链长度、结束温度、衰减参数后在 Matlab 软件中进行仿真实验。

图 4 为优化前后的阵列结构,其中,初始阵列为劣化的 Golay6 阵列结构。图 5 为优化前后阵列结构的 MTF。其中,图 5(a)、图 5(b)分别为优化前后阵列结构的三维 MTF,图 5(c)、图 5(d)分别为优化前后阵列结构的 MTF 俯视图及其在水平和垂直方向截取的 MTF 曲线。

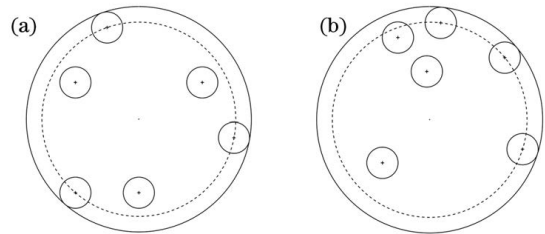


图 4 优化前后的阵列结构。(a)初始结构;(b)优化结构

Fig. 4 Array structure before and after optimization.

(a) Initial structure; (b) optimized structure

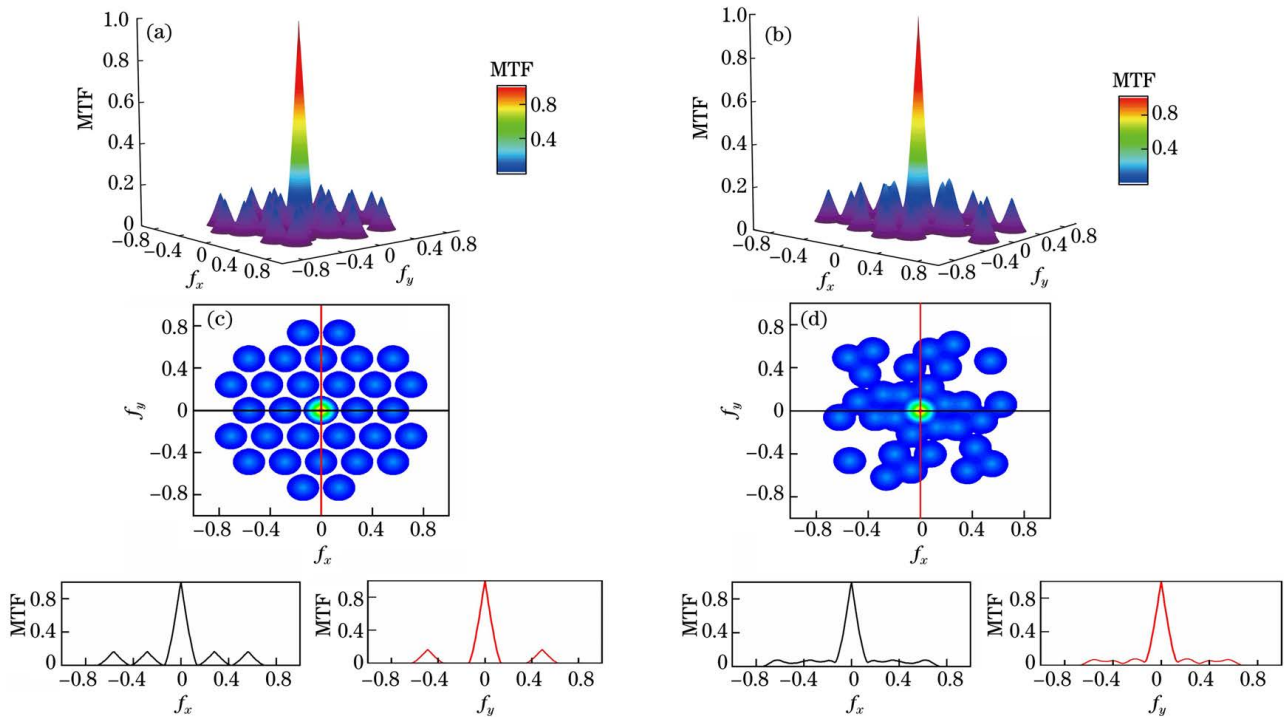


图 5 优化前后阵列结构的 MTF。(a)初始阵列结构的 MTF;(b)优化阵列结构的 MTF;(c)初始阵列结构的俯视图;

(d)优化阵列结构的俯视图

Fig. 5 MTF of the array structure before and after optimization. (a) MTF of the initial array structure; (b) MTF of the optimized array structure; (c) top view of the initial array structure; (d) top view of the optimized array structure

为了突出优化前后的对比效果,图 6 用对数坐标表示 MTF 曲线。可以发现,优化后阵列结构的 MTF 非常接近期望的 MTF,且降低了中频部分的频率振荡幅度,明显改善了中高频的平稳性。由

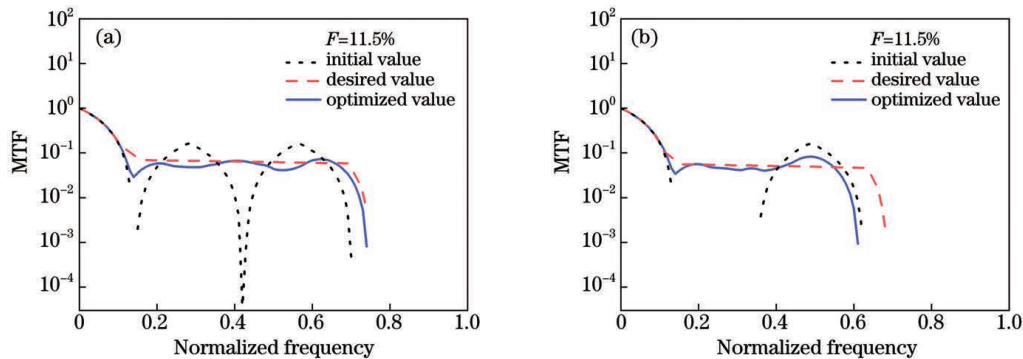


图 6 对数坐标系下阵列结构的 MTF 曲线。(a) f_x 方向;(b) f_y 方向

Fig. 6 MTF curve of the array structure in logarithmic coordinate system. (a) f_x direction; (b) f_y direction

表 1 为优化前后的目标函数值。将优化后的目标函数值记为 J_{final} , 初始目标函数值记为 $J_{initial}$, 定义修正因子 $\gamma = J_{final} / J_{initial}$ 。由 f_x 方向的目标函数 J_x 和 f_y 方向上的目标函数 J_y 可知, 目标函数的平均值 $\bar{J} = (J_x + J_y) / 2$ 。修正因子越小, 则优化后阵列结构的 MTF 越接近期望的 MTF。

表 1 优化前后阵列结构的目标函数值

Table 1 Objective function values of the array structure before and after optimization

Objective function	J_x	J_y	\bar{J}
Initial value	0.3382	0.3168	0.3275
Final value	0.0288	0.0276	0.0282
$\gamma / \%$	8.52	8.71	8.61

于消除了频率间的断点, f_x 和 f_y 方向上的实际截止频率从优化前的 0.14 和 0.14 延伸至 0.73 和 0.66, 分别提高 0.59 和 0.52。

为了直观展示优化后的效果,以分辨率测试卡作为目标物,分别用优化前后的合成孔径系统模拟成像,结果如图 7 所示。其中,图 7(a)为分辨率测试卡,图 7(b)为填充因子 $F = 11.5\%$ 的 Golay6 孔径阵列系统的成像结果,图 7(c)为优化后阵列的成像结果。图 8(a)和图 8(b)为图 7(b)和图 7(c)在 f_x 方向条纹的局部放大图。可以发现,在 400 线左右,优化后孔径系统的成像分辨率明显优于初始 Golay6 孔径系统,与图 8(c)中 Golay6 孔径系统 MTF 第二个谷值位置处反映的特性一致;在 600 线左右,初始 Golay6 孔径系统的成像分辨率略优于优化后的孔径系统,与图 8(c)中 Golay6 孔径系统的 MTF 第二个峰值位置处反映的特性一致,但优化后孔径系统的实际截止频率已拓展至 700 线左右。

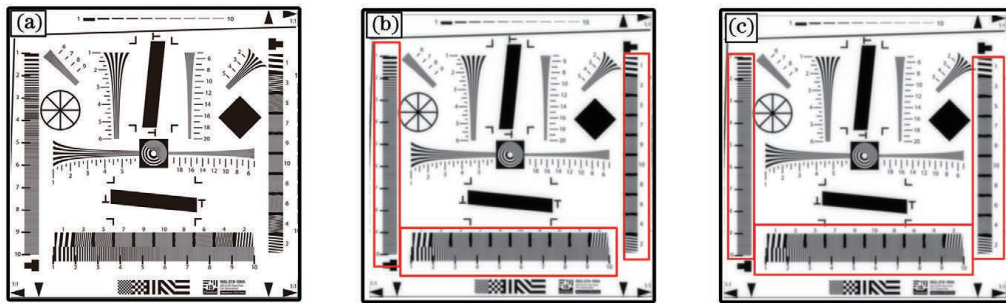


图 7 不同结构的成像结果。(a)原始测试卡;(b)初始孔径阵列;(c)优化后孔径阵列

Fig. 7 Imaging results of different structures. (a) Original test card; (b) initial aperture array; (c) optimized aperture array

图 9(a)和图 9(b)是图 7(b)和图 7(c)在 f_y 方向条纹的局部放大图,可以发现,在 200 线到 380 线左右,优化后孔径系统的成像分辨率明显优于 Golay6 孔径系统,与图 9(c)中 Golay6 孔径系统 MTF

曲线中零窗口位置处反映的特性相吻合,且优化后孔径系统的实际截止频率已拓展至 600 线左右。

3.2 三目标结构优化

为了验证多方向优化的实用性,在两垂直方向

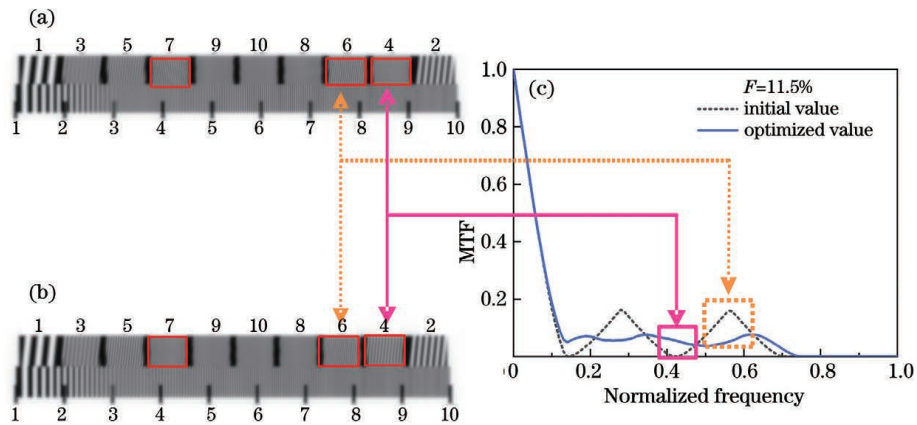


图 8 优化前后阵列在 f_x 方向的模拟像和 MTF。(a) Golay6 的模拟像;(b)优化后的模拟像;(c)优化前后阵列的 MTF
Fig. 8 Simulated image and MTF of the array in the f_x direction before and after optimization. (a) Simulated image of the Golay6; (b) simulated image after optimization; (c) MTF of the array before and after optimization

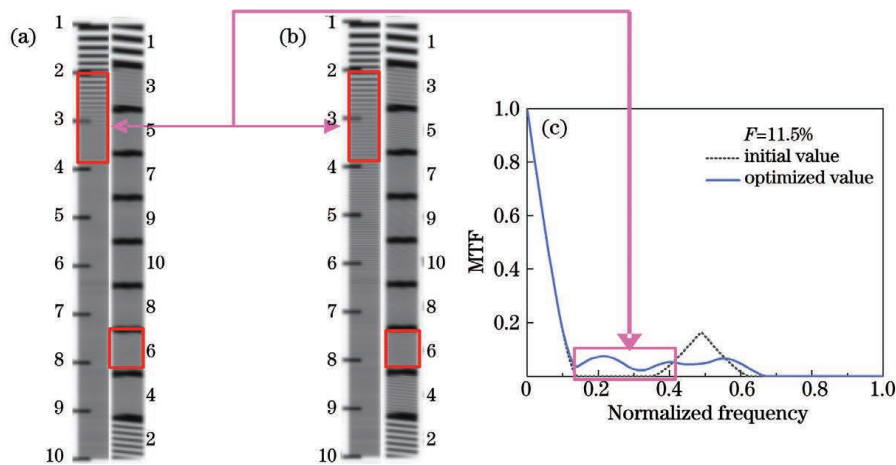


图 9 优化前后阵列在 f_y 方向模拟像和 MTF。(a) Golay6 的模拟像;(b)优化后的模拟像;(c)优化前后阵列的 MTF
Fig. 9 Simulated image and MTF of the array in the f_y direction before and after optimization. (a) Simulated image of the Golay6; (b) simulated image after optimization; (c) MTF of the array before and after optimization

的基础上增加沿 x 轴 $\pi/4$ 方向的约束,仍采用劣化后的 Golay6 结构作为初始阵列,填充因子 $F = 11.5\%$,温度衰减参数 $\alpha = 0.97$,对应的 MTF 曲线如图 10 所示。可以发现,对三个方向优化后的

MTF 与期望的 MTF 大致相符。中频部分的频率振荡幅度降低, f_x 、 f_y 、沿 x 轴 $\pi/4$ 方向上的实际截止频率分别从优化前的 0.14,0.14,0.10 延伸至 0.73,0.60,0.20。

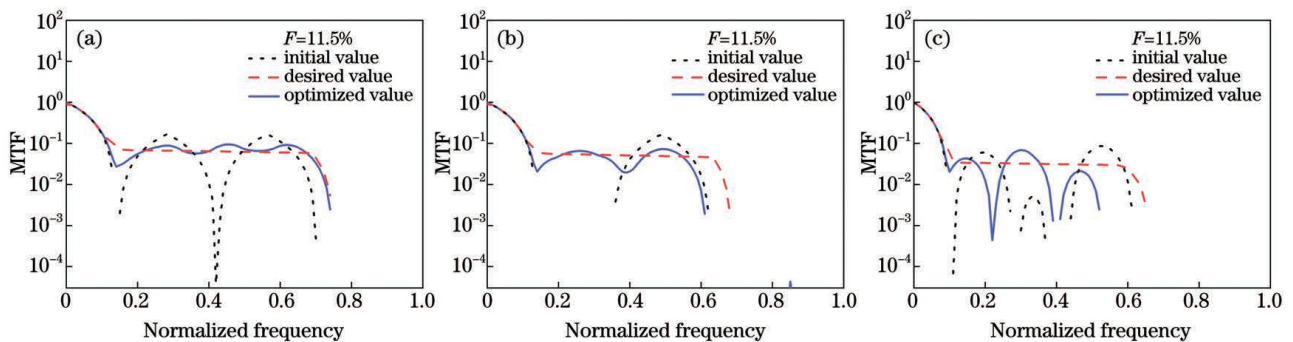


图 10 优化前后阵列结构的 MTF 曲线($F = 11.5\%$)。(a) f_x 方向;(b) f_y 方向;(c) x 轴的 $\pi/4$ 方向

Fig. 10 MTF curve of the array structure before and after optimization ($F = 11.5\%$). (a) f_x direction; (b) f_y direction; (c) $\pi/4$ direction of x axis

令 $F = 13.0\%$, 温度衰减参数 $\alpha = 0.97$ 时的 Golay6 孔径阵列从三个方向得到的优化阵列结构和对应的 MTF 曲线如图 11 所示。可以发现, 改变

填充因子得到的优化阵列结构的 MTF 在三个方向上基本满足期望, 实际截止频率有明显提高, 中高频部分的平稳性也得到了明显改善。

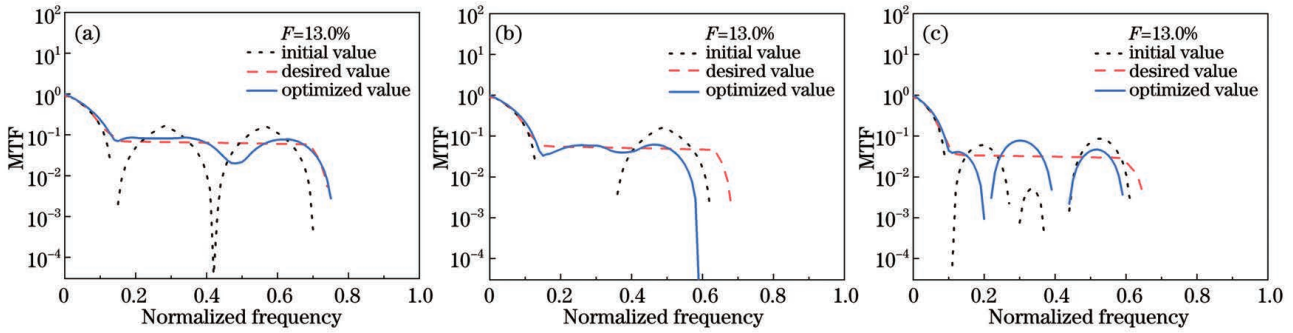


图 11 优化前后阵列结构的 MTF 曲线 ($F = 13.0\%$)。 (a) f_x 方向; (b) f_y 方向; (c) x 轴的 $\pi/4$ 方向

Fig. 11 MTF curve of the array structure before and after optimization ($F = 13.0\%$). (a) f_x direction; (b) f_y direction; (c) $\pi/4$ direction of x axis

3.3 退火速率的影响

通过改变模拟退火的速率检验优化孔径阵列的稳定性, 图 12、图 13 分别为设定温度衰减参数 $\alpha = 0.91, 0.94, 0.97$ 得到的优化阵列结构及其对应的

MTF 曲线。可以发现, 不同衰减参数得到的优化阵列结构 MTF 在 f_x, f_y 方向上都无明显差别, 但不同温度衰减参数优化后阵列的子孔径分布差别较大, 原因是两方向约束的孔径系统仍有较大的自由

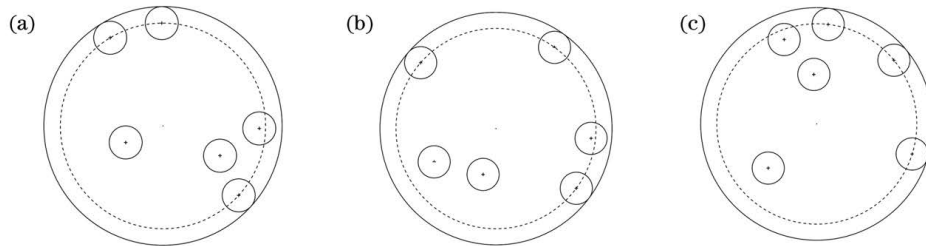


图 12 不同 α 得到的阵列结构。 (a) $\alpha = 0.91$; (b) $\alpha = 0.94$; (c) $\alpha = 0.97$

Fig. 12 Array structure obtained by different α . (a) $\alpha = 0.91$; (b) $\alpha = 0.94$; (c) $\alpha = 0.97$

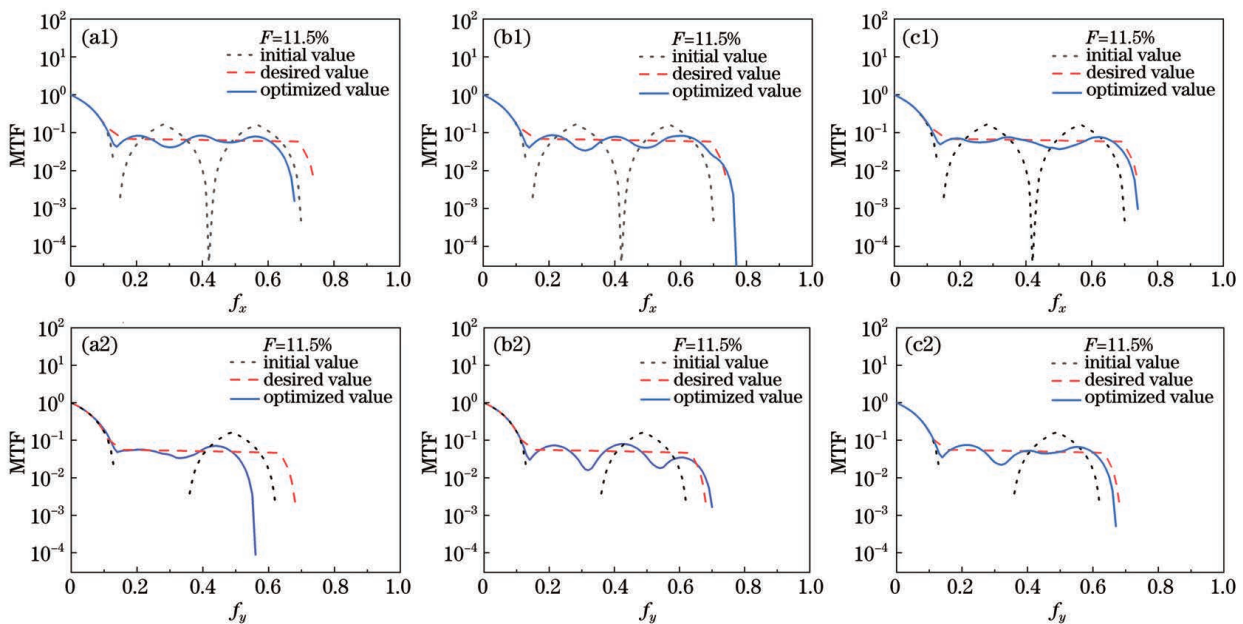


图 13 不同 α 阵列结构的 MTF。 (a) $\alpha = 0.91$; (b) $\alpha = 0.94$; (c) $\alpha = 0.97$

Fig. 13 MTF of the array structure with different α . (a) $\alpha = 0.91$; (b) $\alpha = 0.94$; (c) $\alpha = 0.97$

度,这表明模拟结果对退火过程具有依赖性。此外,随着衰减参数的增大,优化阵列结构的 MTF 实际截止频率也越来越接近期望值,且其中频平稳性也得到了明显改善。

为了定量分析优化的效果,表 2 给出了不同衰减参数下的最终目标函数值。结合图 13 可知,当 $\alpha=0.91$ 时,优化阵列结构 MTF 的实际截止频率与预期截止频率差别较大;当 $\alpha=0.94$ 时,尽管优化阵列结构 MTF 的实际截止频率接近期望的截止频率,但其中频部分略有振荡;当 $\alpha=0.97$ 时,优化阵列结构 MTF 的实际截止频率与期望的截止频率接近,其中频部分的平稳性与期望相符。这表明随着温度衰减参数的增大, $\bar{\gamma}$ 也越来越小。

表 2 不同 α 下优化阵列结构的目标函数值

Table 2 Objective function value of the optimized array structure under different α

α	J_x	J_y	$\bar{\gamma} / \%$
0.91	0.0676	0.0667	20.50
0.94	0.0491	0.0478	14.79
0.97	0.0288	0.0276	8.61

4 结 论

Golay 结构具有较高的紧密性和较小的冗余度,但当其填充因子减小后,MTF 会失去平稳性,实际截止频率迅速下降。为了避免这种劣化现象,采用 SAA 对劣化后的阵列进行优化。在保持填充因子不变的情况下,通过增大实际截止频率和改善中频特性的优化准则对 Golay6 结构进行优化,得到了符合期望要求的阵列结构,验证了 SAA 解决此类问题的可行性。本研究结果为合成孔径成像系统提供了一种有效的优化设计方法。

参 考 文 献

- [1] Thompson A R, Moran J M, Jr G W S. Interferometry and synthesis in radio astronomy[M]. Weinheim: Wiley-VCH GmbH, 2011: 872.
- [2] Meinel A B. Aperture synthesis using independent telescopes[J]. Applied Optics, 1970, 9(11): 2501-2504.
- [3] Meinel A B, Meinel M P. Large sparse aperture space optical systems[J]. Optical Engineering, 2002, 41(8): 1983-1994.
- [4] Golay M J E. Point arrays having compact, nonredundant autocorrelations [J]. Journal of the Optical Society of America, 1971, 61(2): 272-273.
- [5] Liu L, Jiang Y S. Principle and application of synthetic aperture imaging [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013.
刘丽, 江月松. 综合孔径成像原理与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
- [6] Wu Q Y. Study on the sparse aperture optical systems[D]. Suzhou: Soochow University, 2006.
吴泉英. 稀疏孔径光学系统成像研究[D]. 苏州: 苏州大学, 2006.
- [7] Xie N, Zhang N, Zhao R, et al. Test and analysis of the dynamic procedure for electrowetting-based liquid lens under alternating current voltage [J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(22): 224202.
谢娜, 张宁, 赵瑞, 等. 交流作用下电润湿液体透镜动态过程的测试与分析[J]. 物理学报, 2016, 65(22): 224202.
- [8] Zhao R, Hua X G, Tian Z Q, et al. Electrowetting-based variable-focus double-liquidlens[J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(10): 2592-2597.
赵瑞, 华晓刚, 田志强, 等. 电润湿双液体变焦透镜[J]. 光学精密工程, 2014, 22(10): 2592-2597.
- [9] Hao W Q, Liang Z C, Liu X Y, et al. Imaging performance of fractal structure sparse aperture arrays [J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68(19): 199501.
郝未倩, 梁忠诚, 刘肖尧, 等. 分形结构稀疏孔径阵列的成像性能 [J]. 物理学报, 2019, 68(19): 199501.
- [10] Liu X Y, Liang Z C, Hao W Q, et al. Imaging characteristics of radial multi-sub-mirror array [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(8): 0811003.
刘肖尧, 梁忠诚, 郝未倩, 等. 辐射状多子镜阵列结构的成像特性 [J]. 光学学报, 2019, 39(8): 0811003.
- [11] Guo Y. Optimization of the optical sparse array configuration[D]. Suzhou: Soochow University, 2007: 1-62.
郭勇. 稀疏孔径光学系统光瞳结构的优化[D]. 苏州: 苏州大学, 2007: 1-62.
- [12] He Y T, Jiang Y S, Chen H T. Studies of optimization and imaging properties of two-dimensional circle array for mm-wave synthetic aperture system [J]. Journal of Remote Sensing, 2007, 11(1): 33-38.
何云涛, 江月松, 陈海亭. 二维圆周综合孔径阵列优化及其毫米波成像特性研究 [J]. 遥感学报, 2007, 11(1): 33-38.
- [13] He Y T, Jiang Y S, Liu G D. Optical synthesis aperture circle-array optimization based on genetic algorithm [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(9):

- 1611-1616.
何云涛, 江月松, 刘广达. 基于遗传算法的光综合孔径圆周阵优化[J]. 光学学报, 2007, 27(9): 1611-1616.
- [14] Li Y, Gong H L, Feng D G, et al. An adaptive method of speckle reduction and feature enhancement for SAR images based on curvelet transform and particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(8): 3105-3116.
- [15] Jang C H, Hu F, He F, et al. Circular hexagonal lattice array and its optimization in aperture synthesis radiometers[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017, 16: 685-688.
- [16] Li Q, Wu Z, Xu J S, et al. Phase recovery algorithm based on pupil diversity [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(6): 0626001.
李倩, 吴桢, 徐节速, 等. 基于瞳面差异的相位复原算法[J]. 光学学报, 2019, 39(6): 0626001.
- [17] Yin H F, Guo L, Yang L C, et al. Full aperture imaging algorithm of airborne synthetic aperture radar [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(9): 0928002.
尹红飞, 郭亮, 杨利超, 等. 机载合成孔径激光雷达全孔径成像算法 [J]. 光学学报, 2019, 39(9): 0928002.
- [18] Kang L S. Non-numerical parallel algorithm (volume I)-simulated annealing algorithm [M]. Beijing: Science Press, 1994.
康立山. 非数值并行算法(第一册)模拟退火算法 [M]. 北京: 科学出版社, 1994.
- [19] Hao S J, Ge F X, Yu X X, et al. Optimization of sparse planar arrays with minimum spacing and geographic constraints in smart ocean applications [J]. Sensors, 2018, 19(1): 11.
- [20] Wang Y K, Lu Z, Suo Z Y, et al. Optimal configuration of spaceborne bistatic SAR with GEO transmitter and LEO receiver [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2019, 13(2): 229-235.
- [21] Shirzaei M, Walter T R. Randomly iterated search and statistical competency as powerful inversion tools for deformation source modeling: application to volcano interferometric synthetic aperture radar data [J]. Journal of Geophysical Research Atmospheres, 2009, 114(B10): B10401.
- [22] Roumeliotis M, Yates B, Watt E, et al. Demonstration of simulated annealing optimization for permanent breast seed implant treatment planning [J]. Brachytherapy, 2018, 17(3): 615-620.
- [23] Albrecht A, Steinhöfel K, Taupitz M, et al. Logarithmic simulated annealing for X-ray diagnosis [J]. Artificial Intelligence in Medicine, 2001, 22(3): 249-260.
- [24] Lu Y K, Yu J J, Yin Z K, et al. Polarization-independent multilayer slanted grating with high efficiency and broad spectral and angular bandwidths under normal incidence [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(14): 1405001.
鲁云开, 余俊杰, 尹正坤, 等. 正入射宽光谱宽入射角高效率偏振无关多层倾斜光栅 [J]. 光学学报, 2020, 40(14): 1405001.
- [25] Lu J C, Li N C, Wang W D. Multi-objective optimization approach based on simulated annealing [J]. Computer Engineering and Applications, 2003, 39(23): 92-94, 144.
芦金蝉, 李乃成, 王伟东. 基于模拟退火的多目标优化算法 [J]. 计算机工程与应用, 2003, 39(23): 92-94, 144.