

# 基于子区投影和 Savitzky-Golay 滤波的三维数字图像相关法应变场计算方法研究

顾筠\*

江苏开放大学信息工程学院, 江苏 南京 210019

**摘要** 数字图像相关(DIC)法是一种非接触式的全场变形测量方法。三维 DIC 系统突破二维 DIC 系统对试验件表面为平面的要求,通过双目或多目相机系统获得试验件表面的三维位移场数据。通过建立局部子区拟合最小二乘平面,将三维空间曲面上的离散点投影到二维平面内,再利用 Savitzky-Golay 滤波器拟合求解局部应变张量。利用三维 DIC 法,实现了自由曲面试验件应变场的表征。重点研究了小平面投影算法的误差,结果表明,投影过程导致的应变场计算误差远小于位移场误差的传递量;当应变子区半径  $M=5$  时,应变场误差约为  $30 \mu\epsilon$ ;当  $M=10$  时,应变场误差约为  $10 \mu\epsilon$ 。

**关键词** 测量; 三维数字图像相关法; 应变场; 最小二乘拟合面; 应变子区半径

中图分类号 O348.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1212004

## Strain Field Calculation by 3D Digital Image Correlation Method Based on Subset Projection and Savitzky-Golay Filter

Gu Jun\*

College of Information Engineering, Jiangsu Open University, Nanjing, Jiangsu 210019, China

**Abstract** The digital image correlation (DIC) method is a non-contact, full-field deformation measurement method. The three-dimensional DIC breaks through the requirement that the surface of the test piece is planar in the two-dimensional DIC system, and obtains the three-dimensional surface displacement field data of the test piece through a stereo or multi-view camera system. First, a local subset is used to fit the least square plane, and the discrete points on the three-dimensional spatial curved surface are projected into the two-dimensional plane. Then, the Savitzky-Golay filter is used to solve the local strain tensor. Finally, the characterization of the strain field of a free-form test piece is realized, especially the errors of the small-plane projection method are investigated. The results show that the calculation error of the strain field caused by the projection process is much smaller than the transmission of the systematic error component contained in the displacement field data. When the strain subset size  $M=5$ , the strain field error is about  $30 \mu\epsilon$ . When  $M=10$ , the strain field error is about  $10 \mu\epsilon$ .

**Key words** measurement; three-dimensional digital image correlation method; strain field; least square fitting plane; strain subset radius

**OCIS codes** 120.3940; 100.2000; 120.4290

### 1 引言

数字图像相关(Digital Image Correlation, 简

称 DIC)法是一种基于机器视觉与数字图像处理的现代光测力学技术,具有非接触式、全场测量、可见光照明、高效率、高精度等优点<sup>[1-2]</sup>。该方法通过提

收稿日期: 2020-09-24; 修回日期: 2020-10-09; 录用日期: 2020-10-14

基金项目: 国家自然科学基金(51775269)、江苏省高校自然科学基金项目(13KJB510005)

\*E-mail: gujun\_nj@126.com

取试样表面的散斑灰度信息并对其进行最优化,进而估算全场位移和应变。三维 DIC 系统利用两个或两个以上处于不同视角的相机进行同时测量,结合立体标定和三维重建,可以进行任意曲面位移场及应变场的测量。目前,关于 DIC 的理论基础及位移场求解过程的研究已相对完善,算法研究主要包括初值估计问题<sup>[3]</sup>、相关函数类型与相关子区大小问题<sup>[4-5]</sup>、形函数阶次选取与欠拟合问题<sup>[6]</sup>及双三次样条灰度插值与周期误差问题<sup>[7]</sup>等,测试不确定性方面的研究主要包括散斑质量评价<sup>[8-9]</sup>及测量系统不确定性<sup>[10-11]</sup>等。在三维表面应变场计算方面,算法误差尚存在一些不确定性。本文通过仿真分析方法,探究了小平面投影过程对应变场计算算法误差的影响。

在理论上,应变场即位移场的一阶差分量可由 DIC 解算的位移场直接导出。但在实际测量过程中,直接差分将导致位移场的噪声被显著放大,尤其是高频噪声成分。直接差分所得的应变场误差通常为  $10^3 \mu\epsilon$  量级,这对于多数测试对象来说是不可接受的。文献[12]介绍了基于 Savitzky-Golay(SG)滤波的二维 DIC 应变场计算方法;文献[13]基于同样方法开展了大量仿真分析,分别探究了均匀变形和非均匀变形情况下应变子区大小对应变场计算精度的影响。在三维 DIC 应变场计算中,文献[14]仅给出了小变形、无刚体转动情况下的求解过程;文献

[15]直接利用二次曲面拟合三维位移场函数,这可能存在过拟合风险。文献[16]引入旋转矩阵及柯西应变张量,进行了旋转物体的应变场求解。文献[17]利用双反射镜成像,提升了二维数字图像的相关应变精度,但该方法对测试环境及硬件的要求较高。本文采用子区投影方法,将三维 DIC 应变场求解问题转化为二维问题,基于三维 DIC 方法实现了对任意自由曲面的应变场测量与计算;利用拉格朗日应变张量描述局部应变,克服了局部子区刚体旋转的影响,对小平面投影过程导致的算法误差进行了仿真分析和量化说明。

## 2 理论基础

### 2.1 DIC 基本原理

DIC 算法的本质是变形前后图像子区内灰度特征的相关性极值求解问题。通常,变形前的图像称为参考图像,变形后的图像称为灰度图像。如图 1 所示,在参考图像中选取被测点  $(x_i, y_i)$  并建立子区,通过相关函数的迭代优化过程,求解变形后目标图像中的坐标  $(x'_i, y'_i)$ ,且  $x'_i - x_i = u, y'_i - y_i = v$ 。依次解算被测件表面全部测点的位移,即可形成位移场数据  $(U, V)$ 。常用的相关函数有归一化的标准互相关函数和归一化的最小平方距离相关函数,表达式分别为

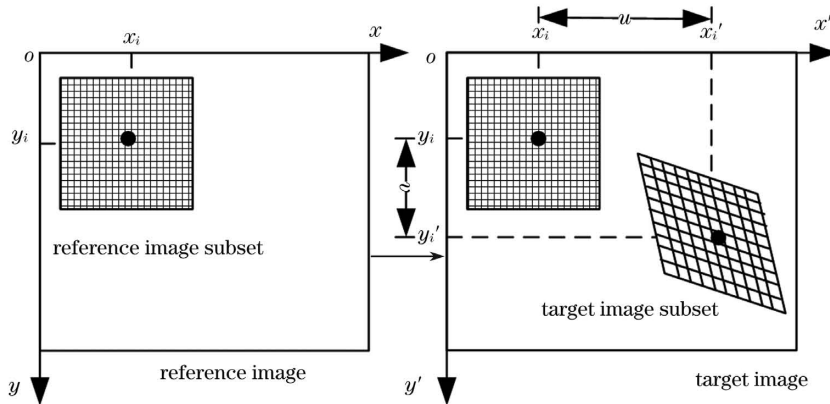


图 1 二维 DIC 的原理示意图

Fig. 1 Principle diagram of two-dimensional DIC

$$C_{f,g}(\mathbf{p}) = \frac{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x,y) - f_m] \times [g(x',y') - g_m]}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x,y) - f_m]^2} \sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x',y') - g_m]^2}}, \quad (1)$$

$$C_{f,g}(\mathbf{p}) = \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left\{ \frac{f(x,y) - f_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x,y) - f_m]^2}} - \frac{g(x',y') - g_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x',y') - g_m]^2}} \right\}^2, \quad (2)$$

式中:  $M$  为应变子区半径;  $\mathbf{p}$  为一阶形函数迭代变量;  $f(x, y)$  为参考图像子区中坐标  $(x, y)$  处的灰度值,  $g(x', y')$  为目标图像子区中坐标  $(x', y')$  处的灰度值;  $f_m$  为计算的参考图像子区的灰度均值,  $f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y)]$ ;  $g_m$  为计算的目标图像子区的灰度均值,  $g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y')]$ 。实质上二者可以相互导出, 均对图像子区内灰度的线性变化不敏感, 能够适应光强整体变化。迭代求解相关函数极值属于典型的非线性优化过程, 主要有

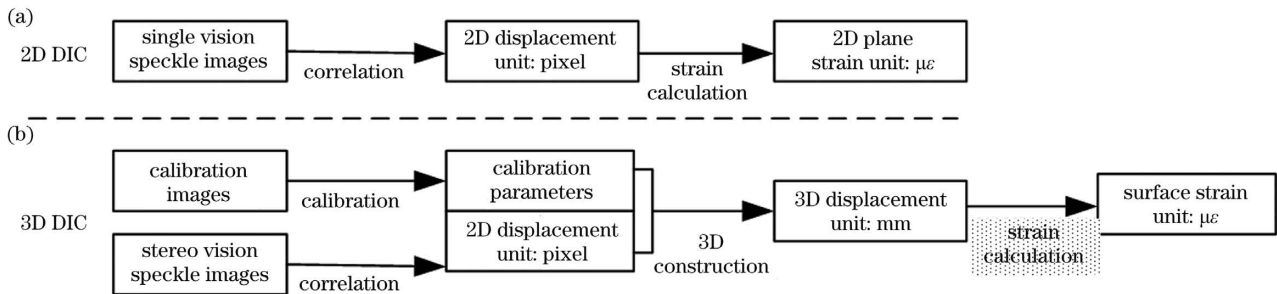


图 2 DIC 计算流程示意图。(a) 二维; (b) 三维

Fig. 2 Flow chart of DIC calculation. (a) 2D; (b) 3D

### 3 应变场计算方法

三维 DIC 应变计算分为切平面投影和 SG 滤波拟合求解应变张量两个步骤。

切平面投影过程如图 3 所示, 其中  $X_w Y_w Z_w$  表示世界坐标系, 试验件表面点  $P$  在此坐标系中的坐标为  $(X_0, Y_0, Z_0)$ 。以点  $P$  为中心, 建立  $(2M+1) \times (2M+1)$  应变计算子区。通过最小二乘法, 利用应变子区内的全部节点, 拟合出过点  $P$  的切平面, 并建立局部平面坐标系, 定义切点  $P$  为坐标原点, 切平面与  $Y=Y_0$  平面的交线为  $x$  轴, 与  $X=X_0$  平面的交线为  $y$  轴, 坐标轴方向分别与  $X_w$  和  $Y_w$  相同, 对应的单位向量分别为  $\mathbf{t}$  和  $\mathbf{b}$ , 外积得切平面的法向单位向量  $\mathbf{n}$ 。由此, 将三维世界坐标系下的位移场投影转化到局部平面坐标系中, 进而沿用二维 DIC 应变计算方法。

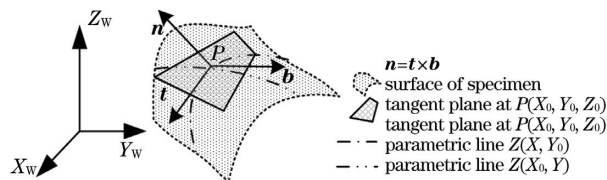


图 3 切平面投影方法示意图

Fig. 3 Schematic of tangential plane projection method

Forward Additive Newton-Raphson (FA-NR) 算法和 Inverse Compositional Gauss-Newton (IC-GN) 算法, 后者效率更高<sup>[18]</sup>。

### 2.2 三维 DIC 算法流程

三维 DIC 算法利用双目立体视觉原理, 可以实现被测件表面三维位移场的测量。相比二维 DIC 算法而言, 三维 DIC 算法增加了双目标定和三维重建过程。具体如图 2 所示, 对比可知, 二维 DIC 算法仅可计算平面试验件表面的应变场分布, 而三维 DIC 算法可以实现任意自由曲面试验件表面的应变场计算。本文关注的正是三维 DIC 算法中从位移场数据到应变场数据的计算方法。

由于位移场直接数值差分求解应变场将显著增大测量噪声, 尤其是高频噪声成分, 因此通过建立应变计算子区, 并结合 SG 滤波方法, 拟合求解应变张量。图 4 所示为应变计算子区内的节点位移场示意图, 其中  $u$  和  $v$  分别表示局部坐标系下各子区内各节点水平和垂直方向的位移量。应变计算子区以当前计算节点为中心, 共  $(2M+1) \times (2M+1)$  个节点。

文献[13]表明, 用于拟合求解应变张量的系数为 SG 滤波器的一次项系数。在二维 SG 滤波器设计时, 二元一次多项式函数和二元二次多项式函数所得的结果是完全相同的。二元一次多项式函数为

$$\begin{cases} u(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y \\ v(x, y) = b_0 + b_1 x + b_2 y \end{cases}, \quad (3)$$

式中:  $u(x, y)$  和  $v(x, y)$  分别为切平面局部坐标系下应变计算子区内对应节点的水平 and 垂直方向的位移量;  $a_0, a_1, a_2$  和  $b_0, b_1, b_2$  为待拟合系数。柯西应变张量和拉格朗日应变张量分别为

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = a_1 \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = b_2 \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = b_1 + a_2 \end{cases}, \quad (4)$$

(a)	$x = -M$	...	$x = 0$	...	$x = M$	(b)	$x = -M$	...	$x = 0$	...	$x = M$
$y = -M$	$u(-M, -M)$	...	$u(0, -M)$	...	$u(M, -M)$	$v(-M, -M)$	...	$v(0, -M)$	...	$v(M, -M)$	
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	
$y = 0$	$u(-M, 0)$	...	$u(0, 0)$	...	$u(M, 0)$	$v(-M, 0)$	...	$v(0, 0)$	...	$v(M, 0)$	
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	
$y = M$	$u(-M, M)$	...	$u(0, M)$	...	$u(M, M)$	$v(-M, M)$	...	$v(0, M)$	...	$v(M, M)$	

图 4 应变计算子区内节点位移场示意图。(a)  $u$ ; (b)  $v$

Fig. 4 Schematic of displacement field in strain calculation subset. (a)  $u$ ; (b)  $v$

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] = a_1 + \frac{1}{2} (a_1^2 + b_1^2) \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] = b_2 + \frac{1}{2} (a_2^2 + b_2^2) \\ \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (b_1 + a_2 + a_1 a_2 + b_1 b_2) \end{cases} \quad (5)$$

当测试对象包含大变形情况或刚体旋转情况时,应考虑文献[19-20]所述方法,分解旋转矩阵的影响。将子区内各节点坐标代入(3)式,得

$$\begin{bmatrix} u_0 & \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ v_0 & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ y_1 & y_2 & \dots & y_{(2M+1)(2M+1)} \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{(2M+1)(2M+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_{(2M+1)(2M+1)} \\ v_1 & v_2 & \dots & v_{(2M+1)(2M+1)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

将(6)式简记为  $LN = Q$ , 求取伪逆解  $L = QN(NN^T)^{-1}$ , 矩阵  $L$  后两列即为位移梯度张量的最小二乘解, 将其代入(4)式或(5)式, 即得局部应变张量。

### 4 仿真与实验

为验证本文所述方法, 利用 MATLAB 软件生成对应  $t_0$  和  $t_1$  时刻的点云坐标  $(X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)})$  和  $(X^{(1)}, Y^{(1)}, Z^{(1)})$ , 分别对应参考图像节点坐标和目标图像节点坐标。已知全场应变理论值, 通过(6)式计算全场应变, 并进行算法误差分析。为了验证切平面投影过程导致的算法误差, 首先设计不含噪声仿真 1(均匀变形)和仿真 2(非均匀变形)。为了对比位移场噪声的影响, 设计了含噪声仿真 3(均匀变形)和仿真 4(非均匀变形), 并设置不同大小的应变子区进行应变场计算。最后通过两个常用统计量, 对应应变场仿真误差予以具体说明。

#### 4.1 不含噪声的仿真

仿真 1 的实验条件是不含噪声且均匀变形。如图 5 所示, 在  $xoy$  平面内生成网格节点  $(X, Y)$ , 定义  $t_0$  时刻参考图像为水平面  $z=0$ , 而  $t_1$  时刻目标图像为均匀拉伸的斜平面, 斜率为  $3/120$ ,  $z = 3x/120$ 。  $x$  方向包含的均匀应变理论值为  $312.48 \mu\epsilon$ 。

设置应变子区半径  $M=5$ , 经过切平面投影, 利

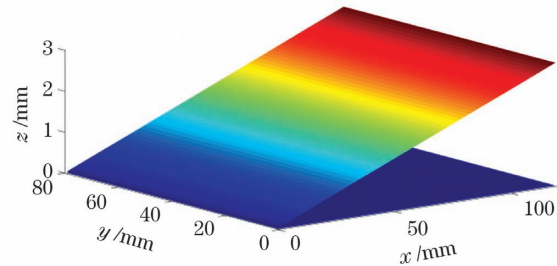


图 5 仿真生成的均匀变形的形貌图(不含噪声)  
Fig. 5 Simulated morphology with homogeneous deformation (no noise)

用(6)式计算应变场, 结果如图 6 所示。结果表明, 各应变分量以及  $x$  方向的应变误差与理论结果完全相同, 在仿真数值精度范围内无计算误差。其原因是该仿真参考图像中的节点坐标共面, 因此在切平面投影过程中未引入算法误差。

仿真 2 的实验条件是不含噪声且非均匀变形。如图 7 所示, 在  $xoy$  平面内生成网格节点  $(x, y)$ , 定义  $t_0$  时刻参考图像为水平面  $z=0$ , 而  $t_1$  时刻目标图像为半抛物线拉伸面, 抛物线系数定义为  $4/120^2$ ,  $z = 4x/120^2$ 。  $x$  方向包含的非均匀应变理论值为  $0 \sim 555.40 \mu\epsilon$ 。

设置应变子区半径  $M=5$ , 同上述方法计算全场应变, 结果如图 8 所示。结果表明, 由于切平面投影引起的应变误差在仿真数值精度范围以内,  $x$  方

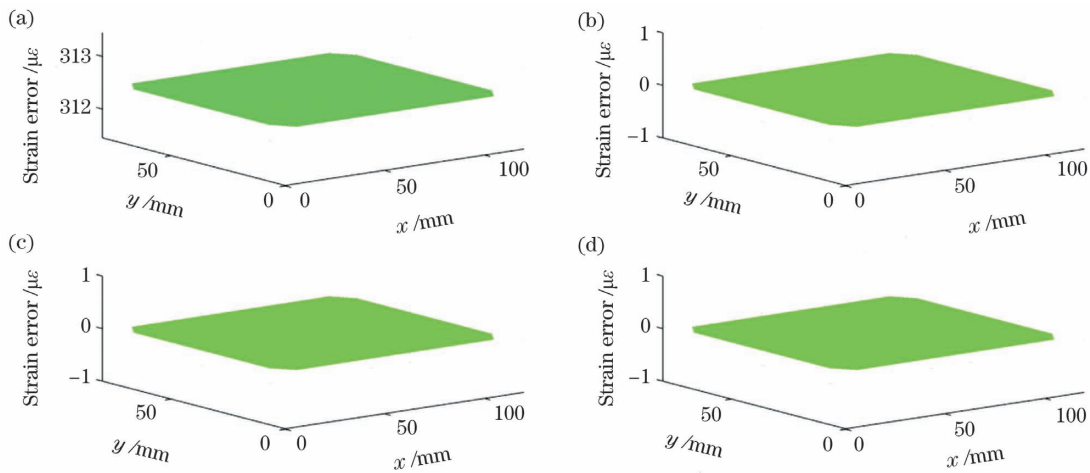


图 6 仿真计算的均匀变形的应变场及误差( $M=5$  且不含噪声)。(a)  $x$  方向的正应变;(b)  $y$  方向的正应变;(c)切应变;(d)  $x$  方向应变场的误差

Fig. 6 Simulated strain fields with homogeneous deformation and error ( $M=5$  and no noise). (a) Positive strain along  $x$  direction; (b) positive strain along  $y$  direction; (c) tangential strain; (d) strain field error along  $x$  direction

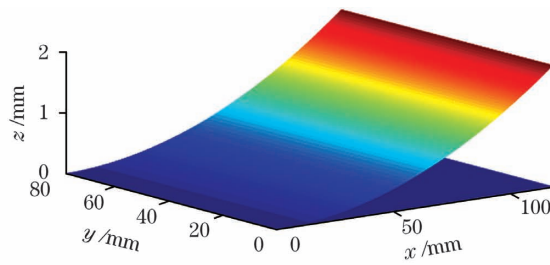


图 7 仿真生成的非均匀变形的形貌图(不含噪声)

Fig. 7 Simulated morphology with inhomogeneous deformation (no noise)

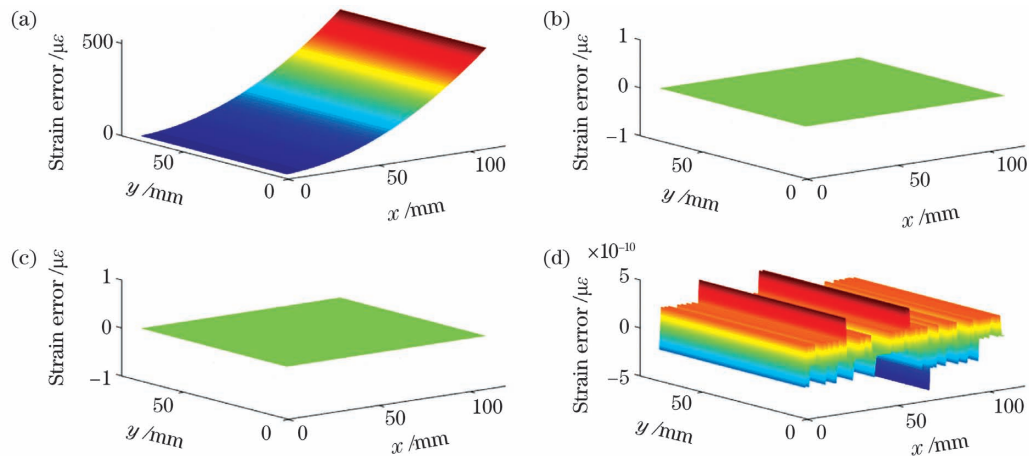


图 8 仿真计算的的非均匀变形的应变场及误差( $M=5$  且不含噪声)。(a)  $x$  方向的正应变;(b)  $y$  方向的正应变;(c)切应变;(d)  $x$  方向应变场的误差

Fig. 8 Simulated strain fields with inhomogeneous deformation and error ( $M=5$  and no noise). (a) Positive strain along  $x$  direction; (b) positive strain along  $y$  direction; (c) tangential strain; (d) strain field error along  $x$  direction

向的误差量级远小于  $1 \mu\epsilon$ 。考虑到工程实际测量的需要(如普通应变片的测量误差为  $1\sim 5 \mu\epsilon$ ),该误差量级可忽略不计。

由图 6 和图 8 可知,在平面测量中,切平面投影

导致  $x$  方向的应变场计算误差为零,小曲率曲面的测量误差也远小于  $1 \mu\epsilon$ ,证明了切平面投影方法计算三维 DIC 应变场的可行性和有效性。

### 4.2 含噪声的仿真

仿真 3 的实验条件是含噪声且均匀变形。在仿真 1 的位移场中加入高斯白噪声  $N(0, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma$  表示正态分布下的位移噪声强度。即将一个服从  $N(0, \sigma^2)$  分布的位移误差矩阵叠加于位移场的理论值上, 生成含噪声的位移场数据。  $x$  和  $y$  方向的噪声强度为  $\sigma_{x,y} = 0.001 \text{ mm}$ ,  $z$  方向的噪声强度为

$\sigma_z = 0.004 \text{ mm}$ 。  $x$  方向包含的均匀应变的理论值仍然为  $312.48 \mu\epsilon$ 。

设置应变子区半径  $M=5$  和  $M=10$ , 采用上述方法计算全场应变, 结果分别如图 9、10 所示, 可以看出, 较小的应变子区 ( $M=5$ ) 比较大的应变子区 ( $M=10$ ) 的应变场误差大两倍以上, 为  $10 \mu\epsilon$  量级, 远大于仿真切平面投影过程中的算法误差。

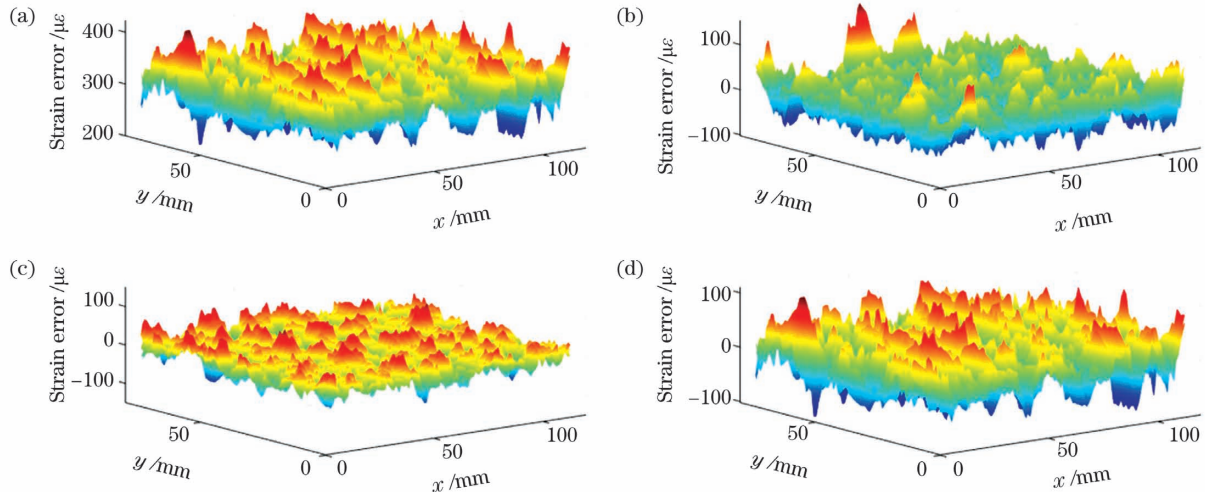


图 9 仿真计算的均匀变形的应变场及误差 ( $M=5, \sigma_{x,y}=0.001 \text{ mm}, \sigma_z=0.004 \text{ mm}$ )。 (a)  $x$  方向的正应变; (b)  $y$  方向的正应变; (c) 切应变; (d)  $x$  方向应变场的误差

Fig. 9 Simulated strain fields with homogeneous deformation and error ( $M=5, \sigma_{x,y}=0.001 \text{ mm}, \sigma_z=0.004 \text{ mm}$ ). (a) Positive strain along  $x$  direction; (b) positive strain along  $y$  direction; (c) tangential strain; (d) strain field error along  $x$  direction

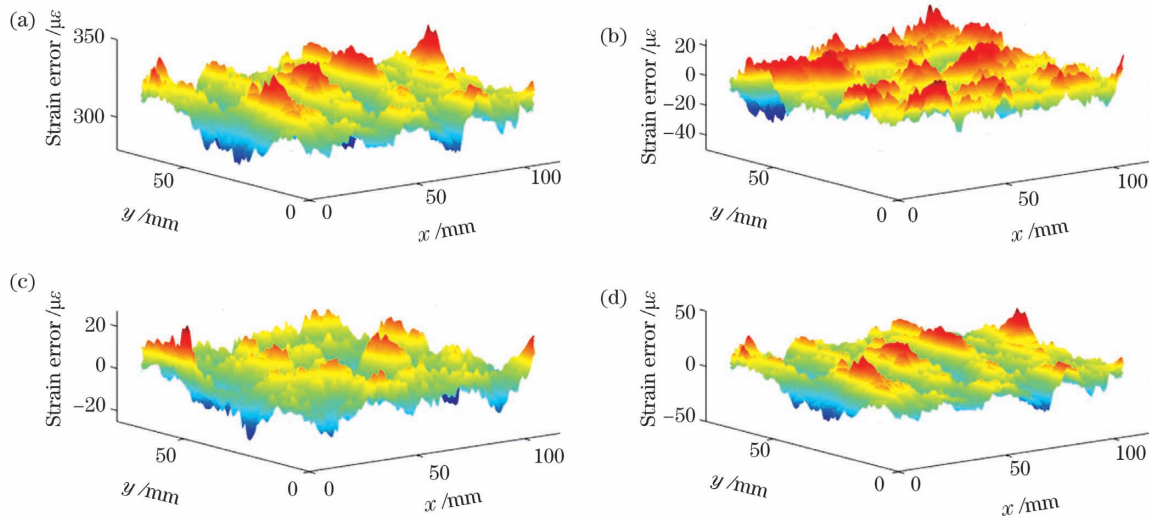


图 10 仿真计算的均匀变形的应变场及误差 ( $M=10, \sigma_{x,y}=0.001 \text{ mm}, \sigma_z=0.004 \text{ mm}$ )。 (a)  $x$  方向的正应变; (b)  $y$  方向的正应变; (c) 切应变; (d)  $x$  方向应变场的误差

Fig. 10 Simulated strain fields with homogeneous deformation and error ( $M=10, \sigma_{x,y}=0.001 \text{ mm}, \sigma_z=0.004 \text{ mm}$ ). (a) Positive strain along  $x$  direction; (b) positive strain along  $y$  direction; (c) tangential strain; (d) strain field error along  $x$  direction

仿真 4 的实验条件是含噪声且非均匀变形。在仿真 2 的位移场中加入高斯白噪声  $N(0, \sigma^2)$ ,  $x$  和

$y$  方向噪声强度为  $\sigma_{x,y} = 0.001 \text{ mm}$ ,  $z$  方向的噪声强度为  $\sigma_z = 0.004 \text{ mm}$ 。  $x$  方向包含的非均匀应变

的理论值仍然为  $0 \sim 555.40 \mu\epsilon$ 。

设置应变子区半径  $M=5$  和  $M=10$ , 同样采用上述方法计算全场应变, 结果分别如图 11、12 所示, 可以看出, 在不同应变子区半径下, 各应变场误差与

仿真 3 的结果相似。相比较小的应变子区 ( $M=5$ ), 较大的应变子区 ( $M=10$ ) 的  $x$  方向的应变场平滑效果更加显著。

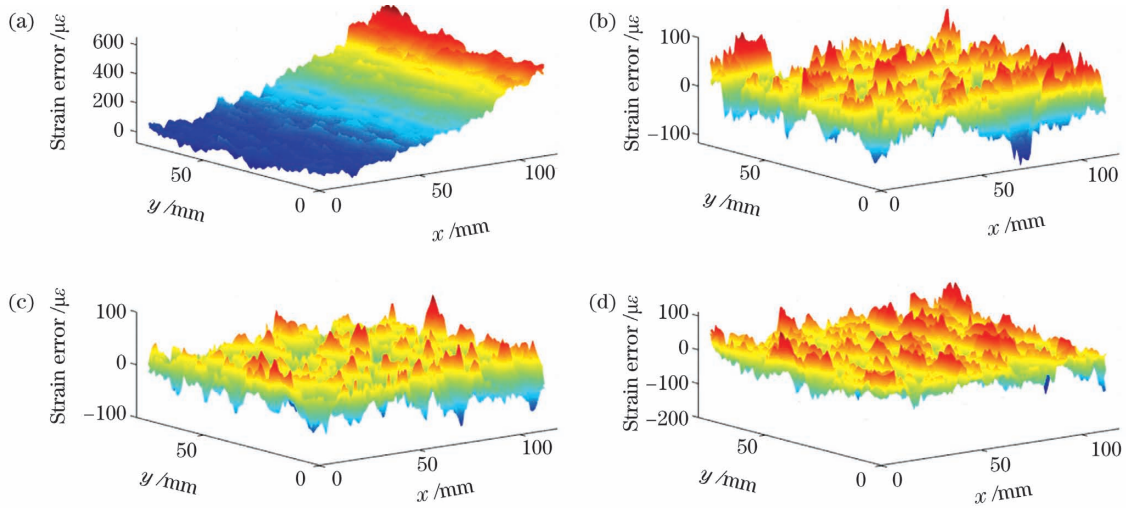


图 11 仿真计算的非均匀变形的应变场及误差 ( $M=5, \sigma_{x,y}=0.001 \text{ mm}, \sigma_z=0.004 \text{ mm}$ )。 (a)  $x$  方向的正应变; (b)  $y$  方向的正应变; (c) 切应变; (d)  $x$  方向应变场的误差

Fig. 11 Simulated strain fields with inhomogeneous deformation and error ( $M=5, \sigma_{x,y}=0.001 \text{ mm}, \sigma_z=0.004 \text{ mm}$ ).

(a) Positive strain along  $x$  direction; (b) positive strain along  $y$  direction; (c) tangential strain; (d) strain field error along  $x$  direction

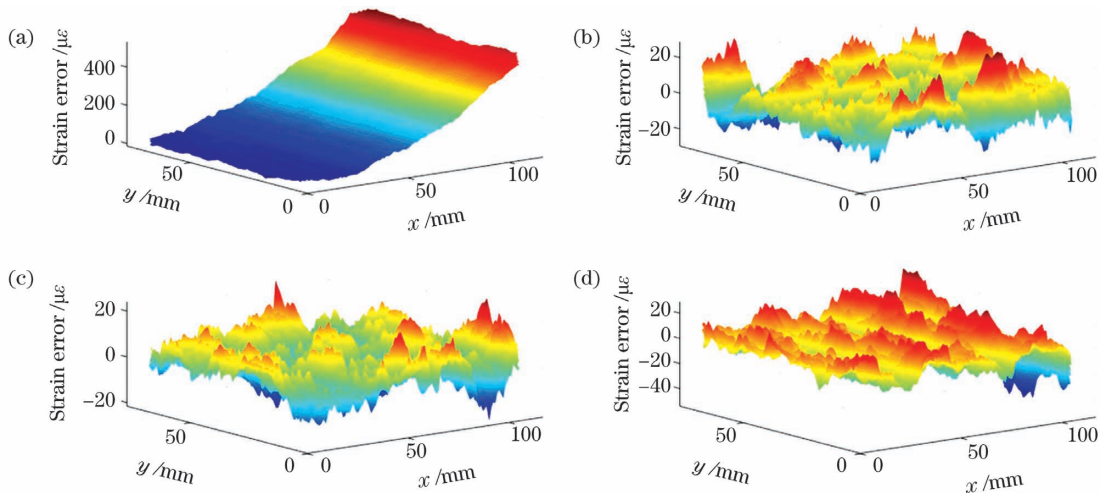


图 12 仿真计算的非均匀变形的应变场及误差 ( $M=10, \sigma_{x,y}=0.001 \text{ mm}, \sigma_z=0.004 \text{ mm}$ )。 (a)  $x$  方向的正应变; (b)  $y$  方向的正应变; (c) 切应变; (d)  $x$  方向应变场的误差

Fig. 12 Simulated strain fields with inhomogeneous deformation and error ( $M=10, \sigma_{x,y}=0.001 \text{ mm}, \sigma_z=0.004 \text{ mm}$ ).

(a) Positive strain along  $x$  direction; (b) positive strain along  $y$  direction; (c) tangential strain; (d) strain field error along  $x$  direction

### 4.3 仿真的数据分析

为了量化分析应变场计算误差, 分别采用平均绝对误差 (MAE,  $e_\epsilon$ ) 和均方根误差 (RSME,  $\sigma_\epsilon$ ) 两个统计量来评价算法误差, 其定义式分别为

$$e_\epsilon = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |\epsilon_i - \epsilon_{i,\text{true}}|, \quad (7)$$

$$\sigma_\epsilon = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\epsilon_i - \epsilon_{i,\text{true}})^2}, \quad (8)$$

式中:  $i$  为应变场节点编号;  $N$  为应变场节点数量;  $\epsilon_{i,\text{true}}$  为第  $i$  个节点的应变理论值;  $\epsilon_i$  为第  $i$  个节点的应变计算值。统计上述全部仿真结果,  $x$  方向的应变场误差统计如表 1 所示。

表 1  $x$  方向的应变场误差统计结果

Table 1 Statistics of strain field errors along  $x$  direction

Condition	Deformation	Filter size	$e_e / \mu\epsilon$	$\sigma_e / \mu\epsilon$
No noise	Homogeneous	$M=5$	$2.22 \times 10^{-10}$	$2.22 \times 10^{-10}$
	Inhomogeneous	$M=5$	$2.20 \times 10^{-10}$	$2.74 \times 10^{-10}$
Gaussian noise with $\sigma_{x,y}=0.001$ mm and $\sigma_z=0.004$ mm	Homogeneous	$M=5$	24.17	30.11
	Homogeneous	$M=10$	6.51	8.36
	Inhomogeneous	$M=5$	23.15	29.28
	Inhomogeneous	$M=10$	6.88	9.36

从表 1 统计结果可以得出以下结论:

1) 不含噪声的应变场误差远小于  $1 \mu\epsilon$ , 在小曲率非均匀变形情况下, 应变计算误差没有显著增加, 证明了切平面投影方法的可行性和有效性。

2) 在仿真实验中添加噪声强度以模拟真实数据的方法具有实际的参考价值。对比不含噪声组和含噪声组的应变误差发现, 位移场导致的误差占绝对主导, 远大于切平面投影方法导致的算法误差。

3) 含噪声的应变场误差与应变计算子区的大小密切相关。本文所述方法在  $M=5$  时, 应变场误差在  $30 \mu\epsilon$  以内; 在  $M=10$  时, 应变场误差在  $10 \mu\epsilon$  以内。在均匀变形区域, 应选择较大的应变计算子区, 以平滑降噪, 提高应变场计算精度; 在非均匀变形区域, 应选择较小的应变计算子区, 以抑制 SG 滤波过程对变形梯度的平滑作用。

#### 4.4 实验验证

为了说明三维应变计算过程, 本文开展了薄板弯曲实验, 如图 13 所示。薄板厚度为  $0.5$  mm, 材质为普通钢, 单边固支, 在顶端施加  $2$  mm 左右的法向位移。通过双目 DIC 系统采集图像, 并计算全场应变。薄板在弯曲变形下, 形成了具有一定曲率特征的曲面形貌。本实验旨在说明, 小曲率情况下的小平面投影过程所带来的应变计算误差相比于位移场误差传递量可忽略不计。实验中双目标定的主要

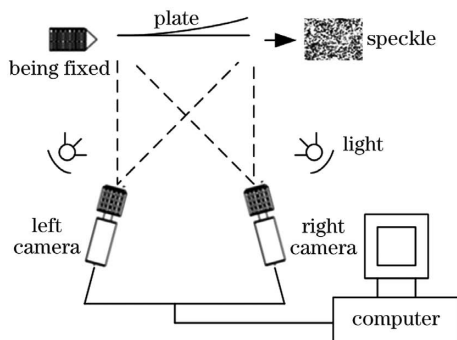


图 13 实验系统示意图

Fig. 13 Schematic of experimental system

特征参数如表 2 所示, 其中  $k_1$  和  $k_2$  分别表示内参中的一阶和二阶径向畸变系数,  $p_1$  和  $p_2$  分别表示内参中的一阶和二阶切向畸变系数,  $R_x, R_y$  和  $R_z$  分别表示外参中的三个方向旋转角,  $T_x, T_y$  和  $T_z$  分别表示外参中的三个方向平移量。

表 2 主要标定参数

Table 2 Main calibration parameters

Calibration parameter	Unit	Value
$k_1$	$\text{mm}^{-2}$	$1.56 \times 10^{-1}$
$k_2$	$\text{mm}^{-4}$	$4.28 \times 10^{-1}$
$p_1$	$\text{mm}^{-1}$	$-1.56 \times 10^{-3}$
$p_2$	$\text{mm}^{-1}$	$-3.17 \times 10^{-4}$
$R_x$	$^\circ$	$3.06 \times 10^{-1}$
$R_y$	$^\circ$	$2.96 \times 10$
$R_z$	$^\circ$	$1.01 \times 10^{-1}$
$T_x$	mm	$-2.78 \times 10^2$
$T_y$	mm	$2.49 \times 10^{-1}$
$T_z$	mm	$7.98 \times 10$

全场应变云图如图 14 所示, 其中  $\epsilon_{xx}$  表示水平方向的正应变,  $\epsilon_{yy}$  表示竖直方向的正应变,  $\gamma_{xy}$  表示剪应变, 上侧为固支边。由于薄板厚度仅为  $0.5$  mm, 自由端施加约  $2$  mm 的法向位移, 因此全

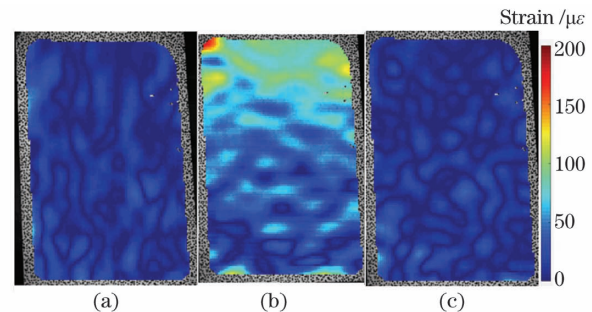


图 14 薄板应变场分布。(a)  $\epsilon_{xx}$ ; (b)  $\epsilon_{yy}$ ; (c)  $\gamma_{xy}$

Fig. 14 Strain field distributions of thin plate.

(a)  $\epsilon_{xx}$ ; (b)  $\epsilon_{yy}$ ; (c)  $\gamma_{xy}$



场的应变量级较小,但仍可以清晰分辨竖直方向的正应变  $\epsilon_{yy}$  分布。

## 5 结 论

基于切平面投影和 SG 滤波拟合,提出了一种三维 DIC 应变场计算方法。该方法基于三维 DIC,可对任意自由曲面试件表面的应变场进行测量与计算。进行了不含噪声组与含噪声组的对照仿真实验,结果表明,切平面投影法误差远小于位移场误差向应变场误差的传递量。特别是对于小曲率特征表面的试验件应变场测量,应变算法误差可忽略不计,主要误差来源依然是位移场高频噪声。进一步研究了动态应变计算子区选择方法,所提方法有助于整体改善应变场的计算精度。实验验证了该方法的可行性。在后续研究中,将展开有关 DIC 方法下薄板、薄壳弯曲变形的测试研究。

## 参 考 文 献

- [1] Schreier H, Orteu J J, Sutton M A. Image correlation for shape, motion and deformation measurements[M]. Boston: Springer, 2009.
- [2] Pan B, Qian K, Xie H M, et al. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review [J]. Measurement Science and Technology, 2009, 20(6): 152-154.
- [3] Zhu T T, Fu Z N, Zhang M, et al. Initial value estimation of digital image correlation method in deformation measurement based on feature matching [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(18): 181012.  
朱天天, 付中男, 张梅, 等. 基于特征匹配的数字图像相关法在变形测量中的初值估计[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(18): 181012.
- [4] Jin H Q, Bruck H A. Theoretical development for pointwise digital image correlation [J]. Optical Engineering, 2005, 44(6): 067003.
- [5] Sun Y F, Pang J H L. Study of optimal subset size in digital image correlation of speckle pattern images [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2007, 45(9): 967-974.
- [6] Schreier H W, Sutton M A. Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions [J]. Experimental Mechanics, 2002, 42(3): 303-310.
- [7] Schreier H W, Braasch J R, Sutton M A. Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation [J]. Optical Engineering, 2000, 39(11): 2915-2921.
- [8] Chen Z N, Quan C G, Zhu F P, et al. A method to transfer speckle patterns for digital image correlation [J]. Measurement Science and Technology, 2015, 26(9): 095201.
- [9] Lionello G, Cristofolini L. A practical approach to optimizing the preparation of speckle patterns for digital-image correlation [J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(10): 107001.
- [10] Balcaen R, Reu P L, Lava P, et al. Influence of camera rotation on stereo-DIC and compensation methods [J]. Experimental Mechanics, 2018, 58(7): 1101-1114.
- [11] Pan B, Wu D F, Yu L P. Optimization of a three-dimensional digital image correlation system for deformation measurements in extreme environments [J]. Applied Optics, 2012, 51(19): 4409-4419.
- [12] Pan B, Xie H M, Guo Z Q, et al. Full-field strain measurement using a two-dimensional Savitzky-Golay digital differentiator in digital image correlation [J]. Optical Engineering, 2007, 46(3): 033601.
- [13] Li B J, Wang Q B, Duan D P, et al. Strain measurement errors with digital image correlation due to the Savitzky-Golay filter-based method [J]. Measurement Science and Technology, 2018, 29(8): 085004.
- [14] Xia H S, Shen H, Wang Y, et al. Study on stereo matching strategy and 3-D strain computation in three-dimensional digital image correlation [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2017, 31(9): 110-118.  
夏瀚笙, 沈岷, 王莹, 等. 三维数字图像相关法的匹配策略和应变场计算 [J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2017, 31(9): 110-118.
- [15] Gao Y. Research on key technologies and applications of three-dimensional digital image correlation [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2014.  
高越. 三维数字图像相关法的关键技术及应用研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2014.
- [16] Wu R, Liu Y, Zhou J M, et al. Full-field strain measurement of rotating object using digital image correlation [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(13): 1312005.  
吴荣, 刘依, 周建民, 等. 数字图像相关在旋转物体全场应变测量中的应用 [J]. 光学学报, 2020, 40(13): 1312005.
- [17] Zhu F P, Lu R Z, Bai P X, et al. Enhancement of strain measurement accuracy of two-dimensional digital image correlation based on dual-reflector imaging [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(12): 1212002.

- 朱飞鹏, 陆润之, 白鹏翔, 等. 双反射镜成像用于二维数字图像相关应变精度提升[J]. 光学学报, 2019, 39(12): 1212002.
- [18] Shao X X, Dai X J, He X Y. Noise robustness and parallel computation of the inverse compositional Gauss-Newton algorithm in digital image correlation [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2015, 71: 9-19.
- [19] Vendroux G, Knauss W G. Submicron deformation field measurements: part 2. improved digital image correlation[J]. *Experimental Mechanics*, 1998, 38 (2): 86-92.
- [20] Liu H Z, Liu Y F, Mao L T. Analysis of large deformation strain field based on digital image correlation method and S-R and decomposition theory [C] // *Proceedings of the 25th annual meeting of Beijing mechanics Society*, January 6, 2019, Beijing, China. Beijing: Beijing mechanics Society, 2019: 446-448.
- 刘海洲, 刘逸凡, 毛灵涛. 基于数字图像相关法与 S-R 和分解理论的大变形应变场分析 [C] // *北京力学学会第二十五届学术年会论文集*. 北京, 2019: 446-448.