

# 混合双频条纹投影三维测量方法

刘路<sup>1,2</sup>, 奚冬冬<sup>1</sup>, 陈志健<sup>1</sup>, 程磊<sup>1</sup>, 王玉伟<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>安徽农业大学工学院, 安徽 合肥 230036;

<sup>2</sup>安徽省智能农业装备工程实验室, 安徽 合肥 230036

**摘要** 双频条纹投影是一种重要的三维测量方法。在实际测量过程中,如何兼顾测量速度和测量精度具有重要意义。介绍了一种混合双频算法,该算法共需要投射 4 幅条纹图像,包括 3 幅高频条纹图像和 1 幅低频条纹图像。采用三步相移计算高频条纹的背景强度和低频条纹截断相位;将低频条纹减去背景强度,并采用希尔伯特变换提取低频截断相位;采用几何约束方法展开低频截断相位,并将低频展开相位用于展开高频截断相位。为了验证所提方法的有效性,分别开展了仿真和实验研究。实验结果验证了所提方法可以有效地恢复出被测物体的三维形状。

**关键词** 测量; 相位展开; 三维测量; 相移; 希尔伯特变换

中图分类号 TP391

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1212001

## Three-Dimensional Shape Measurement Based on Hybrid Dual-Frequency Fringe Projection

Liu Lu<sup>1,2</sup>, Xi Dongdong<sup>1</sup>, Chen Zhijian<sup>1</sup>, Cheng Lei<sup>1</sup>, Wang Yuwei<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>College of Engineering, Anhui Agricultural University, Hefei, Anhui 230036, China;

<sup>2</sup>Anhui Engineering Laboratory of Intelligent Agricultural Machinery and Equipment, Hefei, Anhui 230036, China

**Abstract** The dual-frequency fringe projection is an important method for three-dimensional (3D) shape measurement. In the actual measurement process, how to balance the speed and accuracy has a remarkable impact on practical applications. This paper introduces a hybrid dual frequency algorithm, which needs to project four fringe images, including three high frequency fringe images and one low frequency fringe image. First, the background intensity and truncation phase of high frequency fringes are calculated based on three-step phase shift. Second, the background intensity is subtracted from the low-frequency fringes, and the low-frequency truncated phase is extracted by Hilbert transform. The low frequency truncation phase is unwrapped by the geometric constraint method, and the low frequency truncated phase is used to unwrap the high-frequency truncated phase. In order to verify the effectiveness of the proposed method, simulation and experimental studies are carried out respectively. Experimental results show that the proposed method can effectively restore the three-dimensional shape of the measured object.

**Key words** measurement; phase unwrapping; three-dimensional shape measurement; phase-shift; Hilbert transform

**OCIS codes** 120.2830; 100.5088; 100.2650

## 1 引言

条纹投影技术广泛应用于光学三维测量,具有

低成本、非接触、速度快、精度高等优势<sup>[1-4]</sup>。时间相移法和频域分析法<sup>[5]</sup>是两种常用的相位提取方法,但不论采用哪种方法,所提取的相位取值范围均为

收稿日期: 2020-09-02; 修回日期: 2020-09-29; 录用日期: 2020-10-14

基金项目: 安徽省重点研究与开发计划(202004h07020009)、安徽农业大学研究生创新基金(2021yjs-47)

\* E-mail: jiyuer@mail.ustc.edu.cn

$[-\pi, +\pi]$ , 且都需要进一步的相位展开以恢复出连续的展开相位。目前相位展开方法可大致划分为空间相位展开法和时间相位展开法。相对于空间相位展开法, 时间相位展开法需要投射额外的条纹图像, 表现出更强的鲁棒性, 更适用于测量复杂物体。

常用的时间相位展开法包括双频算法<sup>[6-9]</sup>、格雷码<sup>[10-13]</sup>、相位编码<sup>[14-16]</sup>等, 本文主要研究双频算法。双频算法需要计算两组不同频率的相位分布, 并根据两者的数学关系进行相位展开。当采用时间相移法提取条纹相位时, 一般至少需要 6 幅条纹图像, 这限制了其测量速度。为了减少条纹数量, Zhang 等<sup>[17]</sup>通过结合三步和两步相移算法, 只需要 5 幅条纹图像便可实现三维测量; Liu 等<sup>[18]</sup>提出了一种复合双频条纹, 同样只需要 5 幅条纹图像便可实现三维测量; Wu 等<sup>[19]</sup>设计了一种变步长双频条纹, 将条纹数量减少到 4 幅, 但低频相位的取值区间较窄, 导致该方法的鲁棒性有所降低。Hyun 等<sup>[20]</sup>提出了一种快速二值条纹投影的三维测量方法, 该方法仅需要投影 3 幅条纹图像, 且采用希尔伯特变换提取条纹相位信息, 但是实验证明了该方法的测量精度有限。许多学者采用频域分析法如傅里叶变换、小波变换等来提取条纹相位, 这进一步减少了条纹数量。然而, 根据频域分析法特性, 当测量复杂物体时, 频域分析法的精度难以保证。综上所述, 如何兼顾三维测量的精度和速度仍然具有较大的挑战性。

综合考虑三维测量的速度和精度, 本文提出了一种仅使用 4 幅条纹图像的混合双频算法, 将相移法和希尔伯特变换法相结合, 采用三步相移法计算高频截断相位, 采用希尔伯特变换提取低频截断相位。在相位展开过程中, 首先使用几何约束方法展开低频截断相位, 再展开高频截断相位。仿真和实验结果证明了该方法的有效性。

## 2 基本原理

### 2.1 相移算法

相移算法被广泛应用于光学测量中。N 步相移条纹的强度可以表示为

$$I_n(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[\varphi(x, y) + \delta_n], \quad (1)$$

式中:  $(x, y)$  表示图像像素;  $A$  表示条纹平均强度;  $B$  表示条纹调制度;  $\varphi$  表示截断相位;  $\delta_n = 2\pi n/N$  表示相移量。求解(1)式中  $A$ 、 $B$ 、 $\varphi$  可以得出

$$A(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n(x, y), \quad (2)$$

$$B(x, y) =$$

$$\frac{2}{N} \sqrt{\left(\sum_{n=1}^N I_n \sin \delta_n\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^N I_n \cos \delta_n\right)^2}, \quad (3)$$

$$\varphi(x, y) = -\arctan\left(\frac{\sum_{n=1}^N I_n \sin \delta_n}{\sum_{n=1}^N I_n \cos \delta_n}\right). \quad (4)$$

利用反正切函数计算得到的截断相位分布在  $-\pi$  到  $+\pi$  范围内且具有  $2\pi$  不连续性。因此, 需要进行相位展开以恢复出连续相位图。

### 2.2 希尔伯特变换算法

希尔伯特变换算法在信号处理中起着至关重要的作用, 它可以将一个实函数  $\mu(t)$  ( $t$  是时间) 转换为另一个实函数  $H(\mu, t)$ :

$$H(\mu, t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (5)$$

希尔伯特变换在频域中可被认为是乘数运算符:

$$F[H(\mu, \omega)] = \text{Sgn}_H(\omega) \times F(\mu, \omega), \quad (6)$$

式中:  $F$  表示傅里叶变换函数;  $\omega$  为频率;  $\text{Sgn}_H(\omega)$  可以被定义为

$$\text{Sgn}_H(\omega) = \begin{cases} e^{i\pi/2}, & \text{if } \omega < 0 \\ 0, & \text{if } \omega = 0 \\ e^{-i\pi/2}, & \text{if } \omega > 0 \end{cases}. \quad (7)$$

将希尔伯特变换应用于直流分量为零的正弦信号  $I(x, y) = B(x, y) \cos[\varphi(x, y)]$  上, 得到

$$H[I(x, y)] = B(x, y) \sin(x, y), \quad (8)$$

最终通过计算得到截断相位为

$$\varphi(x, y) = \arctan\left\{\frac{H[I(x, y)]}{I(x, y)}\right\}. \quad (9)$$

### 2.3 几何约束相位展开

An 等<sup>[21]</sup>提出了一种基于条纹投影系统几何约束关系的相位展开方法, 根据摄像机和投影仪的几何约束关系, 在测量范围内的  $Z_{\min}$  所在平面上建立最小相位图  $\Phi_{\min}$ 。根据  $\Phi_{\min}$ , 对包裹相位  $\varphi$  逐像素进行相位展开, 具体来说, 就是通过比较  $\varphi$  和  $\Phi_{\min}$  之间的差异, 在  $\varphi$  的基础上加  $K$  个  $2\pi$  实现相位展开。图 1 说明了利用几何约束方法进行相位展开的基本原理, 其中包裹相位  $\varphi$  具有 4 个  $2\pi$  不连续跳变点:  $A_0$ 、 $B_0$ 、 $C_0$  和  $D_0$ 。条纹级次  $K(x, y)$  可表示为

$$K(x, y) = \text{Ceil}\left(\frac{\Phi_{\min} - \varphi}{2\pi}\right), \quad (10)$$

式中:  $\text{Ceil}(\cdot)$  表示向上取整函数。

需要注意的是, 在相位域中, 几何约束方法的最大可测深度范围仅为  $2\pi$ 。因此, 在实际测量过程中, 需要被测物体尽可能地靠近物平面  $Z_{\min}$ 。

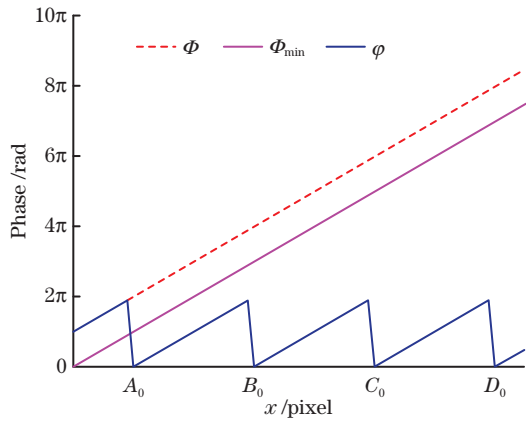


图 1 几何约束方法的相位展开

Fig. 1 Phase unwrapping using geometric constraint

### 2.4 混合双频算法

双频算法的基本思想是使用两组具有不同频率的条纹图像,本文提出的混合双频算法采用相移算法计算高频相位,并通过希尔伯特变换计算得到低频相位。图 2 显示了混合双频算法的流程图。由于三步相移算法仅需要数量很少的条纹图,常被用于实现高速三维测量,因此本文采用三步相移算法。使用的 4 幅条纹图可描述为

$$I_1(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [\varphi_h(x, y) - 2\pi/3], \quad (11)$$

$$I_2(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [\varphi_h(x, y)], \quad (12)$$

$$I_3(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [\varphi_h(x, y) + 2\pi/3], \quad (13)$$

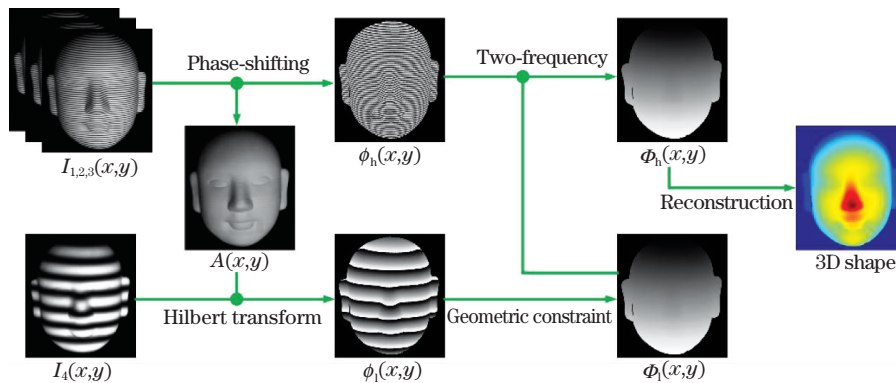


图 2 混合双频算法的流程图

Fig. 2 Flow chart of hybrid dual-frequency algorithm

## 3 仿 真

为评估本文方法的有效性,进行阶梯块仿真,仿真中图像分辨率为 800 pixel×800 pixel。为了进行对比,分别使用传统双频方法、本文方法和 Hyun 方法对物体进行三维重建。在仿真中,所提方法使用了 1 幅低频条纹和 3 幅高频条纹,条纹周期分别为

$$I_4(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [\varphi_l(x, y)]. \quad (14)$$

高频相位和低频相位可表示为

$$\varphi_h(x, y) = \arctan \left[ \sqrt{3} \frac{I_1(x, y) - I_3(x, y)}{2I_2(x, y) - I_1(x, y) - I_3(x, y)} \right], \quad (15)$$

$$\varphi_l(x, y) = \arctan \left\{ \frac{H [I_4(x, y) - A(x, y)]}{I_4(x, y) - A(x, y)} \right\}, \quad (16)$$

式中:  $A(x, y) = [I_1(x, y) + I_2(x, y) + I_3(x, y)]/3$  表示条纹图像的平均强度。使用几何约束方法对低频相位  $\varphi_l(x, y)$  进行相位展开,以恢复低频展开相位  $\Phi_l(x, y)$ 。然后,通过计算得到高频截断相位的条纹级次为

$$k_h(x, y) = \text{Round} \left[ \frac{\Phi_l(x, y) \times (T_l/T_h) - \varphi_h(x, y)}{2\pi} \right], \quad (17)$$

式中: Round 函数的输出最接近输入值的整数;  $T_h$  和  $T_l$  分别表示高频和低频条纹的周期。高频展开相位可表示为

$$\Phi_h(x, y) = \varphi_h(x, y) + 2\pi k_h(x, y), \quad (18)$$

最后,从  $\Phi_h(x, y)$  中减去参考平面的相位,并将其映射到世界坐标系中,便可得到物体的三维重建形状。

120 pixel 和 12 pixel。为了模拟投影仪和相机噪声,将仿真条纹图像中都添加了方差为 0.0035 的高斯噪声。此外,为了模拟投影仪和相机的离焦,采用尺寸为 3 pixel×3 pixel、标准偏差为 1 的高斯滤波器对仿真条纹图像进行了滤波模糊。图 3 显示了采集的条纹图像,图 3(a)和图 3(b)分别为高频条纹和低频条纹图,图 3(c)是使用三步相移算法得到的高频

截断相位,图 3(d)是采用希尔伯特变换得到的低频截断相位,图 3(e)是采用几何约束方法得到的低频展开相位,图 3(f)是使用双频方法得到的高频展开相位,最终计算得到阶梯块的三维形状重建结果。图 4(a)~(c)分别是使用传统双频方法、本文方法和 Hyun 方法重建的三维形状,三组重建结果的相位误差的均方根分别为 0.0970,0.0970,0.2120 rad。仿真结果表明,与传统双频方法相比,本文方法可用更少的条纹图案实现相同的测量精度;而与 Hyun 方法相比,本文方法仅多使用一幅条纹图案就可实现更高的测量精度。

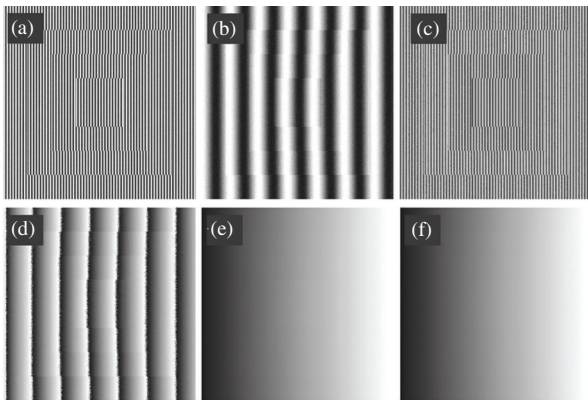


图 3 仿真结果。(a)高频条纹;(b)低频条纹;(c)高频截断相位;(d)低频截断相位;(e)低频展开相位;(f)高频展开相位

Fig. 3 Simulated results. (a) High-frequency fringe; (b) low-frequency fringe; (c) high-frequency truncated phase; (d) low-frequency truncated phase; (e) unwrapped low-frequency phase; (f) unwrapped high-frequency phase

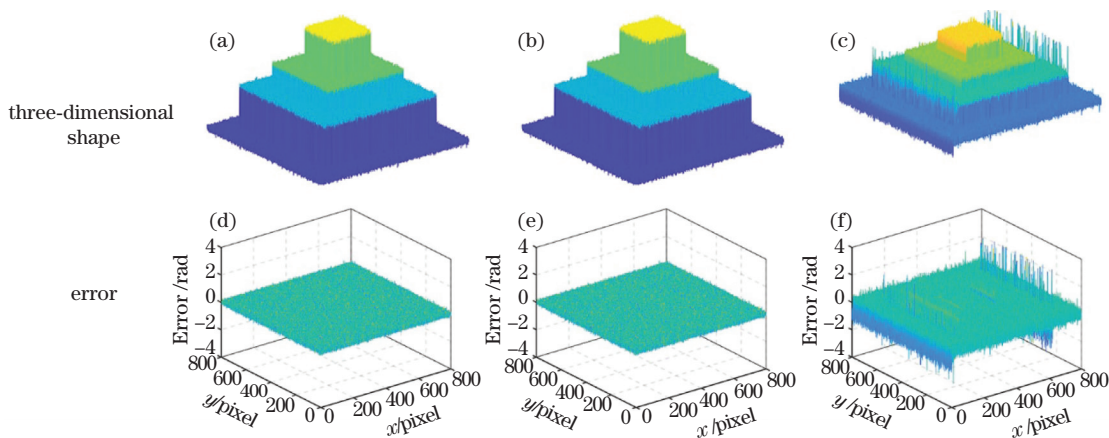


图 4 阶梯块三维重建形状及误差。(a)(d)传统双频方法;(b)(e)本文方法;(c)(f) Hyun 方法

Fig. 4 3D reconstructed shapes of step-block and error. (a)(d) Traditional double-frequency method; (b)(e) proposed method; (c)(f) Hyun method

对一个陡峭的几何物体进行测量。图 7(a)显示了几何物体的图像,图 7(b)为高频条纹图像,图 7

## 4 实 验

为了进一步验证本文所提出的方法,搭建了条纹投影实验平台,其中包括投影仪(型号:DLP Light-Crafter 4500)和相机(型号:Basler a2A 1920-160ucBAS),投影仪和相机的分辨率分别为 912 pixel×1140 pixel 和 1920 pixel×1200 pixel。

第一个实验中分别使用传统双频方法、本文方法和 Hyun 方法对一个石膏球进行测量。图 5(a)展示了球的图像,图 5(b)是高频条纹图,图 5(c)是低频条纹图。利用 3 幅高频条纹图计算得到平均强度(或直流分量)。图 5(d)表示通过三步相移算法计算得到的高频相位,图 5(e)显示了由希尔伯特变换算法计算得到的低频相位。由于低频条纹图的周期不能覆盖整个投影范围,因此低频相位被截断在  $2\pi$  相位范围内。利用几何约束方法将低频截断相位进行展开。最后采用双频算法计算得到高频截断相位的条纹级次。图 5(f)显示了低频条纹的展开相位,图 5(g)显示了高频条纹的展开相位。图 5(h)显示了石膏球的三维重建形状。图 6(a)~(c)分别为传统双频方法、本文方法、Hyun 方法的重建结果的误差分布图。将 12 步相移法重建的物体作为理想物体,计算三种方法重建结果的均方根误差,结果分别为 0.0885,0.0885,0.0906 rad。与传统双频方法相比,本文方法用更少数量的条纹图案实现相同的精度;与 Hyun 方法相比,本文方法通过多投影 1 幅条纹图获得更高的测量精度,实验结果证明了本文方法的优越性。

(c)为低频条纹图像。图 8(a)~(c)分别显示了传统双频方法、本文方法和 Hyun 方法重建的石膏块的



三维形状,传统双频方法和本文方法可以正确重建被测几何物体的三维形状,而 Hyun 方法重建的结

果出现了一些问题。实验结果表明,本文方法能够测量具有陡峭边缘和复杂形状的物体。

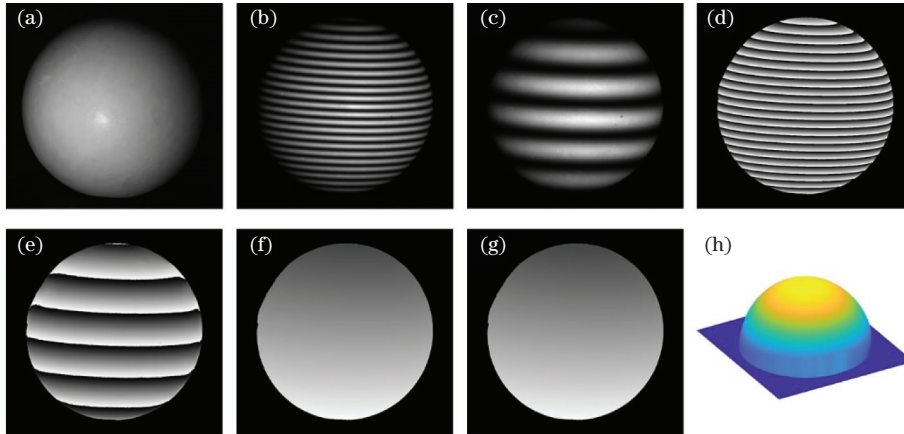


图 5 球的实验。(a)球;(b)高频条纹;(c)低频条纹;(d)高频相位;(e)低频相位;(f)展开的低频相位;(g)展开的高频相位;(h)球的重建结果

Fig. 5 Experiment of sphere. (a) Image of sphere; (b) high-frequency fringe; (c) low-frequency fringe; (d) high-frequency phase; (e) low-frequency phase; (f) unwrapped low-frequency phase; (g) unwrapped high-frequency phase; (h) reconstructed sphere

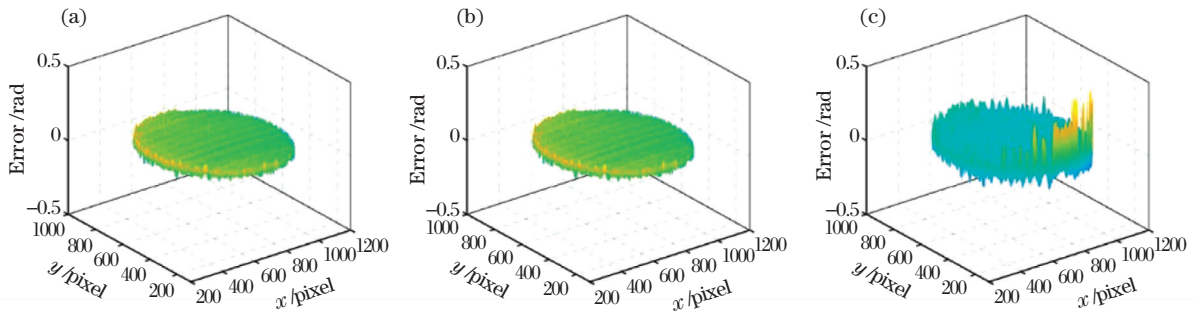


图 6 误差分布图。(a)传统双频方法;(b)本文方法;(c)Hyun 方法

Fig. 6 Error distributions. (a) Traditional dual-frequency method; (b) proposed method; (c) Hyun method

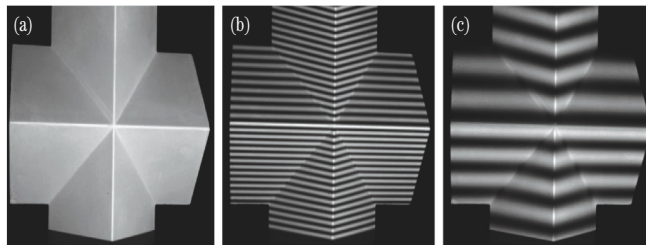


图 7 陡峭石膏像实验结果。(a)平均强度;(b)高频条纹;(c)低频条纹

Fig. 7 Experimental results of steep plaster. (a) Average intensity; (b) high-frequency fringe; (c) low-frequency fringe

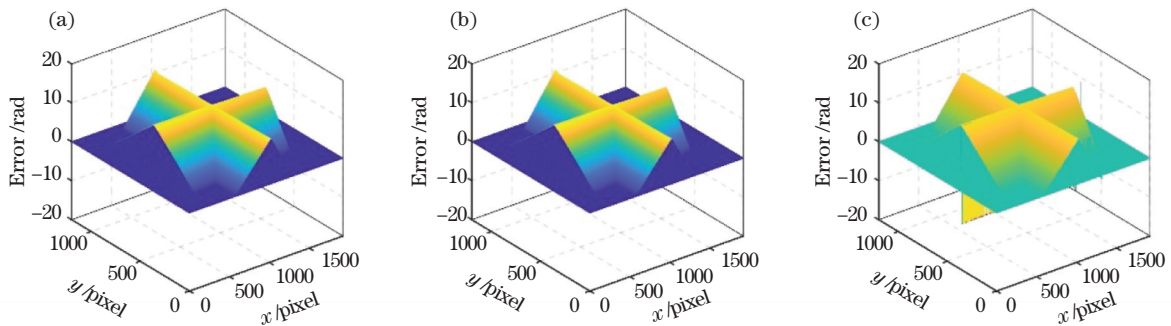


图 8 重建的陡峭石膏像三维形状。(a)传统双频方法;(b)本文方法 (c) Hyun 方法

Fig. 8 Reconstructed 3D shapes of steep plaster. (a) Traditional dual-frequency method; (b) proposed method; (c) Hyun method

为进一步验证本文方法,使用本文方法对阿格里巴石膏像进行测量。图 9(a)显示了阿格里巴的图像,图 9(b)和 9(c)分别为采集的高频条纹图和低频条纹图,图 9(d)为本文方法的重建结果。实验结果证明了本文方法可以对具有复杂形状的物体进行三维重建。

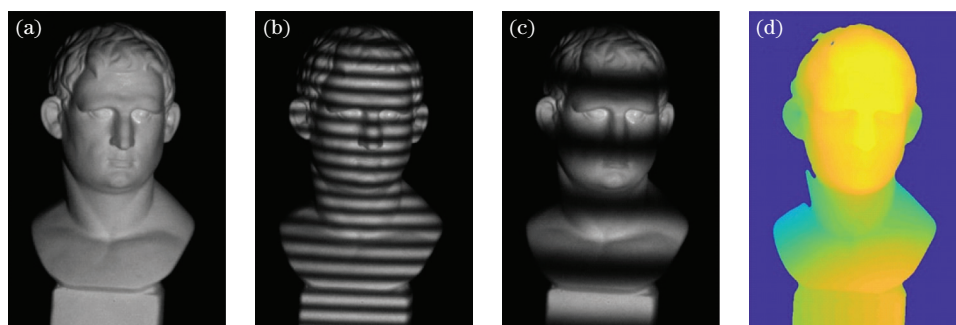


图 9 阿格里巴石膏像实验结果。(a)石膏像;(b)高频条纹;(c)低频条纹;(d)本文方法重建的三维形状

Fig. 9 Experimental results of Agripla plaster. (a) Image of plaster; (b) high-frequency fringe; (c) low-frequency fringe; (d) reconstructed 3D shape of proposed method

## 5 结 论

提出了一种结合相移法和希尔伯特变换法的混合双频算法,采用三步相移法计算高频条纹的背景强度和低频截断相位,通过希尔伯特变换算法快速计算低频截断相位,通过几何约束方法对低频截断相位进行展开,以进一步提高相位展开的鲁棒性。所提方法共需要使用 4 幅条纹图像恢复绝对相位,包括 3 幅高频条纹和 1 幅低频条纹。与传统双频方法相比,所提方法需要更少的条纹数目。相对于 Hyun 方法,所提方法对非线性误差更为敏感,但在一定程度上提高了测量精度。后期可通过使用二值抖动技术解决所提方法对非线性误差敏感的问题。所提出的混合双频方法可用于快速和高精度的三维形状测量。

## 参 考 文 献

- [1] Shao S C, Tao X P, Wang X K. On-machine surface shape measurement of reflective mirrors by ultra-precision turning based on fringe reflection[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(7): 071203.  
邵山川, 陶小平, 王孝坤. 基于条纹反射的超精密车削反射镜的在位面形检测[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(7): 071203.
- [2] Zhang S. High-speed 3D shape measurement with structured light methods: a review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 106: 119-131.
- [3] Yang P B, Deng L J, Chen Y, et al. Three-dimensional shape measurement of highly reflective objects based on structured light[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(2): 110-117.  
杨鹏斌, 邓林嘉, 陈元, 等. 基于结构光的高反物体三维形貌测量方法[J]. *中国激光*, 2019, 46(2): 110-117.
- [4] Deng J, Li J, Ding S M, et al. Fringe projection decamouflaging [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, 134: 106201.
- [5] Zhang S. Absolute phase retrieval methods for digital fringe projection profilometry: a review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 107: 28-37.
- [6] Lu L, Jia Z Y, Luan Y S, et al. Reconstruction of isolated moving objects with high 3D frame rate based on phase shifting profilometry [J]. *Optics Communications*, 2019, 438: 61-66.
- [7] Hyun J S, Zhang S. Enhanced two-frequency phase-shifting method [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(16): 4395-4401.
- [8] Peng K, Cao Y P, Wu Y C. Improved dual-frequency on-line phase measuring profilometry based on full-cycle equal phase-shift algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(4): 0412012.  
彭旷, 曹益平, 武迎春. 基于满周期等相移算法的改进双频在线相位测量轮廓术 [J]. *光学学报*, 2019, 39(4): 0412012.
- [9] Xue J P, Zhang Q C, Li C H, et al. 3D face profilometry based on galvanometer scanner with infrared fringe projection in high speed [J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(7): 1458.
- [10] Lu R S, Shi Y Q, Hu H B. Review of three-dimensional imaging techniques for robotic vision [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(4): 040001.  
卢荣胜, 史艳琼, 胡海兵. 机器人视觉三维成像技术综述 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(4): 040001.
- [11] He X Y, Kemao Q. A comparison of n-ary simple

- code and n-ary gray code phase unwrapping in high-speed fringe projection profilometry[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, 128(5): 106046.
- [12] Jiang S, Yang L H, Ren Y J, et al. Defect detection in mirror-like object surface based on phase deflection[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(3): 031201.  
姜硕, 杨凌辉, 任永杰, 等. 基于相位偏折的类镜面物体表面缺陷检测[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(3): 031201.
- [13] Wang Y W, Liu L, Wu J, et al. Spatial binary coding method for stripe-wise phase unwrapping[J]. *Applied Optics*, 2020, 59(14): 4279-4285.
- [14] Wang Y W, Liu L, Wu J, et al. Dynamic three-dimensional shape measurement with a complementary phase-coding method[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, 127: 105982.
- [15] Chen Y, Han X, Zhang P F, et al. 3D measurement method based on S-shaped segmental phase encoding[J]. *Optics & Laser Technology*, 2020, 121: 105781.
- [16] Wang Y J, Zhang S. Novel phase-coding method for absolute phase retrieval[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(11): 2067-2069.
- [17] Zhang M L, Chen Q, Tao T Y, et al. Robust and efficient multi-frequency temporal phase unwrapping: optimal fringe frequency and pattern sequence selection[J]. *Optics Express*, 2017, 25(17): 20381-20400.
- [18] Liu K, Wang Y C, Lau D L, et al. Dual-frequency pattern scheme for high-speed 3-D shape measurement[J]. *Optics Express*, 2010, 18(5): 5229-5244.
- [19] Wu J, Zhou Z, Liu Q, et al. Two-wavelength phase-shifting method with four patterns for three-dimensional shape measurement [J]. *Optical Engineering*, 2020, 59(2): 024107.
- [20] Hyun J S, Zhang S. High-speed three-dimensional absolute shape measurement with three projected binary patterns[J]. *Optical Engineering*, 2020, 59(2): 024104.
- [21] An Y T, Hyun J S, Zhang S. Pixel-wise absolute phase unwrapping using geometric constraints of structured light system[J]. *Optics Express*, 2016, 24(16): 18445-18459.