

激光与光电子学进展

外磁场下 Dzyaloshinskii–Moriya 相互作用对海森堡 XYZ 链热纠缠的影响

罗丹丹^{1,2}, 慕琦雄^{1,2}, 黄燕霞^{1,2*}

¹湖北师范大学物理与电子科学学院, 湖北 黄石 435002;

²中国科学院量子信息重点实验室, 安徽 合肥 230026

摘要 通过计算共生纠缠度, 在外磁场存在的情况下研究了含有 z 方向 Dzyaloshinskii–Moriya (DM) 相互作用的两量子比特海森堡 XYZ 链模型的热纠缠特性。研究结果显示: 对于反铁磁情形下的海森堡 XYZ 链模型, 随着 DM 相互作用参数 $|D|$ 的增加, 原本没有热纠缠的自旋链发生热纠缠; 并且随着 DM 相互作用的增强, 自旋链的热纠缠逐渐趋于稳定, 自旋链的最大纠缠度也有所提高; 随着自旋耦合参数 J_z 的逐渐增加, 自旋链的最大纠缠度增加, 热纠缠范围得到扩展; 各向异性参数 γ_b 的增加有助于扩展热纠缠的范围, 但对自旋链的最大纠缠度无明显的影响。

关键词 量子光学; 海森堡 XYZ 链; DM 相互作用; 热纠缠

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0127001

Effect of Dzyaloshinskii–Moriya Interaction on Thermal Entanglement of Heisenberg XYZ Chains Under External Magnetic Field

Luo Dandan^{1,2}, Mu Qixiong^{1,2}, Huang Yanxia^{1,2*}

¹College of Physics and Electronic Science, Hubei Normal University, Huangshi, Hubei 435002, China;

²Key Laboratory of Quantum Information, Chinese Academy of Science, Hefei, Anhui 230026, China

Abstract The thermal entanglement characteristics in the two-qubit Heisenberg XYZ chain model under the Dzyaloshinskii–Moriya (DM) interaction along the z direction is studied by the calculation of the symbiotic entanglement in the presence of an external magnetic field. The research results show that as for the Heisenberg XYZ chain model in the antiferromagnetic case, with the increase of the DM interaction parameter $|D|$, the spin chain without original thermal entanglement becomes thermally entangled. Meanwhile, as the DM interaction increases, the thermal entanglement of the spin chain gradually tends to be stable and the maximum entanglement degree of the spin chain also increases. With the gradual increase of the spin coupling parameter J_z , the maximum entanglement degree of the spin chain increases and the range of thermal entanglement is extended. The increase of the anisotropy parameter γ_b helps to expand the range of thermal entanglement, but it has no obvious effect on the maximum entanglement degree of spin chains.

Key words quantum optics; Heisenberg XYZ chain; Dzyaloshinskii–Moriya interaction; thermal entanglement

OCIS codes 270.5565; 270.5580; 270.5585

收稿日期: 2020-04-20; 修回日期: 2020-05-19; 录用日期: 2020-06-09

基金项目: 中国科学院量子信息重点实验室开放课题(KQI201802)、湖北师范大学研究生创新科研基金项目(20190126)

*E-mail: huangyx617@163.com

1 引言

量子纠缠是量子力学极为奇妙的一种特性,它是量子计算与量子信息处理的重要资源,其源于量子力学的态叠加原理^[1-3],被广泛应用于量子密钥分配^[4-5]、量子隐形传态^[6]、量子克隆^[7]和量子密集编码^[8]等领域。对于不同的自旋链模型,其纠缠的特征也有所不同。海森堡模型利用具有良好纠缠特性的固态物理系统^[9-12]来描述核自旋^[13]、电子自旋^[14]、量子点^[15]和量子光学晶格等物理系统。海森堡模型自身具有很好的扩展性、集成性、稳定性以及易实现等特性,其在量子信息科学中的潜在应用价值引起了研究者的高度关注^[16-27],本课题组先前也研究了一些海森堡模型的相关特性^[28-31]。

Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用是反对称的各向异性超交互作用^[32-33],含有 DM 相互作用的量子自旋系统会表现出一些新奇的特性。近些年以来,含有 DM 相互作用的海森堡自旋链系统的纠缠特性被人们广泛研究。刘圣鑫等^[34]研究了 DM 相互作用对混合自旋 XY 链以及自旋度为 1 的 XY 链热纠缠的影响,发现对于 XY 模型,在确定的温度下,DM 相互作用能使热纠缠达到稳定。邹琴等^[35]研究了 DM 和内禀消相干对双比特海森堡 XYZ 自旋系统量子密集编码的影响,发现在不同类型的初态下,影响量子密集编码传输容量的因素不完全相同。麦提依明·吐孙等^[36]研究了含有 DM 相互作用的两比特海森堡 XYZ 自旋系统的超级量子失协,发现 z 方向 DM 相互作用对量子纠缠、普通量子失

协和超级量子失协都具有积极的作用,通过调节系统参数在低温下也可以得到较高的超级量子失协。Tursun 等^[37]研究了各向异性与 DM 相互作用对两比特海森堡 XYZ 自旋系统量子关联的影响,发现 DM 相互作用参数对热平衡时的共生纠缠度、经典关联和量子失协起着积极的作用,而对相位退相干情况下的共生纠缠度、经典关联和量子失协起着破坏性的作用。Park 等^[38]研究了含有 DM 相互作用的两比特海森堡 XYZ 自旋系统的热纠缠和热失协,发现在反铁磁情况下,外部温度的升高使热失协呈指数衰减,但不会衰减为 0,而对于铁磁情况,热纠缠和热失协可同时为 0。最近,本课题组又研究了各向异性和自旋耦合参数对海森堡 XYZ 链热纠缠的影响,发现各向异性参数 γ_b, γ_l 和耦合参数 J_z 对系统的热纠缠有不同程度的影响^[39]。但是该研究没有考虑 DM 相互作用对海森堡 XYZ 链热纠缠的影响。故本文通过同时引入外磁场和 DM 相互作用,在两量子比特海森堡 XYZ 链模型中,利用共生纠缠度量自旋链的热纠缠,讨论了各向异性参数 γ_b 、自旋耦合参数 J_z 、DM 相互作用以及外磁场 B 对两比特海森堡 XYZ 链热纠缠的影响,得到了一些有意义的结果。

2 Heisenberg 模型及度量方式

2.1 理论模型

在外加磁场情况下,在含有 DM 相互作用的两量子比特海森堡 XYZ 自旋链模型中,系统的哈密顿量可写为

$$H_{XYZ} = J \left(\frac{1 + \gamma_l}{2} \sigma_1^x \sigma_2^x + \frac{1 - \gamma_l}{2} \sigma_1^y \sigma_2^y \right) + J_z \sigma_1^z \sigma_2^z + B \left(\frac{1 + \gamma_b}{2} \sigma_1^z + \frac{1 - \gamma_b}{2} \sigma_2^z \right) + \frac{1}{2} D_z (\sigma_1^x \sigma_2^y - \sigma_1^y \sigma_2^x), \quad (1)$$

式中: $\sigma_i^a = (\sigma_i^x, \sigma_i^y, \sigma_i^z)$ 是第 i' ($i' = 1, 2$) 量子位上的泡利算符; J 为 x, y 平面内任意两相邻比特的自旋耦合系数; D_z 为 z 方向的 DM 相互作用强度; B 为外加磁场。

在标准基 $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ 下,哈密顿量的矩阵形式可表示为

$$H_{XYZ} = \begin{pmatrix} B+J_z & 0 & 0 & J\gamma_l \\ 0 & -J_z+B\gamma_b & iD+J & 0 \\ 0 & -iD+J & -J_z-B\gamma_b & 0 \\ J\gamma_l & 0 & 0 & -B+J_z \end{pmatrix}. \quad (2)$$

通过计算求得自旋链哈密顿量的本征值为

$$\begin{cases} E_1 = -J_z - \eta_2 \\ E_2 = -J_z + \eta_2 \\ E_3 = J_z - \eta_1 \\ E_4 = J_z + \eta_1 \end{cases}, \quad (3)$$

式中: $\eta_1 = \sqrt{B^2 + (J\gamma_l)^2}$; $\eta_2 = \sqrt{D^2 + J^2 + (B\gamma_b)^2}$ 。

本征值所对应的本征态为

$$\left\{ \begin{aligned} |\psi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|\omega_1|^2 + 1}} [\omega_1|01\rangle + |10\rangle] \\ |\psi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|\omega_2|^2 + 1}} [\omega_2|01\rangle + |10\rangle] \\ |\psi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|\omega_3|^2 + 1}} [\omega_3|00\rangle + |11\rangle] \\ |\psi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|\omega_4|^2 + 1}} [\omega_4|00\rangle + |11\rangle] \end{aligned} \right. , \quad (4)$$

式中： $\omega_1 = \frac{-B\gamma_b + \eta_2}{D_i - J}$ ； $\omega_2 = \frac{-B\gamma_b - \eta_2}{D_i - J}$ ； $\omega_3 = \frac{B - \eta_1}{J\gamma_j}$ ； $\omega_4 = \frac{B + \eta_1}{J\gamma_j}$ 。

计算热平衡态下的密度矩阵为

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{14} \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 \\ \rho_{41} & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

矩阵元为

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{11} &= \frac{1}{Z'} \left(\frac{\omega_3^2 q_3}{|\omega_3|^2 + 1} + \frac{\omega_4^2 q_4}{|\omega_4|^2 + 1} \right) \\ \rho_{14} &= \frac{1}{Z'} \left(\frac{\omega_3 q_3}{|\omega_3|^2 + 1} + \frac{\omega_4 q_4}{|\omega_4|^2 + 1} \right) \\ \rho_{22} &= \frac{1}{Z'} \left(\frac{\omega_1 \omega_1^* q_1}{|\omega_1|^2 + 1} + \frac{\omega_2 \omega_2^* q_2}{|\omega_2|^2 + 1} \right) \\ \rho_{23} &= \frac{1}{Z'} \left(\frac{\omega_1 q_1}{|\omega_1|^2 + 1} + \frac{\omega_2 q_2}{|\omega_2|^2 + 1} \right) \\ \rho_{32} &= \rho_{23}^* \\ \rho_{33} &= \frac{1}{Z'} \left(\frac{q_1}{|\omega_1|^2 + 1} + \frac{q_2}{|\omega_2|^2 + 1} \right) \\ \rho_{41} &= \rho_{14}^* \\ \rho_{44} &= \frac{1}{Z'} \left(\frac{q_3}{|\omega_3|^2 + 1} + \frac{q_4}{|\omega_4|^2 + 1} \right) \end{aligned} \right. , \quad (6)$$

式中： $q_i = \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right)$ ， $i=1, 2, 3, 4$ ；*表示取复共轭； T 为温度； k 为玻尔兹曼常数，取 k 为 1； Z' 为配分函数，即

$$Z' = \text{Tr} \left[\exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \right] = \sum_{i=1}^4 q_i, \quad (7)$$

式中： $\text{Tr}[\cdot]$ 表示取迹； H 为系统哈密顿量。

2.2 量子纠缠的度量

1998 年，Wootters^[40]提出利用共生纠缠度 (Concurrence) 来度量两量子比特自旋链的热纠缠。研究者们普遍采用这种方法来度量 2×2 自旋链间的纠缠程度。

共生纠缠度简写为 C ，它的定义为

$$C(\rho) = 2 \max \left\{ 0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4} \right\}, \quad (8)$$

式中： λ_i 是按降序排列的矩阵 $M = \rho \tilde{\rho}$ 的本征值， $i=1, 2, 3, 4$ ，其中自旋翻转算符 $\tilde{\rho} = (\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B) \rho^* (\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B)$ ， σ_y^A 和 σ_y^B 为泡利矩阵， \otimes 为直积。 C 的取值范围为 $0 \sim 1$ 。当 C 取 0 时两体的纠缠为 0，当 C 取 1 时两体的纠缠最大。

密度矩阵的热纠缠表达式为

$$C(\rho) = 2 \max \left\{ 0, |\rho_{23}| - \sqrt{\rho_{11}\rho_{44}}, |\rho_{14}| - \sqrt{\rho_{22}\rho_{33}} \right\}. \quad (9)$$

3 热纠缠图像分析

不同条件下热纠缠随外磁场 B 和 DM 相互作用参数 D 的变化如图 1 所示。图 1(a) 描述的是反铁磁链中外加磁场 B 和 DM 相互作用对两量子比特自旋链的热纠缠度 C 的影响。可以看出，自旋链的热纠缠度是关于参数 $B=0$ 和 $D=0$ 对称的，随着参数 $|D|$ 的增加，自旋链的热纠缠度显著增大。而随着外磁场参数 $|B|$ 的增加，自旋链的热纠缠度逐渐减小。当 $|B|$ 值逐渐增大且 $|D|$ 值逐渐减小时，自旋链的热纠缠度逐渐减小，并逐渐趋向于 0。对比图 1(a)、(b)，可以看出，在各向异性参数 γ_j 和 γ_b 取值相同的情况下，通过增大耦合参数 J_c ，可扩展自旋链的热纠缠取值范围。当 $|B|$ 取较大值且 $|D|$ 取较小值时，自旋链的热纠缠度逐渐减小但始终存在。对比图 1(a)、(c)，可以看出，当各向异性参数 γ_j 和 γ_b 以及耦合参数 J_c 取相同值时，通过增大温度 T ，自旋链的热纠缠度明显降低。随着参数 $|D|$ 的减小，自旋链的热纠缠度迅速减小为 0，而此时参数 $|B|$ 的增加对自旋链的热纠缠的影响较小。

不同条件下热纠缠随外加磁场 B 和各向异性参数 γ_b 的变化如图 2 所示。图 2(a) 描述的是在反铁磁链中，在 J_c 和 γ_j 相同的情况下，自旋链热纠缠度随

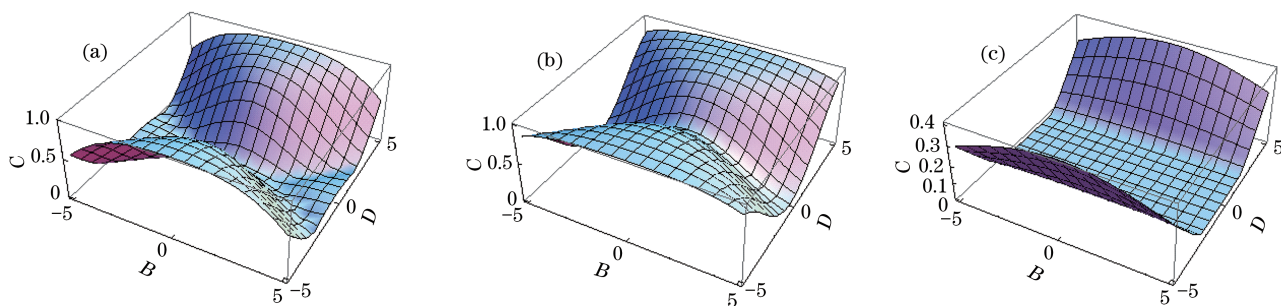


图 1 不同条件下热纠缠 C 随外加磁场参数 B 和 DM 相互作用参数 D 的变化。(a) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1$; (b) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.9$; (c) $J=1, T=3, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1$

Fig. 1 Thermal entanglement C versus external magnetic field parameter B and DM interaction parameter D under different conditions. (a) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1$; (b) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.9$; (c) $J=1, T=3, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1$

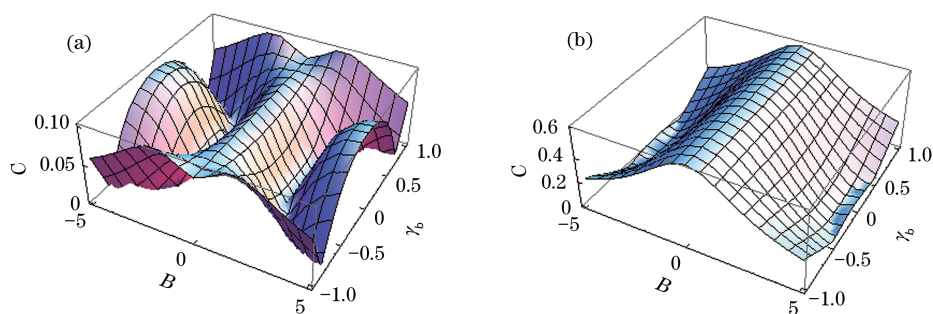


图 2 不同条件下热纠缠 C 随外加磁场参数 B 和各向异性参数 γ_b 的变化。(a) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, J_z=0.1, D=0$; (b) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, J_z=0.1, D=2$

Fig. 2 Thermal entanglement C versus external magnetic field parameter B and anisotropy parameter γ_b under different conditions. (a) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, J_z=0.1, D=0$; (b) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, J_z=0.1, D=2$

外加磁场 B 和各向异性参数 γ_b 的变化。可以看到, 存在临界值 B_m , 当外加磁场参数 $|B| < B_m$ 时, 随着参数 $|B|$ 的增加, 自旋链的热纠缠度 C 快速衰减为 0; 当 $|B| > B_m$ 时, 随着参数 $|B|$ 的增加, 自旋链会出现纠缠复苏; 并且参数 $|B|$ 越大, 参数 $|\gamma_b|$ 越小, 自旋链复苏的热纠缠度越大。对比图 2(a)、(b), 可以看

出, 当 DM 相互作用参数 D 增加时, 自旋链的热纠缠度会出现显著的提升, 随着磁场 $|B|$ 的增大, 自旋链热纠缠度的取值范围得到明显的扩展。

不同条件下热纠缠随温度 T 和 DM 相互作用参数 D 的变化如图 3 所示。图 3(a) 描述的是在反铁磁链中, $B=0$ 时, 自旋链的热纠缠度随温度 T 和 DM

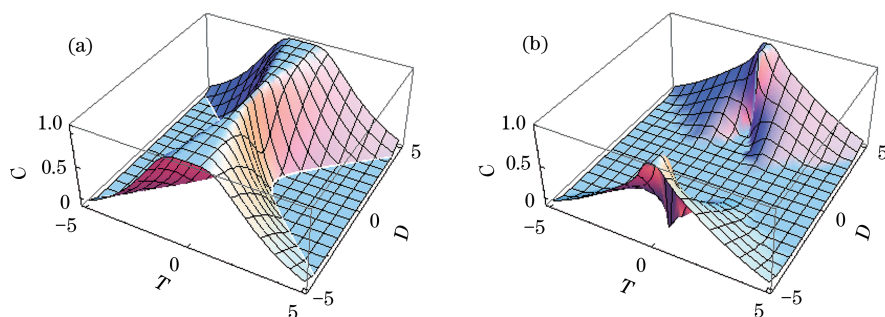


图 3 不同条件下热纠缠 C 随温度 T 和 DM 相互作用参数 D 的变化。(a) $J=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1, B=0$; (b) $J=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1, B=4$

Fig. 3 Thermal entanglement C versus temperature T and DM interaction parameter D under different conditions. (a) $J=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1, B=0$; (b) $J=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1, B=4$

相互作用参数 D 的变化。随着温度 $|T|$ 的增加, 自旋链的热纠缠度逐渐减小; 当 DM 相互作用参数 $|D|$ 较小时, 自旋链的热纠缠度减小为 0, 当 DM 相互作用参数 $|D|$ 较大时, 自旋链的热纠缠度随温度 $|T|$ 的增加而减小为 0, 且范围有非常明显的扩展, 这有助于维持自旋链处于最大纠缠态。对比图 3 (a)、(b), 可以看出, $B=4$ 时, 自旋链的热纠缠突然消失。

不同条件下热纠缠 C 随外磁场参数 B 的变化如图 4 所示。图 4(a) 描述的是 $J=1$ 时自旋链的热纠缠度 C 随外磁场参数 B 的变化。可以看出, 存在一临界磁场 B_m , 当 $B < B_m$ 时, 随着外磁场参数 B 的增加, 自旋链的热纠缠度逐渐减小, 出现纠缠消失的现象; 当 $B > B_m$ 时, 自旋链会呈现出纠缠复苏的现象, 随着外磁场参数 B 的逐渐增加, 自旋链的热纠缠度 C 会逐渐增加并趋于一个稳定的值。当 DM 相互作用增强时, 自旋链的最大纠缠度增大, 热纠缠度随外磁场的增大而逐渐减小为 0, 且范围有明显的扩展, 临界外磁场 B_m 会随 DM 相互作用的增强而增大, 但是对自旋链热纠缠复苏所趋于的稳定值并没有较明显

的影响。对比图 4(a)、(b), 可以看出, 当各向异性参数 γ_b 增大时, 自旋链的最大纠缠度没有发生变化, 热纠缠度的取值范围得到扩展, 临界外磁场 B_m 增大。对比图 4(a)、(c), 可以看出, 随着耦合参数 J_z 的增大, 自旋链的最大纠缠度有显著的提高, 热纠缠的取值范围得到扩展, 临界外磁场 B_m 增大。

不同条件下热纠缠 C 随 DM 相互作用参数 D 的变化如图 5 所示。图 5(a) 描述的是 $J=1$ 时, 不同外磁场下自旋链的热纠缠度 C 随 DM 相互作用参数 D 的变化。可以看出, 存在临界 DM 相互作用参数 D_m , 当 $D < D_m$ 时, 自旋链的热纠缠度随 DM 相互作用的增加而逐渐减小, 当 $D > D_m$ 时, 自旋链的热纠缠度随 DM 相互作用的增加而迅速增大到最大纠缠度并趋于稳定; 对于不同的外磁场 B , 临界 DM 相互作用参数 D_m 随着外磁场的增强而增大。对比图 5(a)、(b), 可以看出, 临界 DM 相互作用参数 D_m 随各向异性参数 γ_b 的增大而减小。对比图 5(a)、(c), 可以看出, 随着耦合参数 J_z 的增大, 自旋链的最大纠缠度有显著的提高; 临界 DM 相互作用参数 D_m 随各向异性参数 J_z 的增大而减小。

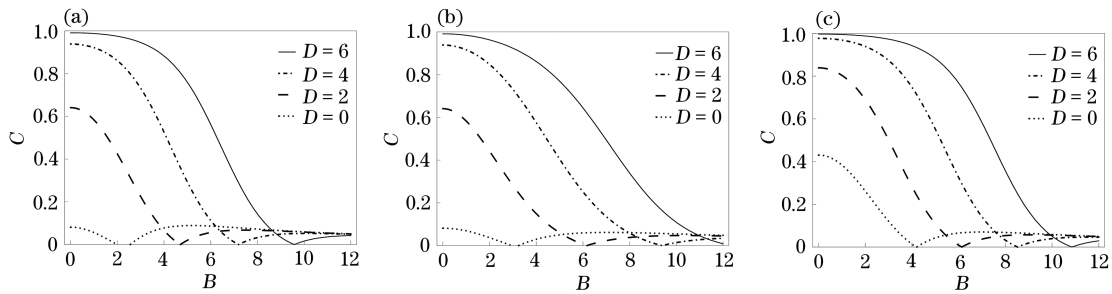


图 4 不同条件下热纠缠 C 随外磁场参数 B 的变化。(a) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1$; (b) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.6, J_z=0.1$; (c) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.6$

Fig. 4 Thermal entanglement C versus external magnetic field parameter B under different conditions. (a) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1$; (b) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.6, J_z=0.1$; (c) $J=1, T=1, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.6$

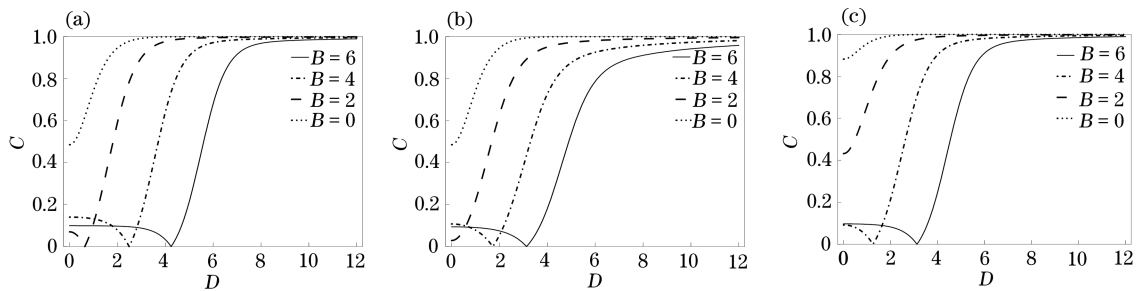


图 5 不同条件下热纠缠 C 随 DM 相互作用参数 D 的变化。(a) $J=1, T=0.5, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1$; (b) $J=1, T=0.5, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.6, J_z=0.1$; (c) $J=1, T=0.5, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.6$

Fig. 5 Thermal entanglement C versus DM interaction parameter D under different conditions. (a) $J=1, T=0.5, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.1$; (b) $J=1, T=0.5, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.6, J_z=0.1$; (c) $J=1, T=0.5, \gamma_J=0.6, \gamma_b=0.3, J_z=0.6$

不同条件下热纠缠 C 随 DM 相互作用参数 D 的变化如图 6 所示。可以看出,随着 DM 相互作用参数 D 的增加,自旋链的热纠缠度迅速增加到最大纠缠度并趋于一个稳定值,当 T 较小时,自旋链的热纠缠度随 DM 相互作用参数 D 的增加而增大到最大纠缠度的速度更快,当 T 较大时,自旋链的热纠缠度随

DM 相互作用参数 D 的增加而增大到最大纠缠度的速度略微缓慢。对比图 6(a)、(b),可以看出,各向异性参数 γ_b 对自旋链的纠缠度无明显影响。对比图 6(a)、(c),可以看出,随着耦合参数 J_z 的增大,自旋链的最大纠缠度有显著的提高,热纠缠的取值范围得到扩展。

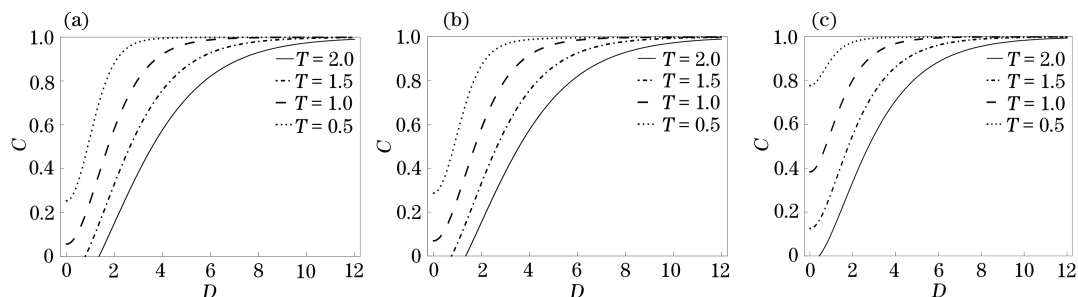


图 6 不同条件下热纠缠 C 随 DM 相互作用参数 D 的变化。(a) $J = 1, \gamma_j = 0.6, \gamma_b = 0.3, J_z = 0.1, B = 1$; (b) $J = 1, \gamma_j = 0.6, \gamma_b = 0.6, J_z = 0.1, B = 1$; (c) $J = 1, \gamma_j = 0.6, \gamma_b = 0.3, J_z = 0.6, B = 1$

Fig. 6 Thermal entanglement C versus DM interaction parameter D under different conditions. (a) $J = 1, \gamma_j = 0.6, \gamma_b = 0.3, J_z = 0.1, B = 1$; (b) $J = 1, \gamma_j = 0.6, \gamma_b = 0.6, J_z = 0.1, B = 1$; (c) $J = 1, \gamma_j = 0.6, \gamma_b = 0.3, J_z = 0.6, B = 1$

4 结 论

在外磁场与 DM 相互作用同时存在的情况下,研究了两量子比特海森堡 XYZ 自旋链的热纠缠。通过共生纠缠度来度量系统的热纠缠,讨论了自旋耦合参数 J_z 、各向异性参数 γ_b 、外磁场参数 B 、温度 T 和 DM 相互作用强度 D 对自旋链热纠缠的影响。研究结果显示:在反铁磁链中,随着外磁场的增强和 DM 相互作用参数 D 的增大,在温度 T 、各向异性参数 (γ_j, γ_b) 和耦合参数 J_z 相同的情形下,临界 B_m 增大,系统最大纠缠度得到提高,热纠缠度的取值范围得到扩展,但是纠缠复苏趋于的稳定值无明显变化。在温度 T 、各向异性参数 γ_j 、耦合参数 J_z 和 DM 相互作用相同的情形下,随着各向异性参数 γ_b 的增大,自旋链的最大纠缠度无明显变化,热纠缠度的取值范围得到扩展,临界外磁场 B 增大。在温度 T 、各向异性参数 (γ_j, γ_b) 和 DM 相互作用相同的情形下,随着耦合参数 J_z 的增大,自旋链的热纠缠度有显著的提高,热纠缠度的取值范围得到扩展,临界外磁场 B_m 增大。随着 DM 相互作用参数 D 的增加,在温度 T 、各向异性参数 (γ_j, γ_b) 和耦合参数 J_z 相同的情形下,随着外磁场强度参数 B 的增大,临界 D_m 增大,自旋链的热纠缠度趋于稳定值所需要的 DM 相互作用强度增大;在温度 T 、外磁场 B 、各向异性参数 γ_j 和耦合参数 J_z 相同的情形下,随着 γ_b 的增大,临界 D_m 减小。在温度 T 、外磁场 B 和各向异性参数

(γ_j, γ_b) 相同的情形下,随着耦合参数 J_z 的增大,自旋链的最大纠缠度得到提高;临界 DM 相互作用参数 D_m 减小。随着 DM 相互作用的增强,在外磁场 B 、各向异性参数 (γ_j, γ_b) 和耦合参数 J_z 相同的情形下,随着温度 T 的增大,自旋链的热纠缠度增大到最大纠缠度所需的 DM 相互作用强度增大。在温度 T 、外磁场 B 、各向异性参数 γ_j 和耦合参数 J_z 相同的情形下,随着 γ_b 的增大,自旋链的纠缠度无明显变化。在温度 T 、外磁场 B 和各向异性参数 (γ_j, γ_b) 相同的情形下,随着耦合参数 J_z 的增大,自旋链的最大纠缠度有显著的提高;热纠缠度的取值范围得到扩展。研究结果为利用各向异性参数、自旋耦合参数、外磁场参数和 DM 相互作用参数来调控系统的纠缠度提供了理论参考。

参 考 文 献

- [1] Schrodinger E. Die gegenwärtige situation in der quantenmechanik [J]. *Naturwissenschaften*, 1935, 23(48): 807-812.
- [2] Kronz F M. Range of violations of Bell's inequality by entangled photon pairs [J]. *Physics Letters A*, 2001, 279(5/6): 287-290.
- [3] Nagy M, Akl S G. Quantum computation and quantum information [J]. *International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems*, 2006, 21(1): 1-59.
- [4] Bennett C H, Brassard G. Quantum cryptography:

- public key distribution and coin tossing [J]. Theoretical Computer Science, 2014, 560: 7-11.
- [5] Zhu Q L, Shi L, Wei J H, et al. Background light suppression in free space quantum key distribution [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(6): 060004.
朱秋立, 石磊, 魏家华, 等. 自由空间量子密钥分配的背景光抑制[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(6): 060004.
- [6] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. Physical Review Letters, 1993, 70(13): 1895-1899.
- [7] Fan H, Wang Y N, Jing L, et al. Quantum cloning machines and the applications [J]. Physics Reports, 2014, 544(3): 241-322.
- [8] Ban M. Information transmission via dense coding in a noisy quantum channel [J]. Physics Letters A, 2000, 276(5/6): 213-220.
- [9] Xu Y L. Quantum correlation and quantum phase transition of spin systems [D]. Qufu: Qufu Normal University, 2015: 7-14.
徐玉良. 自旋系统量子关联与量子相变 [D]. 曲阜: 曲阜师范大学, 2015: 7-14.
- [10] Jiang C L. Quantum entanglement and information process in cavity QED and Heisenberg spin system [D]. Changsha: Hunan Normal University, 2009: 38-45.
姜春蕾. 腔 QED 与海森堡自旋系统中的量子纠缠与信息处理 [D]. 长沙: 湖南师范大学, 2009: 38-45.
- [11] Huang L Y. Quantum thermal entanglement and the entanglement teleportation in the Heisenberg model [D]. Changsha: Hunan Normal University, 2008: 13-15.
黄利元. 海森堡模型中的量子热纠缠与纠缠隐形传态 [D]. 长沙: 湖南师范大学, 2008: 13-15.
- [12] Huang A J, Wang D, Wang J M, et al. Exploring entropic uncertainty relation in the Heisenberg XX model with inhomogeneous magnetic field [J]. Quantum Information Processing, 2017, 16(8): 204-215.
- [13] Kane B. A silicon-based nuclear spin quantum computer [J]. Nature, 1998, 393(6681): 133-137.
- [14] Vrijen R, Yablonovitch E, Wang K, et al. Electron-spin-resonance transistors for quantum computing in silicon-germanium heterostructures [J]. Physical Review A, 2000, 62(1): 012306.
- [15] Burkard G, Loss D, Divincenzo D P. Coupled quantum dots as quantum gates [J]. Physical Review B, 1999, 59(3): 2070-2078.
- [16] Wang L C, Yan J Y, Yi X X. Thermal quantum discord in Heisenberg models with Dzyaloshinski-Moriya interaction [J]. Chinese Physics B, 2011, 20(4): 040305.
- [17] Huang L Y, Fang M F. Thermal entanglement in Heisenberg chain with Dzyaloshinski-Moriya interaction in external magnetic fields [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2018, 35(4): 444-450.
黄利元, 方卯发. 外磁场下具有 Dzyaloshinski-Moriya 作用的海森堡链中的热纠缠 [J]. 量子电子学报, 2018, 35(4): 444-450.
- [18] Hu X M, Liu J M. Effects of Dzyaloshinski-Moriya interaction and intrinsic decoherence on teleportation via a two-qubit Heisenberg XYZ model [J]. Chinese Physics B, 2009, 18(2): 411-417.
- [19] Zhou C B. Investigation of quantum correlation and quantum phase transition in Heisenberg model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction in an inhomogeneous external magnetic field [D]. Chongqing: Southwest University, 2016: 13-36.
周朝彪. 考虑 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用的 Heisenberg 模型在非均匀磁场下的量子关联与量子相变研究 [D]. 重庆: 西南大学, 2016: 13-36.
- [20] Xie L J, Zhang D Y, Tang S Q, et al. Thermal entanglement and teleportation in a three-qubit Heisenberg XXZ model with Dzyaloshinski-Moriya anisotropic antisymmetric interaction [J]. Chinese Physics B, 2009, 18(8): 3203-3209.
- [21] Gao D, Zhao Z S, Zhu A D, et al. Teleportation and thermal entanglement in two-qubit Heisenberg XYZ spin chain with the Dzyaloshinski-Moriya interaction and the inhomogeneous magnetic field [J]. Chinese Physics B, 2010, 19(9): 090313.
- [22] Guo Z Y, Xiao R H, Fang D X. Dynamics of quantum discord for Ising system with Dzyaloshinskii-Moriya interaction [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2012, 29(5): 547-554.
郭战营, 肖瑞华, 方建兴. 考虑 DM 相互作用的 Ising 系统中量子失协动力学 [J]. 量子电子学报, 2012, 29(5): 547-554.
- [23] Yi T C, Ding Y R, Ren J, et al. Quantum coherence of XY model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction [J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(14): 140303.
伊天成, 丁悦然, 任杰, 等. 具有 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用的 XY 模型的量子相干性 [J]. 物理学报, 2018, 67(14): 140303.
- [24] Liu X Y, Ren X Z, Xu Y H. Entanglement properties of Tavis-Cummings model without rotating wave approximation [J]. Laser & Optoelectronics Progress,

- 2018, 55(10): 102701.
- 刘雪莹, 任学藻, 徐玉虎. 非旋波近似下 Tavis-Cummings 模型的纠缠特性[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(10): 102701.
- [25] Lu F. Controllable quantum entanglement based on cavity structure[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(4): 042701.
- 陆繁. 基于腔结构的可控量子纠缠[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(4): 042701.
- [26] Wei T L, Wu D W, Li X, et al. Entanglement characteristics of squeezed vacuum state after beam splitter [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(15): 152701.
- 魏天丽, 吴德伟, 李响, 等. 压缩真空态通过分束器的纠缠特性研究[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(15): 152701.
- [27] Zhang Z P, Liu G J, Dong K, et al. Key pool construction of quantum key distribution optical network [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(21): 212703.
- 张梓平, 刘国军, 董凯, 等. 量子密钥分发网络密钥池构建方法[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(21): 212703.
- [28] Xi Y X, Shan C J, Huang Y X. Quantum teleportation in an XXZ spin chain system with three-site interaction[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(11): 110305.
- 郝玉兴, 单传家, 黄燕霞. 带有三体相互作用的 XXZ 自旋链模型的隐形传态[J]. 物理学报, 2014, 63(11): 110305.
- [29] Cong M Y, Yang J, Huang Y X. Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and decoherence on entanglement dynamics in Heisenberg spin chain system with different initial states[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(17): 170301.
- 丛美艳, 杨晶, 黄燕霞. 在不同初态下 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用及内禀退相干对海森堡系统的量子纠缠的影响[J]. 物理学报, 2016, 65(17): 170301.
- [30] Yang J, Huang Y X. Tripartite and bipartite quantum correlations in the XXZ spin chain with three-site interaction [J]. Quantum Information Processing, 2017, 16(11): 281.
- [31] Yang J, Mu Q X, Huang Y X. The dynamics of tripartite quantum correlations under Ornstein - Uhlenbeck noise [J]. Modern Physics Letters B, 2018, 32(31): 1850381.
- [32] Dzyaloshinsky I. A thermodynamic theory of "weak" ferromagnetism of antiferromagnetics [J]. Journal of Physics and Chemistry of Solids, 1958, 4(4): 241-255.
- [33] Moriya T. New mechanism of anisotropic superexchange interaction [J]. Physical Review Letters, 1960, 4(5): 228-230.
- [34] Liu S X, Li S S, Kong X M. The effect of Dzyaloshinskii-Moriya interaction on entanglement in one-dimensional XY spin model[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(3): 030303.
- 刘圣鑫, 李莎莎, 孔祥木. Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用对量子 XY 链中热纠缠的影响[J]. 物理学报, 2011, 60(3): 030303.
- [35] Zou Q, Hu X M, Liu J M. Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and intrinsic decoherence on quantum dense coding via a two-qubit Heisenberg spin system[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(8): 080302.
- 邹琴, 胡小勉, 刘金明. Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和内禀消相干对基于两量子比特 Heisenberg 自旋系统的量子密集编码的影响[J]. 物理学报, 2015, 64(8): 080302.
- [36] Tursun M, Abliz A, Wu J Q, et al. Super quantum discord in two qubit Heisenberg XYZ model with Dzyaloshinski-Moriya interaction [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2016, 33(2): 215-219.
- 麦提依明·吐孙, 艾合买提·阿不力孜, 吴建琴, 等. 含 Dzyaloshinski-Moriya 相互作用的两比特 Heisenberg XYZ 模型中的超级量子失协[J]. 量子电子学报, 2016, 33(2): 215-219.
- [37] Tursun M, Abliz A, Mantimin R, et al. Various correlations in the anisotropic Heisenberg XYZ model with Dzyaloshinski-Moriya interaction [J]. Chinese Physics Letters, 2013, 30(3): 030303.
- [38] Park D. Thermal entanglement and thermal discord in two-qubit Heisenberg XYZ chain with Dzyaloshinskii-Moriya interactions [J]. Quantum Information Processing, 2019, 18(6): 172.
- [39] Mu Q X, Yang J, Luo D D, et al. Influence of anisotropy and spin coupling parameters on the quantum entanglement of Heisenberg XYZ chain [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(24): 242701.
- 慕琦雄, 杨晶, 罗丹丹, 等. 各向异性和自旋耦合参数对海森堡 XYZ 链量子纠缠的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(24): 242701.
- [40] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. Physical Review Letters, 1998, 80(10): 2245-2248.