

# 一种基于自适应角点检测的非量测畸变校正方法

胡均平, 宋菲菲\*, 罗春雷, 黄强

中南大学机电工程学院, 湖南 长沙 410075

**摘要** 图像非线性畸变降低图像检测和分类的准确率, 因此畸变校正是图像处理的一个重要预处理步骤。为此, 提出一种基于自适应角点检测的非量测畸变校正方法来更好地解决图像畸变问题。首先, 以畸变棋盘格图像作为研究对象, 以自适应角点检测获取亚像素级角点坐标作为输入信息, 基于直线投影不变性建立畸变损失函数并设置基于曲率半径的权重系数调整各曲线的畸变量。然后, 采用非线性优化方法标定畸变系数和畸变中心实现畸变校正。设计两组实验: 标准图像仿真实验和真实图像实验。标准图像实验中噪声值  $\sigma=1$  时, 本文方法的畸变系数  $k_1$  相对误差为 0.733%, 畸变系数  $k_2$  相对误差为 4.933%, 接近真值。真实图像实验中, 本文方法的平均直线度仅为 0.5152 pixel, 表明校正精度高, 平均运算时间约为 8.4 s, 表明校正效率较好。两组实验结果表明, 本文方法可行、准确、高效。

**关键词** 图像处理; 自适应; 角点检测; 投影不变性; 径向畸变; 图像校正

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1210012

## Non-Metric Distortion Correction Method Based on Adaptive Corner Detection

Hu Junping, Song Feifei\*, Luo Chunlei, Huang Qiang

College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha, Hunan 410075, China

**Abstract** The accuracy of image detection and classification will be reduced by image nonlinear distortion, hence distortion correction is an important preprocessing step in image processing. This paper proposes a non-metric distortion correction method based on adaptive corner detection to better solve the image distortion problem. First, the distorted checkerboard image is used as the research object, and the sub-pixel corner coordinates obtained by adaptive corner detection are used as input information. The distortion loss function is established based on the invariance of straight-line projection and the weight coefficient based on the radius of curvature is set to adjust the distortion of each curve. Then, the nonlinear optimization method is used to calibrate the distortion coefficient and the distortion center to realize the distortion correction. Two sets of experiments are designed: standard image simulation experiment and real image experiment. At the noise level  $\sigma=1$  in standard image simulation experiment, the relative error of distortion parameter  $k_1$  is 0.733%, and the relative error of the distortion coefficient is 4.933%, which is close to the true value. In the real image experiment, the average straightness of the method in this paper is only 0.5152 pixel, which shows that the correction accuracy is high, and the average operation time is about 8.4 s, which shows that the correction efficiency is better. Experimental results show that the method is feasible, accurate and efficient.

**Key words** image processing; adaptive; corner detection; projection invariance; radial distortion; image correction

**OCIS codes** 110.2960; 110.1085

收稿日期: 2020-08-25; 修回日期: 2020-09-15; 录用日期: 2020-10-21

基金项目: 国家自然科学基金(51175518)

\* E-mail: 18890393856 @139.com

## 1 引言

由于镜头结构设计和装配误差的原因,拍摄的图像会发生严重的非线性畸变,畸变图像涵盖的具体信息无法被利用,影响后续图像检测和分类的准确率。因此畸变校正是图像处理应用的一个重要预处理步骤。

目前,图像畸变的校正方法主要分为两类:1)传统标定方法<sup>[1-4]</sup>,通过多幅不同角度的标定棋盘格图像或者多幅连续图像的同名点建立相机结构模型。相机结构模型包括摄像机的内部参数、外部参数以及镜头畸变系数。首先按照线性投影关系求解摄像机内、外参数,然后引入畸变量耦合求解,获得畸变系数从而校正非线性畸变。此方法获取的参数精度高,但操作繁琐且计算量大。2)非量测畸变校正方法<sup>[5-9]</sup>,涉及图像二维平面坐标变换,畸变系数从相机结构矩阵中解耦,基于几何特征构建关于畸变特征点和畸变系数的损失函数,通过非线性优化方法获得畸变系数最佳值。此方法计算量小,实现简单,但求解精度不高且校正效果容易受到噪声的干扰。直线是一种被广泛运用的几何特征,能够很好地度量畸变。Ahmed 等<sup>[7]</sup>通过畸变点坐标推导校正直线的斜率,建立关于理想点斜率差分的畸变函数,提出闭合的线性标定方法以得到畸变系数初值,再进行非线性优化。Zhou 等<sup>[8]</sup>仅使用单幅畸变棋盘格图像,依据四个共线点的交比不变性建立畸变损失函数。刘炼雄等<sup>[9]</sup>基于直线投影不变性提出一种动态的畸变函数,依据曲线到图像中心的距离调整畸变量。这些方法均从畸变校正算法优化的角度提高校正精度,缺乏对畸变特征点提取精度的考虑。实际上畸变特征点的提取精度直接影响校正精度<sup>[10]</sup>。工程应用中,校正效率也是需要考的一个指标。为提高校正精度且保证校正效率,本文提出在基于直线特征的非量测畸变校正方法上,结合自适应角点检测算法以及直线拟合建立带权重系数的畸变损失函数,采用非线性寻优获得畸变系数最佳解,实现整个畸变图像的校正。



图 2 卷积核分布位置

Fig. 2 Distribution position of convolution kernel

## 2 自适应角点检测

### 2.1 角点定位

广角或鱼镜头拍摄的棋盘格图像,图像背景复杂多样,稳定性差<sup>[11]</sup>,沿图像坐标系水平、竖直两个方向棋盘格角点间的连线为曲线。为提高棋盘格角点检测的鲁棒性和准确性,本文采用基于模板的角点检测思想,结合自适应非极大值抑制算法获得候选角点,如图 1 所示。

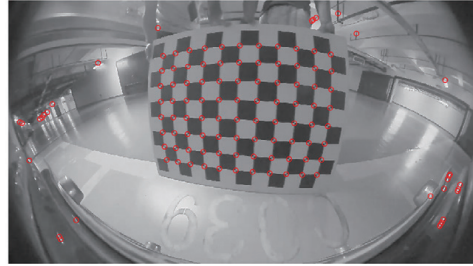


图 1 角点定位后的棋盘格图像

Fig. 1 Checkerboard image after corner location

具体思路为:灰度并归一化输入棋盘格图像。采用 Geiger 等<sup>[12]</sup>提出的两种角点模板,每种角点模板包含四个滤波核  $K_x^i$ ,角点模板的尺度与图像中棋盘格的尺寸对应。计算每个滤波核  $K_x^i$  与灰度图像  $I$  的卷积响应图  $f_x^i$  和均值  $u$  为

$$f_x^i = I \otimes K_x^i, \quad (1)$$

$$u = 0.25(f_a^i + f_b^i + f_c^i + f_d^i), \quad (2)$$

式中: $\otimes$ 表示滤波核与灰度图像的卷积运算;滤波核

$K_x^i = \frac{1}{\lambda \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\lambda^2}\right)$ 符合高斯分布,其中, $\lambda$ 为角点模板的尺度, $x$ 为角点模板内各点与模板中心的向量模。角点模板内各点与模板中心的连线向量和单位法线量的夹角决定卷积核在角点模板中的分布,分布位置如图 2 所示。利用卷积响应图  $f_x^i$  和均值  $u$ ,计算角点响应矩阵  $\mathbf{M}_{\text{corn}}$  以提取候选角点<sup>[12]</sup>,表示为

$$s_1^i = \min \left[ \min(f_a^i - u, f_b^i - u), \min(u - f_c^i, u - f_d^i) \right], \quad (3)$$

$$s_2^i = \min \left[ \min(u - f_a^i, u - f_b^i), \min(f_c^i - u, f_d^i - u) \right], \quad (4)$$

$$M = \max(s_1^i, s_2^i), \quad (5)$$

式中:  $s_1^i$ 、 $s_2^i$  为棋盘格角点的两种灰度分布形式(图 3)所对应的概率值;  $M$  为角点概率的最大值集合。在角点响应矩阵  $\mathbf{M}_{\text{crm}}$  的  $4 \times 4$  局部区域搜寻极大值, 提取大于自适应阈值  $T_1$  的像素点。自适应非极大值抑制算法的阈值  $T_1$  定义为

$$T_1 = c \times \max(M). \quad (6)$$



图 3 两种灰度分布图

Fig. 3 Two gray distribution

自适应阈值  $T_1$  根据角点响应矩阵  $\mathbf{M}_{\text{crm}}$  的最大值动态调整,  $c = 0.2 \sim 0.4$ 。常量  $c$  取值低于此区间会增加角点误检率; 常量  $c$  取值高于此区间会增加角点漏检率。

## 2.2 角点细化

角点细化分为角点数细化和亚像素定位。角点数细化即剔除自适应非极大值抑制算法保留的伪角点。角点数细化的主要思路为: 灰度图像采用高斯核平滑处理, 每个候选角点计算其  $n \times n$  区域的加权梯度方向直方图, 用梯度幅值作为加权值, 使用 mean shift 算法<sup>[13]</sup> 找到直方图中两个最大峰值对应的梯度角, 计算两个梯度角的差值和对应的方向向量, 梯度角差值若大于阈值则保留该角点<sup>[12]</sup>。角点数细化后的角点坐标是整数像素级, 并不精确, 需要寻找其在图像中的真实位置, 即实现亚像素定位, 才能保证后续的畸变校正更加精确<sup>[14]</sup>。亚像素定位是依据亚像素角点  $p$  的  $n \times n$  邻域每个点  $q_i$  ( $p \neq q_i$ ) 的梯度向量  $\mathbf{g}_i$  与向量  $\mathbf{pq}_i$  正交构造方程<sup>[15]</sup>, 表示为

$$\mathbf{g}_i p = \mathbf{g}_i q_i. \quad (7)$$

根据最小二乘法原理, 亚像素角点  $p$  表达式为

$$p = \sum_{i=0}^{n \times n - 1} (\mathbf{g}_i^T \mathbf{g}_i)^{-1} (\mathbf{g}_i^T \mathbf{g}_i q_i). \quad (8)$$

亚像素定位的具体步骤如下。

1) 设置距离判据滤除不合格角点<sup>[16]</sup>为

$$d_i = \|\mathbf{pq}_i - \mathbf{pq}_i \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i\|_2, \quad (9)$$

$$o_i = |\mathbf{v}_i^T \mathbf{g}_i|, \quad (10)$$

式中:  $d_i$  为向量  $\mathbf{pq}_i$  与该向量在方向向量  $\mathbf{v}_1$  或  $\mathbf{v}_2$  的投影距离;  $o_i$  为梯度向量在方向向量  $\mathbf{v}_1$  或  $\mathbf{v}_2$  的投影距离, 同时过滤大于两个距离阈值  $T_d$  和  $T_o$  的伪角点。

2) 计算亚像素角点  $p$  的  $n \times n$  邻域内每个点的梯度向量  $\mathbf{g}_i$ 、梯度向量转置  $\mathbf{g}_i^T$  以及内积  $\mathbf{g}_i^T \mathbf{g}_i$ 。

3) 亚像素角点  $p$  的  $n \times n$  邻域内, 各点  $q_i$  与亚像素角点  $p$  的距离不同, 为更精确描述各点对亚像素角点的贡献度, 设置基于距离的权重因子  $w_i$  来更新亚像素角点  $p$ , 表示为

$$w_i = \frac{1}{|\mathbf{pq}_i|}, \quad (11)$$

$$p = \sum_{i=0}^{n \times n - 1} (\mathbf{g}_i^T \mathbf{g}_i w_i)^{-1} (\mathbf{g}_i^T \mathbf{g}_i w_i q_i). \quad (12)$$

4) 亚像素角点  $p$  更新后, 根据两个方向向量  $\mathbf{v}_i$  创建两种角点模板, 每种角点模板由 4 个卷积核构成, 角点模板的形状如图 2 所示。计算角点模板与亚像素角点  $r \times r$  区域的卷积响应, 按照上述(1)~(4)式计算角点概率值, 遍历整幅图像区域后, 生成角点响应矩阵  $\mathbf{M}_{\text{crm}}$ , 细滤概率值小于自适应阈值  $T_2$  的角点, 获得最终的亚像素角点如图 4 所示。

$$T_2 = c \times \text{mean}(M). \quad (13)$$

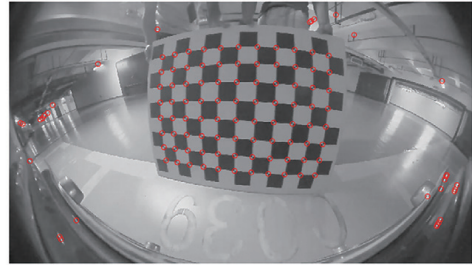


图 4 角点细化后的棋盘格图像

Fig. 4 Checkerboard image after corner thinning

自适应阈值  $T_2$  根据角点响应矩阵  $\mathbf{M}_{\text{crm}}$  的平均值动态调整,  $c = 0.6 \sim 0.9$ 。常量  $c$  取值低于此区间会增加角点误检率; 常量  $c$  取值高于此区间会增加角点漏检率。

5) 亚像素角点的横、纵坐标分别存储并排序, 作为后续直线特征的输入信息, 无需手动提取畸变曲线、畸变点信息。

## 3 径向畸变校正

### 3.1 畸变模型

畸变是物体所成像相对于物体本身的一种非线性失真, 分为径向畸变和切向畸变。径向畸变导致像点以主点(光轴与成像面的交点)为中心, 在径向方向发生移动。切向畸变导致像点在切向上出现偏移。图像平面上径向畸变比切向畸变更明显<sup>[17]</sup>, 因此本文只考虑径向畸变。像素坐标系下, 畸变点坐标  $(x_d, y_d)$  和校正点坐标  $(x_u, y_u)$  的对应关系<sup>[7]</sup>

表示为

$$x_u = x_d + (x_d - x_c)(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots), \quad (14)$$

$$y_u = y_d + (y_d - y_c)(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots), \quad (15)$$

式中:  $x_c, y_c$  为主点  $C$  横、纵坐标;  $k_1, k_2, k_3$  为径向畸变系数;  $r$  为畸变点与主点  $C$  的径向距离, 即

$$r = \sqrt{(x_d - x_c)^2 + (y_d - y_c)^2}. \quad (16)$$

高阶畸变系数对畸变校正的影响很小, 反而增加计算量。前两项畸变系数能很好满足校正精度的要求<sup>[9]</sup>, 因此简化(14)式和(15)式后的多项式畸变模型为

$$x_u = x_d + (x_d - x_c)(k_1 r^2 + k_2 r^4), \quad (17)$$

$$y_u = y_d + (y_d - y_c)(k_1 r^2 + k_2 r^4). \quad (18)$$

### 3.2 校正算法

理想镜头模型下, 棋盘格投影图像中相同行列的角点连线为直线。实际情况由于畸变的存在, 提取的各亚像素角点的连线为曲线。若找到理想投影直线与实际畸变曲线的映射模型, 曲线上的点将逼近到直线上。明确映射模型需要建立畸变损失函数以衡量理想投影与实际成像之间的偏差。理想投影直线的法线方程表达式为

$$x \cos \theta + y \sin \theta - \rho = 0, \quad (19)$$

式中:  $\rho$  为主点  $C$  到直线的距离;  $\theta$  为法线与  $x$  轴正方向所成夹角。若畸变点经过多项式畸变模型实现无偏映射, 则在实际畸变棋盘格图像中提取的亚像素角点映射生成的校正点都位于同一直线, 由于只考虑径向方向的畸变, 所有校正点不会恰好位于同一直线上。因此, 通过校正点拟合的直线与校正点之间存在偏差, 表示为

$$e = x_u(x_d, y_d, x_c, y_c, k_1, k_2) \cos \theta + y_u(x_d, y_d, x_c, y_c, k_1, k_2) \sin \theta - \rho, \quad (20)$$

式中:  $\rho$  和  $\theta$  为最小二乘法拟合求取的参数。由于畸变点坐标  $(x_d, y_d)$  已知, 偏差是关于畸变系数  $k_1, k_2$  和主点  $C(x_c, y_c)$  的函数。为保证拟合直线偏差的非负性以及参数计算的准确性, 对各拟合直线求偏差平方为

$$e = \sum_{l=1}^h e^2, \quad (21)$$

式中:  $h$  为拟合的直线数。依据径向畸变规律, 畸变损失与曲线弯曲程度呈正相关<sup>[18]</sup>, 曲线的弯曲程度以曲率半径来度量。构建畸变损失函数时, 设置基于曲率半径的权重系数调节各曲线损失量(曲率半

径小的曲线因畸变损失大而赋予小的权重, 曲率半径大的曲线因畸变损失小而赋予大的权重)。曲线的曲率半径计算公式为

$$R = \frac{R_s + R_m + R_e}{3}. \quad (22)$$

此段曲线的曲率半径用三点附近的平均曲率半径代替,  $R_s, R_m, R_e$  表示曲线起点附近、中点附近、终点附近的曲率半径。  $R_s$  的计算为在起点附近任选三点  $(x_{d1}, y_{d1}), (x_{d2}, y_{d2}), (x_{d3}, y_{d3})$  建立曲线参数方程为

$$x_d = a_1 + a_2 t_{ij} + a_3 t_{ij}^2, \quad (23)$$

$$y_d = b_1 + b_2 t_{ij} + b_3 t_{ij}^2, \quad (24)$$

式中: 曲线参数  $t_{ij}$  为三点中任意两点间的距离。三点 6 个参数方程写成矩阵形式后求逆解算 6 个未知量  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ , 由此  $R_s$  的计算公式为

$$R_s = \frac{(a_2^2 + b_2^2)^{3/2}}{2(a_3 b_2 - a_2 b_3)}. \quad (25)$$

$R_m$  和  $R_e$  的计算同理。分别计算  $n$  条畸变棋盘格曲线的曲率半径后, 归一化作为权重系数, 表示为

$$w_i = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}. \quad (26)$$

最终的畸变损失函数定义为

$$f(x_c, y_c, k_1, k_2) = \sum_{i=1}^n w_i e_i. \quad (27)$$

畸变损失函数是非线性的, 采用 Levenberg-Marguardt 算法<sup>[19]</sup>最小化畸变损失函数。主点  $C$  优化前, 初始主点  $C$  的位置为图像几何中心, 再迭代寻优, 利用优化的畸变系数  $k_1, k_2$  和主点  $C$  进行畸变校正。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 标准图像

为验证本文方法的可行性和有效性, 进行标准棋盘格图像的仿真测试。图 5(a) 是一幅  $400 \text{ pixel} \times$

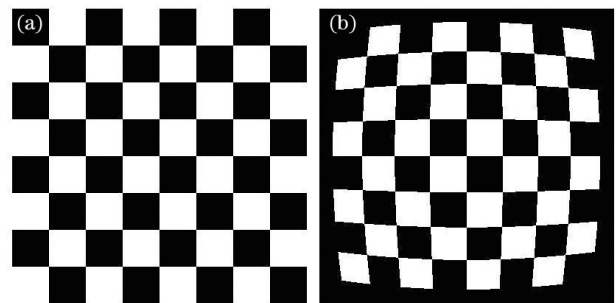


图 5 实验结果。(a)标准图像;(b)畸变图像

Fig. 5 Experimental results. (a) Standard checkerboard image; (b) distorted image

400 pixel 的标准棋盘格图像, 仿真测试的畸变中心为图像几何中心(200, 200)。采用 3.1 节多项式畸变模型并对标准棋盘格图像添加  $k_1 = 3 \times 10^{-6}$  和  $k_2 = 3 \times 10^{-12}$  的畸变处理。

模拟畸变角点的提取误差, 对检测的棋盘格角点坐标添加均值为 0, 标准差为  $\sigma$  的高斯噪声,  $\sigma \in [0, 3]$ 。运用本文方法(方法一)、未设计角点细化的基于直线特征校正方法(方法二)<sup>[9]</sup>、角点细化和权重系数均未设计的基于直线特征校正方法(方法三)<sup>[20]</sup>对图 5(b)校正。三种方法在不同的噪声值  $\sigma$  下分别进行 20 次随机实验以消除偶然性。校正结果使用平均均方根(ARMS)值<sup>[1]</sup>评估, 衡量校正图像和标准图像之间的偏差, 计算公式为

$$E_{\text{ARMS}} = \frac{\sum_{i=1}^{20} \sqrt{\sum_{j=1}^m [(x_{u,i} - x_{s,i})^2 + (y_{u,i} - y_{s,i})^2] / m}}{20}, \quad (28)$$

式中:  $m$  为检测获取的畸变棋盘格角点的个数;  $(x_{u,i}, y_{u,i})$  为校正坐标;  $(x_{s,i}, y_{s,i})$  为标准棋盘格图像坐标。绘制校正图像的 ARMS 和噪声值  $\sigma$  的关系曲线如图 6 所示。

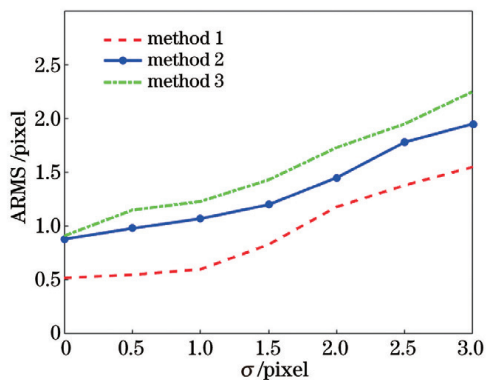


图 6 不同方法校正结果

Fig. 6 Correction result of different methods

图 6 横轴表示噪声值  $\sigma$ , 纵轴表示 ARMS。当噪声值  $\sigma \leq 1$  pixel, 方法一的校正精度很高, ARMS

在 0.6 pixel 以内, 特别是当噪声值  $\sigma = 0$  pixel, ARMS 接近 0.5 pixel 时, 角点细化处理获取的角点位置与真实畸变角点位置非常接近, 通过多项式畸变模型映射得到准确的校正点位置。随着噪声值  $\sigma$  的增加, 方法一的 ARMS 也会增加, 但校正精度下降幅度有所减缓, 这是由于权重系数调整各曲线畸变偏差的同时也在控制噪声引起的误差。方法二的 ARMS 在低噪声区和高噪声区均大于方法一, 并小于方法三, 说明方法二的校正精度低于方法一, 优于方法三。噪声值  $\sigma = 0$  pixel 时, 方法二的 ARMS 接近 1 pixel, 表明方法二提取的原始畸变角点存在较大的误差。噪声值  $\sigma \geq 2$  pixel 时, 方法三的校正精度下降幅度明显大于方法二, 侧面反映权重系数对扰动的控制作用。标准图像实验结果表明本文方法是可行的, 具有较高的校正精度和鲁棒性。

表 1 为噪声值  $\sigma = 1$  pixel 时, 三种方法 20 次随机实验所得的平均畸变系数结果, 方法一对应的畸变系数  $k_1, k_2$  相对误差最小,  $k_1$  相对误差是 0.733%,  $k_2$  相对误差是 4.933%, 与真值最接近。

表 1 平均畸变系数值结果

Table 1 Average distortion parameter result

Method	$k_1/10^{-6}$	$k_2/10^{-12}$	$\delta_{k_1}/\%$	$\delta_{k_2}/\%$
Ground truth	3.000	3.000	-	-
Method 1	2.978	2.852	0.733	4.933
Method 2	2.685	2.793	10.500	6.900
Method 3	3.542	3.186	18.067	6.200

## 4.2 真实图像实验

为验证本文方法对真实拍摄图像的校正能力, 对 CAB811-D130SF-E 相机, SR1015C 鱼镜头拍摄的 10 幅不同角度和距离的畸变棋盘格图像(图 7)在 MATLAB R2018a 软件中依次测试, 图像大小为 1280 pixel  $\times$  720 pixel。同等的实验条件下, 运用 4.1 节方法二和方法三校正畸变的棋盘格图像。

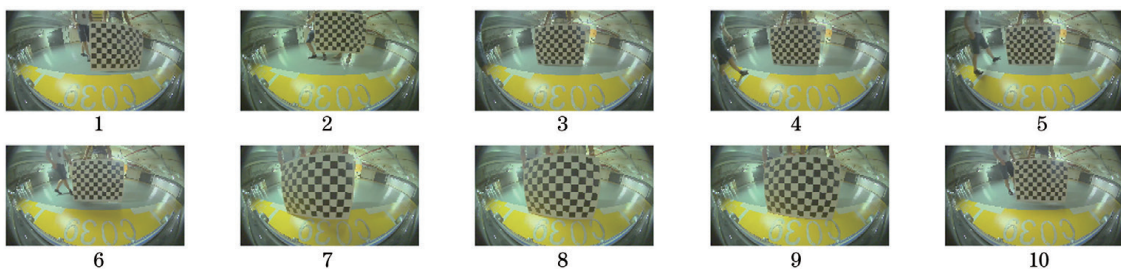


图 7 鱼眼相机拍摄的棋盘格图像

Fig. 7 Checkerboard images taken by fisheye camera

校正精度和校正效率作为三种非量测校正方法准确性与高效性的衡量指标。非量测畸变校正方法只与图像坐标系和像素坐标系相关,不涉及世界坐标系和相机坐标系,由于真实棋盘格标定板的理想投影图像未知,无法采用 ARMS 值评估校正精度。理想情况棋盘格曲线上所有畸变点映射生成的校正点被拟合后都位于同一直线。因此采用平均直线度  $\bar{S}_{error}$  评估校正精度,平均直线度  $\bar{S}_{error}$  定义为 10 幅校正图像的棋盘格角点与其拟合直线距离的标准差的平均值<sup>[21]</sup>。校正效率通过平均运算时间(AOT)反映,AOT 定义为依次校正 10 幅畸变图像的运行时间的平均值。平均运算时间包括两部分:畸变参数标定时间(DPCT)和校正时间(ACT)。畸变参数标定时间受特征角点检测和算法复杂度的影响,畸变校正时间依赖于图像尺寸大小<sup>[7]</sup>。

校正精度和校正效率的实验数值结果如表 2 所示。从表 2 的平均直线度  $\bar{S}_{error}$  发现,方法一与其余两种方法相比,校正精度具有明显优势。从表 2 的

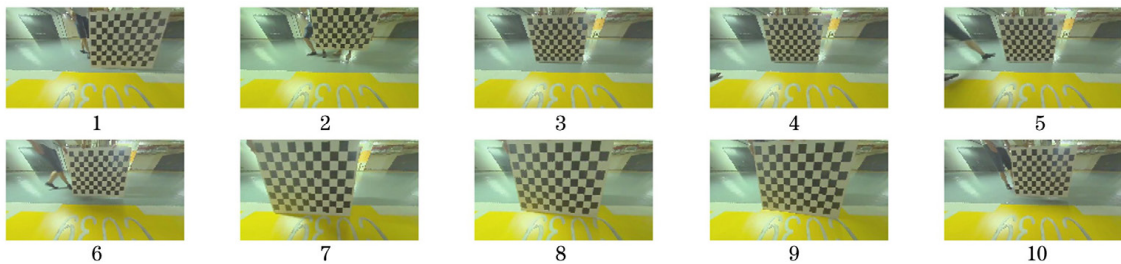


图 8 校正结果图

Fig. 8 Correction result images

## 5 结 论

本文结合自适应角点检测提出一种非量测畸变校正方法。此方法不仅提高角点位置的精确度,同时依据畸变曲线的曲率半径调节图像的畸变损失。鱼眼相机拍摄的棋盘格图像经过校正后的平均直线度误差值为 0.5152 pixel,平均运算时间为 8.4055 s。实验结果表明,此方法校正能力强,能够实现鱼眼相机广角视场的高精度校正。但此方法只考虑图像的径向畸变,切向方向没有施加约束,因此综合考虑径向和切向的畸变是后续的工作之一。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [2] Fitzgibbon A W. Simultaneous linear estimation of

表 2 实验结果比较

Table 2 Comparison of experimental results

Method	$\bar{S}_{error}/\text{pixel}$	DPCT /s	ACT /s	AOT /s
Method 1	0.5152	6.9925	1.4130	8.4055
Method 2	0.9788	6.1295	1.2988	7.4283
Method 3	1.4275	5.0512	1.6205	6.6717

平均运算时间 AOT 发现,方法一的校正效率略低于其余两种方法,原因是方法一的畸变参数标定时间大于方法二和方法三。方法一的畸变参数标定时间大于方法二 0.863 s,由于方法一的角点细化步骤增加计算时间。方法一的畸变参数标定时间大于方法三 1.9413 s,主要由于设置基于曲率的权重系数带来的时间开销。方法一的平均运算时间 AOT 大于方法二 0.9772 s,大于方法三 1.778 s,时间差在可接受范围。真实实验结果表明,本文方法同时兼顾校正的准确性和高效性。本文方法生成的校正图如图 8 所示,符合人眼视觉观看。

multiple view geometry and lens distortion [C] // Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR 2001, December 8-14, 2001, Kauai, HI, USA. New York: IEEE Press, 2001.

- [3] Ramalingam S, Sturm P, Lodha S K. Generic self-calibration of central cameras [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2010, 114(2): 210-219.
- [4] Tu B, Liu L, Liu Y H, et al. A calibration method for fish-eye cameras based on pinhole model [J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(4): 653-659.
- [5] Chen T F, Ma Z, Li P, et al. A camera calibration method based on non-metric distortion correction [J]. Control and Decision, 2012, 27(2): 243-246, 251. 陈天飞, 马孜, 李鹏, 等. 一种基于非量测畸变校正的摄像机标定方法 [J]. 控制与决策, 2012, 27(2): 243-246, 251.
- [6] Bukhari F, Dailey M N. Automatic radial distortion estimation from a single image [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2013, 45(1): 31-45.

- [7] Ahmed M, Farag A. Nonmetric calibration of camera lens distortion: differential methods and robust estimation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(8): 1215-1230.
- [8] Zhou F Q, Cui Y, Liu L, et al. Distortion correction using a single image based on projective invariability and separate model [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2013, 124(17): 3125-3130.
- [9] Liu L X, Hu C H, He C, et al. An improved non-metric distortion calibration method based on straight line characteristics[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(9): 0915001.  
刘炼雄, 胡昌华, 何川, 等. 一种改进的基于直线特征的非量测畸变校正方法 [J]. *光学学报*, 2017, 37(9): 0915001.
- [10] Sun Q C, Hou Y Q, Chen J. Lens distortion correction for improving measurement accuracy of digital image correlation[J]. *Optik*, 2015, 126(21): 3153-3157.
- [11] Li T W, Tong G J, Li B Q, et al. Review on object detection and recognition in large field of view [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(12): 120002.  
李唐薇, 童官军, 李宝清, 等. 大视场域的目标检测与识别算法综述 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(12): 120002.
- [12] Geiger A, Moosmann F, Car Ö, et al. Automatic camera and range sensor calibration using a single shot [C] // 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 14-18, 2012, Saint Paul, MN, USA. New York: IEEE Press, 2012: 3936-3943.
- [13] Comaniciu D, Meer P. Mean shift: a robust approach toward feature space analysis[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(5): 603-619.
- [14] Wu M, Wu J L, Ma S, et al. Checkerboard corner detection based on corner gray distribution feature [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(1): 011204.  
伍明, 伍俊龙, 马帅, 等. 基于角点灰度分布特征的棋盘格角点检测 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(1): 011204.
- [15] Tang H C. Research on camera calibration algorithm based on sub-pixel level[D]. Shenyang: Northeastern University, 2015.  
唐汉城. 基于亚像素级的摄像机标定算法的研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2015.
- [16] Liu Q S, Xie X F, Zhang X Z, et al. Checkerboard corner detection algorithm for calibration of focused plenoptic camera[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(14): 1415002.  
刘青松, 谢晓方, 张烜喆, 等. 用于聚焦型光场相机标定的棋盘角点检测算法 [J]. *光学学报*, 2020, 40(14): 1415002.
- [17] Santana-Cedr s D, Gomez L, Alem n-Flores M, et al. Invertibility and estimation of two-parameter polynomial and division lens distortion models [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2015, 8(3): 1574-1606.
- [18] Devernay F, Faugeras O. Straight lines have to be straight[J]. *Machine Vision and Applications*, 2001, 13(1): 14-24.
- [19] Mor  J J. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory[M]. Heidelberg: Numerical Analysis, 1978: 105-116.
- [20] Wang G P, Wang H F, Liu P Z, et al. A distortion field-calibrating method based on feature parallel lines of image[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(1): 111001.  
汪贵平, 王会峰, 刘盼芝, 等. 特征平行直线的成像畸变现场校正 [J]. *光子学报*, 2014, 43(1): 111001.
- [21] Lai H X, Zhang Z Y, Zhu L, et al. Nonlinear distortion correction of camera based on linear characteristic[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(2): 021502.  
赖瀚轩, 张征宇, 朱龙, 等. 基于直线特征的摄像机非线性畸变自校正 [J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(2): 021502.