

基于永磁体离心量对磁悬浮热解石墨片光驱转动现象的研究

童鑫^{1,2}, 唐锋^{1,2}, 李建郎^{3*}

¹中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学与光电技术实验室, 上海 201800;

²中国科学院大学材料与光电研究中心, 北京 100049;

³上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093

摘要 磁悬浮热解石墨片的光驱转动提供了一种光能向动能转换的途径, 对该现象的研究在能量转换领域中具有重要意义。使用等效磁荷法计算永磁体磁场的空间分布, 接着对热解石墨片的受力、扭矩及势能分布进行了理论计算。基于此, 对圆形热解石墨片在嵌套的圆柱形永磁体上的光驱转动现象进行计算分析和解释。研究发现, 当嵌套的圆柱形永磁体严格同轴时, 圆形热解石墨片在激光照射下不会发生光驱转动现象。但嵌套的永磁体在装配时不可避免地会产生一定的偏心量, 导致磁场分布不对称, 使得圆形热解石墨片的扭矩随着激光照射点呈周期性变化, 因此产生了光驱转动现象。

关键字 物理光学; 磁悬浮; 热解石墨片; 永磁体; 光驱转动

中图分类号 TN201

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0126001

Optical Drive Rotation of Magnetically Levitating Pyrolytic Graphite Disk Based on Eccentricity of Permanent Magnets

Tong Xin^{1,2}, Tang Feng^{1,2}, Li Jianlang^{3*}

¹Laboratory of Information Optics and Optoelectronic Technology, Shanghai

Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²Center of Materials Science and Optoelectronics Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

³Faculty of Optoelectronic Information and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract The optical drive rotation of the magnetically levitating pyrolytic graphite sheet provides a way to convert solar energy into kinetic energy, and the study on this phenomenon is of great significance in the field of energy conversion. The equivalent magnetic charge method is used to calculate the spatial distribution of the magnetic field of the permanent magnet. The force, torque, and potential energy of the pyrolytic graphite sheet are calculated. Based on this, the optical drive rotation phenomenon of the circular pyrolytic graphite on the nested cylindrical permanent magnet is calculated, analyzed, and explained. It is found that when the nested cylindrical permanent magnet is strictly coaxial, the circular pyrolytic graphite sheet will not rotate under laser irradiation. However, the nested permanent magnet will inevitably produce a certain amount of eccentricity during assembly, resulting in asymmetric magnetic field distribution, which makes the torque of the circular pyrolytic graphite sheet change periodically with the laser irradiation point, so the optical drive rotation phenomenon occurs.

收稿日期: 2020-05-29; 修回日期: 2020-06-03; 录用日期: 2020-06-16

基金项目: 国家自然科学基金(61975217)

*E-mail: lijianlang@usst.edu.cn

Key words physical optics; diamagnetic levitation; pyrolytic graphite sheet; permanent magnets; optical drive rotation

OCIS codes 260.2110; 260.2160

1 引言

1842 年英国物理学家 Earnshaw^[1] 提出了磁悬浮的概念,之后关于磁悬浮的理论日趋成熟,并应用于各个领域。抗磁悬浮技术是抗磁材料因在外部施加的磁场下受力而克服其自身重力并稳定悬浮于磁场中的一种技术。热解石墨作为抗磁材料,有着体积磁化率高、密度低、质量轻、负磁化率系数大等特点,可以在常温下悬浮于永磁体材料(NdFeB 永磁铁等)的磁场下。目前磁悬浮热解石墨已经有了多种应用^[2-4]。近几年日本科学家 Kobayashi 和 Abe^[5] 通过研究发现在圆柱形嵌套的永磁体上方磁悬浮的热解石墨片可以在激光操控下运动。永磁体布置包括一块实心的圆柱状 NdFeB 永磁铁和一块与其等高的空心环形状 NdFeB 永磁铁,且实心磁铁以 N、S 极相反的方式放置于圆环形永磁铁中。热解石墨片的直径略大于实心永磁铁的外径,这可保证热解石墨能稳定悬浮于系统中而不至于滑落。当激光照射到圆形石墨片边缘处时石墨片开始转动,当激光照射至圆形石墨片左侧时石墨片顺时针旋转,照射至右侧时圆形石墨片逆时针旋转。在此之后 Niu 等^[6] 研究了方形石墨片在方形永磁体上方磁悬浮的稳定条件,发现方形石墨片在方形永磁体阵列产生的磁场中不具有旋转不变性,这导致石墨片表面的受力分布不均匀,使得石墨片产生具有方向性的旋转,其扭矩与旋转角度呈三角函数关系。

本文对圆形热解石墨片的旋转问题进行了进一步的分析。由之前的研究结果可知,热解石墨片的受力分布不均造成其旋转的主要原因。由于圆形热解石墨片本身具有旋转不变性,故本文认为是磁场分布的不对称造成了圆形热解石墨片的旋转。在实际装配嵌套的永磁体时,由于制造误差和磁极间的相互吸引,内外磁铁之间会产生一定的离心量,该离心量会造成磁场分布的不对称。当激光沿着石墨片边缘处照射时,磁场分布的不对称性使得石墨片在磁场中受到的合力存在切向分力,该分力造成了圆形石墨片具有方向性的旋转。

2 理论计算

若想要计算抗磁物质磁悬浮的稳定条件,需要

分别对外部磁场的空间分布和抗磁物质在外部磁场中的受力分布进行计算。

计算外部磁场空间分布的主要方法有等效磁荷法和等效电流法。电流模型主要用于计算螺旋线圈附近磁场的空间分布,磁荷模型主要用于计算矩形、环形等简单永磁体附近的磁场分布。本文主要计算永磁体产生的磁场分布,故采用等效磁荷法进行计算^[7-9]。由磁场分布公式可得永磁体的空间磁场分布为^[10]

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}_0, \quad (1)$$

式中: \mathbf{B} 为永磁体产生的磁感应强度; \mathbf{H} 为永磁体产生的磁场强度; \mathbf{M}_0 为永磁体的剩磁强度,由于永磁体沿磁化方向均匀充磁,故只存在面磁荷 σ_m , \mathbf{M}_0 为常矢量; μ_0 为空气的磁导率。本文以永磁体上表面中心点为原点,上表面为 xOy 平面构造坐标系,则磁场强度 \mathbf{H} 可表示为

$$\mathbf{H} = -\nabla \oint_S \frac{\sigma_m dS}{4\pi\mu_p r}, \quad (2)$$

式中: S 为永磁体面磁荷组成的边界面; μ_p 为永磁体磁导率; r 为参考系原点到坐标空间计算点的距离。接着由空气与永磁体的边界条件可得

$$\sigma_m = \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_0, \quad (3)$$

式中: \mathbf{n} 为永磁体边界面的外法线单位向量。在具体计算中, μ_0 , \mathbf{M}_0 , μ_p 为已知量,首先将(3)式代入(2)式求得空间磁场强度分布,接着将(3)式代入(1)式求得空间磁感应强度分布。

接着便可以计算抗磁物质在磁场中稳定悬浮的条件。其中抗磁物质的受力分布可表示为

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{f} dV, \quad (4)$$

式中: \mathbf{f} 为抗磁物质单位体积在磁场中受到的力; V 为抗磁物质的体积。根据文献[11]:

$$\mathbf{f} = (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B}, \quad (5)$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \chi \cdot \mathbf{B}, \quad (6)$$

式中: \mathbf{M} 为抗磁物质在磁场中的磁化强度; χ 为抗磁物质的磁化率。根据(5)、(6)式对(4)式进行积分,可得

$$F_x = \frac{\chi_x}{\mu_0} \iiint B_x \frac{dB}{dx} dV, \quad (7)$$

$$F_y = \frac{\chi_y}{\mu_0} \iiint B_y \frac{dB}{dy} dV, \quad (8)$$

$$F_z = \frac{\chi_z}{\mu_0} \iiint B_z \frac{dB}{dz} dV, \quad (9)$$

式中: B 为永磁体产生的磁感应强度大小; F_x 、 F_y 、 F_z 分别为抗磁物质所受的力沿 x 、 y 、 z 轴方向的分力; χ_x 、 χ_y 、 χ_z 分别为抗磁物质沿着 x 、 y 、 z 轴方向的分量。

当抗磁物质稳定悬浮时,其沿坐标轴 z 轴方向的分力 F_z 等于其重力 G ,则有

$$F_z = G = \rho g V, \quad (10)$$

式中: ρ 为抗磁物质的密度; g 为重力加速度。将(10)代入(5)式,解得

$$\frac{\chi}{\mu_0} B_z \frac{dB}{dz} = \rho g. \quad (11)$$

由(11)式可得抗磁物质稳定悬浮的位置。 B_z 分量可以通过联立(1)~(3)式求得,接着沿 z 轴方向取适当的空间步长,通过计算得到 dB/dz 。

已知抗磁物质的扭矩公式为^[12]

$$\tau = \int_V \mathbf{M} \times \mathbf{B} dV + \int_V \mathbf{r}_g \times \mathbf{f} dV, \quad (12)$$

式中: \mathbf{r}_g 是抗磁物质中心点到计算点的位置向量。由(12)式可以看出,扭矩主要由两部分构成,其中第一部分 $\mathbf{M} \times \mathbf{B}$ 为抗磁物质的感应磁场与外部磁场相互作用产生的扭矩,第二部分 $\mathbf{r}_g \times \mathbf{f}$ 为抗磁物质在磁场中受到的力与力臂形成的扭矩。由于抗磁物质产生的感应磁场方向与外界磁场方向相反,故 $\mathbf{M} \times \mathbf{B}$ 恒为 0,(12)式仅考虑第二项。扭矩主要用于计算抗磁物质在磁悬浮状态下的运动状况。

根据抗磁物质的磁场势能公式^[11]:

$$U = - \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{B} dV, \quad (13)$$

可以计算得到抗磁物质在空间磁场中的势能分布。根据势能分布可以确定抗磁物质的稳定位置。

基于上述公式,对方形热解石墨片在方形永磁体上方的磁悬浮状态进行计算分析,得到了与文献[6]相似的结果,这验证了利用等效磁荷法分析石墨磁悬浮的有效性。根据方形石墨片的受力分布规律,发现方形热解石墨片在不同旋转角度区间内的受力分布不对称是造成其旋转的主要原因,这为下面分析圆形热解石墨片的光驱转动现象提供了基础。

3 圆形热解石墨抗磁悬浮以及光驱转动分析

本节对圆形热解石墨片磁悬浮的光驱旋转机理进行分析。在进行圆形热解石墨片磁悬浮研究时,首先需要对接套的圆环形永磁体进行装配。为了便

于装配,外部圆环磁铁的内径必定大于内部圆环磁铁的外径,由于异性相吸的作用,这两个磁铁之间将产生一定的离心量。该离心量将导致磁铁磁场分布的不对称性。本研究将分析激光照射圆形热解石墨片边缘时,在这种离心量所带来的磁场不对称性下圆形热解石墨片在磁场中的受力分布特性,从而研究圆形热解石墨片发生方向性旋转的规律。

第 2 节介绍了等效磁荷法的计算公式,本节将使用该方法进行计算。计算模型如图 1 所示,采用的模型为环形永磁体布置,包括一个外径为 5 mm、内径为 3 mm 的圆环形永磁体和一个半径为 2.8 mm 的圆柱形永磁体,环形永磁体的高度为 5 mm,剩余磁通密度为 1.4 T。圆形热解石墨片的半径为 3 mm,厚度为 0.2 mm,热解石墨介质具有各项异性,其在水平方向(xoy 平面)的磁化率 $\chi_{\parallel} = -0.85 \times 10^{-4}$,垂直方向(z 轴方向)的磁化率 $\chi_{\perp} = -4.5 \times 10^{-4}$ ^[5]。同时,本文设定环形嵌套的永磁体在装配期间沿 x 正半轴方向形成了 $x = 0.15$ mm 的离心量,并与严格装配的永磁体形成对照。

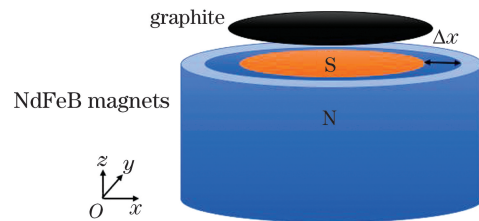


图 1 圆形热解石墨片仿真模型示意图

Fig. 1 Diagram of simulation model of circular pyrolytic graphite disk

采用等效磁荷法计算永磁体空间磁场分布,如图 2 所示。当嵌套的永磁体严格同心时,永磁体磁场空间分布如图 2(a)~(c)所示,可以看出磁场磁感应强度的 B_x 、 B_y 分量的分布具有双重对称性,且分布方向相反。同时,磁感应强度 B_z 分量沿着两块永磁体缝隙均匀分布在两块磁铁的边缘处。而当嵌套的永磁体存在离心量时,磁场空间分布如图 2(d)~(f)所示。从图中可知,磁感应强度 B_x 分量分布不具有双重对称性,仅关于 x 轴对称,且在磁体相互靠近处磁感应强度更大、分布更集中。磁感应强度 B_y 分量的分布关于 x 轴对称且方向相反,磁感应强度更集中于磁体相靠近处。磁感应强度 B_z 分量则是沿着磁体边缘呈不均匀分布,且在永磁体相靠近处强度更大。

由图 2 可以看出,两块永磁体产生的离心量使得永磁体磁场空间分布不对称。根据(11)式计算

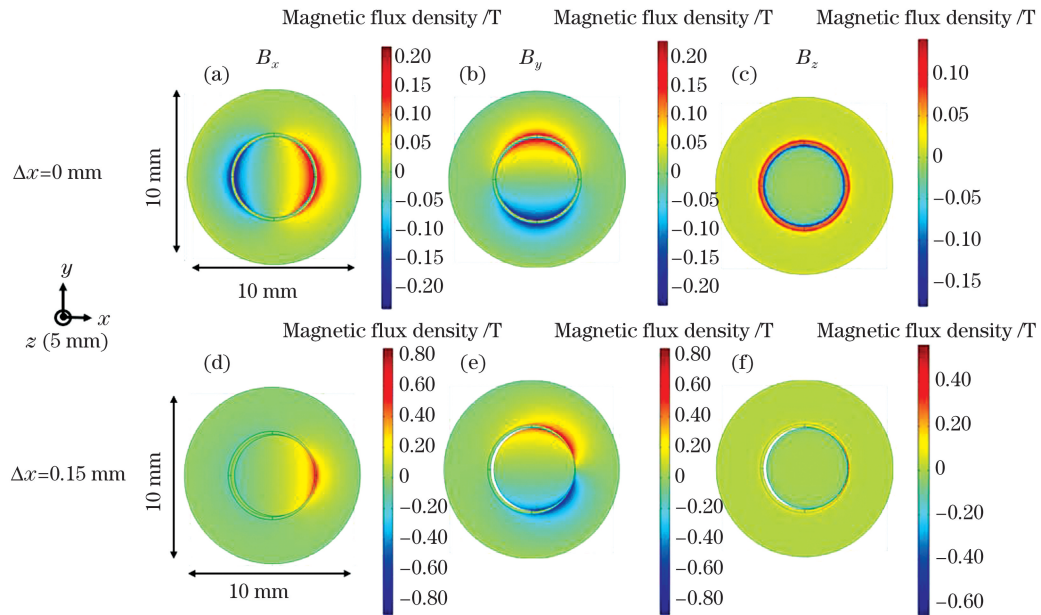


图 2 环形嵌套永磁体磁场分布。(a)(d) B_x ; (b)(e) B_y ; (c)(f) B_z

Fig. 2 Magnetic field distribution of circular nested permanent magnets. (a)(d) B_x ; (b)(e) B_y ; (c)(f) B_z

得到圆形热解石墨片稳定悬浮于永磁体上方 0.6 mm 处。接着根据 (7)、(8) 式可分别计算圆形热解石墨片在 $\Delta x = 0$ mm 和 $\Delta x = 0.15$ mm 两种情况下的受力分布,如图 3 所示。可以发现当环形嵌套的永磁体严格同心时,热解石墨片受到的力沿 x 、 y 轴的分量 F_x 、 F_y 分布如图 3(a)、(b) 所示。由图可知,圆形热解石墨片所受力的分量 F_x 、 F_y 分布具有双重对称性,其中分量 F_x 关于 y 轴呈左右对称,且方向相反,分量 F_y 关于 x 轴呈上下对称,且方向相反。当嵌套的永磁体存在离心量时,石墨片所受力的分量 F_x 、 F_y 分布如图 3(c)、(d) 所示,其中分量 F_x 仅关于 y 轴对称,受力分布在永磁体相靠近处更集中,而在永磁体远离处更分散,分量 F_y 仅关

于 x 轴对称且方向相反,且同样更集中在永磁体相靠近处。由图 3(c)、(d) 可以看出,该离心量会导致磁场分布的不对称性,进而造成圆形热解石墨片所受到的力的分量 F_x 、 F_y 不具有双重对称性。当激光照射时,石墨片受到的合力存在切向分量,使得石墨片发生旋转。

根据 Kobayasi 的实验现象,激光分别照射在热解石墨片表面边缘处对称位置时,石墨片的旋转方向相反。根据热解石墨材料的物理性质,其磁化率具有各向异性,磁化率数值随温度的升高而下降。当采用 60 mW 功率的激光照射至热解石墨片表面时,石墨片温度变化可根据热传导方程式计算得出,如图 4 所示。由图可知,当激光照射热解石墨片表

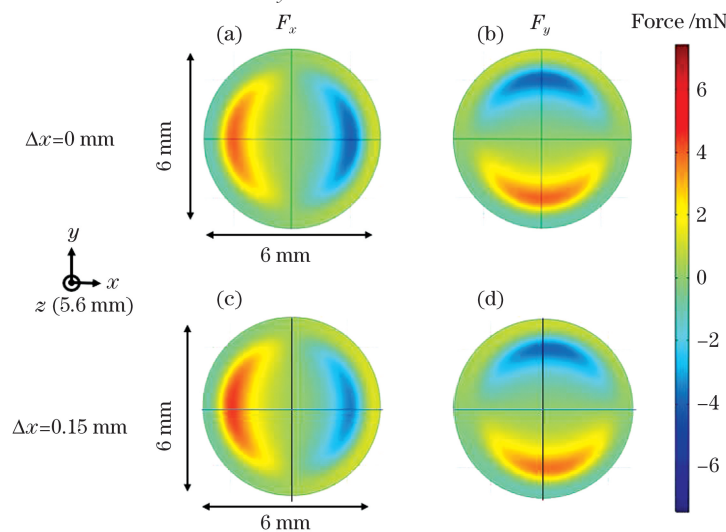


图 3 圆形石墨片稳定悬浮处受力分布。(a)(c) F_x ; (b)(d) F_y

Fig. 3 Force distribution of circular graphite sheet for stable suspension. (a)(c) F_x ; (b)(d) F_y

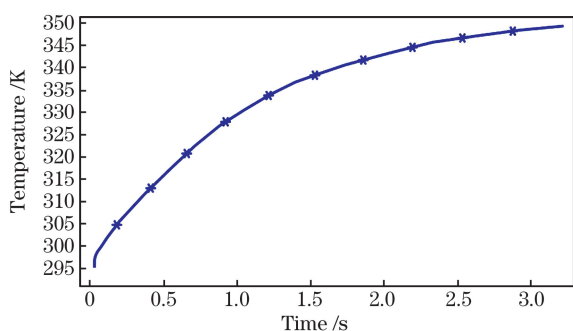
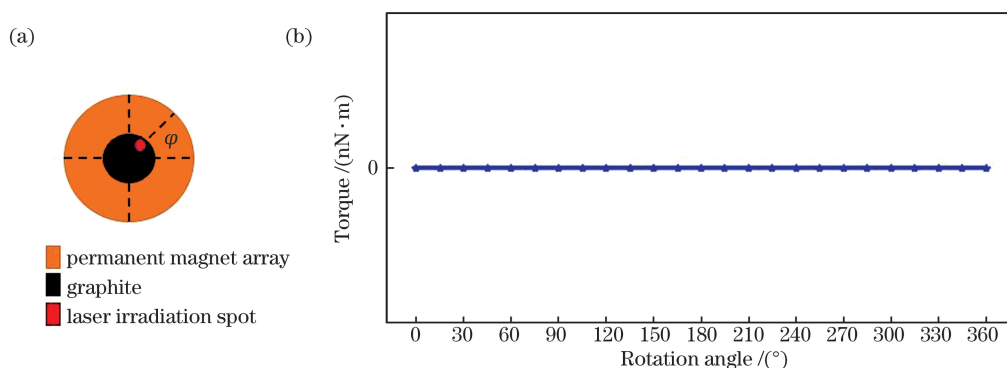


图 4 激光照射热解石墨表面时的温度变化

Fig. 4 Temperature change of pyrolytic graphite surface irradiated by laser

面时,热解石墨片表面温度迅速上升并逐渐稳定。热解石墨的抗磁化率随温度的升高而降低,此时热解石墨片的抗磁化率 $\chi \approx -5.6 \times 10^{-5}$ [4]。

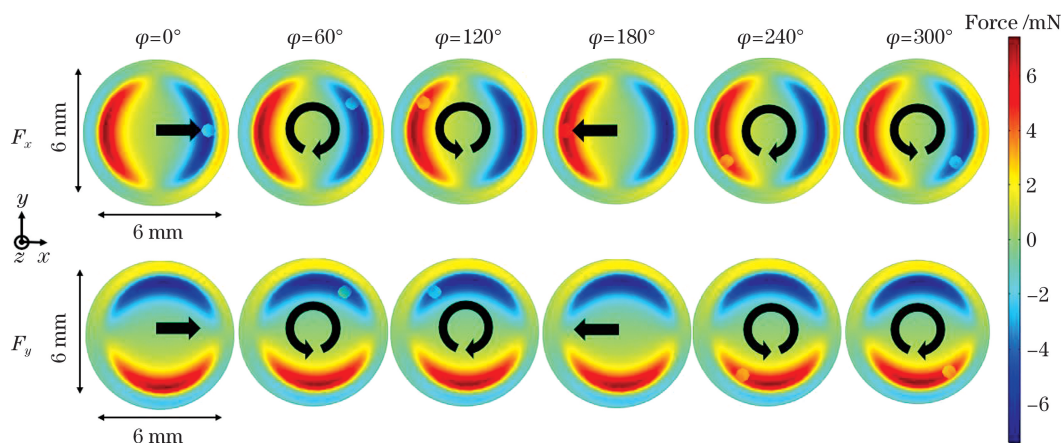
根据(12)、(13)式,可以计算激光照射下圆形热解石墨片的扭矩以及势能变化。图 5(a)表示了激光照射点与热解石墨片之间的位置关系。当环形嵌套的永磁体严格同轴时,激光照射点处石墨的抗磁化率下降,石墨片在该处的受力变小,由于受力分布的对称性,圆形热解石墨片产生的合力沿着半径方向,不存在沿切向方向的分力,此时热解石墨片扭矩恒为零,如图 5(b)所示。

图 5 激光照射下圆形热解石墨片扭矩分布图。(a)激光照射下圆形石墨片磁悬浮示意图;(b) $\Delta x = 0$ mm 时扭矩分布。Fig. 5 Torque distribution of circular pyrolytic graphite disk under irradiation of laser. (a) Schematic illustration of magnetic suspension of circular graphite disk under irradiation of laser; (b) torque distribution when $\Delta x = 0$ mm

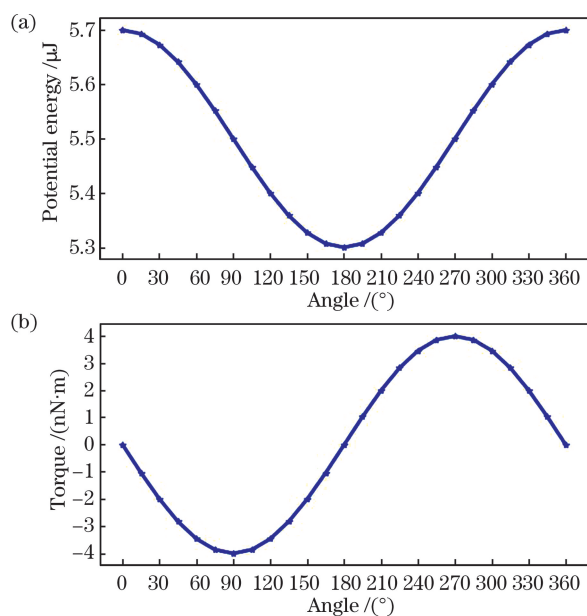
当环形嵌套永磁体存在离心量且激光沿着热解石墨片表面边缘照射时,石墨片受力分量 F_x 、 F_y 如图 6 所示,同时图中也用箭头标注出圆形热解石墨片的运动状态。由图 6 可知,激光照射使得热解石墨的温度上升,导致其抗磁化率下降,因此热解石墨片在磁场中的整体受力减小。由于热解石墨片受力分布的不对称性,圆形热解石墨片所受合力存在沿切向方向的分力。当照射点 φ 为 0° 和 180° 时,圆形热解石墨片有平移运动的趋势,但因受到外部磁场磁势阱的阻挡并未发生移动。当照射点在 $(0^\circ, 90^\circ)$ 区域时,热解石墨片整体受到的力的分量 F_x 沿 x 轴正方向,分量 F_y 沿 y 轴正方向。由于热解石墨片的受力在永磁体相近处更大,则分量 F_y 大于分量 F_x ,故产生的合力存在沿逆时针方向的切向分量,使得石墨片向逆时针方向旋转。当照射点在 $(90^\circ, 180^\circ)$ 区域时,热解石墨片整体受力的分量 F_x 沿 x 轴负方向,分量 F_y 沿着 y 轴正方向。同样由于石墨片受力在永磁体靠近处更大, F_x 大于 F_y ,所受合力存在逆时针方向的分量,这使得石墨片逆时

针旋转。同理,在 $(180^\circ, 270^\circ)$ 区间内,热解石墨片受到的合力分量 F_x 大于 F_y ,这导致其顺时针旋转,在 $(270^\circ, 360^\circ)$ 区间内,石墨片受力分量 F_y 大于 F_x ,使得热解石墨片顺时针旋转。故当激光照射点在 $(0^\circ, 180^\circ)$ 和 $(180^\circ, 360^\circ)$ 两个不同区间内的任一角度时,热解石墨片发生旋转,且在两个不同区间内旋转方向相反。

根据(13)式计算圆形热解石墨片的势能与照射点的关系,如图 7(a)所示。由图可知, $\varphi = 180^\circ$ 时势能最低,此时石墨片表现为更稳定的状态。当激光照射点在 $(0^\circ, 180^\circ)$ 区间内,磁势能逐渐降低, $(180^\circ, 360^\circ)$ 区间内的磁势能逐渐上升,这说明圆形热解石墨片将向 $\varphi = 180^\circ$ 的稳定位置旋转。接着根据公式(12)计算圆形热解石墨片的扭矩与照射点的关系。圆形热解石墨片的扭矩 τ_z 的变化如图 7(b)所示。由图可以看出, φ 为 0° 、 180° 时, $\tau_z = 0$,圆形热解石墨片不发生旋转。当激光照射在 $(0^\circ, 180^\circ)$ 区域时,扭矩为负值,促使圆形热解石墨片朝着 $\varphi = 180^\circ$ 的方向发生逆时针旋转,当激光照射在

图 6 $\Delta x = 0.15$ mm 时热解石墨片受力分布示意图Fig. 6 Force distributions of pyrolytic graphite disk when $\Delta x = 0.15$ mm

($180^\circ, 360^\circ$) 区域时, 扭矩为正值, 促使石墨片朝着 $\varphi = 180^\circ$ 的方向发生顺时针旋转。该计算结果与 Kobayasi 的实验现象相吻合, 证明该离心量会造成磁场分布不均匀, 进而造成了圆形热解石墨片在激光照射下出现方向性旋转。

图 7 $\Delta x = 0.15$ mm 时激光照射下热解石墨片扭矩及磁势能分布。(a) 势能分布; (b) 扭矩分布Fig. 7 Torque and potential energy distributions of pyrolytic graphite disk under irradiation of laser when $\Delta x = 0.15$ mm. (a) Potential energy distribution; (b) torque distribution

4 结 论

首先介绍了等效磁荷法, 并通过计算得到永磁体空间磁场分布, 并基于此计算了热解石墨抗磁悬浮的稳定条件。接着使用该方法计算分析了方形热

解石墨片在方形永磁体上方的磁悬浮稳定条件, 分析得到方形热解石墨片在不同旋转角度区域内的所受合力的切向分量方向不同是造成其具有方向性旋转的主要原因, 并基于此思路针对圆形热解石墨片的光驱转动现象进行进一步分析。分析发现永磁体装配时产生的离心量会造成磁场分布的不对称, 进而导致圆形热解石墨片受力分布不均匀。当激光照射在石墨片表面时, 温度的变化引起照射区域石墨磁化率的改变, 使得圆形热解石墨片在该处的受力分布发生变化。当环形嵌套的永磁体严格同轴时, 激光照射下的圆形热解石墨片所受合力沿半径方向, 不存在切向分量, 扭矩恒为零。当永磁体存在偏心量时, 磁场分布不对称, 圆形热解石墨片产生的合力存在切向分量, 使得扭矩在 ($0^\circ, 180^\circ$) 和 ($180^\circ, 360^\circ$) 两个区间内的数值相反, 进而引起了圆形热解石墨片的方向性转动。此研究解释了圆形热解石墨片光驱转动的现象, 并为之后进行磁悬浮转盘激光器的研究提供了理论基础。

参 考 文 献

- [1] Earnshaw S. On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether [J]. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 1842, 7: 97-112.
- [2] Pelrine R. Diamagnetic levitation [J]. American Scientist, 2004, 92(5): 428-435.
- [3] Geim A K, Simon M D, Boamfa M I, et al. Magnet levitation at your fingertips [J]. Nature, 1999, 400 (6742): 323-324.
- [4] Simon M D, Heflinger L O, Geim A K. Diamagnetically stabilized magnet levitation [J]. American Journal of Physics, 2001, 69(6): 702-713.
- [5] Kobayashi M, Abe J. Optical motion control of maglev graphite [J]. Journal of the American

- Chemical Society, 2012, 134(51): 20593-20596.
- [6] Niu C, Lin F, Wang Z M, et al. Graphene levitation and orientation control using a magnetic field [J]. *Journal of Applied Physics*, 2018, 123(4): 044302.
- [7] Li S P, Zhang W P, Chen W Y, et al. Principle, features and applications of diamagnetic levitation [J]. *Journal of Magnetic Materials and Devices*, 2011, 42(1): 1-6, 44.
李世鹏, 张卫平, 陈文元, 等. 抗磁悬浮的原理、特点和应用 [J]. *磁性材料及器件*, 2011, 42(1): 1-6, 44.
- [8] Li J T, Song Y D, Zheng Q H, et al. Computation of the magnetic field of permanent magnet with equivalent magnetic charge method [J]. *Journal of Yunnan Normal University (Natural Sciences Edition)*, 1999, 19(2): 3-5.
李景天, 宋一得, 郑勤红, 等. 用等效磁荷法计算永磁体磁场 [J]. *云南师范大学学报(自然科学版)*, 1999, 19(2): 3-5.
- [9] Su Y F, Ye Z T, Zhang K. Theoretical analyses and experiments of micromachined graphite rotor based on diamagnetic levitation [J]. *China Mechanical Engineering*, 2017, 28(9): 1039-1043.
苏宇锋, 叶志通, 张坤. 抗磁悬浮石墨转子理论分析与实验 [J]. *中国机械工程*, 2017, 28(9): 1039-1043.
- [10] Campbell P, Chari M, D' Angelo J. Three-dimensional finite element solution of permanent magnet machines [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1981, 17(6): 2997-2999.
- [11] Nguyen J, Contera S, Llorente Garcia I. Magneto-electrical orientation of lipid-coated graphitic micro-particles in solution [J]. *RSC Advances*, 2016, 6(52): 46643-46653.
- [12] Arora R K. Forces and torques on current circuits placed in nonuniform magnetic fields [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1989, 25(3): 2789-2790.