

双频相移条纹相位展开校正算法

程磊¹, 潘艳娟¹, 奚冬冬¹, 王玉伟^{1,2}, 刘路^{1,2*}

¹安徽农业大学工学院, 安徽 合肥 230036;

²安徽省智能农机装备工程实验室, 安徽 合肥 230036

摘要 双频条纹投影法是一种常用的相位展开算法。受随机噪声和相机离焦等因素的影响, 双频相位展开算法的条纹级次计算结果易出现错误, 导致相位误差。为了解决此问题, 提出了一种相位展开校正算法, 对高频条纹级次进行校正。首先, 根据高频截断相位的取值范围, 将整个条纹区域分割成两个掩模; 然后, 分别对这两个掩模进行连通域标记, 统计每个标记区域内出现次数最多的条纹级次, 并将出现次数最多的条纹级次值赋值给当前标记区域内的所有像素; 最后, 使用校正后的条纹级次进行相位展开, 获得绝对相位。仿真和实际实验结果均表明, 该方法能够有效地消除双频条纹投影法中的相位展开误差。

关键词 图像处理; 结构光; 双频条纹; 相位展开; 连通域标记

中图分类号 TP391

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1210017

Phase Unwrapping Correction Method for Dual-Frequency Fringe Projection Profilometry

Cheng Lei¹, Pan Yanjuan¹, Xi Dongdong¹, Wang Yuwei^{1,2}, Liu Lu^{1,2*}

¹School of Engineering, Anhui Agricultural University, Hefei, Anhui 230036, China;

²Anhui Province Engineering Laboratory of Intelligent Agricultural Machinery and Equipment, Hefei, Anhui 230036, China

Abstract Dual-frequency fringe projection method is a common phase unwrapping algorithm. Due to the influence of factors such as random noise and camera defocusing, the fringe order calculation results of the dual-frequency phase unwrapping algorithm often have errors, leading to phase errors. In order to solve this problem, this paper proposes a phase unwrapping correction algorithm to correct the high-frequency fringe orders. First, the entire fringe region is divided into two masks according to the value range of high-frequency truncated phase. Then, the connected components of these two masks are marked, respectively. In addition, the fringe orders that appear most frequently in each marked region are counted, whose values are assigned to all pixels in the current marked region. Finally, the absolute phase is obtained by unwrapping the corrected fringe orders. The simulation and actual experimental results show that the proposed method can be used to effectively eliminate the phase unwrapping errors in the dual-frequency fringe projection method.

Key words image processing; structured light; dual-frequency fringes; phase unwrapping; connected component labeling

OCIS codes 100.2650; 100.5088; 120.5050

收稿日期: 2020-09-10; 修回日期: 2020-09-29; 录用日期: 2020-10-21

基金项目: 安徽省自然科学基金(2008085QF318)、安徽省重点研发与开发计划(202004h07020009)

* E-mail: vliulu@ahau.edu.cn

1 引言

结构光三维测量是一种非接触、主动式的三维测量方法,该方法将相位作为立体匹配的一个特征量,利用相位原理来求得目标物体的三维形貌特征^[1-4]。傅里叶变换法^[5]和相移法^[6-7]是两种常用的相位测量方法,但其都是利用反正切函数求解相位值,直接得到的相位包含在 $(-\pi, \pi]$ 区间内,因此需要进行相位展开恢复出连续的绝对相位^[8]。

目前的相位展开算法分为空域相位展开算法和时域相位展开算法^[9]。空域相位展开算法包括枝切法^[10]和最小二乘法^[11]等。此类方法在被测物体表面复杂的情况下极易受到噪声、展开路径等因素的影响,产生误差传递,三维重建效果不佳。时域相位展开算法有多频外差法^[12-13]、格雷码^[14]和相位编码^[15-17]等。其中,双频条纹投影法是将两种不同频率的相移条纹投影到被测物体表面,用低频条纹对高频条纹的截断相位进行相位展开,实现被测物体的三维重建。但是在现实测量环境中,受环境噪声、算法误差等因素的影响^[18],条纹阶次值的计算结果易出现错误,从而导致相位展开产生误差。刘飞等^[13]提出了一种全频解相位方法,利用绝对相位和光栅间距之间的关系,提高了解相相位细节的精度。戴士杰等^[19]在双频解相位的基础上,通过将条纹移动 π 的整数倍,消除了双频分段非均匀条纹相位展开结果的不连续性。Cai等^[20]通过对半周期条纹级次进行校正,得到了更为准确的灰度编码的相位展开结果。Lin等^[21]利用掩模和截断相位,计算了条纹级次,从而进行了相位展开。该方法测量速度快,但存在一定的相位展开误差,具有局限性。

本文基于传统的双频展开原理^[9],利用条纹级次的取值特点,对错误的条纹级次计算结果进行校正,达到了消除相位展开误差的目的。所提算法根据截断相位的取值范围,将整个条纹区域分割成两个掩模,利用连通域标记对掩模进行划分,并统计每个标记区域内出现次数最多的条纹级次,再将出现次数最多的条纹级次值赋值给当前标记区域内的所有像素,得到校正后的条纹级次。最后,通过校正后的条纹级次对相位进行展开。仿真和实验结果均表明,该方法具有一定的鲁棒性和有效性。

2 基本原理

2.1 双频展开算法

传统的双频展开算法是对相移法得到的被测物

体相位进行展开以得到绝对相位。相移法将 N 幅标准光栅条纹依次投影到被测物体表面,由于被测物的表面高度不同,因此调制条纹发生形变,相机采集该调制条纹并对其进行分析处理,得到被测物的相位信息。本文采用三步相移算法,利用投影仪投影三组相移量分别为 $-2\pi/3$ 、 0 、 $2\pi/3$ 的标准光栅条纹,其分别表示为

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \times \cos[\phi(x, y) - 2\pi/3], \quad (1)$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y)], \quad (2)$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \times \cos[\phi(x, y) + 2\pi/3], \quad (3)$$

式中: $I_1(x, y)$ 、 $I_2(x, y)$ 、 $I_3(x, y)$ 分别为相移步数为 1、2、3 时条纹图像中像素坐标为 (x, y) 的点的光强; $a(x, y)$ 为背景光强; $b(x, y)$ 为调制强度; $\phi(x, y)$ 为待求相位。依据三步相移算法可知,相位 $\phi(x, y)$ 为

$$\phi(x, y) = \arctan \left[\sqrt{3} \frac{I_1(x, y) - I_3(x, y)}{2I_2(x, y) - I_1(x, y) - I_3(x, y)} \right]. \quad (4)$$

由反正切函数性质可知,得到的相位 $\phi(x, y)$ 被截断在 $(-\pi, \pi]$ 区间内,又称为截断相位。需要对其进行相位展开才能获得连续的绝对相位。双频展开算法通过投射两组不同频率的投影条纹,得到高频截断相位 $\phi_h(x, y)$ 和低频截断相位 $\phi_l(x, y)$ 。对应的绝对相位 $[\Phi_h(x, y), \Phi_l(x, y)]$ 和截断相位的关系可以表示为

$$\begin{cases} \Phi_h(x, y) = \phi_h(x, y) + 2k_h(x, y)\pi \\ \Phi_l(x, y) = \phi_l(x, y) + 2k_l(x, y)\pi \end{cases}, \quad (5)$$

式中: $\Phi_h(x, y)$ 和 $\Phi_l(x, y)$ 分别为高频和低频的绝对相位; $k_h(x, y)$ 和 $k_l(x, y)$ 分别为高频和低频的条纹级次。高、低频绝对相位和频率间的关系为

$$\frac{\Phi_h}{f_h} = \frac{\Phi_l}{f_l}, \quad (6)$$

式中: f_h 和 f_l 分别为高频相位 $\Phi_h(x, y)$ 和低频相位 $\Phi_l(x, y)$ 的频率。当低频条纹只有一个周期时,低频截断相位 $\phi_l(x, y)$ 不需要进行相位展开,即 $\Phi_l(x, y) = \phi_l(x, y)$ 。根据(5)式和(6)式,易得高频条纹级次 $k_h(x, y)$ 的计算公式为

$$k_h(x, y) = \text{Round} \left[\frac{\Phi_l(x, y) \times (f_h/f_l) - \phi_h(x, y)}{2\pi} \right], \quad (7)$$

式中:Round[·]为取整函数。将计算结果 $k_h(x, y)$ 代入(5)式中,并对高频截断相位进行展开,可获得连续的高频绝对相位。

2.2 条纹级次校正算法

上述传统的双频相位展开算法,受随机噪声和相机离焦等因素的影响,相位展开容易出现误差。因此,本文提出了一种改进的双频相位展开误差校正算法,校正原理如图 1 所示。由(5)式可知,截断相位与真实绝对相位之间相差 2π 的整数 $k(x, y)$ 倍, $k(x, y)$ 值的选取依据相邻像素

点的相位差。因此,在同一个截断相位周期内的像素点,其对应的 $k(x, y)$ 取值相同。本文利用该取值特点,选取高频条纹级次计算结果内各周期出现次数最多的条纹级次,记作 $k_1(x, y)$ 、 $k_2(x, y)$ 、 \dots 、 $k_n(x, y)$ (n 为条纹级次周期),将其分别作为各周期内所有像素的条纹级次值;再将校正后的各周期条纹级次 $k_n(x, y)$ 相加以组合成完整的新条纹级次,记作 $k_c(x, y)$;用 $k_c(x, y)$ 进行相位展开,得到准确的绝对相位。具体校正过程如下。

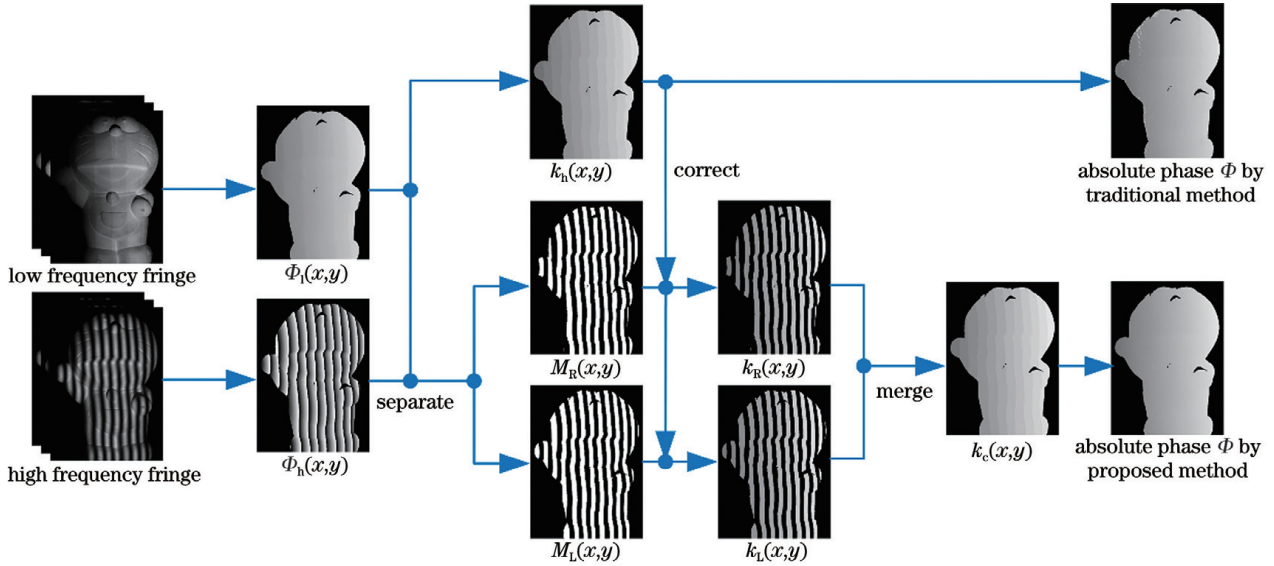


图 1 条纹级次校正算法原理图

Fig. 1 Principle diagram of fringe order correction algorithm

1) 为了提高双频测量的准确性并便于对被测物体区域进行分割标记,我们需要根据调制度 $\gamma(x, y)$ 分割条纹区域,获得掩模(Mask)。调制度计算公式为

$$\gamma(x, y) = \frac{b(x, y)}{a(x, y)}. \quad (8)$$

调制度 $\gamma(x, y)$ 为 1 时图像像素点的条纹质量最好。根据实际实验情况,在区间 $[0, 1]$ 内选择合适的阈值 T (本文阈值 T 选为 0.4), 分割调制度 $\gamma(x, y)$ 获得的掩模区域 $M(x, y)$ 为

$$M(x, y) = \begin{cases} 1, & \gamma(x, y) > T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (9)$$

2) 根据高频截断相位 $\phi_h(x, y)$ 的取值范围,将相位值在 $(-\pi, \pi]$ 区间的像素点分为在 $(-\pi, 0]$ 区间和在 $(0, \pi]$ 区间两部分,对掩模 $M(x, y)$ 进行分割,得到的左右两部分的掩模 $M_L(x, y)$ 和 $M_R(x, y)$ 分别为

$$M_L(x, y) = \begin{cases} 1, & -\pi < \phi_h(x, y) \leq 0 \\ 0, & 0 < \phi_h(x, y) \leq \pi \end{cases}, \quad (10)$$

$$M_R(x, y) = \begin{cases} 0, & -\pi < \phi_h(x, y) \leq 0 \\ 1, & 0 < \phi_h(x, y) \leq \pi \end{cases}. \quad (11)$$

3) 分别对两个掩模 $M_L(x, y)$ 、 $M_R(x, y)$ 进行连通域标记,并校正条纹级次。以 $M_L(x, y)$ 为例。标记掩模 $M_L(x, y)$, 由于掩模 $M_L(x, y)$ 每个周期的左半部分为 1, 右半部分为 0, 则可标记出 $k_h(x, y)$ 每周期的左半部分;再依次选取 $k_h(x, y)$ 各周期左半部分出现次数最多的条纹级次,即 $k_{L1}(x, y)$ 、 $k_{L2}(x, y)$ 、 \dots 、 $k_{Ln}(x, y)$;将其赋值给各半周期内的所有像素,得到校正后的左半部分的条纹级次 $k_L(x, y)$ 。同理求得右半部分校正后的条纹级次,记作 $k_R(x, y)$ 。

4) 由于 $k_L(x, y)$ 为 $k_h(x, y)$ 各周期左半部分的校正后的条纹级次, $k_R(x, y)$ 为 $k_h(x, y)$ 各周期右半部分的校正后的条纹级次,因此将 $k_L(x, y)$ 、 $k_R(x, y)$ 逐像素相加并合并,得到完整的校正后的

条纹级次 $k_c(x, y)$, 表达式为

$$k_c(x, y) = k_R(x, y) + k_L(x, y)。 \quad (12)$$

将 $k_c(x, y)$ 代入 (5) 式, 得到校正后的高频绝对相位。

3 实 验

3.1 仿真实验

本文使用 MATLAB 工具箱进行仿真实验, 对所提方法的有效性进行验证。采用 peaks 峰值函数模拟被测物体表面, 设置高频条纹周期为 $T_h = 30$ pixel, 低频条纹周期为 $T_l = 750$ pixel, 生成两组尺寸为 $500 \text{ pixel} \times 500 \text{ pixel}$ 的模拟条纹图像。再用 imnoise 函数向模拟条纹图像中加入均值为 0、标准差 $\sigma = 0.05$ 的高斯噪声, 用传统方法和本文校正算法分别对其进行相位展开, 图 2 为仿真过程中的图像。其中, 图 2(a)、(b) 分别为加入噪声后的高频、低频模拟条纹; 图 2(c) 为通过三步相移法得到

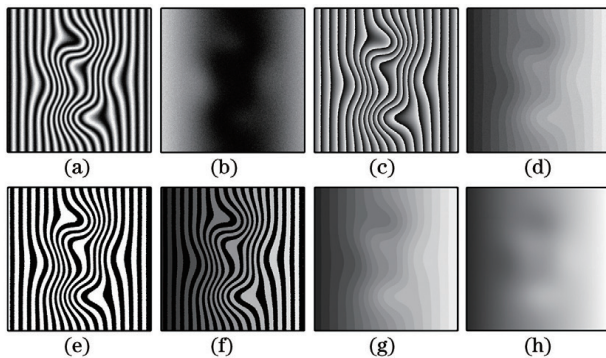


图 2 仿真图像。(a) $I_{h2}(x, y)$; (b) $I_{l2}(x, y)$; (c) $\phi_h(x, y)$; (d) $k_h(x, y)$; (e) $M_L(x, y)$; (f) $k_L(x, y)$; (g) $k_c(x, y)$; (h) $\Phi_h(x, y)$

Fig. 2 Simulated images. (a) $I_{h2}(x, y)$; (b) $I_{l2}(x, y)$; (c) $\phi_h(x, y)$; (d) $k_h(x, y)$; (e) $M_L(x, y)$; (f) $k_L(x, y)$; (g) $k_c(x, y)$; (h) $\Phi_h(x, y)$

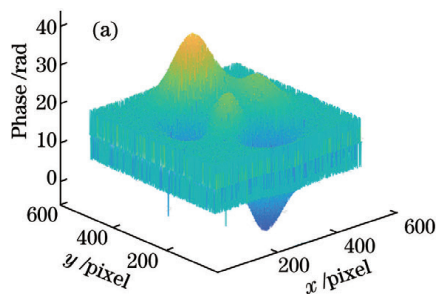


图 4 不同算法的仿真结果。(a) 传统双频算法; (b) 本文校正算法

Fig. 4 Simulated results by different algorithms. (a) Traditional dual-frequency algorithm; (b) proposed correction algorithm

3.2 实验分析

通过搭建条纹投影测量平台, 对本文提出的相

的高频截断相位 $\phi_h(x, y)$; 图 2(d) 为高频条纹级次计算结果 $k_h(x, y)$; 传统双频展开算法用 $k_h(x, y)$ 进行相位展开, 得到三维重建图像。本文所述算法在此基础上将条纹区域分割成左右两部分掩模, 进行连通域标记并校正。图 2(e)、(f) 分别为左半部分掩模 $M_L(x, y)$ 和校正后的左半部分条纹级次 $k_L(x, y)$ 。以相同方式求得右半部分条纹级次 $k_R(x, y)$, 再将左右两个条纹级次相加得到校正后的完整条纹级次 $k_c(x, y)$, 如图 2(g) 所示。图 2(h) 为用 $k_c(x, y)$ 进行相位展开得到的绝对相位图像。

图 3(a)、(b) 分别为传统双频算法和所提校正算法的条纹级次图像, 对比两幅图像可以发现, 本文所提校正算法能够有效地校正条纹级次的计算误差, 得到准确的条纹级次。图 4(a) 为传统双频算法的三维重建图像, 图 4(b) 为所提校正算法的三维重建图像, 对比分析可知, 传统算法中的相位展开误差导致了毛刺的出现, 但经过校正算法的条纹级次校正后, 该毛刺被明显消除, 相位展开误差的问题得到了解决。仿真实验结果表明, 本文所提校正算法能够有效地消除传统双频测量算法的相位展开误差。

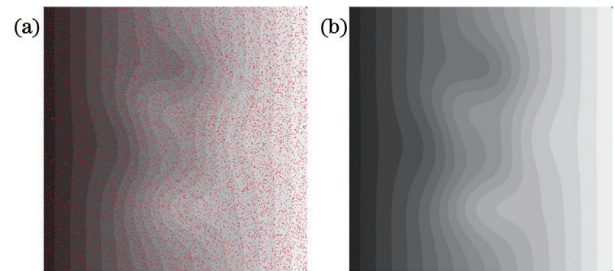
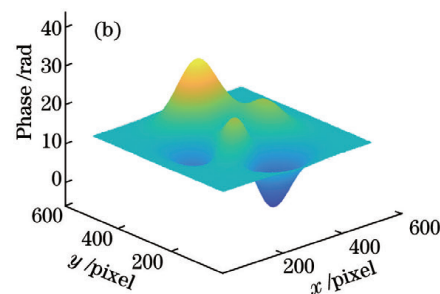


图 3 不同算法下的条纹级次图像。(a) 传统双频算法; (b) 本文校正算法

Fig. 3 Fringe order images by different algorithms. (a) Traditional dual-frequency algorithm; (b) proposed correction algorithm



位展开误差校正算法进行进一步验证。选用分辨率为 $912 \text{ pixel} \times 1140 \text{ pixel}$ 的投影仪 (DLP Light-

Crafter 4500)和分辨率为 1280 pixel×1024 pixel 的相机(Point Gray Chameleon3)来获取数据。设置高频条纹周期 $T_h = 21$ pixel,低频条纹周期 $T_l = 912$ pixel,进行测量实验。

首先,测量一个表面光滑的球体模型。图 5(a)、(b)分别为球体模型的正弦高频条纹图像和低频条纹图像。利用三步相移算法得到高频截断相位 $\phi_h(x, y)$,如图 5(c)所示。图 5(d)为高频条纹级次 $k_h(x, y)$ 。用校正算法对条纹级次进行校正处理,图 5(e)为左半部分掩模,图 5(f)为左半部分条纹级次的校正结果 $k_L(x, y)$,用相同方式得到校正后的右半部分条纹级次 $k_R(x, y)$ 。将左右两部分条纹级次合并,得到完整的高频条纹级次 $k_c(x, y)$,如图 5(g)所示。图 5(h)是用 $k_c(x, y)$ 对截断相位进行展开后的高频绝对相位图像。图 6(a)、(b)分别为传统算法和所提校正算法得到的重建结果,对比分析可以发现,校正算法的重建图像与传统算法的重建图像相比,球体表

面平顺光滑,毛刺明显消除。实验结果表明,本文所提校正算法对单一简单物体可以实现有效的条纹级次校正,消除相位展开误差。

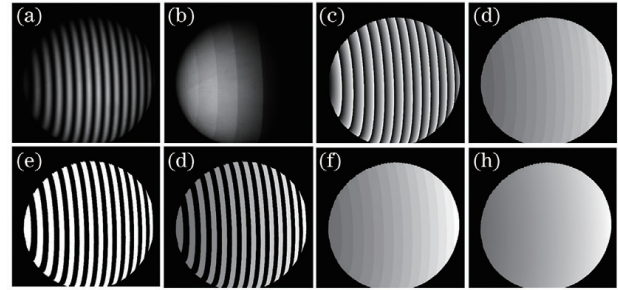


图 5 球体实验结果。(a) $I_{h2}(x, y)$; (b) $I_{l2}(x, y)$; (c) $\phi_h(x, y)$; (d) $k_h(x, y)$; (e) $M_L(x, y)$; (f) $k_L(x, y)$; (g) $k_c(x, y)$; (h) $\Phi_h(x, y)$

Fig. 5 Experimental results of sphere. (a) $I_{h2}(x, y)$; (b) $I_{l2}(x, y)$; (c) $\phi_h(x, y)$; (d) $k_h(x, y)$; (e) $M_L(x, y)$; (f) $k_L(x, y)$; (g) $k_c(x, y)$; (h) $\Phi_h(x, y)$

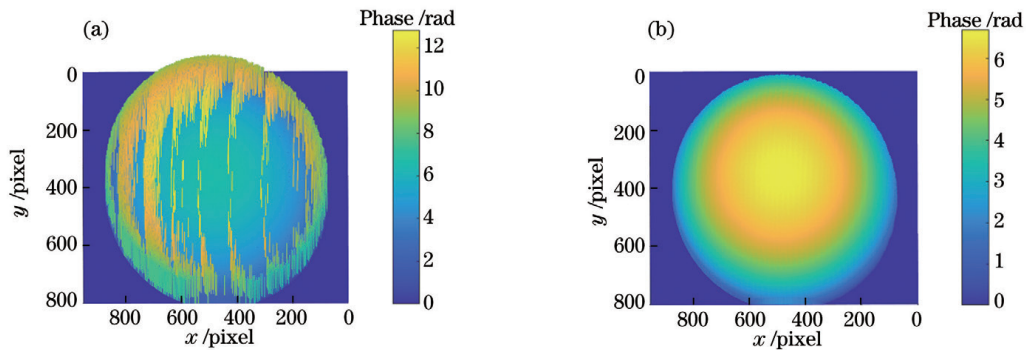


图 6 不同算法下球体的重建结果。(a)传统双频算法;(b)本文校正算法

Fig. 6 Reconstruction results of sphere by different algorithms. (a) Traditional dual-frequency algorithm; (b) proposed correction algorithm

为了验证校正算法对复杂物体模型的校正效果,选取哆啦 A 梦模型作为实验对象进行实验,图 7 为实验测量过程中的图像。其中,图 7(a)、(b)分别是哆啦 A 梦模型的高频和低频条纹图像,图 7(c)是

求得的高频截断相位,图 7(d)是对应的高频条纹级次。图 7(e)、(f)分别是左半部分掩模和左半部分条纹级次的计算结果,图 7(g)是完整的校正后的条纹级次。对比图 7(d)和图 7(g),可以看出,条纹级次

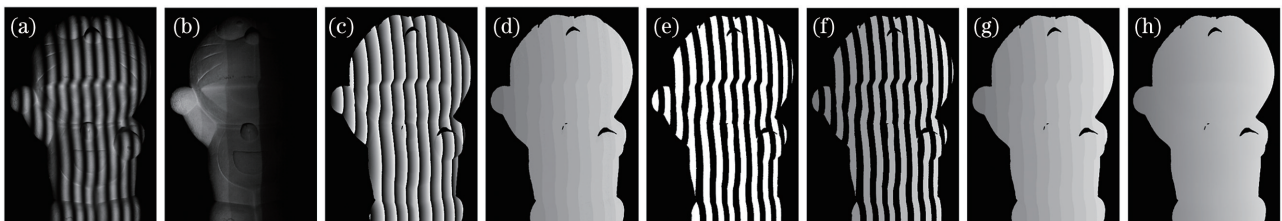


图 7 哆啦 A 梦模型的实验结果。(a) $I_{h2}(x, y)$; (b) $I_{l2}(x, y)$; (c) $\phi_h(x, y)$; (d) $k_h(x, y)$; (e) $M_L(x, y)$; (f) $k_L(x, y)$; (g) $k_c(x, y)$; (h) $\Phi_h(x, y)$

Fig. 7 Experimental results of Doraemon model. (a) $I_{h2}(x, y)$; (b) $I_{l2}(x, y)$; (c) $\phi_h(x, y)$; (d) $k_h(x, y)$; (e) $M_L(x, y)$; (f) $k_L(x, y)$; (g) $k_c(x, y)$; (h) $\Phi_h(x, y)$

误差已被明显消除。图 7(h) 是所提校正算法得到的高频绝对相位图像。传统双频测量算法和校正算法的最终重建图像如图 8 所示。图 8(a) 所示为传统算法的哆啦 A 梦的重建结果, 图像中有明显的毛刺; 图 8(b) 所示为校正算法的哆啦 A 梦的重建结

果, 模型表面光滑平顺, 毛刺被消除。

实验结果表明, 所提校正方法对表面复杂的单一物体具有较好的条纹级次校正效果, 可以有效消除传统双频测量算法的相位展开误差, 提高双频条纹测量的鲁棒性。

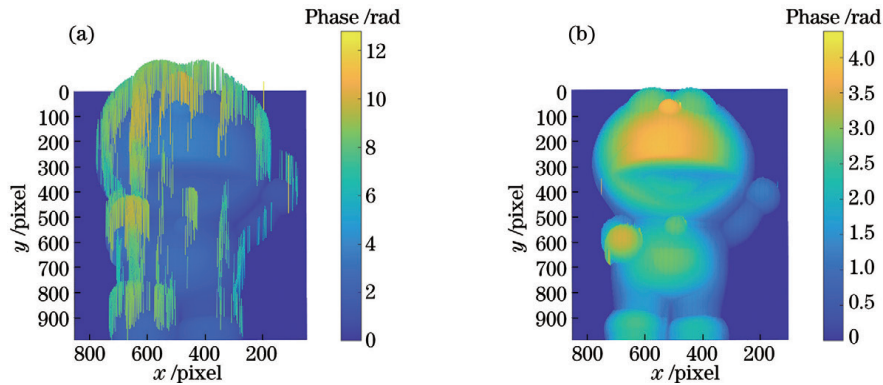


图 8 不同算法下哆啦 A 梦模型的重建结果。(a) 传统双频算法; (b) 本文校正算法

Fig. 8 Reconstruction results of Doraemon model by different algorithms. (a) Traditional dual-frequency algorithm; (b) proposed correction algorithm

为了进一步验证所提校正算法对多个复杂物体模型的校正效果, 选择两个雕塑模型进行测量实验。图 9(a) 为传统双频算法的重建结果, 图 9(b) 为本文

所提校正算法的重建结果。对比结果表明, 本文校正算法对多个复杂物体模型同样可以实现相位展开误差的校正, 得到准确的重建结果。

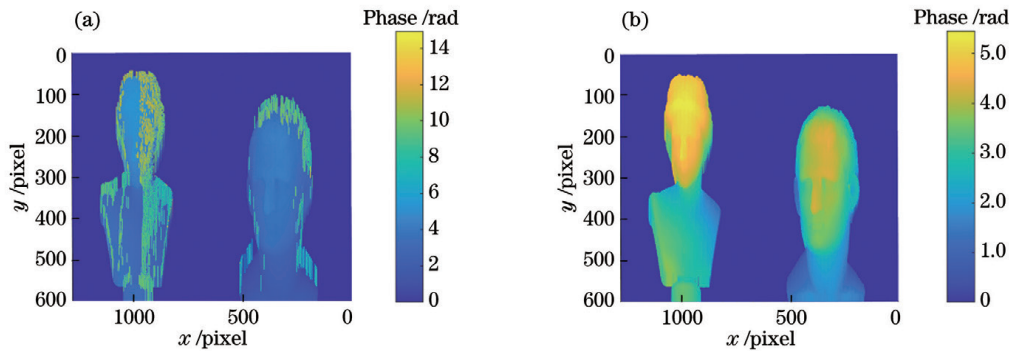


图 9 不同算法下雕塑模型的重建结果。(a) 传统双频算法; (b) 本文校正算法

Fig. 9 Reconstruction results of sculpture model by different algorithms. (a) Traditional dual-frequency algorithm; (b) proposed correction algorithm

4 结 论

提出了一个针对传统双频相移条纹测量的相位展开校正算法。该算法利用条纹级次的分布特点, 在双频展开算法的基础上, 通过掩模分割和连通域标记的方式, 标记出各周期条纹级次。再统计每个标记区域内出现次数最多的条纹级次, 并将其赋值给当前标记区域内的所有像素, 得到校正后的条纹级次, 达到消除双频条纹相位展开误差的目的。该算法可以得到较为准确的条纹级次值, 解决了传统双频条纹投影法在相位展开时出现的毛刺问题。仿

真实验及实际测量实验证明了所提双频相位展开校正算法的可行性和有效性。该算法提高了双频条纹投影法的鲁棒性, 具有广泛的应用前景。

参 考 文 献

- [1] Ding S W, Zhang X H, Yu Q F, et al. Overview of non-contact 3D reconstruction measurement methods [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54 (7): 070003.
丁少闻, 张小虎, 于起峰, 等. 非接触式三维重建测量方法综述 [J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54 (7): 070003.
- [2] Geng J. Structured-light 3D surface imaging: a

- tutorial[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2011, 3(2): 128-160.
- [3] Zhang S. High-speed 3D shape measurement with structured light methods: a review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 106: 119-131.
- [4] Zuo C, Feng S J, Huang L, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: a review[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 109: 23-59.
- [5] Qian K M. Applications of windowed Fourier fringe analysis in optical measurement: a review[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2015, 66: 67-73.
- [6] Lü S, Sun Q, Yang J B, et al. An improved phase-coding method for absolute phase retrieval based on the path-following algorithm[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, 122: 65-73.
- [7] Xu Y Y, Shi K, Wang Y W, et al. Research progresses of phase-shifting interferometry technology and phase shift extraction method [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(2): 020004.
徐媛媛, 时刻, 王亚伟, 等. 相移干涉技术及相移获取方法研究进展 [J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(2): 020004.
- [8] Zhang S. Absolute phase retrieval methods for digital fringe projection profilometry: a review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 107: 28-37.
- [9] Zuo C, Huang L, Zhang M L, et al. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: a comparative review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 85: 84-103.
- [10] Goldstein R M, Zebker H A, Werner C L, et al. Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping[J]. *Radio Science*, 1988, 23(4): 713-720.
- [11] Ghiglia D C, Romero L A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, 11(1): 107-117.
- [12] Yu Z H, Liu J, Yang H M, et al. Research on 3D measurement and reconstruction of high-precision profile of multi-frequency grating object [J]. *Journal of Applied Optics*, 2020, 41(3): 580-585.
虞梓豪, 刘瑾, 杨海马, 等. 多频光栅物体高精度廓形三维测量及重建研究 [J]. *应用光学*, 2020, 41(3): 580-585.
- [13] Liu F, Li J X, Lai J L, et al. Full-frequency phase unwrapping algorithm based on multi-frequency heterodyne principle [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(1): 011202.
刘飞, 李佳鑫, 赖俊霖, 等. 基于多频外差的全频解相方法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(1): 011202.
- [14] Wu Z J, Guo W B, Zhang Q C, et al. High-speed three-dimensional shape measurement based on shifting gray-code light [J]. *Optics Express*, 2019, 27(16): 22631-22644.
- [15] Fu Y J, Han Y H, Chen Y, et al. Research progress of 3D measurement technology based on phase coding [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49: 303010.
- [16] Deng W B, Chung B M. Optimal pulse width modulation technique combined with stair phase-coding method for absolute phase retrieval with projector defocusing [J]. *Optics Communications*, 2019, 437: 193-198.
- [17] Xiao S Z, Tao W, Zhao H, et al. Absolute phase acquisition method for spatial discontinuous three-dimensional object surface based on encoding grating [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(12): 1212004.
肖素枝, 陶卫, 赵辉, 等. 基于编码光栅的空间不连续三维物体表面的绝对相位获取方法 [J]. *光学学报*, 2016, 36(12): 1212004.
- [18] Sun J, Ma Y Z, Yang H, et al. Active correction of nonlinear phase error for structural light three-dimensional measurement [J]. *Instrument Technique and Sensor*, 2019(10): 117-121, 126.
孙进, 马煜中, 杨晗, 等. 结构光三维测量非线性相位误差主动校正法 [J]. *仪表技术与传感器*, 2019(10): 117-121, 126.
- [19] Dai S J, Yi D, Li W C, et al. Generation method of piecewise-uneven fringes and its applications in two-frequency phase unwrapping [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(9): 2849-2853, 2857.
戴士杰, 易丹, 李伟超, 等. 分段非均匀条纹生成方法及其在双频解相位中的应用 [J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(9): 2849-2853, 2857.
- [20] Cai B L, Yang Y, Wu J, et al. An improved gray-level coding method for absolute phase measurement based on half-period correction [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, 128: 106012.
- [21] Wang L, Han X, Fu Y J, et al. Fast phase unwrapping algorithm for 3D measurement [J]. *Journal of Applied Optics*, 2019, 40(2): 271-277.
王霖, 韩旭, 伏燕军, 等. 用于三维测量的快速相位解包裹算法 [J]. *应用光学*, 2019, 40(2): 271-277.