

基于迁移学习的感知矩阵优化方法

毛朝阳, 李岚*, 魏伟

西安石油大学理学院, 陕西 西安 710065

摘要 压缩感知中提高信号重构精度的关键问题是设计有效的感知矩阵, 因此, 提出了一种基于迁移学习的感知矩阵优化方法。首先, 通过迁移学习更新稀疏表示系数, 将固定稀疏基转换为自适应的稀疏基。然后, 用稀疏基与测量矩阵的乘积构造一个 Gram 矩阵。最后, 通过特征分解最小化 Gram 矩阵的非对角线元素, 以减小 Gram 矩阵的全局相干性, 实现原始信号的精确重建。实验结果表明, 相比其他方法, 本方法重构的图像峰值信噪比更高, 且本方法的复杂度较低。

关键词 图像处理; 压缩感知; 迁移学习; 感知矩阵; 特征分解

中图分类号 TN911.7

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1410021

Optimization Method for Sensing Matrix Based on Transfer Learning

Mao Zhaoyang, Li Lan*, Wei Wei

School of Science, Xi'an Shiyou University, Xi'an, Shaanxi 710065, China

Abstract The key issue in improving compressed sensor signal reconstruction accuracy is to design an effective perception matrix. Therefore, this paper presents a transfer learning-based perception matrix optimization method. First, migration learning is used to update the sparse representation coefficients and the fixed sparse basis is converted into a sparse adaptive basis. Then, the Gram matrix is constructed using the product of the sparse basis and measurement matrix. Finally, the nondiagonal elements of the Gram matrix are minimized by eigen decomposition to reduce global coherence of the Gram matrix and achieve accurate reconstruction of the original signal. The experimental results show that the method's reconstructed image peak signal-to-noise ratio is higher and its complexity is lower compared to the other methods.

Key words image processing; compressed sensing; transfer learning; sensing matrix; eigenvalue decomposition

OCIS codes 100.2000; 100.3190; 100.5070

1 引言

传统奈奎斯特采样定理指出: 在模拟/数字信号的转换过程中, 当采样频率大于信号中最高频率的 2 倍时, 采样后的数字信号才能完整恢复原始信号中的信息。面对当今高带宽的数据, 传统采样恢复方法费时费力, 而压缩感知^[1-3]能有效解决该问题, 在光学领域^[4-6]、无透镜成像^[7]、指纹识别^[8]以及相位恢复^[9-11]等领域得到了广泛的应用。

压缩感知的研究主要包括信号的稀疏化、测量

矩阵需满足的条件以及根据测量数据恢复原始信号的方法。感知矩阵的设计是压缩感知的重要组成部分, 目前构造感知矩阵的方法有三类: 第一类为随机测量矩阵^[12-13], 即测量矩阵的元素均独立地服从某一分布, 如高斯(Gaussian)矩阵、伯努利(Bernoulli)矩阵和亚高斯矩阵, 这类测量矩阵与大多数稀疏信号不相关, 所需的测量数目较小, 但计算复杂度较高; 第二类为结构化矩阵^[14], 即从正交矩阵中随机选取一部分进行列归一化处理, 如部分傅里叶(Fourier)矩阵、部分阿达马(Hadamard)矩阵, 这类

收稿日期: 2020-11-05; 修回日期: 2020-11-16; 录用日期: 2020-12-02

基金项目: 陕西省自然科学基金基础研究计划(2021JM-399)、西安石油大学研究生创新与实践能力的培养项目(YCS20112022)

通信作者: *lanli@xsyu.edu.cn

测量矩阵计算速度快,但只能作用于时域稀疏信号;第三类为确定性测量矩阵,通常采用特定的组合结构生成,如多项式矩阵和 Toeplitz 矩阵^[15]。感知矩阵直接影响着信号恢复的效果,因此,如何设计和优化感知矩阵一直是人们研究的热点问题^[16-17]。测量矩阵和稀疏基的互相干系数越小,表明信号重构的效果越好;反之,则表明信号重构的效果越差。同时,感知矩阵还需要满足有限等距性质(RIP)^[18],一般情况下随机高斯矩阵满足 RIP。由于大多数自然图像在小波基下是稀疏的^[19],因此,通常用小波基作为稀疏基,用随机高斯矩阵作为测量矩阵。但这种方法缺乏灵活性,仅在某些实验中会表现出较好的效果。Donoho 等^[20-21]用测量矩阵和稀疏基的乘积构造了一个 Gram 矩阵,通过减小 Gram 矩阵非对角线的元素优化测量矩阵。赵瑞珍等^[22]给出了一种减小 Gram 矩阵整体互相干系数的方法,通过特征分解方法使矩阵的对角线元素趋近于某一特定值,从而减小非对角线元素。虽然这种方法可以提高重建信号的质量,但没有考虑稀疏基的选择,对不同应用场景的适应性较差。

针对上述问题,本文提出了一种基于迁移学习^[23]和特征分解的感知矩阵优化方法。通过迁移学习在固定的稀疏基和学习的稀疏基之间进行选择,用学习得到的稀疏基与测量矩阵的乘积构建 Gram 矩阵,并用特征分解方法优化测量矩阵。仿真实验结果表明,本方法能有效提高数据的压缩比率。

2 基本原理

2.1 压缩感知理论

压缩感知的测量模型可表示为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \mathbf{s}, \quad (1)$$

式中, \mathbf{y} 为 m 个测量值组成的矩阵, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 为原始信号, $\Phi \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ($m \ll n$) 为线性采样算子, $\Psi \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为稀疏基, \mathbf{s} 为一个 k 稀疏表示, k 为稀疏程度。(1)式可简化为

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{s}, \quad (2)$$

式中, \mathbf{A} 为感知矩阵。在信号稀疏且感知矩阵已知的情况下,如果想要从测量值 \mathbf{y} 中恢复原始信号 \mathbf{x} ,则可将优化问题表示为

$$\min_s \|\mathbf{s}\|_0, \text{ s. t. } \mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{s}, \quad (3)$$

式中, $\|\cdot\|_0$ 为 l_0 范数,表示非零值的个数。由于 l_0 范数问题的非确定性多项式(NP)较多,因此,将(3)式凸松弛为一个 l_1 范数问题,可表示为

$$\min_s \|\mathbf{s}\|_1, \text{ s. t. } \mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{s}. \quad (4)$$

可以发现,当感知矩阵 \mathbf{A} 满足 RIP 时,(4)式的解就近似于(3)式。

2.2 稀疏基的迁移学习

Lian 等^[23]提出了一种基于迁移学习稀疏基的构造方法,该方法假设稀疏基 Ψ_0 (小波基)为固定的。而现实中不同信号具有不同的特征,用固定稀疏基恢复信号的效果较差,因此,通过迁移学习方式得到一个自适应的稀疏基 Ψ ,其目标函数可表示为

$$\min_{\Psi, \mathbf{s}} \|\Psi \mathbf{x} - \mathbf{s}\|_F^2 + \alpha \|\mathbf{s}\|_1 + \beta \|\Psi - \Psi_0\|_F^2, \quad (5)$$

$$\text{s. t. } \Psi^T \Psi = \mathbf{I},$$

式中, $\|\cdot\|_F^2$ 为 l_F 范数的平方,为矩阵中所有元素的平方和, \mathbf{I} 为单位矩阵。目标函数的第一项为数据的损失项;第二项为稀疏约束项,以保证目标有更好的稀疏表示;第三项为学习变换项。 α 和 β 为正则化参数,其中, α 为衡量稀疏约束项在目标中所占成分的参数, β 为规则参数。当 $\beta=0$ 时,最小化目标函数可得到正交的 Ψ ;当 $\beta=\infty$ 时,只有稀疏基 Ψ 与固定稀疏基 Ψ_0 近似,才能得到(5)式的目标函数值。

3 感知矩阵的构造

已有研究表明,在重构算法不变的情况下,降低测量矩阵 Φ 与稀疏基 Ψ 的互相干系数可提高压缩感知的重建性能;且互相干系数越小,重建信号所需的测量值数目就越少,信号适应的稀疏度范围也越大。

3.1 模型建立

将(4)式转化成等价的优化问题,可表示为

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin}_s \frac{1}{2} \|\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2^2, \text{ s. t. } \|\mathbf{s}\|_1 \leq k, \quad (6)$$

式中, $\hat{\mathbf{x}}$ 为信号的估计值。用增广拉格朗日乘法将(6)转化为无约束的优化问题,可表示为

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin}_s \frac{1}{2} \|\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{s}\|_1, \quad (7)$$

式中, λ 为拉格朗日乘子。联立(5)式和(7)式,得到目标函数

$$\min_{\Psi, \mathbf{x}} \|\Psi \mathbf{x} - \mathbf{s}\|_F^2 + \beta \|\Psi - \Psi_0\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{s}\|_1 + \gamma \|\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2^2, \text{ s. t. } \Psi^T \Psi = \mathbf{I}, \quad (8)$$

式中, β, λ 和 γ 为正则化参数,需要手动调节。通常用交替方向乘法求解多目标优化函数,即将(8)式分为两个子问题进行交替求解,可表示为

$$\Psi^{(c)} = \operatorname{argmin}_{\Psi} \{ \|\Psi \mathbf{x} - \mathbf{s}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{s}\|_1 + \beta \|\Psi - \Psi_0\|_F^2 \}, \text{ s. t. } \Psi^T \Psi = \mathbf{I}, \quad (9)$$

$$\mathbf{s}^{(z)} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \{ \gamma \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{s}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{s}\|_1 \}, \quad (10)$$

式中, $\Psi^{(z)}$ 和 $\mathbf{s}^{(z)}$ 为第 z 次迭代后的结果。一方面需要通过迁移学习更新稀疏基 Ψ , 另一方面需要通过特征值分解构造测量矩阵 Φ 。(10) 式为压缩感知的重构问题, 可通过现有重构算法求解, 如正交匹配追踪(OMP)^[24]、基追踪(BP)^[25] 算法。

3.2 迁移学习更新稀疏基 Ψ

稀疏基的迁移学习优化过程如表 1 所示, 采用交替投影迭代方法求解(9)式, 第 z 次迭代求解的步骤如下。

1) 更新稀疏表示系数 \mathbf{s} : 固定稀疏基 $\Psi^{(z-1)}$, 此时, (9) 式中的学习变换项与 \mathbf{s} 无关, 可表示为

$$\min_{\mathbf{s}} \|\Psi^{(z-1)} \mathbf{x} - \mathbf{s}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{s}\|_1, \quad (11)$$

(11) 式的解可用软阈值表示为

$$\mathbf{s}^{(z)} = S_{\lambda/2} [\Psi^{(z-1)} \mathbf{x}], \quad (12)$$

式中, 软阈值算子 $S_{\lambda/2}(\mathbf{x}) = \operatorname{sign}(\mathbf{x}) \cdot \max(|\mathbf{x}| - \lambda/2, 0)$ 。

2) 更新稀疏基 Ψ : 固定稀疏表示 $\mathbf{s}^{(z)}$, 则(9)式可表示为

$$\min_{\Psi} \|\Psi \mathbf{x} - \mathbf{s}^{(z)}\|_F^2 + \beta \|\Psi - \Psi_0\|_F^2, \quad (13)$$

s. t. $\Psi^T \Psi = \mathbf{I}$,

将(13)式用矩阵迹的形式表示为

$$\|\Psi \mathbf{x}\|_F^2 + \|\mathbf{s}^{(z)}\|_F^2 - 2 \operatorname{tr}[(\Psi \mathbf{x})^T \mathbf{s}^{(z)}] + \lambda [\|\Psi\|_F^2 + \|\Psi_0\|_F^2 - 2 \operatorname{tr}(\Psi^T \Psi_0)]. \quad (14)$$

由于 Ψ 是正交的, 则(14)式可等价于

$$\max_{\Psi} \operatorname{tr}[\mathbf{x}^T \Psi^T \mathbf{s}^{(z)}] + \beta \operatorname{tr}(\Psi^T \Psi_0). \quad (15)$$

根据矩阵迹的变换性质可知, $\operatorname{tr}[\mathbf{x}^T \Psi^T \mathbf{s}^{(z)}] = \operatorname{tr}[\Psi^T \mathbf{s}^{(z)} \mathbf{x}^T]$ 。矩阵 $\mathbf{M}_{n \times p}$ 和矩阵 $\mathbf{N}_{n \times q}$ 的约束最小化问题可表示为^[26]

$$\hat{\mathbf{A}} = \underset{\mathbf{A}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{A}^T\|, \text{ s. t. } \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}_{q \times q}. \quad (16)$$

表 1 稀疏基的迁移学习优化

Table 1 Transfer learning optimization of the sparse base
Algorithm 1: transfer learning optimization of the sparse base

Input: signal \mathbf{x} , wavelet basic Ψ_0 , sparse matrix $\Psi^{(0)}$, maximum number of iterations I_{\max} , soft threshold parameters λ

for $z = 1 : I_{\max}$

calculating sparsity coefficient $\mathbf{s}^{(z)}$ by Eq. (12)

singular value decomposition of $\mathbf{s}^{(z)} \mathbf{x}^T + \beta \Psi_0$ is

performed to obtain $\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T$

update $\Psi^{(z)}$ by Eq. (17)

end for

Output: $\Psi = \Psi^{(z)}$

假设 $\mathbf{M}^T \mathbf{N}$ 的奇异值分解为 $\mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T$, 则 $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{U}\mathbf{V}^T$ 。可以发现, $\mathbf{s}^{(z)} \mathbf{x}^T + \beta \Psi_0$ 的奇异值分解为 $\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T$, 即(13)式有唯一解, 可表示为

$$\Psi^{(z)} = \mathbf{U}\mathbf{V}^T. \quad (17)$$

3.3 特征值分解构造测量矩阵 Φ

通过特征值分解构造测量矩阵的过程如表 2 所示, 构造测量矩阵 Φ 的目的是得到一个与稀疏基 Ψ 不相干的测量矩阵, 可用测量矩阵和稀疏基的乘积构造 Gram 矩阵, 通过最小化 Gram 矩阵的列不相干系数提高信号的重构效果。设测量矩阵 $\Phi \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 矩阵的秩为 m , 稀疏基 $\Psi \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 感知矩阵 $\mathbf{A} = \Phi\Psi$, 构造的 Gram 矩阵 $\mathbf{G} = \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{A}}$, 其中, $\tilde{\mathbf{A}}$ 为 \mathbf{A} 的列单位化。Gram 矩阵的非对角线元素 $g_{ij} = \tilde{\mathbf{a}}_i^T \tilde{\mathbf{a}}_j$, 其中, $\tilde{\mathbf{a}}_i^T$ 、 $\tilde{\mathbf{a}}_j$ 分别为感知矩阵标准化后的第 i 列和第 j 列, 则矩阵的互相关系数可表示为

$$\mu(\mathbf{A}) = \max_{i \neq j} \left\{ \frac{|\tilde{\mathbf{a}}_i^T \tilde{\mathbf{a}}_j|}{\|\tilde{\mathbf{a}}_i\| \cdot \|\tilde{\mathbf{a}}_j\|} \right\} = \max_{i \neq j} \{ |\tilde{\mathbf{a}}_i^T \tilde{\mathbf{a}}_j| \} = \max_{i \neq j} |g_{ij}|. \quad (18)$$

表 2 构造测量矩阵的流程

Table 2 Process of constructing measurement matrix

Algorithm 2: construction of measurement matrix Φ

Input: measurement matrix Φ , sparse matrix Ψ , iterative threshold ϵ

Initialization: Gaussian random matrix Φ , $\mathbf{A} = \Phi\Psi$

while halting criterion false do

$\mathbf{G} = \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{A}}$, eigenvalue decomposition $\mathbf{G} = \mathbf{V}\mathbf{H}\mathbf{V}^T$

$\hat{\mathbf{H}} \leftarrow \operatorname{diag}(\mathbf{H}) = \sqrt{n/m}$

$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{V}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{V}^T$

$\epsilon_0 = (\hat{\mathbf{A}})$ sum of non-diagonal elements

if $|\epsilon_0 - [\sum (n/m)^2 - n]| < \epsilon$ do

$\hat{\Phi} = \hat{\mathbf{A}}\Psi^{-1}$

return $\Phi \leftarrow \hat{\Phi}$

Output: measurement matrix Φ

如果半正定矩阵 \mathbf{G} 经过特征分解后有 m 个特征值 $e_k > 0, k = 1, \dots, m$, 则

$$\sum_{k=1}^m e_k = n, \quad (19)$$

$$\sum_{k=1}^m (e_k)^2 = \sum_{i,j=1}^n \langle \tilde{\mathbf{a}}_i, \tilde{\mathbf{a}}_j \rangle^2, \quad (20)$$

式中, n 为测量矩阵 Φ 的列数, $\tilde{\mathbf{a}}_i (i = 1, \dots, n)$ 为标准化后感知矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的列向量。

为了构造非对角线元素平方和最小的 Gram 矩阵 \mathbf{G} , 利用特征分解优化构造感知矩阵, 不仅能保证矩阵的全局不相干性, 且构造的感知矩阵满足 RIP。定义的目标函数为

$$\min \sum_{i \neq j} (g_{ij})^2 = \sum_{k=1}^m (e_k)^2 - \sum_{i=1}^n (g_{ii})^2, \quad (21)$$

$$\text{s. t. } \sum_{k=1}^m e_k = n.$$

Gram 矩阵的对角线元素 $g_{ii}=1$, 假设矩阵 \mathbf{G} 有 m 个特征值, 对矩阵 \mathbf{G} 进行特征分解, 令所有特征值都为 n/m , 则 $\sum_{k=1}^m (e_k)^2$ 达到最小值。(21)式的解为

$$\min \sum_{i \neq j} (g_{ij})^2 = \sum_{k=1}^m (n/m)^2 - n. \quad (22)$$

为了保证重构信号的质量, 需使感知矩阵近似为正交矩阵, 即

$$\Psi^T \Phi^T \Phi \Psi \approx \mathbf{I}, \quad (23)$$

重构信号的误差可表示

$$\varepsilon = \|\mathbf{I} - \Psi^T \Phi^T \Phi \Psi\|_F^2 = \|\mathbf{I} - \mathbf{A}^T \mathbf{A}\|_F^2, \quad (24)$$

用 ε 对 \mathbf{A} 求导, 得到

$$\nabla \varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{A}} = 4\mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \mathbf{I}). \quad (25)$$

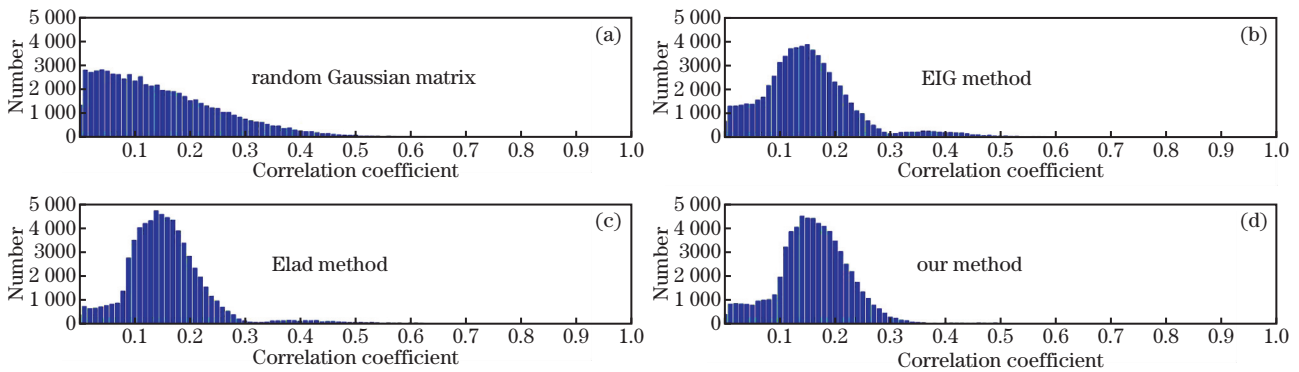


图 1 Gram 矩阵的非对角元素直方图。(a)随机高斯矩阵;(b) EIG 方法;(c) Elad 的方法;(d)本方法

Fig. 1 Histogram of the off-diagonal entries in the Gram matrix. (a) Random Gaussian matrix; (b) EIG method; (c) Elad method; (d) our method

图 2 为 OMP 与 BP 算法重构信号的误差, 可以发现, OMP 重构算法用本方法优化后的感知矩阵能大幅度提高重构信号的精度, 且在相同的重构误差下, 经迁移学习优化的感知矩阵需要的测量数目更少、计算效率更高。为了验证本方法在不同重构

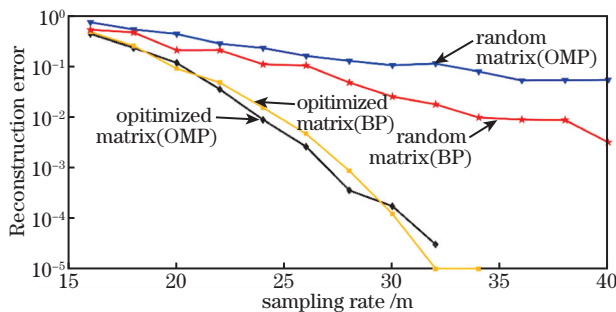


图 2 OMP 与 BP 算法的重构误差

Fig. 2 Reconstruction errors of OMP and BP algorithm

利用梯度下降法更新感知矩阵, 可表示为

$$\mathbf{A}^{(z+1)} = \mathbf{A}^{(z)} - \delta \mathbf{A}^{(z)} [(\mathbf{A}^{(z)})^T \mathbf{A}^{(z)} - \mathbf{I}], \quad (26)$$

式中, δ 为迭代步长。

4 仿真实验与结果分析

将随机高斯矩阵、Elad、EIG (Eigenvalue decomposition) 方法及本方法进行对比实验, 计算不同方法中感知矩阵的相干性、重构性能和复杂度, 以验证本方法对感知矩阵优化的有效性。

4.1 感知矩阵的相干性分析

优化测量矩阵的最终目标是最小化 Gram 矩阵的非对角线元素, 图 1 为不同方法得到的 Gram 矩阵非对角元素直方图。可以发现, 随机高斯矩阵、Elad 及 EIG 方法优化的矩阵相干性数值分布区间大致为 $[0, 0.6]$, 而本方法优化后的 Gram 矩阵相干性数值分布区间为 $[0, 0.5]$, 这表明相比其他方法, 本方法得到的 Gram 矩阵非对角元素均较小。

算法中的性能, 用 BP 重构算法进行对比。由于 BP 重构算法是一个求解凸优化问题的过程, 其重构精度优于 OMP 算法。对比发现, 使用迁移学习优化后的感知矩阵能明显提高算法的重构精度, 这表明本方法在不同重构算法中都能有效降低重构误差, 提高压缩率。

4.2 不同方法的性能分析

为了测试本方法的性能, 仿真了本方法在不同采样率下的重构效果, 结果如图 3 所示。可以发现, 当采样率远低于原始信号频率的 2 倍时, 本方法仍然可以恢复原始信号的结构信息。表 3 为 4 种方法在不同测试数据中重构结果的峰值信噪比 (PSNR), 可以发现, 相比其他方法, 本方法重构图像的 PSNR 在不同采样率下的平均值均是最高, 这表明本方法能有效提高信号重构的精度。

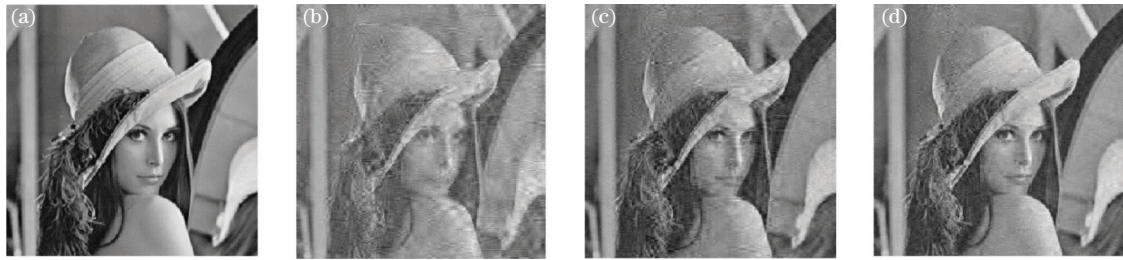


图 3 不同采样率下的重构图像。(a)原始图像;(b)采样率为 0.3;(c)采样率为 0.4;(d)采样率为 0.5
Fig. 3 Reconstructed images at different sampling rates. (a) Original image; (b) sampling rate is 0.3;
(c) sampling rate is 0.4; (d) sampling rate is 0.5

表 3 4 种方法重构图像的 PSNR

Table 3 PSNR of images reconstructed by 4 methods

unit: dB

Method	Sampling rate	Barbara	Boats	House	Lena	Peppers	Average
Gaussian	0.2	5.963	4.325	4.242	3.904	4.720	4.630
	0.4	22.666	21.972	24.398	25.243	23.405	23.536
	0.6	27.669	25.889	29.622	30.254	28.283	28.343
EIG	0.2	6.422	4.051	4.447	3.926	4.319	4.633
	0.4	23.420	22.167	25.384	25.358	23.735	24.012
	0.6	29.378	27.508	31.941	31.966	30.269	30.212
Elad	0.2	5.284	4.987	3.035	4.245	5.438	4.597
	0.4	22.065	22.065	25.824	25.816	23.479	23.849
	0.6	29.378	27.322	31.412	31.966	29.826	29.980
Ours	0.2	7.325	5.424	4.700	4.757	4.650	5.371
	0.4	23.111	22.317	25.271	25.858	23.715	24.054
	0.6	29.695	27.629	31.974	32.044	30.387	30.346

4.3 计算复杂度的分析

表 4 为不同优化方法运行消耗的时间,可以发现,本方法运行消耗的时间大于随机高斯矩阵方法和 EIG 方法,但小于 Elad 方法。原因是本方法经过了迁移学习和特征分解优化两个步骤。在 OMP 算法中,对于 k 稀疏信号 x ,从测量值 $y = Ax$ 重构出原始信号的所需的测量数目 $m = O[k^2 \log(n)]$ 。

表 4 4 种方法的运行时间

Table 4 Running time of 4 methods unit: s

Method	Barbara	Boats	House	Lena	Peppers
Gaussian	1.593	1.559	1.514	1.568	1.499
EIG	1.860	1.785	1.725	1.737	1.727
Elad	6.024	6.263	6.032	6.082	6.051
Ours	2.082	2.120	2.066	2.096	2.097

5 结 论

提出了一种基于迁移学习的感知矩阵优化方法,首先,更新稀疏基,并将小波基作为固定稀疏基,基于迁移学习的方法对不同信号产生不同的稀疏基,优化了信号的稀疏性;然后,以稀疏基为基础构造 Gram 矩阵,利用特征分解方法增大了信号的全局不相干性,提高了算法的重构效果。实验结果表

明,本方法具有实现简单、计算参数少等优点。同时,采用迁移学习特征分解优化的方法,可增大感知矩阵的不相干性,提高压缩感知的性能和重建质量。但之后研究中还需寻找一个更高效的重构算法,进一步提高压缩感知的重构质量。

参 考 文 献

- [1] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [2] Candes E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.
- [3] Romberg J. Imaging via compressive sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 14-20.
- [4] Ke J, Zhang L X, Zhou Q. Applications of compressive sensing in optical imaging [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(1): 0111006.
柯钧, 张临夏, 周群. 压缩感知在光学成像领域的应用[J]. 光学学报, 2020, 40(1): 0111006.
- [5] Cao C H, Gao X P. Compressed sensing image restoration based on data-driven multi-scale tight

- frame[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2017, 309: 622-629.
- [6] Shen H F, Li X H, Zhang L P, et al. Compressed sensing-based inpainting of aqua moderate resolution imaging spectroradiometer band 6 using adaptive spectrum-weighted sparse Bayesian dictionary learning[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(2): 894-906.
- [7] Zhang H, Cao L C, Jin G F, et al. Progress on lensless digital holography imaging based on compressive holographic algorithm [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(8): 080001.
张华, 曹良才, 金国藩, 等. 基于压缩感知算法的无透镜数字全息成像研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(8): 080001.
- [8] Xu S W, Wu Y, Wang X F. Visible light positioning algorithm based on sparsity adaptive and location fingerprinting [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(18): 1806003.
徐世武, 吴怡, 王徐芳. 基于稀疏度自适应和位置指纹的可见光定位算法[J]. *光学学报*, 2020, 40(18): 1806003.
- [9] Li L, Cheng C, Han D G, et al. Phase retrieval from multiple-window short-time Fourier measurements [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(4): 372-376.
- [10] Mao Z Y, Li L. An optimization method for measurement matrix based on double decomposition [J]. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, 799: 012003.
- [11] Tillmann A M, Eldar Y C, Mairal J. DOLPHIn: dictionary learning for phase retrieval [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(24): 6485-6500.
- [12] Nouasria H, Et-Tolba M. New constructions of Bernoulli and Gaussian sensing matrices for compressive sensing[C]//2017 International Conference on Wireless Networks and Mobile Communications (WINCOM), November 1-4, 2017, Rabat, Morocco. New York: IEEE Press, 2017: 1-5.
- [13] Sharanabasaveshwara H B, Herur S. Designing of sensing matrix for compressive sensing and reconstruction[C]//2018 Second International Conference on Advances in Electronics, Computers and Communications (ICAIECC), February 9-10, 2018, Bangalore, India. New York: IEEE Press, 2018: 1-5.
- [14] Lü F X, Zhang J C, Wang Q, et al. Adaptive recovery algorithm for compressive sensing based on Fourier basis [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(4): 544-550.
- 吕方旭, 张金成, 王泉, 等. 基于傅里叶基的自适应压缩感知重构算法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2014, 40(4): 544-550.
- [15] Sun J M, Wang S, Dong Y. Toeplitz matrix for compressed multipath channel sensing [J]. *Signal Processing*, 2012, 28(6): 879-885.
孙晶明, 王殊, 董燕. 托普利兹矩阵在压缩多径信道估计中的应用[J]. *信号处理*, 2012, 28(6): 879-885.
- [16] Wang Q, Zhang P L, Wang H G, et al. Survey on construction of measurement matrices in compressive sensing[J]. *Journal of Computer Applications*, 2017, 37(1): 188-196.
王强, 张培林, 王怀光, 等. 压缩感知中测量矩阵构造综述[J]. *计算机应用*, 2017, 37(1): 188-196.
- [17] Li G, Li X, Li S, et al. Designing robust sensing matrix for image compression[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, 24(12): 5389-5400.
- [18] Li H F, Chen W G. RIP based condition for support recovery with $A^* \text{OMP}$ in the presence of noise[J]. *IET Signal Processing*, 2020, 14(5): 307-313.
- [19] Antonini M, Barlaud M, Mathieu P, et al. Image coding using wavelet transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1992, 1(2): 205-220.
- [20] Donoho D L, Elad M. Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via ℓ^1 minimization [J]. *PNAS*, 2003, 100(5): 2197-2202.
- [21] Elad M. Optimized projections for compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(12): 5695-5702.
- [22] Zhao R Z, Qin Z, Hu S H. An optimization method for measurement matrix based on eigenvalue decomposition[J]. *Signal Processing*, 2012, 28(5): 653-658.
赵瑞珍, 秦周, 胡绍海. 一种基于特征值分解的测量矩阵优化方法[J]. *信号处理*, 2012, 28(5): 653-658.
- [23] Lian Q S, Shi B S, Chen S Z. Transfer orthogonal sparsifying transform learning for phase retrieval[J]. *Digital Signal Processing*, 2017, 62: 11-25.
- [24] Cai T T, Wang L. Orthogonal matching pursuit for sparse signal recovery with noise [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(7): 4680-4688.
- [25] Blumensath T, Davies M E. Gradient pursuits[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2370-2382.
- [26] Zou H, Hastie T, Tibshirani R. Sparse principal component analysis[J]. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 2006, 15(2): 265-286.