

基于平滑约束和聚类分析的图像配准算法

赵迪迪^{1,2,3}, 李加慧^{1,2,3}, 谭奋利^{1,2,3}, 曾晨欣^{1,2,3}, 季轶群^{1,2,3*}

¹苏州大学光电科学与工程学院, 江苏 苏州 215006;

²苏州大学江苏省先进光学制造技术重点实验室, 江苏 苏州 215006;

³苏州大学教育部现代光学技术重点实验室, 江苏 苏州 215006

摘要 针对随机抽样一致性(RANSAC)算法在特征点匹配中存在的精度低、稳定性差等问题,提出了一种基于平滑约束和聚类分析的图像配准算法。首先,利用邻域匹配特征点的尺度信息及空间角度顺序构建平滑约束,将初始匹配点划分为高内点率的抽样集和高内点数的验证集;然后,通过反复抽样和模型检验求解暂定内点集,并对其进行聚类分析,根据聚类中心在图像重叠区域的分布质量选取最优内点集;最后,利用最优内点集求解模型参数,实现图像的稳健配准。仿真结果表明,相比 RANSAC 算法,本算法的配准精度提高了 26.83%,误差标准差由 0.68 降至 0.19。

关键词 图像处理; 图像配准; 随机抽样一致性; 平滑约束; 聚类分析

中图分类号 TP391.9

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1210010

Image Registration Algorithm Based on Smoothness Constraint and Cluster Analysis

Zhao Didi^{1,2,3}, Li Jiahui^{1,2,3}, Tan Fenli^{1,2,3}, Zeng Chenxin^{1,2,3}, Ji Yiqun^{1,2,3*}

¹School of Optoelectronic Science and Engineering, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China;

²Jiangsu Key Laboratory of Advanced Optical Manufacturing Technologies, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China;

³Key Laboratory of Modern Optical Technologies, Ministry of Education, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

Abstract Aiming to solve the problem of low accuracy and poor stability of random sample consensus (RANSAC) algorithm in feature point matching, an image registration algorithm based on smoothness constraint and cluster analysis is proposed in this paper. First, the scale information and spatial angle order of neighborhood matching feature points are used to construct a smoothness constraint, and the initial matching points are divided into a sampling set with a high inlier rate and a verification set with a high inlier number. Then, the solution is solved by repeated sampling and model testing. Next, the inlier set is temporarily determined, and cluster analysis is performed on it. Further, the optimal inlier set is selected according to the distribution quality of the cluster center in the image overlapping area. Finally, the optimal inlier set is used to solve the model parameters to achieve image robust registration. The simulation results show that compared with the RANSAC algorithm, the registration accuracy of the algorithm improved by 26.83%, and the error standard deviation is reduced from 0.68 to 0.19.

Key words image processing; image registration; random sample consensus; smoothness constraint; cluster analysis

OCIS codes 100.2000; 100.3008; 150.1135

收稿日期: 2020-08-23; 修回日期: 2020-09-30; 录用日期: 2020-10-21

基金项目: 国家自然科学基金(61405134, 61340007)、国防基础科研计划(JCKY2018414C013)、江苏省自然科学基金(BK20161512)、江苏高校优势学科建设工程(PAPD)

* E-mail: jiyiqun@suda.edu.cn

1 引言

宽视场高分辨率图像具有观测范围广、空间细节信息丰富的特点,在航空侦察、目标识别和天文观测等领域发挥着重要作用^[1-2]。同心多通道系统是获取宽视场高分辨率图像的有效手段之一^[3],可克服传统单镜头扫描拼接成像存在的周期长、时间分辨率低等问题。该系统通过前端同心球透镜和后端中继微相机阵列组合成像,获取多幅具有重叠区域的小视场子图像,并通过图像配准和图像融合算法将子图像拼接成一幅无缝宽视场高分辨率图像。拼接图像是进行图像感知与分析的基础,其质量直接决定了获取信息的准确性^[4],因此,研究高精度及高稳定性的图像配准算法具有重要意义。

图像配准算法主要分为基于区域的配准和基于特征的配准算法^[5-6]。基于区域的配准算法利用互信息或互相关等函数度量图像间的相似性,从而完成图像配准。相比基于区域的配准算法,基于特征的配准算法从图像中提取点、线或面特征,并在图像间建立这些特征的对应关系,配准精度和效率更高。其中,特征点通常为图像中局部信息显著的关键点,是目前基于特征配准的主要研究方向,如尺度不变特征变换(SIFT)算法^[7]和加速鲁棒特征(SURF)算法^[8],广泛应用于图像拼接领域^[9-10]。基于特征点的图像配准算法主要包括特征点提取、特征点匹配和外点剔除三个步骤。通常基于特征描述子的最小欧氏距离准则进行特征点匹配,描述子仅由特征点局部邻域信息构建,导致初始匹配点通常包含大量外点。此外,植被、建筑等图像重复内容会进一步增加匹配难度,引入大量外点。因此,在基于特征点的图像配准算法中,精准剔除外点是实现图像稳定、精确配准的关键步骤。随机抽样一致性(RANSAC)算法^[11]是常用的外点剔除算法,该算法通过反复抽

取初始匹配点中的随机子集拟合变换模型,并根据模型代价函数的最小化(内点数最大)原则选取最优内点集和模型参数。为提高 RANSAC 算法的精度和效率,人们提出了多种改进的 RANSAC 算法,如空间一致 RANSAC (SCRANSAC) 算法^[12]在 RANSAC 算法前增加预滤波操作,利用空间一致性筛选初始匹配集合,加快了 RANSAC 算法的收敛速度。随机抽样最大似然估计(MLESAC)算法^[13]利用最大似然估计替代 RANSAC 算法中内点数最大化的最优模型选取策略,改进了其阈值敏感性。Chum 等^[14-15]发现选取多于模型估计所需最小子集(如单应性矩阵参数估计至少需要 4 对匹配点)的点可得到更精确的模型参数,并提出了局部优化 RANSAC(LO-RANSAC)算法,通过对暂定内点集进行重抽样提高算法的配准精度。

为进一步提高图像配准的精度及稳定性,本文提出了一种基于平滑约束和聚类分析(SCCA)的图像配准算法。首先,基于平滑约束(SC)思想,利用邻域匹配特征点的尺度信息及空间角度顺序构建全局尺度约束和局部几何约束,将特征点初始匹配集合划分为高内点率的抽样集和高内点数的验证集;然后,反复选取抽样集中的随机子集以拟合单应性矩阵,并在验证集中进行一致性检验,以提高算法的稳定性和收敛速度;最后,对暂定内点集进行聚类分析,评价聚类点在图像重叠区域的均匀分布程度,并返回均匀分布程度最高的模型,进一步提高图像配准的精度。

2 基于平滑约束和聚类分析的图像配准

本算法的图像配准流程如图 1 所示,首先,输入两幅具有重叠区域的图像 I_a 和 I_b ,利用 SIFT 算法进行特征点提取并得到 M 对初始匹配点 $C =$

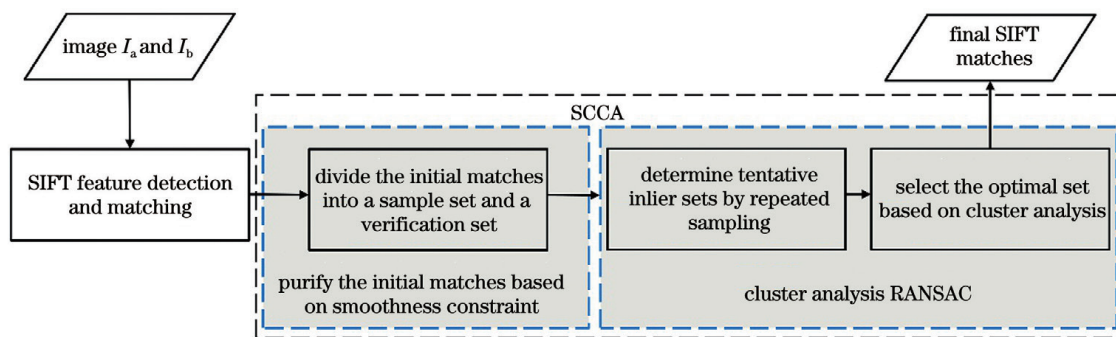


图 1 本算法的图像配准流程

Fig. 1 Image registration process of our algorithm

$\{(p_a^i, p_b^i), i=1, 2, \dots, M\}$, 令 σ_a^i 和 σ_b^i 分别为特征点 p_a^i 和 p_b^i 的尺度。然后, 通过 SC 筛选初始匹配点以及聚类分析 RANSAC 算法选取最优内点集, 完成图像配准。SC 指三维空间中邻近目标对应的像素以相似的方式进行平滑变换, 如旋转、平移和缩放, 即正确匹配点的邻域点间也相互匹配且具有一致的局部角度顺序和缩放尺度。图 2 为 SC 的原理示意图, 其中, 圆的半径表示特征点的尺度。可以发现, 相比错误匹配点 (p_a^j, p_b^j) , 正确匹配点 (p_a^i, p_b^i) 的 5 个邻域点间也相互匹配, 且缩放尺度一致。本

算法先利用 SC 将初始匹配点 C 划分为高内点率的抽样集 C_{SC} 和高内点数的验证集(初始匹配点) C , 以提高算法的收敛速度及稳定性; 然后, 基于 SC 有效剔除集合 C 中大量的外点, 但也会不可避免地剔除部分内点。因此, 本算法采取高内点率集合 C_{SC} 抽样、高内点数集合 C 一致性检验的策略, 选取暂定内点集 C_k 和模型 H_k , 其中, k 为抽样次数。考虑到理想内点应均匀分布在重叠区域, 对抽样过程中求得的暂定内点集 C_k 进行聚类分析, 并以聚类中心的分布质量为准则选取最优内点集 C_{int} 。

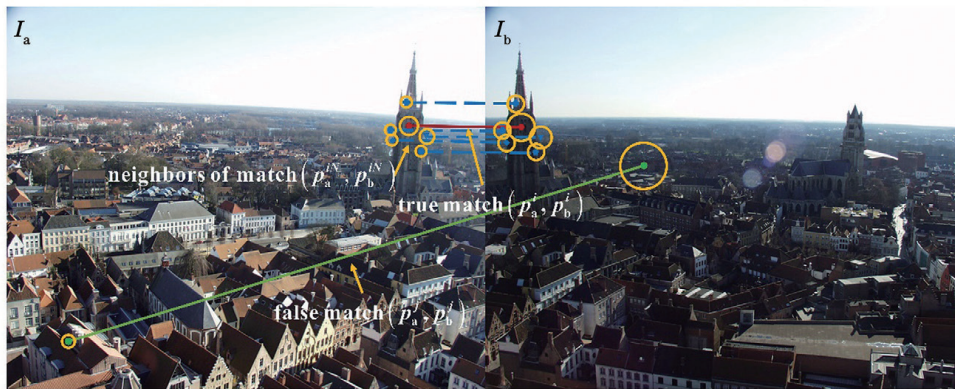


图 2 SC 的示意图

Fig. 2 Schematic of the SC

2.1 基于平滑约束的初始匹配点筛选

2.1.1 全局尺度缩放一致性检验

令 $P_a^i(N_1) = \{p_a^{i1}, \dots, p_a^{iN_1}\}$ 和 $P_b^i(N_1) = \{p_b^{i1}, \dots, p_b^{iN_1}\}$ 分别为图像 I_a 和 I_b 中距离特征点 p_a^i 和 p_b^i 欧氏距离最近的 N_1 个特征点集合。若匹配点 (p_a^i, p_b^i) 的邻域点集 $P_a^i(N_1)$ 和 $P_b^i(N_1)$ 为匹配点, 且集合 $P_a^i(N_1)$ 和 $P_b^i(N_1)$ 内各点分别在以 p_a^i 和 p_b^i 为原点的局部坐标系内的局部角度顺序一致, 则认为 (p_a^i, p_b^i) 为可靠匹配点, 所有可靠匹配点构成集合 C_{RM} , 通过集合 C_{RM} 内各点的缩放尺度中值确定匹配点的全局缩放尺度。图 3(a) 为可靠匹

配点选取示意图, 其中, $P_a^i(5) = \{p_a^{i1}, p_a^{i2}, p_a^{i3}, p_a^{i4}, p_a^{i5}\}$ 和 $P_b^i(5) = \{p_b^{i1}, p_b^{i2}, p_b^{i3}, p_b^{i4}, p_b^{i5}\}$ 分别为匹配点 p_a^i 和 p_b^i 的 5 个最近邻特征点集, 匹配点用相同图案表示。可以发现, 集合 $P_a^i(5)$ 和 $P_b^i(5)$ 内各点均相互匹配且局部角度顺序一致, 则 p_a^i 和 p_b^i 为一组可靠匹配点。图 3(b) 为全局尺度缩放一致性检验示意图, 匹配点的缩放尺度 $\tilde{\sigma}_p = \sigma_b^i / \sigma_a^i$ 应与全局缩放尺度 $\tilde{\sigma}_g$ 一致, 可表示为

$$|\tilde{\sigma}_g - \tilde{\sigma}_p| < \alpha, \quad (1)$$

式中, α 为缩放尺度阈值, $\tilde{\sigma}_g$ 由可靠匹配点集合 C_{RM} 内各点缩放尺度的中值确定。

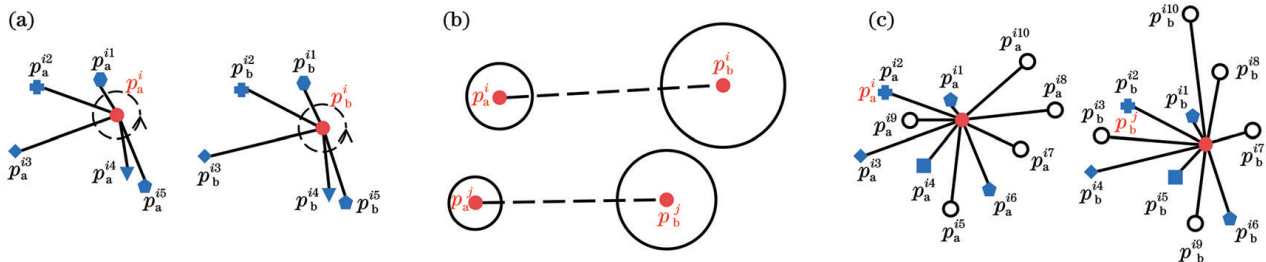


图 3 基于 SC 的初始匹配点筛选。(a) 可靠匹配点的选取; (b) 全局缩放尺度一致性的检验; (c) 局部几何约束

Fig. 3 Screening of initial matches based on SC. (a) Selection of reliable matches; (b) checking the consistency of the global zoom scale; (c) local geometric constraints

2.1.2 局部几何约束

通过局部几何约束进一步剔除集合 C 中的外点,假设初始匹配点 (p_a^i, p_b^i) 的邻域集 $P_a^i(N_2)$ 和 $P_b^i(N_2)$ 中存在 m 对匹配点,若 $\beta_0 = m/N_2 > \beta$, β 为局部几何约束阈值,则认为匹配点 (p_a^i, p_b^i) 满足局部几何约束;反之,将该匹配点剔除。如图 3(c) 中相同实心图案表示匹配点,空心圆表示不存在匹配点。可以发现,匹配点 (p_a^i, p_b^i) 的 10 个最近邻特征点中存在 5 对匹配点,即 $\beta_0 = 0.5$ 。

2.2 聚类分析随机抽样一致性

聚类分析 RANSAC 算法的主要步骤如图 4 所示,首先,利用 2.1 节中的 SC 方法筛选初始匹配点 C ,得到高内点率集合 C_{SC} 。然后,采用高内点率集合 C_{SC} 抽样、高内点数集合 C 一致性检验的策略,选取暂定内点集 C_k 和模型 H_k 。由于集合 C_k 仅由抽样点计算得到,若利用集合 C_k 重新估计模型并在集合 C 中计算内点集,能得到更优解。因此,在每次 RANSAC 检验后,反复估计模型并重新计算内点集,直至当前内点集不再发生变化。抽样次数由内点率自适应确定,可表示为

$$K(|C_k|, \mu) = \frac{\log(1 - \mu)}{\log(1 - \eta^4)}, \quad (2)$$

式中, μ 为置信率, $\eta = |C_k|/|C|$ 为内点率,范数 $|\cdot|$ 为计算集合内的元素数目。

对暂定内点集进行 K -mean++ 聚类分析^[16-17],并根据聚类中心和模型计算得到的图像重叠区域边界点建立 Delaunay 三角网,以聚类中心的分布质量代替 RANSAC 算法内点数最多的最优模型选取准则。聚类中心的分布质量可表示为

$$D = D_A \times D_S = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^n \left(\frac{A_l}{\bar{A}} - 1\right)^2}{n-1}} \times \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^n (S_l - 1)^2}{n-1}}, \quad (3)$$

式中, n 为聚类中心和图像重叠区域边界点构建的三角网中三角形总数, D_A 和 D_S 分别为三角形面积和形状变化的度量, $S_l = \frac{3 \times \text{Max}(\theta_l)}{\pi}$, A_l 和 $\text{Max}(\theta_l)$

分别为三角形 l 的面积和最大内角, $\bar{A} = \sum_{l=1}^n A_l/n$ 为 n 个三角形的平均面积。 D 越小,表明聚类中心在图像重叠区域的分布越均匀,对应的内点分布更优。

图 5 为最优内点集的选取过程,图 5(a) 为第 k 次和第 $k+1$ 次抽样得到的两组暂定内点集 C_k 和 C_{k+1} ,可以发现,两组集合的内点数相同,实心圆表示内点,多边形表示通过当前内点集计算得到的图像重叠区域边界;图 5(b) 为集合 C_k 和 C_{k+1} 的聚类

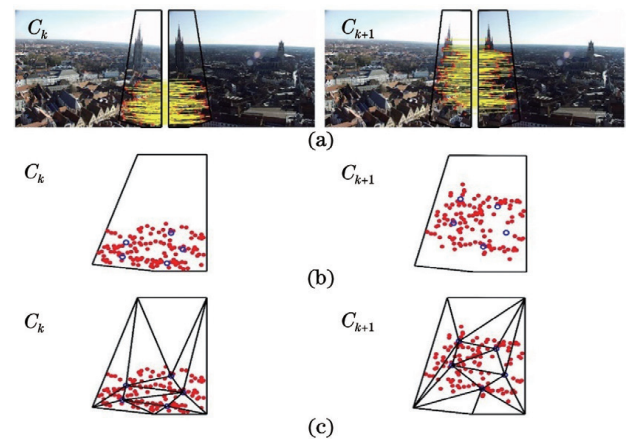


图 5 最优内点的选取流程。(a) 暂定内点; (b) 暂定内点的聚类分析结果; (c) 聚类中心的分布质量
Fig. 5 Selection process of optimal inliers. (a) Tentative inliers; (b) cluster analysis results of tentative inliers; (c) distribution quality of the cluster center

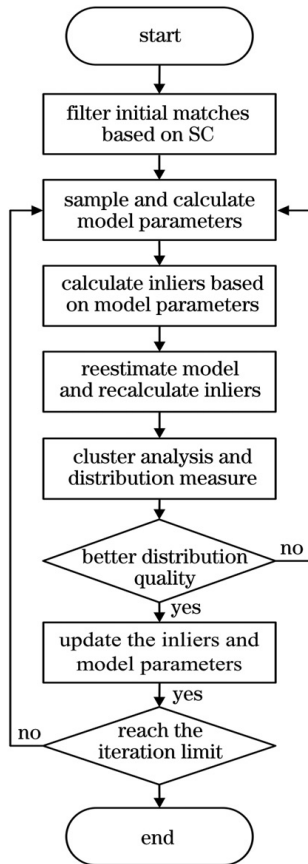


图 4 基于聚类分析的 RANSAC 算法

Fig. 4 RANSAC algorithm based on cluster analysis

分析结果,空心圆表示聚类中心;图 5(c)为基于集合 C_k 和 C_{k+1} 的聚类中心和重叠区域边界点构建的 Delaunay 三角网,可以明显发现,集合 C_{k+1} 比集合 C_k 的聚类中心分布质量更优,因此选取集合 C_{k+1} 为最优内点集。

3 仿真实验

为验证 SCCA 算法的有效性,采用两组图像进行定量分析,第一组图像取自 Jared Heinly 数据集^[18],如图 6 所示,包含 6 种场景,共 30 组图像对。其中,图 6(a)和图 6(b)分别包含一系列模糊和视角变化,图 6(c)包含旋转和缩放变化,图 6(d)包含光

照变化,图 6(e)和图 6(f)分别包含旋转和缩放变化,数据集提供了各图像匹配对间的真实变换矩阵。利用该数据集分析缩放尺度阈值 α 和局部几何约束阈值 β 对 SC 提纯初始匹配点 C 的影响,同时选取最优参数。图 7 为不同参数 α 和 β 对提纯性能的影响,分析 α 的影响时,令 $\beta=0.7$;分析 β 的影响时,令 $\alpha=0.4$ 。从图 7(a)和图 7(b)可以发现,内点数随 α 的增大呈先增高后降低的趋势,内点率无明显变化。因此,为避免误剔除过多内点,取 $\alpha=0.4$ 。从图 7(c)和图 7(d)可以发现,内点数随 β 的增大呈下降趋势,内点率则逐渐上升,综合考虑内点数和内点率,取 $\beta=0.7$ 。

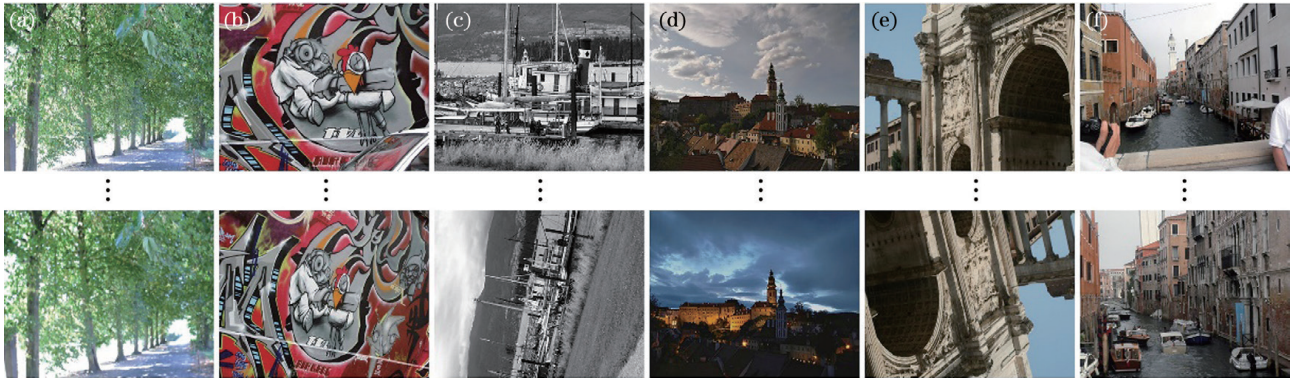


图 6 测试图像。(a)模糊变化;(b)视角变化;(c)旋转和缩放变化;(d)光照变化;(e)旋转变化;(f)缩放变化

Fig. 6 Testing images. (a) Blur change; (b) viewpoint change; (c) rotation and scale changes; (d) illumination change; (e) rotation change; (f) scale change

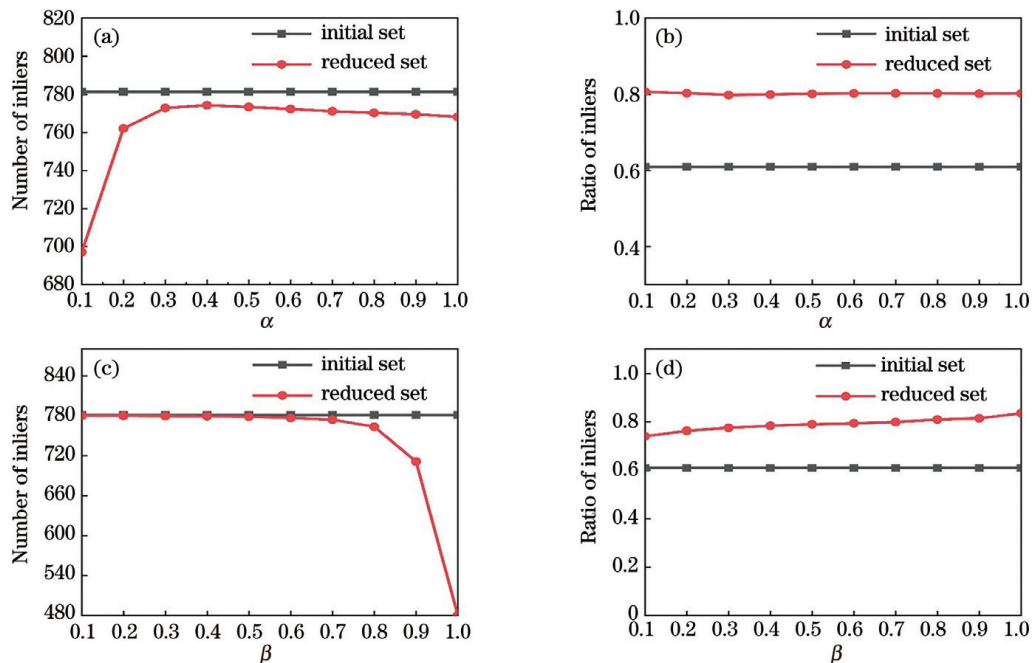


图 7 不同参数对初始匹配点提纯性能的影响。(a) α 对内点数的影响;(b) α 对内点率的影响;(c) β 对内点数的影响;(d) β 对内点率的影响

Fig. 7 Effect of different parameters on the purification performance of initial matches. (a) Number of inliers with different α ; (b) ratio of inliers with different α ; (c) number of inliers with different β ; (d) ratio of inliers with different β

第二组图像取自 homogr 数据集^[19],如图 8 所示,共 10 组图像,每组图像包含 8 对监测点。利用第二组图像定量分析 SCCA 算法的配准精度和稳定性,并与 RANSAC 算法、局部优化 RANSAC (FLRS) 算法、局部结构保留匹配 (LPM + RANSAC) 算法^[20]和迭代双凸优化 (FLRS + IBCO) 算法^[21]进行对比分析,对比算法参数根据对应文献进行设置,内、外点误差阈值均为 2,SCCA 算法的

参数 N_1 和 N_2 分别为 5 和 10,评价指标为监测点的均方根误差 (RMSE)、准确率 (P) 和召回率 (R),所有指标均用十组图像分别独立运行 100 次取平均值得到, RMSE 越低、 P 和 R 越高,表明图像配准的精度越高。对 RMSE 取标准差 (STD) 度量配准算法的稳定性, STD 的值越小,表明算法的稳定性越强。实验环境: CPU 为 AMD Ryzen 9 3950X, 3.49 GHz, 内存为 16 GB 的 PC 机, 软件为 Matlab2017b。

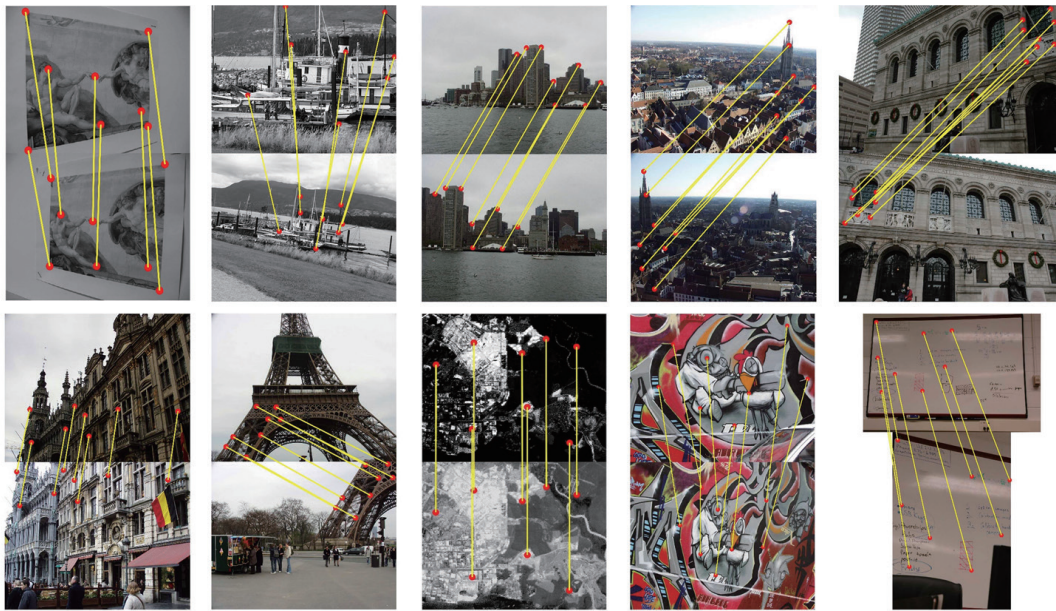


图 8 单应性矩阵估计图像对

Fig. 8 Images pairs for homography estimation

仿真实验结果如表 1 所示,可以看出,SCCA 算法的 RMSE 为 1.50,配准精度最高,且 STD 为 0.19,远低于其他算法,原因是 SCCA 算法在 RANSAC 检验前执行 SC 提纯内点的策略能有效提高图像的

配准精度和稳定性。同时,SCCA 算法的 P 和 R 也优于其他算法,原因是 SCCA 算法以内点聚类中心在图像重叠区域的均匀分布程度为准则选取最优内点集的策略能有效增强图像间的配准精度。

表 1 不同算法的性能

Table 1 Performances of different algorithms

Algorithm	RANSAC	FLRS	LPM+RANSAC	FLRS+IBCO	SCCA
Error (RMSE±STD)	2.05±0.68	1.95±0.51	2.07±0.65	1.82±0.34	1.50±0.19
P / %	71.61	70.84	71.64	70.34	72.94
R / %	77.96	85.75	76.67	89.07	90.50
Time / s	0.17	0.13	0.03	9.66	0.51

4 结 论

为实现图像高精度及高稳定性配准,提出了一种基于 SCCA 的图像配准算法。基于 SC 思想,利用邻域匹配特征点的尺度信息及空间角度顺序构建特征点全局缩放尺度一致性约束和局部几何约束,有效剔除了初始匹配点中的大量外点。同时,对随

机抽样过程中求得的暂定内点集进行聚类分析,并以聚类中心在图像重叠区域的均匀分布程度选取最优内点集,有效增强了图像的配准精度。仿真实验结果表明,SCCA 算法的配准精度及稳定性均优于 RANSAC、FLRS、LPM + RANSAC 和 FLRS + IBCO 算法,对同心多通道系统获取高质量、宽视场、高分辨率图像具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] Nichols M H, Ruyle G B, Nourbakhsh I R. Very-high-resolution panoramic photography to improve conventional rangeland monitoring [J]. *Rangeland Ecology & Management*, 2009, 62(6): 579-582.
- [2] Ren Z G, Li X Y, Ni D W. Compact space optical system design with large relative aperture and field of view[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(9): 0922001. 任志广, 李旭阳, 倪栋伟. 大相对孔径、大视场、紧凑型空间光学系统设计[J]. *光学学报*, 2019, 39(9): 0922001.
- [3] Li J H, Tan F L, Zeng C X, et al. Optical design of an airborne camera with wide coverage and high resolution[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(2): 0222001. 李加慧, 谭奋利, 曾晨欣, 等. 宽覆盖高分辨率机载相机光学系统设计[J]. *光学学报*, 2021, 41(2): 0222001.
- [4] Lu S F, Liu Z. A fast alignment method in sequence images of multiple units train [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(9): 0915002. 路绳方, 刘震. 动车组列车序列图像快速对齐方法[J]. *光学学报*, 2017, 37(9): 0915002.
- [5] Kale P, Singh K R. A technical analysis of image stitching algorithm[J]. *International Journal of Innovative Research in Computer and Communication Engineering*, 2015, 3(4): 3300-3309.
- [6] Wu Y, Ma W P, Gong M G, et al. A novel point-matching algorithm based on fast sample consensus for image registration[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(1): 43-47.
- [7] Lowe D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 60(2): 91-110.
- [8] Bay H, Ess A, Tuytelaars T, et al. Speeded-up robust features (SURF) [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2008, 110(3): 346-359.
- [9] Li Z Y, Tian Y, Chen F J, et al. Aerial image stitching algorithm for unmanned aerial vehicles based on improved ORB and PROSAC [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(23): 231003. 李振宇, 田源, 陈方杰, 等. 基于改进 ORB 和 PROSAC 的无人机航拍图像拼接算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(23): 231003.
- [10] Yang Q N, Ma T L, Yang C K, et al. RANSAC image matching algorithm based on optimized sampling [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(10): 101104. 杨琼楠, 马天力, 杨聪锬, 等. 基于优化采样的 RANSAC 图像匹配算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(10): 101104.
- [11] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus [J]. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395.
- [12] Sattler T, Leibe B, Kobbelt L. SCRAMSAC: improving RANSAC's efficiency with a spatial consistency filter[C]//2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision, September 29-October 2, 2009, Kyoto, Japan. New York: IEEE Press, 2009: 2090-2097.
- [13] Torr P H S, Zisserman A. MLESAC: a new robust estimator with application to estimating image geometry[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2000, 78(1): 138-156.
- [14] Chum O, Matas J, Kittler J. Locally optimized RANSAC[M]//Michaelis B, Krell G. Pattern recognition. Lecture notes in computer science. Heidelberg: Springer, 2003, 2781: 236-243.
- [15] Lebeda K, Matas J, Chum O. Fixing the locally optimized RANSAC [C]//Proceedings of the British Machine Vision Conference, September 3-7, 2012, Surrey. British: British Machine Vision Association, 2012: 1-11.
- [16] Lattanzi S, Lavastida T, Moseley B, et al. Online scheduling via learned weights[M]//Chawla S. Proceedings of the fourteenth annual ACM-SIAM symposium on discrete algorithms. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2020: 1859-1877.
- [17] Zhu Q, Wu B, Xu Z X. Seed point selection method for triangle constrained image matching propagation [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2006, 3(2): 207-211.
- [18] Mikolajczyk K, Schmid C. A performance evaluation of local descriptors[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(10): 1615-1630.
- [19] Heinly J, Dunn E, Frahm J M. Comparative evaluation of binary features [M]//Fitzgibbon A, Lazebnik S, Perona P, et al. Computer vision-ECCV 2012. Lecture notes in computer science. Heidelberg: Springer, 2012, 7573: 759-773.
- [20] Ma J Y, Zhao J, Jiang J J, et al. Locality preserving matching [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2019, 127(5): 512-531.
- [21] Cai Z P, Chin T J, Le H, et al. Deterministic consensus maximization with biconvex programming [EB/OL]. (2018-07-25) [2020-08-20]. <https://arxiv.org/abs/1807.09436>.