

## 基于剪切干涉的双涡旋光干涉图样特性研究

赵冬娥<sup>1,2\*</sup>, 李诺伦<sup>1</sup>, 马亚云<sup>1</sup>, 褚文博<sup>1</sup><sup>1</sup>中北大学信息与通信工程学院, 山西 太原 030051;<sup>2</sup>中北大学电子测试技术国家重点实验室, 山西 太原 030051

**摘要** 为探究双涡旋光干涉图样对微测量精度的影响,基于双涡旋光干涉原理,提出一种测量涡旋光自干涉图样的方法。分析了双涡旋光干涉图像的影响因素,设计并搭建了测量双涡旋光剪切干涉图样特性的光学系统。通过采集同一条件下物体移到不同距离后的双涡旋光干涉图像,利用图像相关法计算分析涡旋光相位奇点位置与拓扑荷数对双涡旋光干涉图像的影响,将实验结果与理论值对比发现条纹倾斜角和宽度分别为 $0^\circ$ 和 $0.1714\text{ mm}$ 时,两相位奇点像素位置分别为 $(351, 251)$ 和 $(151, 251)$ 、拓扑荷数为1的双涡旋光干涉图像测量偏差值最小,即两光束相位奇点位于图像中心且连线方向正交于条纹方向的低拓扑荷数双涡旋光干涉图像更适用于微测量领域。

**关键词** 几何光学; 涡旋光; 剪切干涉; 干涉图样; 图像互相关

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.1108001

## Characteristics of Double-Vortex Optical Interferogram Based on Shearing Interference

Zhao Donge<sup>1,2\*</sup>, Li Nuolun<sup>1</sup>, Ma Yayun<sup>1</sup>, Chu Wenbo<sup>1</sup><sup>1</sup>School of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China;<sup>2</sup>State Key Laboratory of Electronic Testing Technology, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China

**Abstract** To explore the influence of a double-vortex optical interference pattern on the precision of micromasurement, a method to measure the characteristics of the self-interference pattern of an optical vortex is proposed based on the principle of double-vortex optical interference. In this paper, the factors affecting the interference image of two vortex beams are analyzed, and an optical system is designed and built to measure the characteristics of the double-vortex optical interference pattern with shear interferometry. By collecting the interference images after different displacements of the objects in the system under the same conditions and analyzing the effect of the positions of two vortex beams and the number of topological charges on the interference image with the method of image correlation processing, a conclusion can be drawn from the measured deviation of a double-vortex optical interferogram that the pixel positions of the two phase singularities are  $(351, 251)$  and  $(151, 251)$  and the topological charge is 1 as the minimum when the fringe angle and width are  $0^\circ$  and  $0.1714\text{ mm}$ , respectively, from comparing the results with the theoretical value. It means that the double-vortex optical interference images with low topological charge and phase singularities located in the center of the image and the alignment direction

收稿日期: 2020-12-23; 修回日期: 2021-01-21; 录用日期: 2021-03-02

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(62005254)、山西省青年科技研究基金(201901D211280)、山西省高等学校科技创新项目(2019L0565)

\*E-mail: zhaodonge@nuc.edu.cn

orthogonal to the fringe direction are more suitable for micromasurement.

**Key words** geometric optics; vortex beams; shearing interference; interference pattern; image cross-correlation

**OCIS codes** 080.4865; 050.4865; 110.3175

## 1 引言

涡旋光是指具有螺旋型波前结构的光束,其中心处存在一个相位奇点,可使界面光强呈环状分布,中心光场振幅为零<sup>[1]</sup>。独特的结构使涡旋光在光学通信<sup>[2-4]</sup>、微粒操纵<sup>[5-7]</sup>、光学测量<sup>[8-10]</sup>等研究领域有着广泛的应用。在涡旋光拓扑荷数测量方面,通过分析涡旋光的干涉图像,可确定涡旋光的拓扑荷数<sup>[11-12]</sup>。此外,对涡旋光干涉仪的干涉图像进行分析,还能实现物体形貌<sup>[13-14]</sup>、位移<sup>[15-16]</sup>等信息的测量。显然,这些待测信息的获取与干涉图像密切相关。Lan等<sup>[17]</sup>利用迈克耳孙剪切干涉测量系统,通过涡旋光自干涉图像中叉分点处多出的干涉条纹数目和叉分方向来确定涡旋光拓扑荷数,研究结果发现当干涉图像中两叉分点的距离大于拓扑荷数+2个条纹周期时,更易从图像中分辨出涡旋光拓扑荷数。Kumar等<sup>[18]</sup>利用不同涡旋光干涉图样,设计了两种涡旋光拓扑荷数测量方法,其中基于涡旋光剪切干涉原理,采用马赫-曾德尔干涉光路得到自干涉条纹干涉图像,可用于测量涡旋光的低阶拓扑荷数;而利用涡旋光共轴干涉原理,在其中一条干涉光路中加入道威棱镜,采用正负拓扑荷数涡旋光干涉得到花瓣状干涉图像,可用于测量涡旋光的高阶拓扑荷数和径向指数<sup>[19]</sup>。Ding等<sup>[20]</sup>利用涡旋光低频外差干涉系统采集到拓扑荷数为1的涡旋光与平面波干涉变化图像,通过对每个像素独立进行相位

分析,得到了测量精度较高的涡旋光相位分布。对干涉图像进行处理时,不同的涡旋光束干涉图样会影响测量信息的精度,因此涡旋光的干涉图像质量对待测信息的提取精度具有重要影响,得到清晰、易分辨、易处理的涡旋光干涉图像十分必要。

为了得到更适用于高精度测量的双涡旋光干涉图像,本研究基于双涡旋光剪切干涉的叉状条纹特点,分析了双涡旋光干涉图样的影响参数,并根据马赫-曾德尔干涉原理设计并搭建了双涡旋光剪切干涉系统,利用图像相关法计算测量结果及偏差值,通过对比不同位移状态下的干涉图像与参考图像的相关系数,分析了不同相位奇点位置和拓扑荷数涡旋光的干涉图样对微测量精度的影响。

## 2 理论分析和实验设计

### 2.1 理论分析

与普通平面波相比,涡旋光束的相位呈螺旋状分布。无相位波前叠加的涡旋光沿 $z$ 轴正方向传播时,其电场复振幅 $E_1$ 在 $z=0$ 观测面上可以简化为<sup>[21]</sup>

$$E_1(x, y) = E_0 \exp \left[ -i l_1 \arctan \left( \frac{y - y_1}{x - x_1} \right) \right], \quad (1)$$

式中: $E_0$ 、 $l_1$ 和 $(x_1, y_1)$ 分别为涡旋光 $E_1$ 的光束振幅、拓扑荷数和相位奇点 $O_1$ 坐标。当带有倾斜波前相位的涡旋光沿 $z$ 轴方向传播时,其电场复振幅 $E_2$ 在 $z=0$ 观测面上可表示为

$$E_2(x, y) = E_0 \exp \left[ i k (x \cos \alpha_2 + y \sin \alpha_2) \sin \theta_2 - i l_2 \arctan \left( \frac{y - y_2}{x - x_2} \right) \right], \quad (2)$$

式中: $l_2$ 为涡旋光 $E_2$ 的拓扑荷数; $(x_2, y_2)$ 为相位奇点 $O_2$ 坐标; $k$ 为波矢的大小; $\alpha_2$ 为 $xOy$ 面内波矢 $k$ 的投影与 $x$ 轴正方向的夹角; $\theta_2$ 为 $k$ 与 $z$ 轴正方向的夹角。

当 $E_1$ 与 $E_2$ 两光束在 $z=0$ 观测面处发生干涉时,二者的干涉叠加光强 $I_1$ 可表示为

$$I_1(x, y) = 2E_0^2 + 2E_0^2 \cos [\varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y)], \quad (3)$$

式中: $\varphi_1(x, y) = k(x \cos \alpha_2 + y \sin \alpha_2) \sin \theta_2$ ,为光束传播过程中叠加在波前的相位变化; $\varphi_2(x, y) = \arctan \left( \frac{y - y_2}{x - x_2} \right) l_2 - \arctan \left( \frac{y - y_1}{x - x_1} \right) l_1$ ,为两涡旋光相

位差。

在涡旋光干涉图像中, $\varphi_1$ 会影响图像干涉条纹的倾斜方向与条纹宽度,干涉图像条纹与 $x$ 轴正向夹角 $\phi = \pi/2 - \alpha_2$ ,条纹间距为 $\Delta s = \lambda / \sin \theta_2$ ;而 $\varphi_2$ 会影响图像干涉条纹的叉点位置与分叉数目。为了分析 $\varphi_2$ 对涡旋光干涉图样的影响,数值仿真了干涉图像随 $\varphi_2$ 的变化关系。当两涡旋光束的拓扑荷数相等,即 $l_1 = l_2 = l$ 时,在 $O_1$ 和 $O_2$ 位置处,拓扑荷数为 $l$ 的涡旋光干涉条纹上下各由一条分为 $l+1$ 条,二者分叉方向相反<sup>[22]</sup>。当分叉点位置变化时,干涉分叉

条纹位置也随之变化。图 1、图 2 分别为  $l=1, 2$  时  $O_1$  和  $O_2$  不同位置的涡旋光干涉图像(此时  $\alpha_2=0^\circ, \theta_2=0.048^\circ$ )。可以看到,仿真结果与理论描述一致。值

得注意的是,当两涡旋光拓扑荷数相同、相位奇点重合时,  $\varphi_2(x, y)=0$ , 此时图像没有条纹分叉现象,干涉结果为竖直条纹,如图 1(f)与图 2(f)所示。

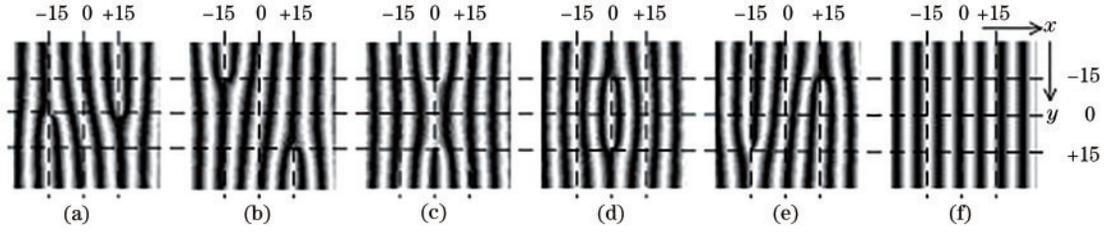


图 1  $l=1$  时  $O_1, O_2$  在不同位置的涡旋光干涉仿真图像。(a)  $(15, 0), (-15, 0)$ ; (b)  $(-15, -15), (15, 15)$ ; (c)  $(0, -15), (0, 15)$ ; (d)  $(0, 15), (0, -15)$ ; (e)  $(-15, 15), (15, -15)$ ; (f)  $(0, 0), (0, 0)$

Fig. 1 Simulated interferograms of vortex beams, at  $l=1$  when  $O_1$  and  $O_2$  are in different positions. (a)  $(15, 0), (-15, 0)$ ; (b)  $(-15, -15), (15, 15)$ ; (c)  $(0, -15), (0, 15)$ ; (d)  $(0, 15), (0, -15)$ ; (e)  $(-15, 15), (15, -15)$ ; (f)  $(0, 0), (0, 0)$

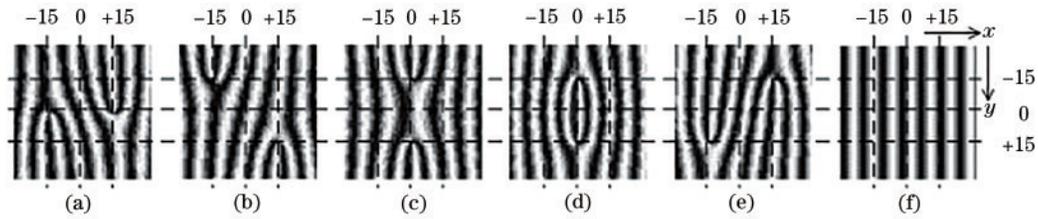


图 2  $l=2$  时  $O_1, O_2$  在不同位置的涡旋光干涉仿真图像。(a)  $(15, 0), (-15, 0)$ ; (b)  $(-15, -15), (15, 15)$ ; (c)  $(0, -15), (0, 15)$ ; (d)  $(0, 15), (0, -15)$ ; (e)  $(-15, 15), (15, -15)$ ; (f)  $(0, 0), (0, 0)$

Fig. 2 Simulated interferograms of vortex beams, at  $l=2$  when  $O_1$  and  $O_2$  are in different positions. (a)  $(15, 0), (-15, 0)$ ; (b)  $(-15, -15), (15, 15)$ ; (c)  $(0, -15), (0, 15)$ ; (d)  $(0, 15), (0, -15)$ ; (e)  $(-15, 15), (15, -15)$ ; (f)  $(0, 0), (0, 0)$

## 2.2 实验设计

为探究涡旋光干涉图像对微测量精度的影响,搭建了涡旋光干涉测量系统。图 3 为双涡旋光剪切干涉图像特性测量系统示意图,用于在观测面上产生不同位置相位奇点的涡旋光干涉图像。激光光源选用中心波长为  $632.8 \text{ nm}$  的 He-Ne 激光器,其出射光经显微物镜 MO( $20\times$ )、针孔 PI(直径为  $25 \mu\text{m}$ )、透镜 L(焦距为  $75 \text{ mm}$ )进行准直扩束,并通过偏振片 P 将光束传播方向调制到空间光调制器(SLM)液晶面的偏振方向。透过分光棱镜 BS1 的光束入射到 SLM 的液晶面上,在 SLM 液晶面上加载涡旋光相位图,使经过液晶面调制的光束变为涡旋光,并经过 BS1 反射后在分光棱镜 BS2 处分为两束光,其中反射光透过分光棱镜 BS3 入射到空心直角棱镜 H1 后原向反射,再次入射到 BS3 中,经 BS3 反射后垂直进入分光棱镜 BS5 中;而透射光经 BS4 透射后入射到

空心直角棱镜 H2,原向反射后再次入射到 BS4 中,经 BS4 反射后垂直进入分光棱镜 BS5 中,与 BS3 的反射光在 BS5 处合为一束,共同入射到相机探测面上。系统中涡旋光由 SLM(型号为 PLUTO-NIR-011,分辨率为  $1920 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$ ,相元尺寸为  $8.0 \mu\text{m}$ )产生,通过改变加载在液晶面上的涡旋光相位图,可改变涡旋光拓扑荷数  $l$ ; H1 与 H2 正交放置,二者可分别在  $y$  轴和  $x$  轴方向上作微小移动,用于控制两干涉涡旋光  $O_1, O_2$  的位置; H2 可在  $z$  轴方向上作微小移动,用于控制相同干涉状态下两光束的光程差;双涡旋光剪切干涉图像由 CCD(型号为 GEV-B2020,像素为  $2048 \text{ pixel} \times 2048 \text{ pixel}$ ,相元尺寸为  $7.45 \mu\text{m}$ )相机记录。

实验中控制 H2 沿  $z$  轴方向移动,用于改变两干涉光束的光程差,此时 CCD 探测到的干涉叠加光强可表示为

$$I_2(x, y) = 2E_0^2 + 2E_0^2 \cos[\varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) + \varphi(d)], \quad (4)$$

式中:  $d$  为 H2 在  $z$  轴方向上的位移量;  $\varphi(d)$  为位移引起的相位变化。

实验中用相机记录一个条纹变化周期内不同位移下的图像,并利用归一化互相关(normalized

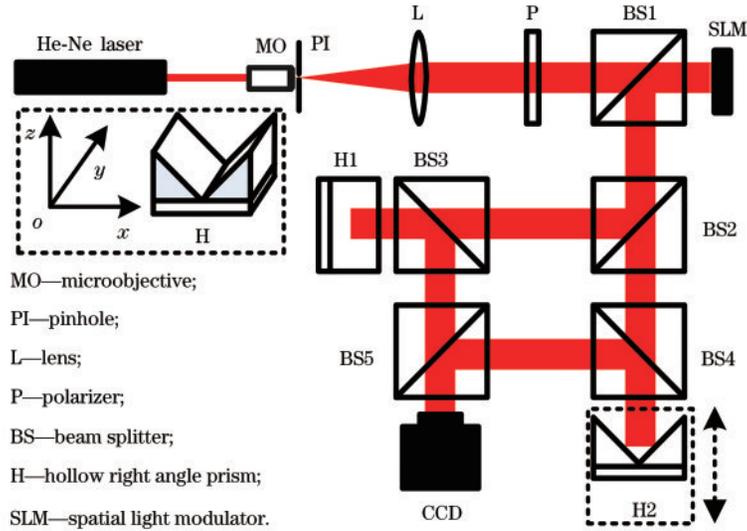


图 3 测量双涡旋光剪切干涉图像特性的实验装置示意图

Fig. 3 Experimental setup for measuring interferogram characteristics based on shearing interferometer of two vortex beams

cross correlation, NCC) 算法<sup>[23]</sup>对图像进行处理。NCC 算法的计算量大,鲁棒性好,抗干扰性强,可用于图像匹配与识别。以位移前拍摄的一帧图像为参考图像 A,将同一条件下拍摄的位移后的图像 B 与参考图像进行对比,则两图像的相关系数  $r$  可表示为

$$r = \frac{\sum_x \sum_y (A_{xy} - \bar{A})(B_{xy} - \bar{B})}{\sqrt{\left[ \sum_x \sum_y (A_{xy} - \bar{A})^2 \right] \left[ \sum_x \sum_y (B_{xy} - \bar{B})^2 \right]}}, \quad (5)$$

式中:  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  分别为 A、B 两图像的灰度均值。 $r$  值越大,表示两图像的相似度越高,当  $r=1$  时,表明 A、B 两图像完全匹配,在  $z$  轴方向上 H2 的位移量为整数个周期。在位移过程中,采集 H2 位移前的干涉图像 A 和同一实验条件下 H2 运动不同位移时的对比图像 B,并根据 NCC 算法计算一个条纹变化周期内不同  $B_i$  与参考图像 A 的相关系数  $r_i$  值,将实验中相关系数计算结果与图像仿真计算结果进行比较,可得出不同干涉图样的偏差值,由此判断干涉图像对

微测量精度的影响。

### 3 实验分析

#### 3.1 相位奇点位置对图像信息获取的影响

为探究干涉图像的特性,在图 3 所示的实验装置的基础上,分别研究了涡旋光相位奇点位置、拓扑荷数对干涉图像信息获取的影响。对实验系统进行标定,得到双涡旋光干涉图像的干涉条纹的倾斜角和宽度分别为  $0^\circ$  和  $0.1714 \text{ mm}$ 。针对不同位置相位奇点对图像信息获取的影响,使用  $l=1$  的涡旋光进行干涉,通过改变 H1 在  $y$  轴和 H2 在  $x$  轴方向上的位置,使两涡旋光束干涉图像中  $O_1$  和  $O_2$  的相对位置发生变化,形成不同干涉程度的剪切干涉图像。采集到  $O_1$  和  $O_2$  在不同像素位置处的周期干涉参考图像如图 4 所示;计算得到的不同干涉图像的相关系数如图 5 所示,其中黑色曲线为干涉仿真图像在一个条纹变化周期内不同位移下的归一化互相关系数的计算结果。由于外界因素及干涉光束强度的影响,实验中得到的图像相关系数与理论值

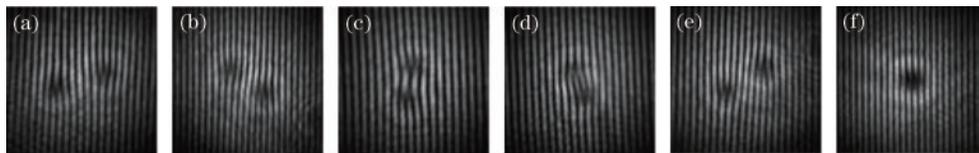


图 4 不同相位奇点位置处双涡旋光干涉参考图像。(a) (351, 251)、(151, 251); (b) (151, 151)、(351, 351); (c) (251, 151)、(251, 351); (d) (251, 351)、(251, 151); (e) (151, 351)、(351, 151); (f) (251, 251)、(251, 251)

Fig. 4 Interferograms about two vortex beams with different positions of phase singularity. (a) (351, 251), (151, 251); (b) (151, 151), (351, 351); (c) (251, 151), (251, 351); (d) (251, 351), (251, 151); (e) (151, 351), (351, 151); (f) (251, 251), (251, 251)

有差异,不同位置相位奇点的双涡旋光图像的最小相关系数为-0.7853,计算得出  $O_1$  和  $O_2$  像素位置分别为 (351, 251) 和 (151, 251) 时图像的相关系数与理论值的偏差最小,标准偏差为 0.2903。

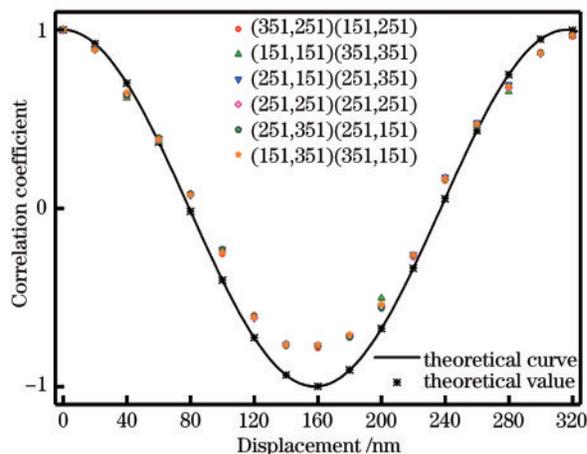


图 5 不同相位奇点位置处双涡旋光干涉图像相关系数  
Fig. 5 Correlation coefficients of interferograms about two vortex beams with different positions of phase singularity

观察图 4 和图 5 可知,对拓扑荷数为 1 的双涡旋光干涉图像,相位奇点位置变化对图像分析的影响较小,但在两光束相位奇点位于图像中心且连线方

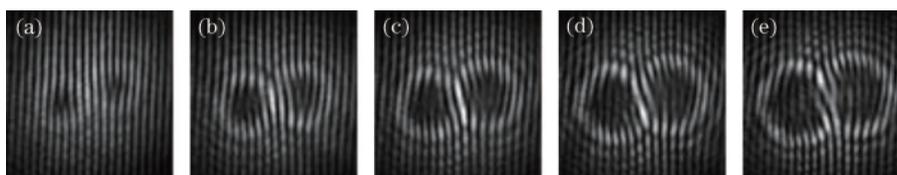


图 6 不同拓扑荷数的双涡旋光干涉参考图像。(a)  $l=1$ ; (b)  $l=2$ ; (c)  $l=3$ ; (d)  $l=4$ ; (e)  $l=5$   
Fig. 6 Interferograms about two vortex beams with different topological charges. (a)  $l=1$ ; (b)  $l=2$ ; (c)  $l=3$ ; (d)  $l=4$ ; (e)  $l=5$

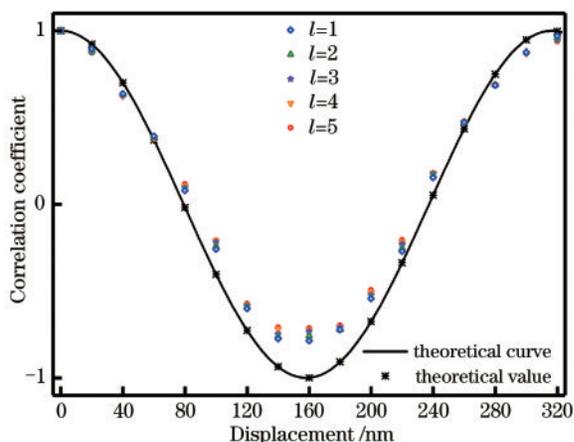


图 7 不同拓扑荷数的双涡旋光干涉图像相关系数曲线  
Fig. 7 Correlation coefficient curves of interferograms about two vortex beams with different topological charges

向正交于条纹方向的情况下,涡旋光干涉图像偏差最小,用于微测量时精度更高。值得注意的是,当两涡旋光束发生完全干涉,即两相位奇点在同一位置时,无条纹分叉现象,此时并不能准确从干涉图像中得到干涉光的拓扑荷数和相位信息,因此不能用于研究涡旋光性质。

### 3.2 拓扑荷数对图像信息获取的影响

针对不同拓扑荷数对图像信息获取的影响,通过改变叠加在 SLM 的涡旋光相息图来改变两干涉涡旋光的拓扑荷数  $l$ ,从而改变两光束的干涉图像。当  $O_1$  和  $O_2$  像素位置分别为 (351, 251) 和 (151, 251) 的涡旋光发生干涉时,不同  $l$  下的涡旋光干涉周期参考图像如图 6 所示;计算得到的不同干涉图像的相关系数如图 7 所示,其中黑色曲线为干涉仿真图像在一个条纹变化周期内不同位移下的归一化互相关系数计算结果。相较于图 5 的实验结果,图 7 中不同  $l$  下的双涡旋光干涉测量的偏差值较大,这是因为随着涡旋光中  $l$  的增大,涡旋光中心光场强度为 0 的区域逐渐变大,双涡旋干涉图像中  $O_1$  和  $O_2$  位置处光强度变化复杂,图像相关系数计算过程中引入的误差较大,导致计算结果不准确。

实验结果表明,涡旋光拓扑荷数对双涡旋测量影响较大,其中拓扑荷数为 1 的双涡旋干涉图像条纹显示清晰,可快速读取图像中相位奇点位置处的分叉数目,计算误差最小,用于微测量时精度更高;而高拓扑荷数干涉图像中的叉状条纹太多,图像复杂且不清晰,用于微测量领域时的偏差较大。

## 4 结 论

本研究分析了双涡旋光干涉图像的影响因素,并在此理论上提出一种测量双涡旋光干涉图像的方法,搭建了基于马赫-曾德尔干涉原理的双涡旋光干涉测量系统。实验中通过改变两光束干涉程度和加载在 SLM 上的相息图,改变干涉图像中涡旋光相位奇点位置与拓扑荷数,并使用相机采集一

个周期内的相位变化图像,研究两参数对测量结果的影响。使用图像相关比对法进行图像处理,得到位移-相关系数曲线图,并计算得到测量误差最小的双涡旋干涉图像。测量结果表明,在干涉条纹倾斜角和宽度分别为 $0^\circ$ 和 $0.1714\text{ mm}$ 的情况下,两光束相位奇点位于图像中心且连线方向正交于条纹方向的拓扑荷数为1的双涡旋光干涉图像与理论值的差值最小。涡旋光干涉实验结果为涡旋光干涉特性的检测、研究提供了支持,研究结果对双涡旋光干涉在微测量领域的参数测量精度提高具有一定意义。

### 参 考 文 献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] Sun Y L, Zhang J R, Lu Z Z, et al. Propagation characteristics of Laguerre-Gaussian vortex beams in underwater turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(10): 1001005.  
孙艳玲, 张家瑞, 鲁振中, 等. 拉盖尔-高斯涡旋光束在水下湍流中的传输特性[J]. *光学学报*, 2019, 39(10): 1001005.
- [3] Ke X Z, Chen Y, Zhang Y, et al. Design and analysis of a transmission fiber with high-order orbital angular momentum mode[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(2): 020601.  
柯熙政, 陈云, 张颖, 等. 高阶轨道角动量模场传输光纤的设计研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(2): 020601.
- [4] Liu L, Gao Y S, Liu X Z, et al. High-dimensional vortex beam encoding/decoding for high-speed free-space optical communication[J]. *Optics Communications*, 2019, 452: 40-47.
- [5] Yang W D, Qiu X D, Chen L X, et al. Research progress in detection, imaging, sensing, and micromanipulation application of orbital angular momentum of beams[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(5): 0500013.  
杨伟东, 邱晓东, 陈理想, 等. 光轨道角动量分离、成像、传感及微操控应用研究进展[J]. *中国激光*, 2020, 47(5): 0500013.
- [6] Yu S Y. Integrated photonic methods for manipulation of optical vortices [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(10): 1026008.  
余思远. 涡旋光场的集成光子学操控方法[J]. *光学学报*, 2016, 36(10): 1026008.
- [7] Li M M, Yan S H, Liang Y S, et al. Transverse spinning of particles in highly focused vector vortex beams [J]. *Physical Review A*, 2017, 95 (5) : 053802.
- [8] Na Y, Ko D K. High-resolution refractometry using phase shifting interferometry based on spatial light modulator and vortex probe [J]. *Optics & Laser Technology*, 2019, 112: 479-484.
- [9] Fu Z L, Wang Z, Cui C, et al. Angular velocity measurement based on rotational Doppler effect of vortex beam[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(18): 180501.  
傅子玲, 王智, 崔燊, 等. 利用涡旋光束的旋转多普勒效应测量角速度[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(18): 180501.
- [10] Yang X, Wei S B, Kou S S, et al. Misalignment measurement of optical vortex beam in free space [J]. *Chinese Optics Letters*, 2019, 17(9): 090604.
- [11] Dong M, Lu X Y, Zhao C L, et al. Measuring topological charge of partially coherent elegant Laguerre-Gaussian beam[J]. *Optics Express*, 2018, 26(25): 33035-33043.
- [12] Pei C Y, Mao Z X, Xu S P, et al. Interferometric detection method for orbital angular momentum of vortex beams[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(14): 140502.  
裴春莹, 茅志翔, 徐素鹏, 等. 涡旋光束轨道角动量的一种新型干涉检测方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(14): 140502.
- [13] Sokolenko B, Poletaev D, Halilov S, et al. Phase shifting profilometry with optical vortices[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, 917: 062047.
- [14] Zorinants G, Masia F, Giannakopoulou N, et al. Background-free 3D nanometric localization and sub-nm asymmetry detection of single plasmonic nanoparticles by four-wave mixing interferometry with optical vortices[J]. *Physical Review X*, 2017, 7(4): 041022.
- [15] Xia H J, Gu R R, Pan C L, et al. Signal processing method for displacement measurement interferometry using vortex beams[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(9): 1905-1912.  
夏豪杰, 谷容睿, 潘成亮, 等. 涡旋光位移干涉测量方法与信号处理[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(9): 1905-1912.
- [16] Zhao D E, Wang S Y, Ma Y Y, et al.

- Measurement of micro-displacement based on the interference of vortex beams and spherical wave[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(4): 0413005.
- 赵冬娥, 王思育, 马亚云, 等. 基于涡旋光与球面波干涉的微位移测量研究[J]. *红外与激光工程*, 2020, 49(4): 0413005.
- [17] Lan B, Liu C, Rui D M, et al. The topological charge measurement of the vortex beam based on dislocation self-reference interferometry[J]. *Physica Scripta*, 2019, 94(5): 055502.
- [18] Kumar P, Nishchal N K. Modified Mach-Zehnder interferometer for determining the high-order topological charge of Laguerre-Gaussian vortex beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2019, 36(8): 1447-1455.
- [19] Kumar P, Nishchal N K. Self-referenced interference of laterally displaced vortex beams for topological charge determination[J]. *Optics Communications*, 2020, 459: 125000.
- [20] Ding X, Feng G Y, Zhou S H, et al. Detection of phase distribution of vortex beams based on low frequency heterodyne interferometry with a common commercial CCD camera[J]. *Applied Physics Letters*, 2020, 116(3): 031106.
- [21] Ke X Z, Xu J Y. Interference and detection of vortex beams with orbital angular momentum [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(9): 0905003.  
柯熙政, 胥俊宇. 涡旋光束轨道角动量干涉及检测的研究[J]. *中国激光*, 2016, 43(9): 0905003.
- [22] Liu G G, Wang K, Lee Y H, et al. Measurement of the topological charge and index of vortex vector optical fields with a space-variant half-wave plate [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(4): 823-826.
- [23] Hu W X. Several applications of neural network method on displacement measurement [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2020: 2-4.  
胡文欣. 神经网络法在位移测量中的若干应用研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2020: 2-4.