

# 时间相位解包裹算法的抗噪性能对比研究

师力力, 刘卫国\*, 田爱玲, 刘丙才

西安工业大学兵器科学与技术学院, 陕西 西安 710021

**摘要** 基于光栅条纹投影的三维测量技术通过相移法提取相位主值, 相位主值展开的准确性是决定整个三维测量系统精度的关键因素。时间相位解包裹算法能够实现对孤立及表面不连续物体的相位展开, 但受传感器及环境噪声的影响, 得到的解相结果误差较大。为了选择出抗噪性能好的算法, 本文通过仿真及实验对比了几种时间相位解包裹算法的抗噪性能。结果表明, 多频层级相位展开法和负指数拟合法具有良好的抗噪性能, 解相精度高, 而多波长外差法和基于条纹定位的多波长外差法的抗噪性能差, 解相误差大。本文的研究结果可为研究人员在选择解相方式上提供参考, 具有重要的应用价值。

**关键词** 测量; 条纹投影; 相位主值; 时间相位解包裹; 三维测量; 抗噪性能

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1212006

## Comparison on Noise Resistance of Temporal Phase Unwrapping Algorithms

Shi Lili, Liu Weiguo\*, Tian Ailing, Liu Bingcai

School of Defence Science and Technology, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710021, China

**Abstract** Based on the three-dimensional (3D) measurement technology of grating fringe projection, phase principal values are extracted using the phase shift method. The accuracy of the phase principal value expansion is the key factor in determining the accuracy of the entire 3D measurement system. Temporal phase unwrapping algorithms can realize the phase unwrapping of isolated and discontinuous objects; however, owing to the influence of sensors and environmental noise, the phase unwrapping result has large errors. To select a good antinoise algorithm, herein, several temporal phase unwrapping algorithms were compared using simulations and experiments. Results show that the multi-frequency (hierarchical) phase unwrapping and negative exponential fitting methods exhibit good antinoise performance and high phase resolution accuracy. Alternatively, the multi-wavelength (heterodyne) method and multi-wavelength (heterodyne) method based on the fringe location exhibit a poor antinoise performance and large phase errors. The findings of this study can provide guidance to researchers in selecting phase decomposition algorithms, and they have important application values.

**Key words** measurement; fringe projection; phase principal value; temporal phase unwrapping; three-dimensional measurement; noise resistance

**OCIS codes** 120.6650; 100.5088; 100.5070; 100.3010

## 1 引言

光栅条纹投影三维测量技术具有高精度、高速

以及非接触测量等优点, 已被广泛应用于机械工程、3D 打印、文物修复、机器视觉、生物医学等领域<sup>[1-2]</sup>。

通过相移法提取的相位主值值域在 $[-\pi, \pi]$ 内呈锯

收稿日期: 2020-08-19; 修回日期: 2020-09-17; 录用日期: 2020-09-30

基金项目: 陕西省科技厅项目(2019KW-016)

\* E-mail: 1813325845@qq.com

齿状分布,称为包裹相位。为了实现全场相位的连续性,需要对其解包裹<sup>[3]</sup>。相位解包裹的方式主要分为两大类:空间相位解包裹和时间相位解包裹。空间相位解包裹只需要一幅相位主值图就可以根据各像素之间的邻域关系逐点展开,但这种方式需要在相位连续的前提下进行,且这种方式的限制是不能对表面不连续的物体和孤立物体进行相位展开<sup>[4-5]</sup>。时间相位解包裹主要是通过物体表面投射多组频率的条纹,通过相移法计算不同频率下的相位主值,然后根据这些相位主值对物体表面上的每一个像素点的相位按照时间轴序列展开。由于时间相位解包裹对物体表面的相位展开是独立计算的,不依赖邻域信息,与空间相位解包裹相比,避免了误差的传播,可用来处理表面不连续的物体<sup>[6-7]</sup>。

自 1993 年 Huntley 和 Saldner<sup>[8]</sup> 提出时间相位展开法以来,人们对其进行了大量研究,形成了 4 种经典算法:多频层级相位展开法、负指数拟合法、多波长外差法、基于条纹定位的多波长外差法。由于光栅条纹图像在投射及采集过程中会受到传感器噪声及环境噪声的污染,因此相位解包裹后的绝对相位值会出现跳跃性误差。为了避免最终相位展开结果的误差,研究人员通常采用误差补偿和条纹级次校正这两种解决方法,例如:Zhang 等<sup>[9]</sup> 和蔡文娟等<sup>[10]</sup> 先解算出光栅条纹的误差分布,然后使用查找表的方式进行了误差补偿,但误差分布的解算较为复杂,且当外界环境发生变化时,其补偿效果会大大降低;肖朝等<sup>[11]</sup> 对原有的反向误差补偿方法进行了改进,通过投射 4 套光栅条纹,解相精度有了一定提升,但测量速度大大降低;陈松林等<sup>[12]</sup> 和刘飞等<sup>[13]</sup> 为了抑制相位的跳跃性误差,在条纹节距选择上增加了复杂的约束条件,这种方法虽然能够完整解相,但对噪声较为敏感;石博等<sup>[14]</sup> 对条纹的整数级次进行了两次校正,有效抑制了绝对相位的跳跃性误差,但该方法需要对相位值进行整数级次的位置划分,且需要对光栅条纹进行高斯滤波处理。

虽然上述的误差补偿方法以及条纹级次校正方法在一定程度上抑制了相位跳跃误差,但存在两个缺陷:1)会降低测量速度;2)建立的误差补偿机制依赖于测量环境和传感器本身的特性,鲁棒性较差。因此,本文采用仿真和实验两种方式对多频层级相位展开法、负指数拟合法、多波长外差法、基于条纹定位的多波长外差法进行系统的比较,旨在选择出本身抗噪性较好的解包裹算法,避免复杂的误差补偿及条纹级次校正。

## 2 时间相位解包裹算法的原理

通过相移法提取的相位主值域在 $[-\pi, \pi]$ 上呈锯齿状分布,为了得到连续的相位信息,需要对得到的包裹相位进行解包裹运算。相位解包裹的过程可表示为

$$\Phi(x, y) = \varphi(x, y) + 2\pi n(x, y), \quad (1)$$

式中: $\varphi(x, y)$ 是提取的包裹相位值; $\Phi(x, y)$ 是对 $\varphi(x, y)$ 展开的相位; $n(x, y)$ 是整数,代表条纹级次。相位解包裹的本质就是求取 $n(x, y)$ ,进而得到展开相位。本文所述的时间相位解包裹算法是采用多组不同频率的相位主值沿时间轴对同名像素点进行相位展开,从而得到连续相位分布的方法。

### 2.1 多频层级相位展开法

多频层级相位展开法是一种层层递进的相位解包裹方法,其利用节距覆盖全场的低频率光栅条纹对高频率光栅条纹一步步展开<sup>[15]</sup>,得到高频率光栅条纹的绝对相位。选择的条纹节距为

$$P_k = \frac{\omega}{2^{k-1}}, \quad (2)$$

式中: $k=1, 2, 3, \dots, \omega$ 为投影条纹水平方向上总的像素个数。下面以双节距解相为例进行说明。若 $\omega=1280$ ,选择 $k=1, 2$ 两个条纹解包裹,则 $P_1=1280, P_2=640$ 。两条纹节距对应条纹的包裹相位值分别为 $\varphi_1(x, y)$ 和 $\varphi_2(x, y)$ ,其对应的绝对相位值为 $\Phi_1(x, y)$ 和 $\Phi_2(x, y)$ 。由于 $P_1$ 对应的条纹节距覆盖整个视场,通过相移法得到的相位主值在整个视场上是未包裹的,它的绝对相位值等于相对相位值,因此得两种条纹节距对应的绝对相位值和相对相位值的关系为

$$\begin{cases} \Phi_1(x, y) = \varphi_1(x, y) \\ \Phi_2(x, y) = \varphi_2(x, y) + 2\pi n_2(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

由(3)式可得

$$n_2(x, y) = \text{round} \left[ \frac{\Phi_2(x, y) - \varphi_2(x, y)}{2\pi} \right], \quad (4)$$

式中: $\text{round}(\cdot)$ 代表取整运算。由于 $P_1=2P_2$ ,因此有 $\Phi_2(x, y) = 2\Phi_1(x, y)$ 。将 $n_2(x, y)$ 代入到(3)式即可得到 $\varphi_2(x, y)$ 解包裹后的绝对相位 $\Phi_2(x, y)$ 。

### 2.2 负指数拟合法

选择投射图像的最大条纹数为 $t=s, s-1, s-2, s-4, \dots, s/2$ ,条纹的数目呈负指数递减<sup>[16-17]</sup>,相邻两套投射条纹之间的相位差可通过(5)~(6)式计算。为了方便表示不同频率条纹图的展开相位

$\Phi(x, y)$  及包裹相位  $\varphi(x, y)$ , 公式中均省去了位置坐标  $(x, y)$ 。

$$\Delta\Phi(s-t', s-2t') = U\{\Delta\varphi(s-t', s-2t'), \Delta\Phi(s, s-t')\}, \quad (5)$$

$$\Delta\Phi(s, s-2t') = \Delta\Phi(s-t', s-2t') + \Delta\Phi(s, s-t'), \quad (6)$$

式中:  $t' = 1, 2, 4, \dots, 2^v, \dots, s/2$ ;  $v = 0, 1, 2, \dots, \log_2(s/2)$ ;  $U\{\cdot\}$  代表解包裹运算, 其表达式为  $U\{\varphi_1, \varphi_2\} = \varphi_1 - 2\pi \cdot \text{round}\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2\pi}\right)$ ;  $\Delta\Phi(t_1, t_2) = \Phi_{t_1} - \Phi_{t_2}$ 。

直接通过  $\Delta\varphi(t_1, t_2) = \varphi_{t_1} - \varphi_{t_2}$  求解  $\Delta\varphi(t_1, t_2)$  会存在大的跳动误差。为了避免这一误差对解包裹过程的影响, 在采用四步相移法提取包裹相位时, 直接提取相邻两套条纹的包裹相位差  $\Delta\varphi(t_1, t_2)$ 。采用这种方式就可将  $\Delta\varphi(t_1, t_2)$  限制在  $[-\pi, \pi]$  这一范围。 $\Delta\varphi(t_1, t_2)$  的表达式为

$$\Delta\varphi(t_1, t_2) = \arctan\left[\frac{\Delta I_{42}(t_1)\Delta I_{13}(t_2) - \Delta I_{42}(t_2)\Delta I_{13}(t_1)}{\Delta I_{13}(t_1)\Delta I_{13}(t_2) + \Delta I_{42}(t_1)\Delta I_{42}(t_2)}\right], \quad (7)$$

式中:  $I$  表示条纹的光强值,  $\Delta I_{kl} = I_k - I_l$ 。利用 (5)、(6) 进行迭代解相的起始条件为

$$\Delta\Phi(s, s-1) = \Delta\varphi(s, s-1), \quad (8)$$

最终的迭代结果为

$$\Delta\Phi(s, 0) = \Phi(s). \quad (9)$$

$\Phi(s)$  为迭代的最终展开相位。为了提高最终展开相位的精度, 将中间解包裹得到的结果利用起来, 通过最小二乘法拟合得到斜率  $r$ , 拟合后得到的最终展开相位为  $\Phi$ 。 $r$  和  $\Phi$  的表达式分别为

$$r = \frac{s\Phi(s) + \sum_{v=0}^{\log_2(s-1)} (s-2^v)\Phi(s-2^v)}{s^2 + \sum_{v=0}^{\log_2(s-1)} (s-2^v)^2}, \quad (10)$$

$$\Phi = s \cdot r. \quad (11)$$

### 2.3 多波长外差法

利用拍频原理将相移法提取的相位主值合成在整个视场下不存在包裹的相位, 再采用合成的不存在包裹的相位对高频光栅条纹的包裹相位解包裹。以下以双波长外差为例说明<sup>[18-19]</sup>; 设两个正弦函数的包裹相位为  $\varphi_1(x, y)$  和  $\varphi_2(x, y)$ , 它们对应的条纹节距为  $P_1$  和  $P_2$ , 设合成条纹的相位函数为  $\Phi_{12}(x, y)$ , 对应的条纹节距为  $P_{12}$ ,  $P_{12}$  与  $P_1, P_2$  的关系为

$$P_{12} = \frac{P_1 P_2}{P_2 - P_1}. \quad (12)$$

选择  $P_2$  时, 若满足  $2P_1 > P_2 > P_1$  这一条件, 则可使得到的合成条纹节距  $P_{12} > P_2 > P_1$ 。 $P_1$  和  $P_2$  越接近, 合成的条纹节距  $P_{12}$  越大, 选择合适的  $P_1, P_2$  就可使合成的节距  $P_{12}$  覆盖整个视场。采用合成的覆盖整个视场的条纹相位  $\Phi_{12}(x, y)$  对包裹相位  $\varphi_1(x, y), \varphi_2(x, y)$  解包裹。其中条纹级次  $n_1(x, y)$  为

$$n_1(x, y) = \text{round}\left[\frac{\frac{P_{12}}{P_1}\Phi_{12}(x, y) - \varphi_1(x, y)}{2\pi}\right], \quad (13)$$

将得到的  $n_1(x, y)$  代入 (1) 式即可得到  $\Phi_1(x, y)$ 。同理可得到  $\Phi_2(x, y)$ 。

### 2.4 基于条纹定位的多波长外差法

该方法同多波长外差法一样采用拍频原理合成虚拟条纹, 但在条纹级数计算上用  $n(x, y)$  代表非整数的条纹级次。在同一测量系统中, 通过结构光发生器产生不同节距的光栅条纹, 在这些光栅条纹图像的同位置处满足确定的关系

$$\begin{cases} P_1 n_1 = P_2 n_2 = P_{12}(N_{12} + \Delta n_{12}) \\ \Delta n_i = \frac{\varphi_i}{2\pi}, \Delta n_i \in [0, 1), i = 1, 2 \\ n_i = N_i + \Delta n_i, N_i \in Z_i \\ N_i = \text{floor}(n_i) \\ N_{12} = N_1 - N_2 \\ \Delta n_{12} = \Delta n_1 - \Delta n_2 \end{cases}, \quad (14)$$

式中:  $N_i$  代表条纹级次的整数部分;  $\text{floor}(\cdot)$  代表向下取整;  $\Delta n_i$  代表条纹级次的小数部分;  $N_{12}$  是合成虚拟条纹的整数级次;  $\Delta n_{12}$  是合成条纹的小数级次。根据文献[12]可得到

$$\begin{cases} n_1 = \frac{P_2 \left[ (N_{12} + \alpha) + \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2\pi} \right]}{P_2 - P_1} \\ n_2 = \frac{P_1 \left[ (N_{12} + \alpha) + \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2\pi} \right]}{P_2 - P_1} \end{cases}, \quad (15)$$

当  $\varphi_2 - \varphi_1 \leq 0$  时,  $\alpha = 0$ ; 当  $\varphi_2 - \varphi_1 > 0$  时,  $\alpha = 1$ 。由 (15) 式得到的条纹级次可通过  $\Phi_i = 2\pi n_i$  和  $\Phi_i = 2\pi N_i + \varphi_i$  两种方式展开包裹相位, 因此只要知道  $N_{12}$  就可以对  $\varphi_1, \varphi_2$  解包裹。采用双节距条纹解相时, 由拍频合成的虚拟光栅条纹覆盖整个视场,  $N_{12}$  为零, 因此可以通过  $\Phi_i = 2\pi n_i$  或  $\Phi_i = 2\pi N_i + \varphi_i$  顺利解包裹。双频解相选用的条纹节距较大, 最终的

展开相位分辨率较低,因此多采用三频解相方式。采用三频解相时条纹节距的选择需要满足一系列约束条件,且需要对得到的结果进行校正。文献[12]给出了条纹节距选择的约束条件及校正方法。

### 3 仿真分析

为了对比 4 种算法的抗噪性能,先用 MATLAB 产生大小为  $1280 \text{ pixel} \times 720 \text{ pixel}$  的 4 套光栅条纹图(多频层级条纹节距分别为 1280、320、80;负指数拟合最大条纹数  $s=32$ ;多波长外差条纹节距分别

为 1280/54、1280/69、1280/70;基于条纹定位的多波长外差条纹节距分别为 26、29、310),然后使用 MATLAB 随机噪声函数  $\text{randn}()$  给光栅图添加 4 种不同程度(噪声大小分别为 0.2、0.9、2、5)的随机噪声,再采用四步相移法提取相位主值,最后用 4 种算法解包裹,对得到的展开相位进行归一化。为了更清楚地展现 4 种算法的抗噪性能,取展开相位图的第 400 行 300:400 列,绘制像素位置与归一化绝对相位值之间的关系,结果如图 1 所示。

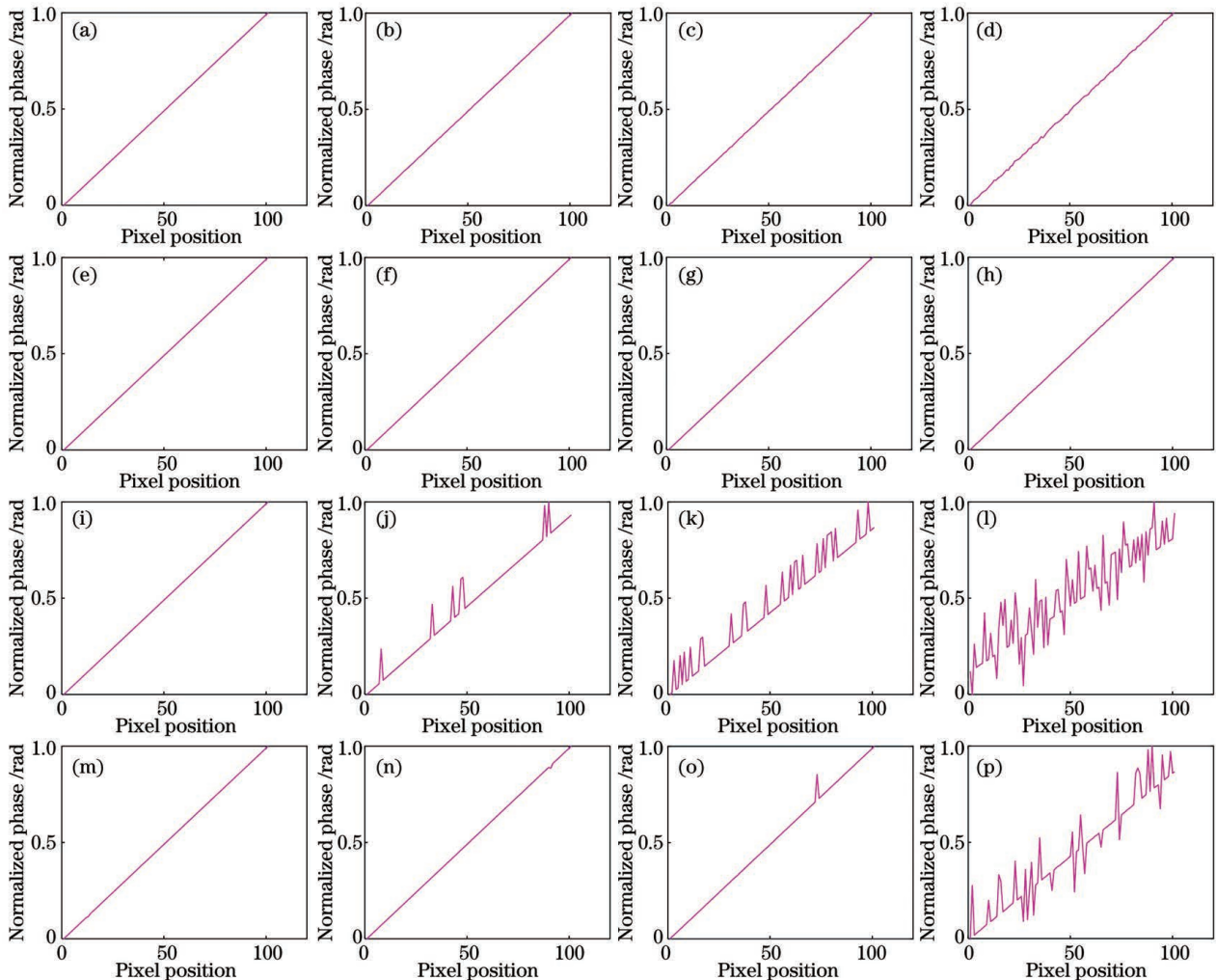


图 1 归一化绝对相位图(每行图代表一种解相方法,噪声从左到右增加)。(a)~(d)多频层级相位展开法;(e)~(h)负指数拟合法;(i)~(l)多波长外差法;(m)~(p)基于条纹定位的多波长外差法

Fig. 1 Normalized absolute phase diagrams (each row represents a method of phase decomposition, with noise increasing from left to right). (a)~(d) Multi-frequency(hierarchical) phase unwrapping method; (e)~(h) negative exponential fitting method; (i)~(l) multi-wavelength (heterodyne) method; (m)~(p) multi-wavelength(heterodyne) method based on fringe location

从仿真结果可以看出,4 种算法在不同噪声水平下的解相结果有很大区别,也就是说,4 种算法的抗噪性能差别很明显。根据不同噪声水平下 4 种解

相方法解相误差出现的先后顺序及幅度,可以得出 4 种算法的抗噪能力由高到低依次为负指数拟合法、多频层级相位展开法、基于条纹定位的多波长外

差法、多波长外差法。为了更加清晰地说明 4 种算法抗噪性能的优劣,以及 4 种算法的解相误差随噪声水平增大的变化趋势,对图 1 的相位展开结果(另外补充了其他噪声水平下的相位展开结果)进行线性拟合,绘制 4 种算法解相结果的均方根误差(RMSE)随噪声增大的变化趋势,如图 2 所示。

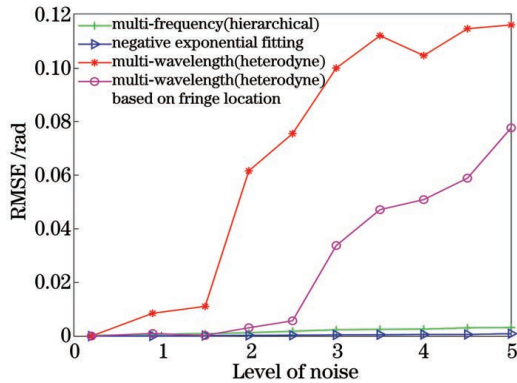


图 2 不同噪声水平下 4 种算法的误差趋势图

Fig. 2 Error trend diagram of four algorithms at different noise levels

从图 2 中可看出,随着噪声水平的增加,多频层级相位展开法和负指数拟合法的解相误差变化趋势很稳定且误差较小,而多波长外差法和基于条纹定

位的多波长外差法的解相误差变化趋势很大且误差较大。

## 4 实验分析

### 4.1 平面解相实验分析

实验采用蓝光结构光发生器向白色平面投射分辨率为 1280 pixel × 720 pixel 的光栅条纹,由于上文提到的 4 种解包裹算法对光栅条纹的要求不同,因此需要投射 4 套光栅条纹(选用的条纹节距和仿真实验相同)。采用北京微视新纪元科技有限公司生产的灰度工业相机同步拍摄,相机型号为 MVC5001MF-M00-V0015,分辨率为 2048 pixel × 1536 pixel。采用四步相移法提取相位主值,用以上提到的 4 种算法解包裹,并对得到的绝对相位值进行归一化。由于相机的视场大于结构光发生器投射的光栅条纹面积,相机视场四周的相位值为零,取相机拍摄的有效视场大小为长度 500:1700 像素、宽度 400:1200 像素。图 2 所示为得到的展开相位结果,其中图 3(a~d)是整个面的相位展开结果,图 3(e~h)是对应的第 800 行的相位展开结果。

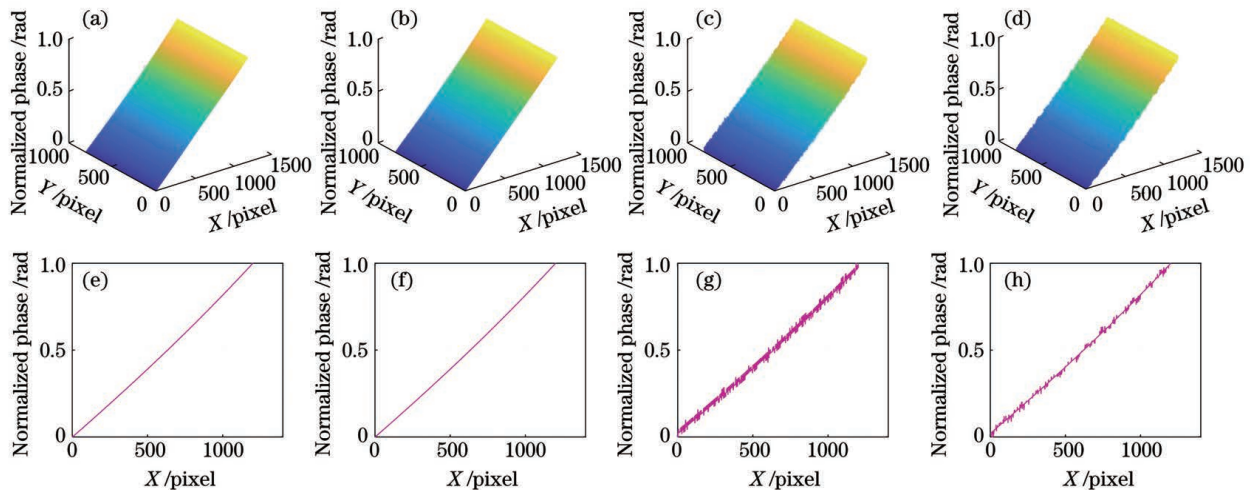


图 3 归一化相位展开值(第一行为整个面的展开值,第二行为对应第一行结果的第 800 行展开值)。(a)(e)多频层级相位展开法;(b)(f)负指数拟合法;(c)(g)多波长外差法;(d)(h)基于条纹定位的多波长外差法

Fig. 3 Normalized phase unwrapping results(the first row represents the value of the entire surface, and the second row corresponds to the expansion of the first row result in 800th row). (a)(e) Multi-frequency(hierarchical) phase unwrapping method; (b)(f) negative exponential fitting method; (c)(g) multi-wavelength(heterodyne) method; (d)(h) multi-wavelength(heterodyne) method based on fringe location

从图 3 所示的解包裹后的结果可以看出,4 种算法均能达到完全解相的目的,其中多频层级相位展开法和负指数拟合法得到的相位展开结果表面光滑,无明显的跳跃性误差,而多波长外差法及基于条

纹定位的多波长外差法的相位展开结果表面有明显的跳跃性误差。为了进一步准确比较 4 种算法的抗噪性,对图 3(a)~(d)中的结果进行平面拟合,得到的拟合结果如表 1 所示,其中 SSE 为误差平方和, $R$

为平面拟合的确定度。

表 1 4 种解包裹算法的误差对比

Table 1 Error comparison of four unwrapping algorithms

Temporal phase unwrapping algorithm	RMSE /rad	SSE /rad	R
Multi-frequency (hierarchical)	0.008508	69.94	0.9991
Negative exponential fitting	0.008491	69.36	0.9991
Multi-wavelength (heterodyne)	0.017371	290.34	0.9961
Multi-wavelength(heterodyne) based on fringe location	0.012172	142.43	0.9981

从表 1 中可以看出,多频层级相位展开法和负指数拟合法的均方根误差及误差平方和都较小,说

明这两种算法具有良好的抗噪性能。这两种算法相比较而言,负指数拟合法的抗噪性能略优于多频层级相位展开法,但负指数拟合法需要投射 6 套光栅条纹,而其他 3 种方法只需投射 3 套光栅条纹;因此,在对测量时间要求较高的场合,负指数拟合法并不适用。与多频层级相位展开法、负指数拟合法相比,多波长外差法和基于条纹定位的多波长外差法对噪声更为敏感,解包裹误差更大。若要采用这两种方式解包裹,需要采用查找表等方式对误差进行补偿或对条纹级次进行校正。

#### 4.2 孤立物体的三维重建实验分析

为了更充分地对比 4 种算法的抗噪性,本文选择两个孤立的雕塑模型为实验对象,采用 4 种解包裹算法进行物体表面的三维重建,结果如图 4 所示。

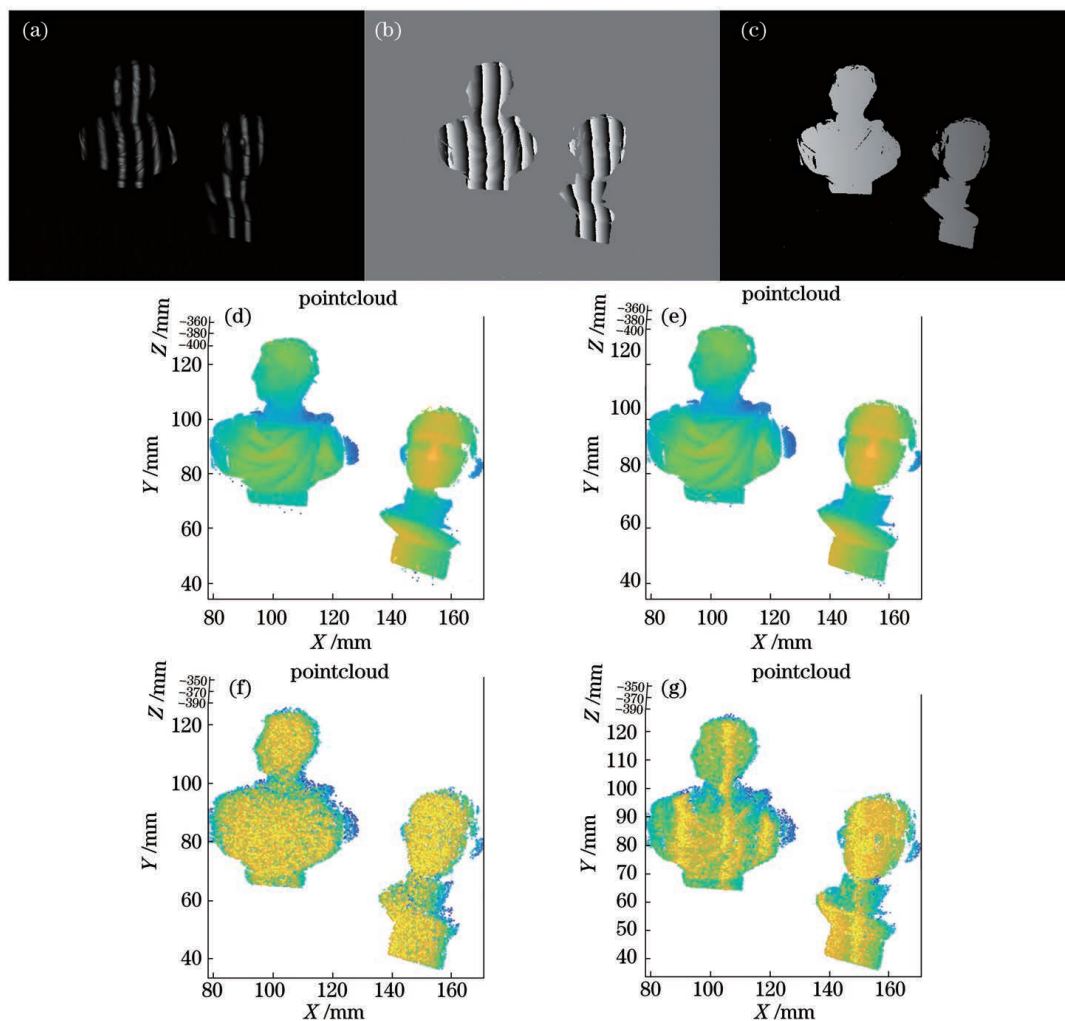


图 4 三维重建图。(a)变形条纹图;(b)包裹相位图;(c)负指数拟合法相位展开图;(d)多频层级相位展开法重建;(e)负指数拟合法重建;(f)多波长外差法重建;(g)基于条纹定位的多波长外差法重建

Fig. 4 Three-dimensional reconstruction diagrams. (a) Deformed fringe pattern; (b) wrapped phase map; (c) unwrapped phase map of negative exponential fitting; (d) reconstruction by multi-frequency (hierarchical) phase unwrapping method; (e) reconstruction by negative exponential fitting method; (f) reconstruction by multi-wavelength (heterodyne) method; (g) reconstruction by multi-wavelength (heterodyne) method based on fringe location

结果表明:运用多频层级相位展开法及负指数拟合法能较好地重建出物体的三维轮廓,其表面只有少量离散的噪点,采用点云滤波就可消除噪点,不影响物体实际轮廓的测量;而多波长外差法及基于条纹定位的多波长外差法对噪声较为敏感,重建出的物体表面误差较大,物体整个轮廓上都有大量的噪点,通过简单的点云去噪不能消除这种大量且均匀的噪点。对于采用后两种解相方法而言,误差补偿或条纹级次校正是必须进行的,而前两种方法在精度要求不高的场合下可以不用进行误差补偿,即使前两种方法的解相精度不满足实际要求,对其进行误差补偿的结果也会优于后两种解相方法的误差补偿或条纹级次校正结果。

## 5 结 论

以上的仿真及实验结果清晰地表明 4 种解相方法的抗噪性能由高到低的顺序为负指数拟合法、多频层级相位展开法、基于条纹定位的多波长外差法、多波长外差法。前两种方法的抗噪性能远高于后两者,解相精度更高,在实际应用中可以避免复杂的误差补偿或条纹级次校正;而后两种方法对噪声较为敏感,抗噪性能差,解相误差大,必须进行误差补偿或条纹级次校正。造成这种差异的本质是精度较低的后两种方法均使用拍频原理合成新的节距大的虚拟包裹相位,而前两种方法未使用拍频方式。由此可见,拍频是造成抗噪性能差的主要原因。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang Z H. Review of single-shot 3D shape measurement by phase calculation-based fringe projection techniques[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(8): 1097-1106.
- [2] Ou P, Wang T, Li R X. A three-dimensional teeth measurement system based on structured light[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(1): 011102.  
欧攀, 王婷, 李瑞祥. 一种基于结构光的牙齿三维测量系统[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(1): 011102.
- [3] Zhang S. Absolute phase retrieval methods for digital fringe projection profilometry: a review[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 107: 28-37.
- [4] Zhao M, Huang L, Zhang Q C, et al. Quality-guided phase unwrapping technique: comparison of quality maps and guiding strategies [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(33): 6214-6224.
- [5] Judge T R, Bryanston-Cross P J. A review of phase unwrapping techniques in fringe analysis[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 1994, 21(4): 199-239.
- [6] Yue H M, Su X Y. Temporal phase unwrapping progress[J]. *Laser Journal*, 2004, 25(3): 9-12.  
岳慧敏, 苏显渝. 时间位相展开方法研究进展[J]. *激光杂志*, 2004, 25(3): 9-12.
- [7] Saldner H O, Huntley J M. Temporal phase unwrapping: application to surface profiling of discontinuous objects [J]. *Applied Optics*, 1997, 36(13): 2770-2775.
- [8] Huntley J M, Saldner H. Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis[J]. *Applied Optics*, 1993, 32(17): 3047-3052.
- [9] Zhang C W, Zhao H, Zhang L, et al. Full-field phase error detection and compensation method for digital phase-shifting fringe projection profilometry [J]. *Measurement Science and Technology*, 2015, 26(3): 035201.
- [10] Cai W J, Cao Y P, Fu G K, et al. A full-field compensation method for nonlinear phase error[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(3): 0312001.  
蔡文娟, 曹益平, 付光凯, 等. 一种非线性相位误差的全场补偿方法[J]. *光学学报*, 2019, 39(3): 0312001.
- [11] Xiao C, Chen F, Zhong M. Method for improving measurement accuracy of inverse fringe[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(11): 111204.  
肖朝, 陈锋, 钟敏. 一种提升反向条纹测量精度的方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(11): 111204.
- [12] Chen S L, Zhao J B, Xia R B. Improvement of the phase unwrapping method based on multi-frequency heterodyne principle[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(4): 0412004.  
陈松林, 赵吉宾, 夏仁波. 多频外差原理相位解包裹方法的改进[J]. *光学学报*, 2016, 36(4): 0412004.
- [13] Liu F, Li J X, Lai J L, et al. Full-frequency phase unwrapping algorithm based on multi-frequency heterodyne principle [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(1): 011202.  
刘飞, 李佳鑫, 赖俊霖, 等. 基于多频外差的全频解相方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(1): 011202.
- [14] Shi B, Liu H L, Ma Z J. Phase error correction method based on multi-level fringe order correction [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(17): 171201.  
石博, 刘宏立, 马子骥. 基于多级条纹级数修正的相位误差校正方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(17): 171201.

- [15] Song Z. Digital multiple wavelength phase shifting algorithm[J]. Proceedings of SPIE, 2009, 7432: 74320N.
- [16] Li L L, Su X Y, Dou Y F, et al. Error analysis and algorithm design of temporal phase unwrapping[J]. Journal of Sichuan University (Natural Science Edition), 2012, 49(1): 102-108.  
李璐璐, 苏显渝, 窦蕴甫, 等. 时间相位展开的误差分析与算法设计[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2012, 49(1): 102-108.
- [17] Huntley J M, Saldner H O. Error-reduction methods for shape measurement by temporal phase unwrapping[J]. JOSA A, 1997, 14(12): 3188-3196.
- [18] Li Z W, Wang C J. A prototype system for high precision 3D measurement based on grating method[J]. Optical Design and Testing III, 2007, 6834: 683442.
- [19] Zuo C, Huang L, Zhang M L, et al. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: a comparative review[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2016, 85: 84-103.