

# 基于有效峰值修正算法的全波形数据研究

姚予木, 刘俊\*, 刘陕南

上海工程技术大学城市轨道交通学院, 上海, 201620

**摘要** 针对奇偶拐点高斯分解法在全波形数据处理中存在的精度不足的问题,提出了一种基于有效峰值修正的全波形数据处理算法。该方法首先在数据预处理过程中使用了数据分段的方式来进行噪声均值、方差的估计,在不同的信号段使用与之对应的滤波宽度进行高斯滤波,然后结合噪声阈值与滤波后波形提取出有效峰值信息,最后根据峰值信息修正高斯分量参数。以北京市区作为实验研究区,就分解精度与其他分解算法的结果进行对比。结果表明,本文算法估测的地物高度与实际测量值的均方根误差为 1.02,优于奇偶拐点高斯分解法和高斯分解产品 GLA14 计算的结果。

**关键词** 图像处理; 卫星激光测高; ICESat-GLAS; 全波形数据处理; 高斯分解; 地物高度测量

中图分类号 P228.3

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1410018

## Study on Full Waveform Data Based on Effective Peak Correction Algorithm

Yao Yumu, Liu Jun\*, Liu Shannan

College of Urban Rail Transit, Shanghai Engineering Science University, Shanghai 201620, China

**Abstract** For parity inflection point Gaussian decomposition method in full waveform data processing in the problem of insufficient accuracy, this paper puts forward a full waveform data processing algorithm based on peak effective correction. This method is first used in the process of data preprocessing the data block to estimate the mean and variance of noise, and then used in different signal segment and the matching filter width of Gaussian filtering. Then combined with the noise threshold and filtering after wave peak to extract the effective information. Finally, modify the Gaussian component parameters according to the peak information. Taking Beijing urban area as the experimental research area, the decomposition accuracy is compared with the results of other decomposition algorithms. The results show that the root mean square error between the height estimated by this algorithm and the actual measured value is 1.02, which is better than the results calculated by the even-odd inflection point Gaussian decomposition method and the Gaussian decomposition product GLA14.

**Key words** image processing; satellite laser height measurement; ICESat-GLAS; full waveform data processing; Gaussian decomposition; ground object height measurement

**OCIS codes** 100.2960; 120.2830; 280.3400; 280.3640

## 1 引言

激光雷达是通过发射激光束测量目标的新型探测方式,具有其他遥感技术所没有的独特优势,其中星载激光雷达因其能快速获取高精度的地表三维信

息,目前已逐步成为大范围区域高度测量的主要技术手段<sup>[1]</sup>。冰、云和陆地高程卫星/地球科学激光测高系统(ICESat/GLAS)卫星于 2003 年发射升空,直到 2009 年结束观测任务,GLAS 传感器以波形的形式记录各采样点的高程和能量信息,获取了大量

收稿日期: 2020-10-16; 修回日期: 2020-11-10; 录用日期: 2020-12-02

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(21D111320)

通信作者: \*junliurs@sues.edu.cn

的观测数据,取得了很好的科学应用效果<sup>[2]</sup>。

针对星载激光雷达测高的全波形数据处理,许多国内外相关学者都进行了一定的研究,其中一个重要的研究方向就是通过分解后的波形特征参数来提取地表高程的分布信息。Chauve 等<sup>[3]</sup>使用一个增强的峰值检测算法结合广义高斯模型进行回波建模,可以精确地研究回波结构。李展<sup>[4]</sup>基于前人的高斯分解算法进行改进,使其能够捕捉比较微弱的地物回波信号,得到更多的地物细节。赵欣等<sup>[5]</sup>通过拟合得到每个高斯波形的宽度、中心点、幅度等基本参数来估计激光足印内起伏地形的不同反射面的海拔高度。马跃等<sup>[6]</sup>基于分块信号统计特性差异的规律,提出了回波噪声阈值的估计方法并设计了一种自适应宽度的高斯滤波器。赖旭东等<sup>[7]</sup>计算滤波前后波形的幅值变化,采用逐层剥离的方法,获得波形分量参数的最优解。赵泉华等<sup>[8]</sup>提出一种自动确定波形分解数的方法,实现了可变数波形的分解,提升了波形拟合的精度。黄冬梅等<sup>[9]</sup>将 GLAS 全波形数据的高斯分解与高斯小波基分解进行对比分析,详细比较了这两种分解方法在各种情况下的精度与效率。李国元等<sup>[10]</sup>基于峰值函数法和奇偶拐点高斯分解法的优缺点,提出了一种基于波峰自动识别的全波形数据高斯分解算法。谭建伟等<sup>[11]</sup>构建一种自适应阈值的级联离散小波变换的方法,该方法既能够使高频信号得到再分解,又能降低小波包变换去噪的复杂度。门华涛等<sup>[12]</sup>综合考虑地物反射率、发射波形和激光断面阵列(LPA)这三个因素对回波仿真结果的影响,进行对比实验,探讨了最优的模拟仿真方法。么嘉棋等<sup>[13]</sup>根据 ATLAS 光子技术体制下的脉冲折叠数据特性,提出一种基于地表反射率的 ICESat-2 云检测算法。

为了解决奇偶拐点高斯分解法以及其他方法中存在的精度和效率的问题。本文基于全波形数据开展研究,提出了一种基于有效峰值修正的全波形高斯分解算法,能够精准快速地识别高斯分量的幅值以及准确的峰值中心位置,同时结合 ICESat/GLAS 数据以及北京市区实测数据进行了验证分析。

## 2 噪声阈值估计和平滑滤波

GLAS 的回波信号是 544 frame 的离散波形数据,图 1 为 GLAS 数据的一个原始回波信号,波形中不可避免包含一定程度的噪声,这是由于测量仪器本身以及大气反射、散射等因素的影响。因此,研

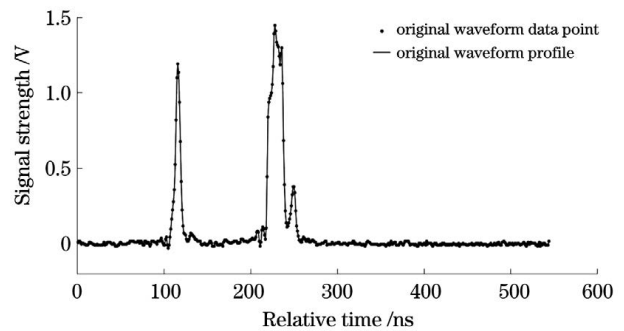


图 1 GLAS 的一个原始回波信号

Fig. 1 A raw echo signal of GLAS

究不同的方法来减少这些噪声对数据的影响十分重要,其中关键的数据处理方法就是噪声的阈值估计和平滑滤波。

### 2.1 噪声阈值估计

从整体回波波形上看,整个回波信号可以分为只含噪声的背景部分和混有噪声的有效信号部分。将回波信号分段并作统计特性分析,计算各个分段的标准差<sup>[6]</sup>。一般来说在整体的回波波形中,含有的有效信息量很小的是标准差小的分段,其他几乎全部为背景噪声;标准差大的部分含有的信息量大,大部分信息为有效信号。首先找到所有分段的最小标准差,然后根据标准差接近最小标准差的分段确定噪声集合,从而计算出噪声的均值以及标准差。处理结果如图 2 所示,具体步骤如下。

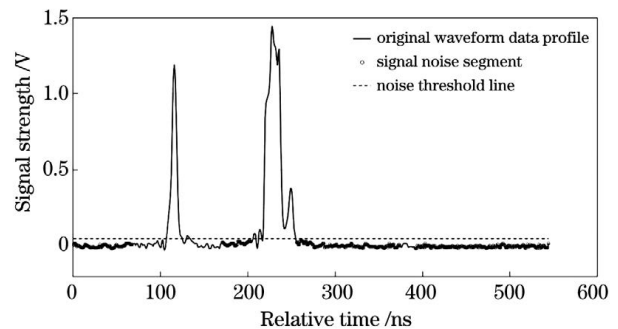


图 2 回波信号的分段噪声阈值滤波

Fig. 2 Piecewise noise threshold filtering of echo signal

1) 对波形数据分段,将每一分段标号并确定每一分段的段长。

$$s = d \times l, \quad (1)$$

式中: $s$  为原始波形数据点的个数; $d$  为分段总数; $l$  为段长。

在陆地地区,原始波形数据点个数  $s$  通常为 544,考虑到分段的均匀性,并且 544 恰好能被 17 整除,其结果为 32,实验证明通常 20 个连续点左右的标准差分析回波信号效果较好<sup>[6]</sup>,考虑以上原因,在

本研究中将一个回波数据的分段总数  $d$  设为 32, 段长  $l$  设为 17。

2) 计算每一段的标准差, 找到最小标准差, 然后根据接近最小标准差的分段确定噪声段集合。

$$\sigma_{\min} = \min\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_z\}, \quad (2)$$

$$\sigma_d \in (\sigma_{\min}, p_c \times \sigma_{\min}), \quad (3)$$

$$z = \{r_1, r_2, \dots, r_d\}, \quad (4)$$

式中:  $\sigma_{\min}$  为所有分段的最小标准差;  $\sigma_d$  为接近最小标准差的标准差集合;  $p_c$  为噪声集合长度的控制参数;  $z$  为噪声集合;  $r$  为波形中满足标准差集合要求所对应的分段。

3) 根据公式计算出噪声的均值以及标准差, 进而计算噪声阈值。

$$m_z = \sum_{i=1}^z \frac{z_i}{z}, \quad (5)$$

$$s_z = \sqrt{\sum_{i=1}^z \frac{(z_i - m_z)^2}{z}}, \quad (6)$$

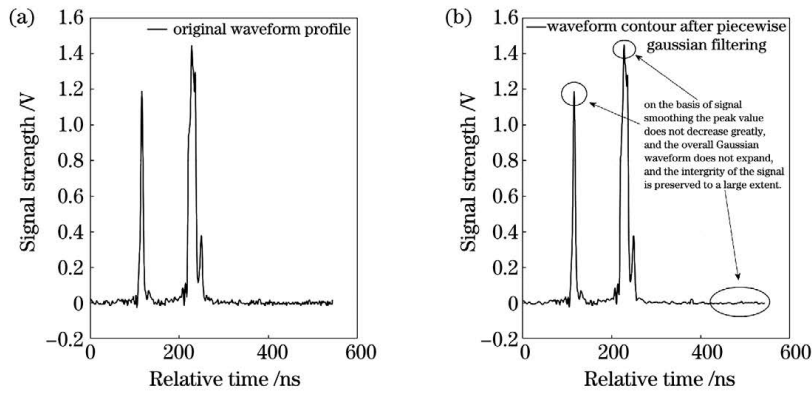


图 3 回波信号的平滑滤波。(a)原始波形的轮廓线;(b)分段高斯滤波后的波形轮廓线

Fig. 3 Smooth filtering of echo signal. (a) Contour of original waveform; (b) contour of waveform after segmental Gaussian filtering

1) 设计不同的高斯滤波器, 对应的函数为

$$f(x_1) = a \exp\left[\frac{-(x_1 - b)^2}{2c_1^2}\right], \quad (8)$$

$$f(x_2) = a \exp\left[\frac{-(x_2 - b)^2}{2c_2^2}\right], \quad (9)$$

式中:  $f(x)$  为高斯滤波函数, 通过设置合理的  $a$ 、 $b$ 、 $c_1$ 、 $c_2$  值来构建高斯滤波器。(8) 式为噪声区域的高斯滤波器; (9) 式为有效信号区域的高斯滤波器。

确定不同信号区域的滤波宽度  $c_1$  和  $c_2$ 。其中  $c_1$  为噪声滤波器的滤波宽度,  $c_2$  为信号滤波器的滤波宽度, 一般将回波波形的半峰全宽 (FWHM) 设为 6 ns, 结合实验和他人研究按照如下公式确定  $c_1$  和  $c_2$  [4,10]。

$$t_z = m_z + N_{\text{pm}} \times s_z, \quad (7)$$

式中:  $z$  为噪声集合的帧数;  $m_z$  为噪声集合的平均值;  $s_z$  为噪声集合的标准差;  $t_z$  为整个背景噪声的阈值;  $N_{\text{pm}}$  为有效信号值的确定参数。

## 2.2 平滑滤波

在研究和实验中发现, 固定滤波宽度的高斯滤波器会减小高斯分量的峰值, 并且展宽有效高斯波形和偏移波形中心, 这会严重干扰到高斯分解的结果。而在回波波形中, 一般噪声区域的回波信号方差只与噪声有关; 在有效信号区域, 回波信号方差主要由有效信号决定, 因此分别设计噪声区域和有效信号区域的高斯滤波器, 具体方式为: 在噪声区域设置较大的滤波宽度去抑制大部分的噪声信号, 在有效信号区域设置较小的滤波宽度去更大地保留有效信号的完整性 [6], 滤波后的波形如图 3 所示。图 3(a) 为原始波形的轮廓线, 图 3(b) 为分段高斯滤波后的波形轮廓线, 具体步骤如下。

$$c_1 = \frac{W_{\text{FWHM}}}{5 \times \sqrt{8 \ln 2}}, \quad (10)$$

$$c_2 = \frac{W_{\text{FWHM}}}{5 \times \sqrt{8 \ln 2}} \times 4. \quad (11)$$

为了对噪声区域的数据进行恰当的平滑处理,  $c_1$  设置为  $c_2$  的 4 倍, 根据以上的滤波宽度进行滤波, 较好地展现了本文所需的滤波效果, 即“抑制大部分的噪声信号并最大限度地保留有效信号的完整性”。

2) 对各个分段的信号进行平滑滤波。

$$h(x) = f(x) * g(x), \quad (12)$$

式中:  $*$  为卷积运算符;  $g(x)$  为对应的高斯函数;  $h(x)$  为滤波后的函数。

3) 去除每个分段的展宽数据并重构回波波形。卷积的运算具有展宽效应, 具体表现为卷积后的数

据长度相比原始数据的长度有了展宽,展宽长度约为滤波函数的数据长度。

$$b_{sn} = [\text{size}(x) - 1] / 2, \quad (13)$$

$$h(x)_b = h(x) - \{ \{h_1, h_2, \dots, h_b\} \cup \{h_{n-b}, \dots, h_{n-1}, h_n\} \}, \quad (14)$$

式中: $b_{sn}$  为滤波处理中出现的半展宽数; $h(x)_b$  为去除展宽后的波形数据; $h_n$  为未去除展宽数据的滤波数据的最后一个数据点。

### 3 基于有效峰值修正的全波形高斯分解算法

#### 3.1 基于有效峰值信息的高程计算方法

在使用奇偶拐点高斯分解法进行回波信号处理过程中,首先识别出奇偶拐点来确定高斯分量个数,然后再计算高斯分量对应的面积大小并排序,接着按照面积加权原则进行合并,最后提取相关参数,整个过程相对来说比较复杂,若只针对高程计算,则获得其中心位置参数即可。因此使用了一种简单的基于有效峰值信息的高程计算方法,主要是利用 Matlab 库函数 findpeaks 能较好地探测波形峰值的优点,能够快速确定高斯分量的幅值位置,具体的步骤如下。

1) 根据分段噪声阈值估计和平滑滤波后的波形结果,确定有效的回波信号。

2) 利用峰值检测函数 findpeaks 分析波形数据,得到峰值的幅值和位置信息,如图 4 所示。

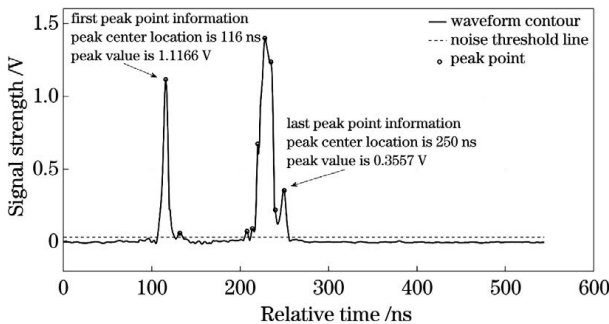


图 4 峰值信息提取

Fig. 4 Peak information extraction

3) 将对应的位置信息代入数据的解压缩公式中得出对应的高程。

$$t(n) = \frac{p-1}{2} + (n-1) \times p, \quad 1 \leq n \leq N, \quad (15)$$

$$t(n) = (N-1) \times p + \frac{q-1}{2} + (n-N) \times q, \quad N < n \leq N_A, \quad (16)$$

式中: $p$ 、 $q$ 、 $N$  为陆地数据压缩常数由 GLA01 提供; $N_A$  为回波的总帧数。

本文算法的原理为对比波形某一处的值与其左右相邻的若干个数的数值,如果同时大于其左右相邻若干个数的值,则可确定该点为回波信号的一个峰值点,此方法能够快速准确确定回波信号高斯分量中的峰值相关参数,图 4 中也包含了回波信号部分的峰值点信息。但由于得到的这些峰值数据本质上还是离散数据某个点的位置信息,所以在后面的高程计算中难免出现误差,该算法存在的更为主要的问题是高斯分量的脉宽无法计算,这不利于回波信号数据的进一步分析。

#### 3.2 修正高斯分量基本参数

Matlab 中的 curve fitting 工具箱主要是针对数据拟合的工具,它提供了一个灵活的界面,可以创建、绘制以及比较多个拟合。将其代入不同的参数信息,并使用合适的拟合方式得到拟合结果的精确信息,并且可以查看拟合优度统计信息。

针对上文中有效峰值信息的高程计算方法中存在的问题,结合平滑滤波和提取出的峰值信息,运用 curve fitting 工具箱并提出一种基于有效峰值修正的全波形高斯分解算法,该方法的步骤如下。

1) 基于差分函数识别拐点,得到有效拐点的信息,从而确定函数的高斯分量个数。首先计算得到回波数据的二阶差分,找到其中正负变化的数据位置,然后根据高斯函数的特性剔除无效的奇偶拐点,具体无效拐点表现为单调递增的凸转凹函数拐点和单调递减的凹转凸函数拐点。奇偶拐点的识别公式分别为

$$g_{oi} : \text{diff}_2(i) \times \text{diff}_2(i+1) < 0 \text{ and } \text{diff}_2(i) > 0 \text{ and } \text{diff}_1(i+1) > 0, \quad (17)$$

$$g_{ei} : \text{diff}_2(i) \times \text{diff}_2(i+1) < 0 \text{ and } \text{diff}_2(i) < 0 \text{ and } \text{diff}_1(i+1) < 0, \quad (18)$$

式中: $g_{oi}$  为函数中满足要求的奇拐点; $g_{ei}$  为函数中满足要求的偶拐点; $\text{diff}_2$  和  $\text{diff}_1$  分别是二级差分和一阶差分。

2) 将拐点信息与峰值信息比对,剔除不满足要求的高斯分量信息,确定拟合波形的个数。主要是去除掉非连续的奇偶拐点以及周围无拐点的峰值,

最终确定拟合的高斯函数公式。

$$G(x) = \sum_{n=1}^{N_a} a_n \exp \left[ -\frac{(x - b_n)^2}{2c_n} \right] + \rho, \quad (19)$$

式中:  $G(x)$  为  $x$  时刻的波形的振幅;  $\rho$  为高斯波的背景偏差;  $N_a$  为最终拟合波形的个数;  $a_n$ 、 $b_n$ 、 $c_n$  分别为第  $n$  个回波的高斯分量的幅值、中心位置和脉宽。

3) 使用 curve fitting 工具箱并代入以上相关参数进行拟合, 其中拟合参数进行如下设置: 使用稳健

的最小二乘拟合方法为最小绝对残差(LAR)、拟合过程的算法为信任域、评估的最大数量设为 500、允许的最大拟合迭代次数设为 100, 其他准则和参数使用默认设置。依照如下公式, 根据峰值的幅值参数信息修正其中心位置参数信息, 约束工具箱参数与峰值检测参数之间的差距, 在不满足要求时用缺省值代替, 最后比对完成, 再同上进行对应的高程计算。高斯参数的修正公式为

$$\begin{cases} a_{ct,i} = a_i \\ b_{ct,i} = b_i, |a_{pv,i} - a_i| \leq \frac{a_i}{f_1} \text{ and } |b_{pc,i} - b_i| \leq f_2 \\ c_{ct,i} = c_i \\ a_{at,i} = a_{pv,i} \\ b_{ct,i} = b_{pcl,i}, |a_{pv,i} - a_i| > \frac{a_i}{f_1} \text{ or } |b_{pc,i} - b_i| > f_2 \\ c_{ct,i} = c_{dv} \end{cases}, \quad (20)$$

式中:  $a_{ct,i}$ 、 $b_{ct,i}$ 、 $c_{ct,i}$  为修正后的高斯分量参数;  $a_i$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  为工具箱对应高斯分量的拟合结果;  $a_{pv,i}$  为峰值提取的幅值参数;  $b_{pcl,i}$  为峰值提取的中心位置参数;  $c_{dv}$  为脉宽的缺省值,  $f_1$  为幅值差值的控制参数;  $f_2$  为中心位置插值的控制参数。

## 4 实验与分析

### 4.1 实验区以及实验数据源

为了验证此算法的有效性, 选取了北京东四环和东五环之间部分区域的 GLAS 脚印点进行波形参数提取, 于 2009 年 4 月 15 日和 4 月 16 日, 利用手持全球定位系统(GPS)在实地定位脚印中心点, 利用激光测距仪测量中心点周围 35 m 范围内所有建筑物的高度, 作为高度估计的验证数据, 图 5 为实地测量 1~10 号脚印的中心点<sup>[4]</sup>。

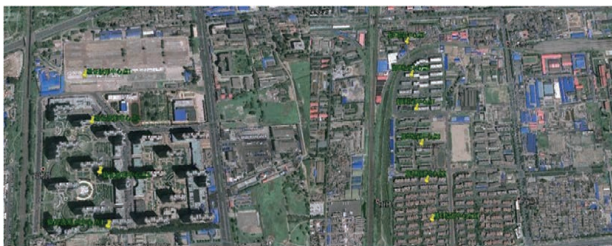


图 5 验证波形中心点

Fig. 5 Verifies center point of waveform

根据实验区范围、GLAS 数据获取时间及质量, 在 ICESat/GLAS 中选取其中对应的 10 组数据, 对地物高度提取进行研究分析, 本文研究的 GLAS 数据的获取时间 2008 年 3 月 9 日。

### 4.2 实验结果与分析

分别运用奇偶拐点高斯分解法(GD-OE)、GLA14 产品算法、有效峰值提取法(EPE)、有效峰值修正法(EPC)对相关波形进行计算, 提取出对应数据的高程差、均值及均方根误差(RMSE)。表 1 为四种方法提取地物高度的结果与实测数据的对比。

表 1 四种方法提取地物高度的结果与实测数据的对比

Table 1 Comparison of ground object height extracted by four methods and measured data

No.	Measured elevation / m	GD-OE / m	GLAH14 / m	EPE / m	EPC / m
1	9.20	8.25	7.64	8.25	7.67
2	80.70	6.90	78.84	82.05	80.70
3	80.50	0.60	0	81.45	81.39
4	80.90	8.10	3.91	79.50	78.90
5	19.30	4.35	6.38	3.45	18.65
6	18.70	20.10	20.01	20.10	20.06
7	18.60	18.60	17.26	18.60	18.60
8	18.60	0	17.84	18.30	17.85
9	19.00	19.05	0	18.90	18.53
10	12.90	13.20	12.30	15.15	12.36
Mean	35.84	9.92	16.42	34.58	35.47
RMSE	-	42.07	35.98	5.14	1.02

由表 1 最后的均值与 RMSE 可知, 本文算法的误差明显优于其他算法, 出现上述结论的主要原因

是 GLA14 产品算法主要功能是针对冰雪区域的测高,但对于较为复杂的城市区域自然会显得力不从心;奇偶拐点高斯分解法在一些含有幅值较小高斯分量的波形中,对背景噪声的估计存在偏差并且很难识别出所有的有效拐点,从而对估算高程产生了偏差,而本文改进的高斯分解算法采用分段噪声结合 findpeaks 峰值提取的方式极大地保留了有效信号,从而计算更加精确,但在后续的峰值修正中也存在拟合效率低等问题。尽管如此,在要求较高精度地物估算时,该方法确实能得到较好的应用。

## 5 结 论

目前,国内外关于星载激光雷达测高卫星的研究越来越多,开展全波形数据处理研究有较强的针对性和实际价值。本文以国外 GLAS 数据为例,研究了卫星激光测高全波形数据的波形分解方法,针对 GLA14 产品算法和奇偶拐点高斯分解法存在的不足之处进行改进,构建了一种基于有效峰值修正的全波形高斯分解算法,能够精准地判别出有效高斯分量的幅值信息,又能确定整个波形参数信息。通过地物高度提取对比实验可知,本文算法在分解精度上优于前两种方法。当然本文算法也存在许多需要改进的方面,如何将算法适用于不同地形下的高程计算和提高算法的效率,是后续研究要考虑的问题。

## 参 考 文 献

- [1] Tang X M, Li G Y. Development and prospect of laser altimetry satellite[J]. Space International, 2017 (11): 13-18.  
唐新明, 李国元. 激光测高卫星的发展与展望[J]. 国际太空, 2017(11): 13-18.
- [2] Wang X W, Cheng X, Gong P, et al. Earth science applications of ICESat/GLAS: a review[J]. International Journal of Remote Sensing, 2011, 32 (23): 8837-8864.
- [3] Chauve A, Vega C, Durrieu S, et al. Advanced full-waveform lidar data echo detection: assessing quality of derived terrain and tree height models in an alpine coniferous forest[J]. International Journal of Remote Sensing, 2009, 30(19): 5211-5228.
- [4] Li Z. Extract 3D information of urban buildings from ICESat GLAS data [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2011: 15-21.  
李展. 基于 ICESat GLAS 数据提取城市建筑物的三维信息[D]. 北京: 中国科学院大学, 2011: 15-21.
- [5] Zhao X, Zhang Y, Zhang L M, et al. Algorithm of laser altimeter reflecting waveform based on Gaussian decomposition[J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(3): 643-648.  
赵欣, 张毅, 张黎明, 等. 激光测高仪高斯回波分解算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(3): 643-648.
- [6] Ma Y, Li S, Zhou H, et al. Noise suppression method for received waveform of satellite laser altimeter based on adaptive filter[J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(12): 3263-3268.  
马跃, 李松, 周辉, 等. 利用自适应滤波星载激光测高仪回波噪声抑制方法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(12): 3263-3268.
- [7] Lai X D, Qin N N, Han X S, et al. Iterative decomposition method for small foot-print LiDAR waveform[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2013, 32(4): 319-324.  
赖旭东, 秦楠楠, 韩晓爽, 等. 一种迭代的小光斑 LiDAR 波形分解方法[J]. 红外与毫米波学报, 2013, 32(4): 319-324.
- [8] Zhao Q H, Li H Y, Li Y. Gaussian mixture model with variable components for full waveform LiDAR data decomposition and RJMCMC algorithm [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2015, 44 (12): 1367-1377.  
赵泉华, 李红莹, 李玉. 全波形 LiDAR 数据分解的可变分量高斯混合模型及 RJMCMC 算法[J]. 测绘学报, 2015, 44(12): 1367-1377.
- [9] Huang D M, Xu J H, Song W, et al. Comparison and analysis of Gaussian decomposition and Gaussian wavelet decomposition for GLAS full waveform data [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55 (11): 112801.  
黄冬梅, 徐基衡, 宋巍, 等. GLAS 全波形数据的高斯分解与高斯小波基分解对比分析[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(11): 112801.
- [10] Li G Y, Cui C L, Chen J Y, et al. An improved method of Gaussian decomposition of satellite laser altimeter full waveform data[J]. Science of Surveying and Mapping, 2018, 43(10): 117-124.  
李国元, 崔成玲, 陈继溢, 等. 一种改进的卫星激光测高全波形高斯分解方法[J]. 测绘科学, 2018, 43 (10): 117-124.
- [11] Tan J W, Wang Z Y, Xu Z D. Adenoising method for ICESat-GLAS waveforms using cascaded wavelet transform[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2019, 28(5): 58-62.  
谭建伟, 王志勇, 徐志达. 一种利用级联小波变换的 ICESat-GLAS 波形去噪方法[J]. 测绘工程, 2019, 28(5): 58-62.
- [12] Men H T, Li G Y, Chen J Y, et al. Refined simulation methods of laser altimetry satellite echo

waveform[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(1): 0110004.

门华涛, 李国元, 陈继溢, 等. 激光测高卫星回波波形精细化模拟仿真方法研究[J]. 中国激光, 2019, 46(1): 0110004.

[13] Yao J Q, Tang X M, Li G Y, et al. Cloud detection

of laser altimetry satellite ICESat-2 and the related algorithm [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(13): 131408.

么嘉棋, 唐新明, 李国元, 等. 激光测高卫星 ICESat-2 云检测及其相关算法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(13): 131408.