

基于自适应邻域和局部贡献值的散乱点云精简算法

郑茹丹^{*}, 李金龙^{*}, 张渝, 高晓蓉

西南交通大学物理科学与技术学院, 四川 成都 611756

摘要 针对激光线结构光扫描仪等获取的复杂物体表面三维点云数据量大、冗余性高等问题, 提出一种基于自适应邻域和局部贡献值的点云精简算法。首先, 根据点云的局部几何特征确定每个区域的最佳邻域范围; 其次, 将最佳邻域与内部形状特征算法、局部表面斑块算法相结合, 计算所有点云数据的局部贡献值, 并提取出点云特征点; 最后, 使用 K-means 聚类算法划分点云数据, 并按类别和贡献值对点云进行精简。实验结果表明, 对于复杂表面被测物, 所提算法能够在保证精简率的情况下调节特征区域与非特征区域的精简度, 同时保证点云完整性与细节特征信息, 精简结果精度较高并更贴合物体原始面貌。

关键词 图像处理; 点云精简; 自适应邻域; 特征区域划分; K-means

中图分类号 TB872; TP391.41

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1610019

Scattered Point Cloud Simplification Algorithm Based on Adaptive Neighborhood and Local Contribution Value

Zheng Rudan, Li Jinlong^{*}, Zhang Yu, Gao Xiaorong

School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 611756, China

Abstract To address the problems associated with the large amounts of data and high redundancy of three-dimensional point cloud related to complex object surfaces obtained by a laser line structured light scanner, a point cloud simplification algorithm based on self-adaptive neighborhood and local contribution value is proposed. First, according to the local geometric characteristics of the point cloud, the best neighborhood range is selected. Then, the best neighborhood, internal shape feature algorithm, and local surface patch algorithm are combined to calculate the local contribution values of all point cloud data and the feature points of the point cloud are extracted. Finally, K-means clustering algorithm is used for classification and the point cloud is simplified based on the classification results and the contribution values. The experimental results show that for complex surface test objects, the proposed algorithm can adjust the simplification of characteristic and noncharacteristic areas while ensuring the simplification rate as well as the overall integrity and detailed feature information of the point cloud. Consequently, the simplification result has higher accuracy and fits the original appearance of the object more closely.

Key words image processing; point cloud simplification; adaptive neighborhood; feature area division; K-means

OCIS codes 100.2960; 150.1135

1 引言

随着 5G 技术的兴起和大数据处理技术的发展^[1], 三维点云作为一种新数据格式, 可以准确地记

录物体的三维形貌、几何特征, 具有高分辨率和高速度的特点^[2], 得到了广泛的研究^[3-5]。三维激光扫描仪具有探测速度快、结果精度高的特点, 然而扫描所得的原始点云由于具有冗余度高、数据量大、结构无

收稿日期: 2020-08-24; 修回日期: 2020-09-15; 录用日期: 2020-09-30

基金项目: 国家自然科学基金(61771409)

通信作者: *jinlong_lee@126.com

序等特性^[6],直接处理点云时会耗费大量的计算时间和储存空间。

按照点云划分条件,可以将传统的精简方法分为两类。基于网格划分的方法原理简单、处理速度快,但难以保留复杂表面细微处的几何特征。Martin 等^[7]提出了一种基于均匀方格的精简方法。由于均匀网格对表面变化不敏感,随后 Chen 等^[8]提出了一种基于三角网格的精简方法,Sun 等^[9]提出了包围盒法。基于网格划分的方法精简结果的完整性较好,但平滑严重,细节丢失较多,已不适应于精简具有复杂特征和多样曲率的散乱点云。

基于点本身特征信息的精简算法^[10-11]在计算特征信息时以局部区域的信息代表点特征,很好地保留了细节特征。Shi 等^[12]提出了基于 K-means 聚类的精简方法,该方法通过空间位置对点云进行聚类,再对簇中元素进行取舍,结果在非均匀点云中表现较好,但受聚类类别影响较大;Wang 等^[13]利用特征参数法结合均匀球面采样法对点云进行精简;王莹莹等^[14]在方向矢量曲率估算基础上提出了基于曲率的方法;随后杨秋翔等^[15]提出了基于 Hausdorff 距离算法的精简方法;Yuan 等^[16]提出了基于共形几何代数的方法。基于点本身特征信息的方法在特征区域响应较大,在非特征区域表面空洞现象明显,对结果完整性影响较大,同时精度受邻域范围的限制较大,抗噪性较低。

针对复杂物体表面的三维点云数据,本文采用基于 K-means 方法结合自适应邻域方法的设计,实现了一种基于点特征的点云分类方法。该方法适用于不同特征表面,能够在保证精简率的同时保持被测物体空间的整体性和复杂性,不仅有效避免了非特征区域的空洞现象,同时保留了较完整的细节特征。

2 算法原理

2.1 最佳邻域范围与特征点计算

邻域范围的选择对点云局部区域法向量估计的精度有着重要影响。当选择范围过大,无关点过多,点云尖锐区域将被过分平滑,计算结果远小于实际曲率;当选择范围过小,参与拟合的点较少,拟合曲面的准确度与抗噪性会受到影响。

为了增强在复杂曲面中不同细节尺度的适应性,先采用自适应邻域方法对每个点由小到大设定一系列邻域范围,再使用局部曲面拟合法^[17]依次拟合曲面。通过对比相邻范围的曲率相似度,得到该

点的最佳邻域范围与最能够代表该点的特征值。具体步骤如下。

1) 对于被测物体点云 P 中任意一点 $p_i \in P$,依次以 $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ 为邻域半径,搜索所有邻域点 $p_{ij} \{j=1, 2, 3, \dots, n\}$ 。

2) 计算权重值,以平衡距离与密度区域在法线拟合时带来的影响,使得稀疏区域的点能够被足够重视,以补偿散乱点云的不均匀性。权重 w_{ij} 与到 p_i 的欧氏距离成反比:

$$w_{ij} = \frac{1}{\|p_i - p_{ij}\|}, \quad (1)$$

式中: $\|p_i - p_{ij}\|$ 为 p_{ij} 到 p_i 的欧氏距离。结合权重,建立协方差矩阵:

$$\text{Cov}(p_i) = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij} (p_i - p^j)(p_i - p^j)^T}{\sum_{j=1}^n w_{ij}}. \quad (2)$$

3) 计算协方差矩阵的特征值与特征向量,并由大到小排列特征值。最小特征值所对应的特征向量即可作为 p_i 的法向量估计值。对 p_i 构建局部坐标系,取最大特征值 λ_1 所对应的特征向量 e_1 为 x 轴,最小特征值 λ_3 所对应的特征向量 e_3 为 z 轴,并计算邻域点沿各轴的方向分量,分步确定 x 和 z 轴的方向,计算得到的 e_1 和 e_3 的矢量积为 y 轴方向。

4) 使用局部曲面拟合法,将曲面近似为二次曲面 $S(x, y)$:

$$S(x, y) = a_1 x^2 + a_2 xy + a_3 y^2 + a_4 x + a_5 y, \quad (3)$$

式中: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 为曲面参数。相应的向量方程为

$$Ax = b, \quad (4)$$

式中: A 为代入邻域各点后所得系数矩阵; x 为参数矩阵; b 为方向矩阵。

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 \\ x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 & x_n & y_n \end{bmatrix} \\ x = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5] \\ b = [x_1 y_1 \quad x_2 y_2 \quad x_3 y_3 \quad x_4 y_4 \quad x_5 y_5] \end{cases}. \quad (5)$$

(4)式两边同时左乘 A 的转置矩阵,求解目标函数的最小值,得到的系数为

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b. \quad (6)$$

5) 计算点 p_i 处曲面 S 的二阶偏导,得到 S 的第一基本量和第二基本量:

$$\begin{cases} E = S_x^2 = 1 + d^2 \\ M = S_x S_y = de \\ G = S_y^2 = 1 + e^2 \\ L = n \cdot S_{xx} = \frac{2a}{\Delta} \\ M = n \cdot S_{xy} = \frac{b}{\Delta} \\ N = n \cdot S_{yy} = \frac{2c}{\Delta} \\ \Delta = \sqrt{d^2 + e^2 + 1} \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $n = \frac{S_x \times S_y}{|S_x \times S_y|}$ 。根据曲面基本量, 计算曲面 S 在点 p_i 处的高斯曲率 K 与平均曲率 H :

$$\begin{cases} H = \frac{EN - 2FM + GL}{2(EG - F^2)} = \frac{c + cd^2 + ae^2 + bde}{\Delta^3} \\ K = \frac{LN - M^2}{2(EG - F^2)} = \frac{4ac - b^2}{\Delta^3} \end{cases}. \quad (8)$$

6) 由 K 、 H 计算主曲率 k_1 、 k_2 , 并依次计算相邻邻域范围下 S_1 、 S_2 的曲面相似度。曲面相似度计算公式为

$$\begin{aligned} \sqrt{(k_1 - k'_1)^2 + (k_2 - k'_2)^2} < \alpha, \quad (9) \\ |H_1 - H_2| < \beta, \quad (10) \end{aligned}$$

式中: α 、 β 均为设定的阈值。当相邻邻域范围下 S_1 、 S_2 的曲面相似度大于阈值, 则可判定曲面在此邻域内发生了剧烈变化, 应取较小范围为最佳邻域范围。

在 p_i 最佳邻域范围内计算特征值 $\{\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \lambda_{i3}\}$, 采用内在形状签名法^[18] 确定特征点, 逐点计算在其最佳邻域范围内的特征值, 并对特征值进行阈值比较, 满足阈值条件的为特征点。

2.2 曲面类型划分与贡献值计算

按照曲面类型进行不同比例的精简, 能够保证具有不同复杂程度表面模型的精简率。在二次曲面中, 平均曲率代表局部邻域的凹凸程度, 高斯曲率则确定了曲面类型。Chen 等^[19] 根据在 p_i 最佳邻域范围下计算所得的平均曲率 H 与高斯曲率 K , 将曲面划分为 8 类, 如表 1 所示。

表 1 曲面类型分类

Table 1 Classification of surface types

Condition	$H > 0$	$H = 0$	$H < 0$
$K > 0$	Pit	None	Peak
$K = 0$	Valley	Flat	Ridge
$K < 0$	Saddle valley	Minimal	Saddle valley

为了评价点云中 p_i 的重要性, 采用局部贡献值进行衡量。点 p_i 贡献值越高, 则该点所携带信息量越大, 保持局部区域几何特征完整的重要性越高。计算方法如下。

1) 对于点 p_i , 在最佳邻域范围 r_i 下搜寻其邻域点, 利用最小二次法拟合平面 L_i 。计算邻域点 p_{ij} 到拟合平面 L_i 的距离 d_{ij} , 平均距离 \bar{d}_i , 整体平均距离 \bar{d} 。

2) 遍历点云后, 统计点 p_i 被拟合到平面的次数 n_i 以及 p_i 到每个拟合平面的距离小于整体平均距离的次数 m_i , 得到 p_i 的贡献值 C_i 。计算方法为

$$C_i = \frac{m_i}{n_i}. \quad (11)$$

2.3 K-means 算法精简流程

传统 K-means 方法以聚类中心或靠近聚类中心的点来代替簇中所有点, 虽原理简单, 但会模糊点云的曲率特征和外部轮廓, 丢失大量的细节并造成空洞; 同时, 采用随机点作为初始聚类中心, 大大增加了迭代速度和次数; 在最佳邻域范围得到特征点之后, 将特征点作为 K-means 聚类算法的初始中心, 对点云进行初始划分。所提方法对平均曲率引入阈值 λ , 以控制精简率, λ 取值越高, 精简率越高。具体精简步骤如下。

1) 特征点作为初始聚类中心, 按照中心点数量将点云划分为 K' 个簇;

2) 遍历点云, 根据点到每个聚类中心的欧氏距离, 将其划分至最近聚类中心簇中;

3) 计算各个簇的重心坐标, 并以此代替原来的聚类中心;

4) 重复步骤 1)、2)、3), 直至聚类中心不再发生偏移;

5) 迭代结束后, 按照表 1, 对各簇点集进行分类, 并统计各点的贡献值;

6) 在鞍形、脊形曲面类别的点集中, 若 $H > \lambda$, 则认定该点处于变化剧烈的高特征区域, 统计该类型中符合点的贡献值, 并与局部平均贡献值进行比较, 保留高于局部平均贡献值的点;

7) 对于所有曲面类型, 若 $H < \lambda$, 则判断该点为平坦区域非特征点, 以点集重心代替原本点集。

将点云欧氏距离与曲面类型分类, 不仅可以避免小部分特征集中区域保留过多而造成非特征区域出现空洞、平滑的现象, 而且有效保证了原始点云的表面复杂程度, 在变化剧烈、细节特征较多的局部区域降低删减率, 能够更好地防止被测物体细节特征

的丢失。

3 实验结果及分析

3.1 自适应邻域算法性能分析

基于自适应邻域的方法不仅增加了曲面特征的计算精度、鲁棒性,同时提高了抗噪性,在一定噪声干扰时仍然能够较好地计算点云本身的细节特征,为后续处理提供了稳定基础。特征点重复率^[20-21]表示对点云数据进行噪声干扰处理后计算所得特征点与原始点云特征点距离小于阈值 ϵ 的比例,表征算法的抗噪性。计算了所提方法在 2%~20% 信噪比下的表现情况,设定 $\epsilon = 0.001$,以重复率为评价标准,对所提方法、KPQ^[19]、ISS^[18]、Histogram of Normal Orientation (HoNO)^[22]、Local Surface Patches(LSP)方法进行对比,结果如图 1 所示。

从图 1 可以看出,随着信噪比的增加,5 种算法计算所得的重复率均呈下降趋势,但所提算法能在噪声的影响下保持较高的重复率,所提算法明显优于其余 4 种算法,在信噪比为 20% 时,重复率高出

ISS、LSP 与 HoNO 算法 40%,约为 LSP 算法的 3 倍。

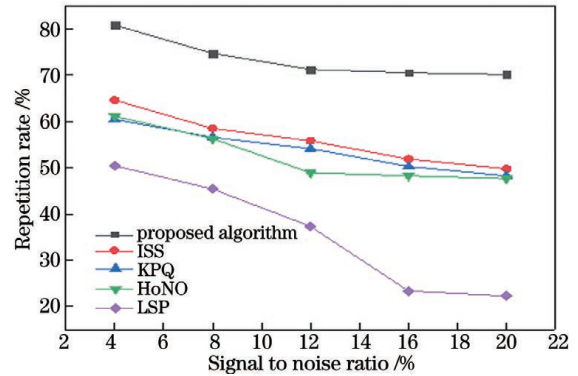


图 1 五种算法的抗噪性对比

Fig. 1 Comparison of noise resistance of five algorithms

3.2 精简方法性能分析

为了证明所提算法的可行性,选择了 3 种具有不同表面复杂度的数据集进行验证,分别采用 Stanford 数据集集中的 Bunny 和 Armadillo 数据,格式为 PLY,及 Visionair Repository 中的 Chair 数据,格式为 OFF,总点数分别为 35947、172974 与 204187。三种数据集表面曲率分布情况如图 2 所示。

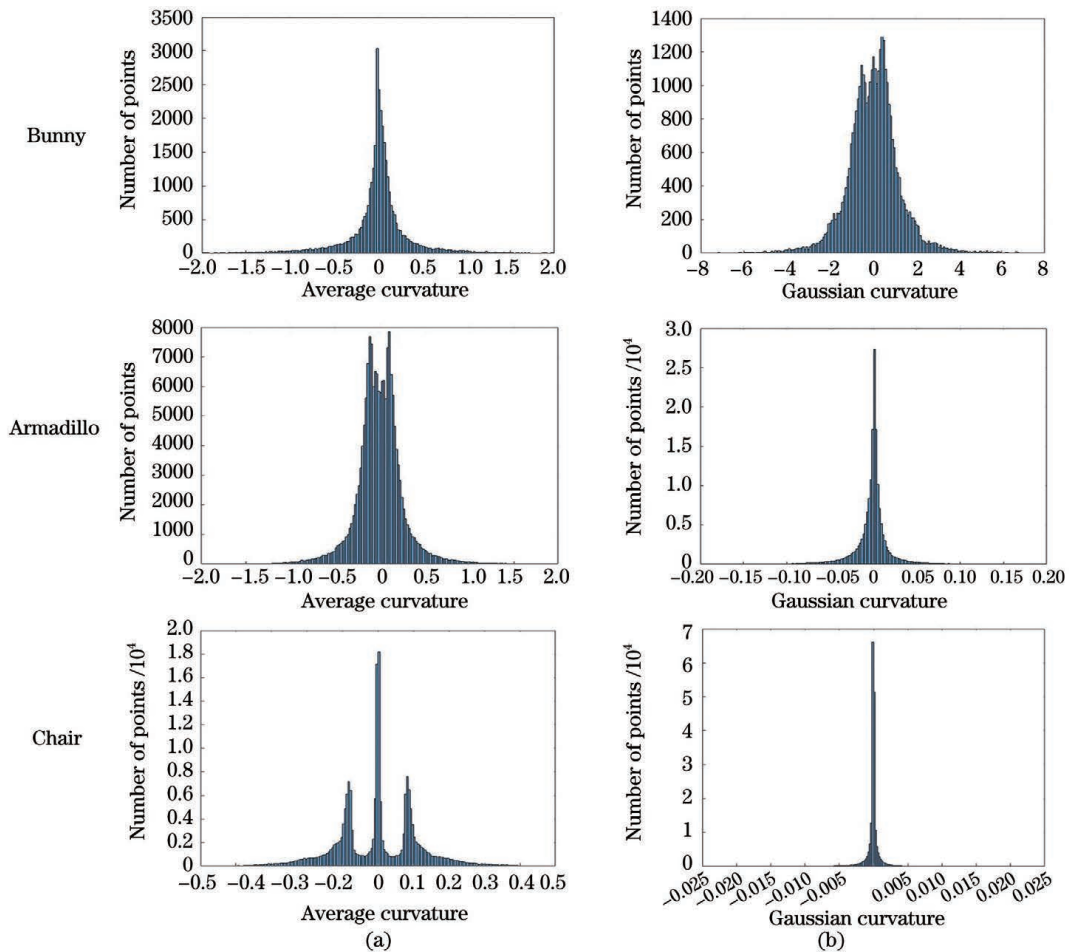


图 2 三种数据集曲面分布情况。(a)平均曲率;(b)高斯曲率

Fig. 2 Surface distribution of three datasets. (a) Average curvature; (b) Gaussian curvature

其中 Bunny 数据集复杂度较高,平均曲率与高斯曲率的跨度较广,曲面类型丰富;Armadillo 曲率分布较为集中且跨度较低,表面复杂度较低;Chair 数据集平均曲率、高斯曲率更为集中,表面较为规范简单、类型单一。

为对实验结果进行定量分析,采用精简点云和原始点云的误差标准差、精简前后模型重建表面积差、重建三角网格的最大网格面积来评价精简算法

的效果。误差计算公式为

$$\delta(\mathbf{S}, \mathbf{S}') = d(\mathbf{q}, \mathbf{S}), \quad (12)$$

式中: $d(\mathbf{q}, \mathbf{S})$ 为原始点云 \mathbf{S} 到精简点云的重建结果中最近三角网格的欧氏距离。

图 3(a)、(b)为 Bunny 原始点云与其重建结果;图 3(c)、(d)为 Bunny 数据模型在精简率为 90% 时所提算法的精简结果与重建结果。图 4 为 4 种算法在 Bunny 上的实验结果。

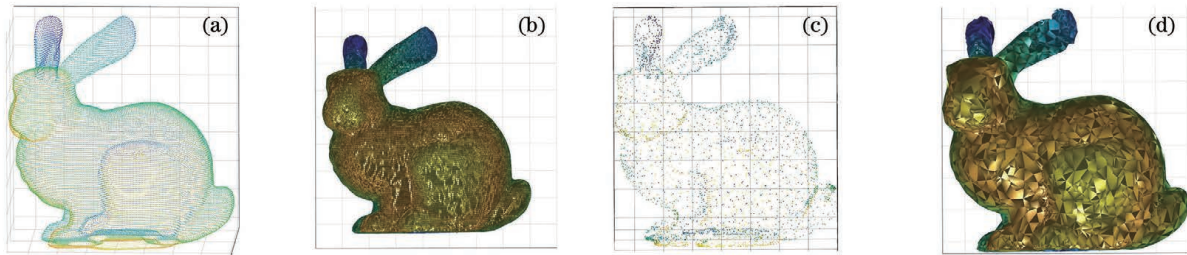


图 3 Bunny 模型及重建结果。(a)原始点云;(b)原始点云重建;(c)精简率为 90% 时所提算法的精简结果;(d)精简率为 90% 时所提算法精简结果的重建

Fig. 3 Bunny model and reconstruction results. (a) Original point cloud; (b) original point cloud reconstruction; (c) simplification result of the proposed algorithm with 90% simplification rate; (d) reconstruction of simplification result of the proposed algorithm with 90% simplification rate

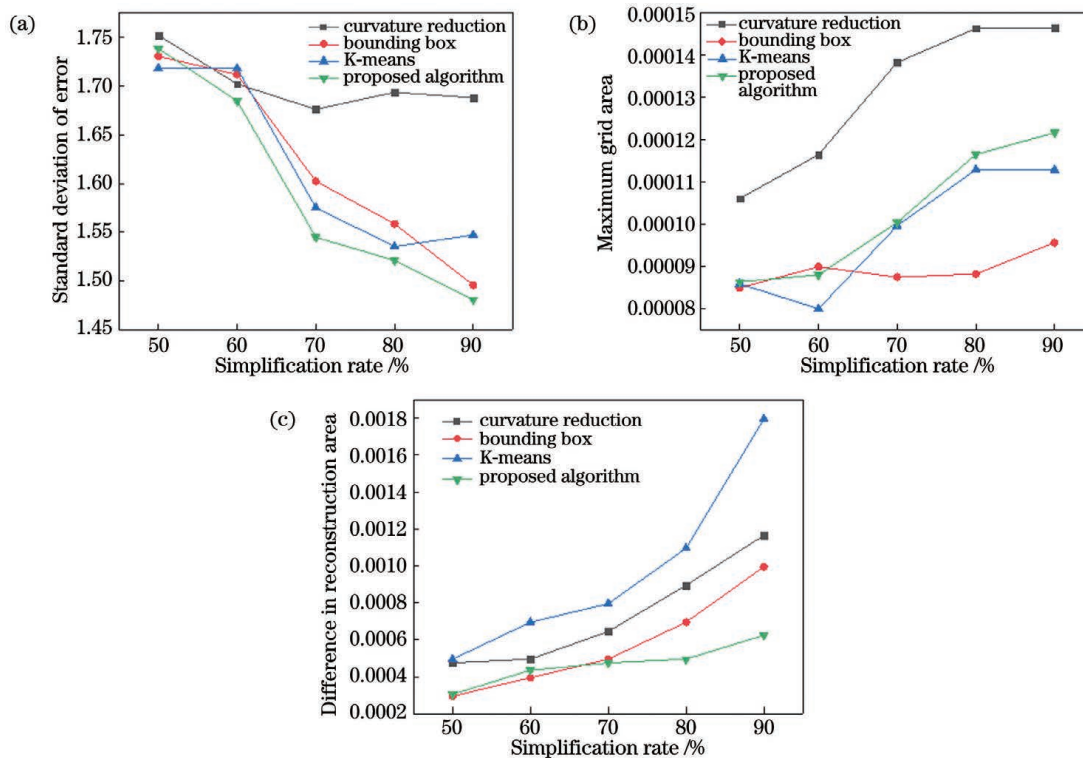


图 4 在 Bunny 模型上的比较。(a)误差的标准差;(b)最大网格面积;(c)重建面积差

Fig. 4 Comparison on the Bunny model. (a) Standard deviation of error; (b) maximum grid area; (c) difference in reconstruction area

从图 3 可以看出,在处理较为平滑、曲面类型变化剧烈、曲面类型复杂的点云数据时,所提算法能够在保证精简率的情况下,在背部等较为平滑的部分

适当地增加了精简率;在 Bunny 的面部、颈部等曲率较大、特征丰富的部位采用了较高精简率,在避免了表面空洞过大的同时将信息集中于细节部分。由

图 4 可知,所提算法的误差标准差和重建后面积差均低于其他 3 种方法,在表面变化不大的点云中能同时保留完整性和细节特征,得到更符合原始形貌特征的精简结果。

图 5 和图 6 为 4 种算法在 Armadillo 数据集上的表现结果。可以看出:在表面变化缓慢的数据集

中,曲率精简法将过度关注细节部分,导致非特征区域空洞过大;包围盒法与 K-means 方法的精简结果在表面分布均匀,难以表示此类物体实际形貌特征,精简效果较差;所提算法能够适应复杂度较低、不同类型曲面的计算与精简,根据信息密集度采取不同精简程度,结果与原始点云贴合度高,效果较好。

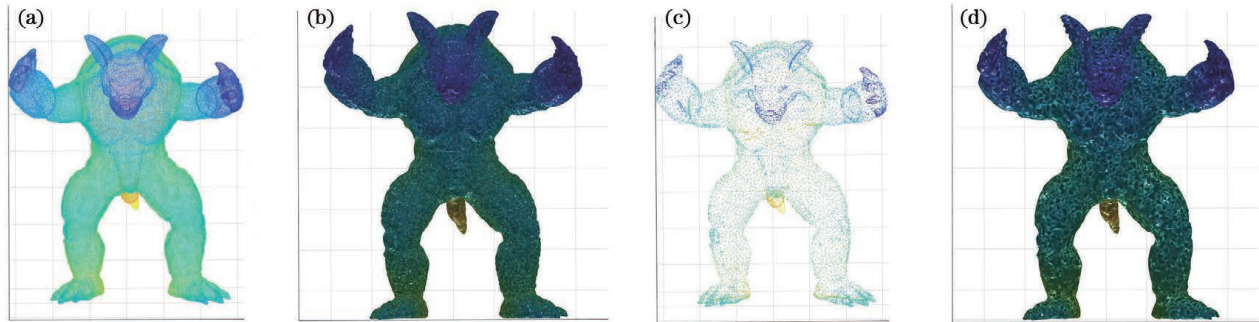


图 5 Armadillo 模型及重建结果。(a)原始点云;(b)原始点云重建;(c)精简率为 90%时所提算法的精简结果;(d)精简率为 90%时所提算法精简结果的重建

Fig. 5 Armadillo model and reconstruction results. (a) Original point cloud; (b) original point cloud reconstruction; (c) simplification result of the proposed algorithm with 90% simplification rate; (d) reconstruction of simplification result of the proposed algorithm with 90% simplification rate

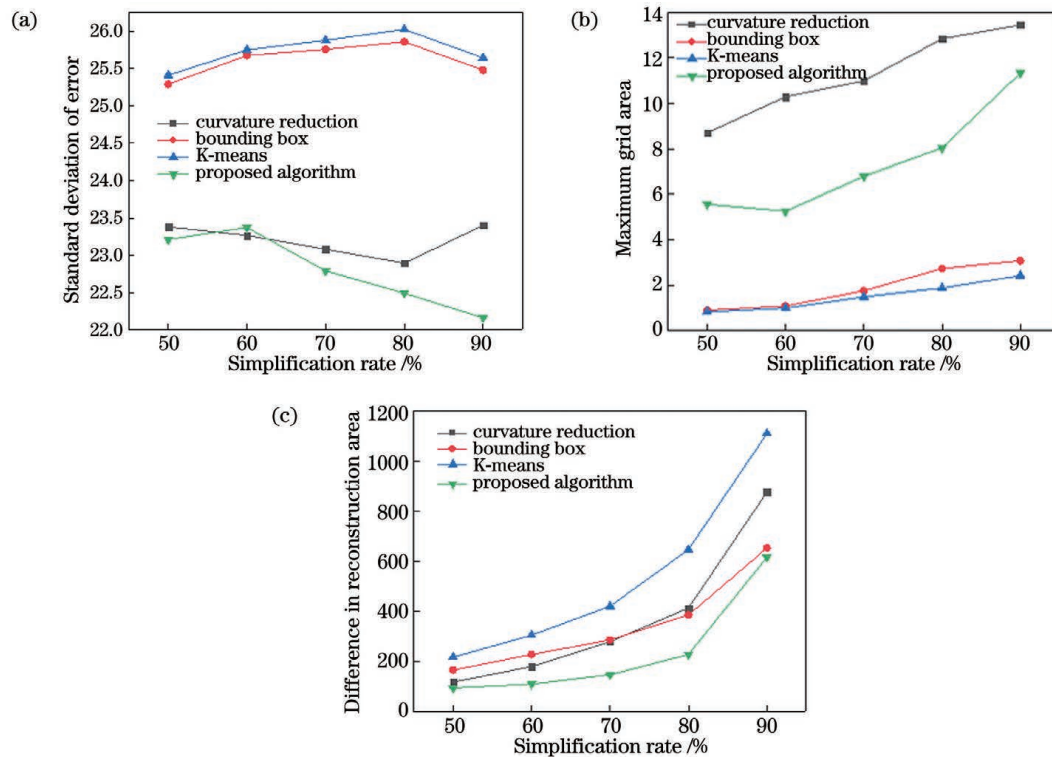


图 6 Armadillo 模型上的比较。(a)误差的标准差;(b)最大网格面积;(c)重建面积差

Fig. 6 Comparison on the Armadillo model. (a) Standard deviation of error; (b) maximum grid area; (c) difference in reconstruction area

Chair 数据集表面较为平整规范,所以在此不讨论误差标准差。由图 7 和图 8 可知,所提算法在平整处网格空间较大,但远小于曲率精简法,其精简

结果与包围盒法和 K-means 法相差不大,能够保留被测物的表面属性。

由以上实验及分析可见,与曲率精简法、包围盒

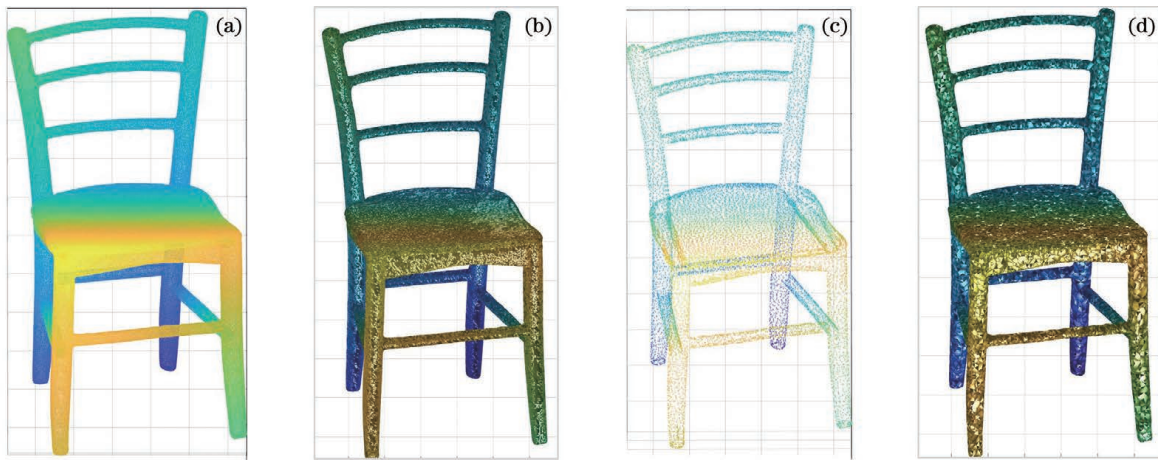


图 7 Chair 模型及重建结果。(a)原始点云;(b)原始点云重建;(c)精简率为 90%时所提算法的精简结果;(d)精简率为 90%时所提算法精简结果的重建

Fig. 7 Chair model and reconstruction results. (a) Original point cloud; (b) original point cloud reconstruction; (c) simplification result of the proposed algorithm with 90% simplification rate; (d) reconstruction of simplification result of the proposed algorithm with 90% simplification rate

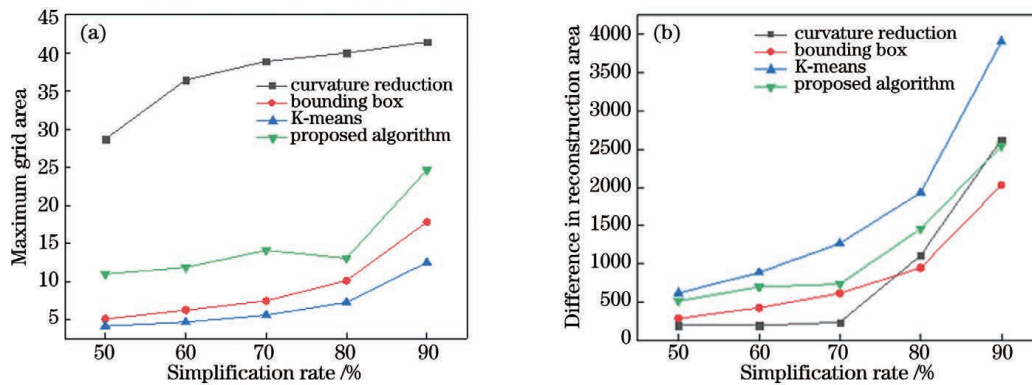


图 8 在 Chair 模型上的比较。(a)最大网格面积;(b)重建面积差

Fig. 8 Comparison on the Chair model. (a) Maximum grid area; (b) difference in reconstruction area

法及 K-means 算法相比,所提算法能够更好地适应复杂表面类型的点云,精简结构完整并保留更多被测物体的表面信息,在细节与整体上都具有更好的表现,提高了后续处理精度。

4 结 论

通过自适应邻域法与局部贡献值方法结合 K-means 聚类法,对点云数据进行精简,所提算法通过局部曲面拟合法依次拟合、对比邻域范围内的局部曲面,确定了最佳邻域范围。使用曲面类型划分与点贡献值结合 K-means 聚类方法,对点云进行分类并调节精简率。实验结果表明,相比传统算法,所提算法提升了局部特征值与特征点计算的精度和抗噪性能,在表面变化缓慢、较为平坦的部位具有更高的精简度,为后续处理提供了优秀的保障。

参 考 文 献

- [1] Zhu L L, Kukko A, Virtanen J P, et al. Multisource point clouds, point simplification and surface reconstruction[J]. Remote Sensing, 2019, 11(22): 2659.
- [2] Markovic V, Jakovljevic Z, Miljkovic Z. Feature sensitive three-dimensional point cloud simplification using support vector regression [J]. Tehnicki Vjesnik-Technical Gazette, 2019, 26(4): 985-994.
- [3] Lei X D, Wang H T, Zhao Z Z. Small sample airborne LiDAR point cloud classification based on transfer learning [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(11): 1110002.
雷相达, 王宏涛, 赵宗泽. 基于迁移学习的小样本机载激光雷达点云分类[J]. 中国激光, 2020, 47(11): 1110002.
- [4] Cao G P, Liu X S, Liu N, et al. Segmentation of subway tunnel wall surface objects based on laser 3D

- point cloud[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(21): 2110001.
曹桂萍, 刘行思, 刘念, 等. 基于激光三维点云分割地铁隧道壁表面物体[J]. *光学学报*, 2020, 40(21): 2110001.
- [5] Li P C, Wang J T, Song J L, et al. Research on weld inspection of complex surface based on linear structure optical scanning[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(3): 031205.
李朋超, 王金涛, 宋吉来, 等. 基于线结构光扫描的复杂曲面焊缝检测研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(3): 031205.
- [6] Lan J X, Wang Z Y, Li J L, et al. Simplification of locomotive running gear three-dimensional point cloud based on non-uniform division [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2019, 46(2): 180269.
兰渐霞, 王泽勇, 李金龙, 等. 基于非均匀划分的机车走行部三维点云精简[J]. *光电工程*, 2019, 46(2): 180269.
- [7] Martin R R, Stroud I A, Marshall A D. Data reduction for reverse engineering[C]//*The Mathematics of Surfaces. VII. Proceedings of the 7th Conference, September 1996, Dundee, Great Britain. Winchester: Information Geometers, 1997: 85-100.*
- [8] Chen Y H, Ng C T, Wang Y Z. Data reduction in integrated reverse engineering and rapid prototyping [J]. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 1999, 12(2): 97-103.
- [9] Sun W, Bradley C, Zhang Y F, et al. Cloud data modelling employing a unified, non-redundant triangular mesh[J]. *Computer-Aided Design*, 2001, 33(2): 183-193.
- [10] Zhang K, Qiao S Q, Wang X H, et al. Feature-preserved point cloud simplification based on natural quadric shape models[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(10): 2130.
- [11] Xuan W, Hua X H, Chen X J, et al. A new progressive simplification method for point cloud using local entropy of normal angle[J]. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*, 2018, 46(4): 581-589.
- [12] Shi B Q, Liang J, Liu Q. Adaptive simplification of point cloud using k-means clustering[J]. *Computer-Aided Design*, 2011, 43(8): 910-922.
- [13] Wang L H, Chen J, Yuan B Z. Simplified representation for 3D point cloud data[C]//*IEEE 10th International Conference on Signal Processing Proceedings, October 24-28, 2010, Beijing, China.*
New York: IEEE Press, 2010: 1271-1274.
- [14] Wang Y Y. Point cloud reduction research based on the normal vector curvature estimation[J]. *Information Technology*, 2015, 39(6): 15-18.
王莹莹. 基于方向矢量曲率估算的点云精简研究[J]. *信息技术*, 2015, 39(6): 15-18.
- [15] Yang Q X, Yang X Q, Du J. Point cloud simplification algorithm based on Hausdorff distance and segmentation [J]. *Computer Engineering and Design*, 2016, 37(8): 2105-2109.
杨秋翔, 杨小青, 杜健. 基于 Hausdorff 距离的点云分片精简算法[J]. *计算机工程与设计*, 2016, 37(8): 2105-2109.
- [16] Yuan S, Zhu S, Li D S, et al. Feature preserving multiresolution subdivision and simplification of point clouds: a conformal geometric algebra approach[J]. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 2018, 41(11): 4074-4087.
- [17] Tombari F, Salti S, di Stefano L. Unique signatures of histograms for local surface description [M] // Daniilidis K, Maragos P, Paragios N. *Computer vision-ECCV 2010. Lecture notes in computer science. Heidelberg: Springer, 2010, 6313: 356-369.*
- [18] Zhong Y. Intrinsic shape signatures: a shape descriptor for 3D object recognition[C]//*2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops, ICCV Workshops, September 27-October 4, 2009, Kyoto, Japan. New York: IEEE Press, 2009: 689-696.*
- [19] Chen H, Bhanu B. 3D free-form object recognition in range images using local surface patches[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2007, 28(10): 1252-1262.
- [20] Filipe S, Alexandre L A. A comparative evaluation of 3D keypoint detectors in a RGB-D object dataset[C]//*2014 International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP), January 5-8, 2014, Lisbon, Portugal. New York: IEEE Press, 2014: 476-483.*
- [21] Salti S, Tombari F, Stefano L D. A performance evaluation of 3D keypoint detectors [C] // *2011 International Conference on 3D Imaging, Modeling, Processing, Visualization and Transmission, May 16-19, 2011, Hangzhou, China. New York: IEEE Press, 2011: 236-243.*
- [22] Prakhya S M, Liu B B, Lin W S. Detecting keypoint sets on 3D point clouds via histogram of normal orientations[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2016, 83: 42-48.