

激光与光电子学进展

点阵列声源激发大气湍流特性对光波传输闪烁指数特性的影响研究

王文静^{1*}, 王明军^{1,2}

¹西安理工大学自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048;

²陕西省智能协同网络军民共建重点实验室, 陕西 西安 710126

摘要 声波运动可以改变周围大气压强,进而影响大气的折射率分布。基于声波的波动方程和叠加原理,结合大气折射率的计算公式,求解出点阵列相干声源激发的人工大气折射率不均匀体的空间分布。基于 Rytov 近似,给出了点阵列相干声源激发的压强和光波闪烁指数之间的数值关系,分析了点阵列相干声源参数改变对光波闪烁指数的影响。结果表明:声源能激发产生大气折射率不均匀体,引起光波出现光强起伏。声源各个参数的改变,会引起光波闪烁指数出现不同程度的起伏变化。该研究结果初步探索了阵列相干声波激发人工大气折射率不均匀体参数对激光传输特性的影响。

关键词 大气光学; 点阵列相干声源; 大气折射率; 闪烁指数

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP202158.0101001

Effect of Point-Array Coherent Sound Source on Scintillation Index of Light Wave in Atmospheric Turbulence Transmission

Wang Wenjing^{1*}, Wang Mingjun^{1,2}

¹*School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China;*

²*Shaanxi Civil-Military Integration Key Laboratory of Intelligence Collaborative Networks, Xi'an, Shaanxi 710126, China*

Abstract The sound wave movement can change the surrounding atmospheric pressure and further affect the atmospheric refractive index distribution. Based on the wave equation and superposition principle of acoustic waves and the calculation formula of atmospheric refractive index, this paper solves the spatial distribution of artificial atmospheric refractive index heterogeneous body excited by point-array coherent sound source. Based on the Rytov approximation, the numerical relationship between the pressure excited by the point-array coherent sound source and the light wave flicker index is given, and the influence of the change of the point-array coherent sound source parameters on the light wave scintillation index is analyzed. The results show that the sound source can excite the uneven refractive index of the atmosphere, causing light intensity fluctuations. Changes in various parameters of the sound source can cause fluctuations in the light wave flicker index to varying degrees. The research results in this paper have preliminary explored the influence of array coherent acoustic waves on the laser transmission characteristics under the condition of artificial atmospheric refractive index heterogeneous body.

Key words atmospheric optics; point-array coherent sound source; atmospheric refractive index; flicker index

OCIS codes 010.1290; 010.7060

收稿日期: 2020-03-25; 修回日期: 2020-05-10; 录用日期: 2020-06-04

基金项目: 国家自然科学基金(61771385)、国防重点实验室基金(6142404180301)、陕西省自然科学基金(2018JQ6094)

*E-mail: 316728246@qq.com

1 引言

大气是极不稳定的,大气压强、温度以及水汽压都在不停的变化中,这些变化会引起折射率分布变化,严重影响波束的传播特性,制约激光工程的应用。降低湍流对光波的影响对于光工程的应用具有重要意义。声波是一种机械波,根据声波的波动方程,可知声波在大气中传输时会改变周围大气的压强,进而改变大气的折射率分布,影响光波在大气中的传输特性。

1957年, Tønning 首次提出并在理论上证明声波传播过程会引起大气折射率局部波动的观点,这一观点随后被沿用至无线电声波探测(RASS)系统中^[1]。1972年, Marshall 等^[2]将雷达和声波结合起来,建立了用于检测大气温度、湍流和风貌线的 RASS 系统。1979年, 斯坦福大学 Bhatnagar 等^[3]成功研制出测量大气温度廓线的 RASS 系统,并首次实现成功测量。随后,人们开始对 RASS 系统进行改良与创新。1999年, Weiss 等^[4-5]基于传统的双站 RASS 系统研制出单站 RASS 系统,随后研制出适用于室内温度测量的 RASS 系统。2008年, Ulyanov 等^[6]将大功率宽带声脉冲应用于 RASS 系统中,该方法使得设备简化、成本降低且尺寸减小。

近年来,声波传播过程中大气折射率变化引起的正面影响和负面影响被很好地应用。Gong 等^[7-9]提出人工控制局部大气折射指数的理论,得到阵列声源与局部声压的关系,提出阵列声波产生的人工折射率分布影响无线电传播的观点,并将这些观点应用于对流层散射通信中,利用声波产生的人工折射率分布增强对流层散射通信的能力。2018年,高琦等^[10]将声波激励产生人工不均匀体的观点应用到气溶胶控制理论中,设计了不同类型的阵列声源,实现了对大气气溶胶的控制。将声波传输产生人工不均匀压强体的理论应用到无线光通信中,是一个新思路。2018年柯熙政等^[11]结合声波方程和 Kolmogorov 湍流模型的“2/3 定律”,分析了声波激发功率和大气折射率结构常数之间的数值关系,分析了波长、温度和压强对大气折射率指数的影响。

关于光在随机介质中传输的研究早在 20 世纪 40 年代就相继展开。1941年, Kolmogorov 建立了著名的 k41 湍流理论,提出了 Kolmogorov 谱,奠定了现代湍流理论的基础。对于光波在湍流中传输特性的研究,人们最早使用几何光学近似的方法^[12-13]。

1961年, Tatarskii 采用 Rytov 近似法,引入现代湍流的统计理论,成功地描述了大气湍流特性,现已成为处理弱起伏条件下光波传播的经典理论^[14]。各种自然以及人为因素引起的强度闪烁是影响光传输质量的一个重要原因。研究光的闪烁指数对于研究光在随机介质中的传输有重要意义。2001年,郭立新等^[15]将经典 Rytov 方法扩展到了中等湍流和强湍流区域,提出修正的 Rytov 方法,并且利用斜程传输理论以及 ITU-R 湍流大气结构常数模型,将水平传输过程中的修正 Rytov 方法扩展到了斜程传输中,从而得到了考虑内尺度的情况下波束以平面波和球面波形式入射时从弱起伏湍流区到强起伏湍流区,闪烁指数随斜程修正 Rytov 方差的变化关系以及闪烁指数随天顶角等的变化规律。近年来,人们针对大气湍流中光波传输问题的研究,主要集中于改变不同的光传输模型,研究更为复杂的波束形式^[16-18]。

综上所述,声波在大气中传输时会对大气压强产生影响,从而改变大气折射率分布,产生“人工”大气折射率不均匀体,影响光波的传输特性。本文将利用阵列相干声源产生相干声波,激发人工大气折射率不均匀体,进而讨论了声源参数改变对光波闪烁指数的影响,验证声波传输对光波传播性能的影响。

2 理论推导

2.1 点阵列相干声源激发大气折射率不均匀体

声波是一种机械波,由声波的波动方程可知,声波在传播的过程中,其周围空间各点处的声压会发生改变。几列相干声波相遇会产生干涉叠加现象,满足叠加原理。采用如图 1 所示的点阵列相干声源,在空间一个平面上,均匀排布 $N \times N$ 个点阵列相干声源。

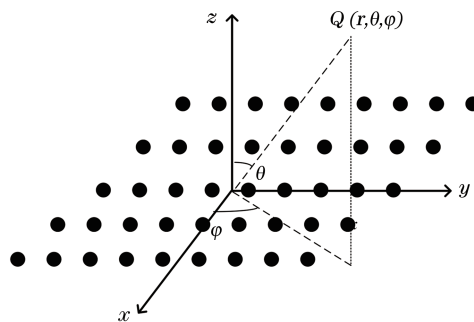


图 1 点阵列相干声源空间分布示意图

Fig. 1 Schematic diagram of spatial distribution of point array coherent sound sources

根据声波的波动方程和叠加原理,点阵列相干声源体在周围空间任意一点处产生的大气压强可以表示为^[7]

$$p = \frac{r_0}{r} \times \sqrt{\frac{2P\rho_0 c_0}{4\pi r_0^2}} \times \exp(-G) \times \exp[j(\omega t - \bar{k}r + \bar{k}r_0)] \cdot \frac{\sin\left(N_x \frac{\pi b_x \sin \theta \cos \varphi}{\lambda} + \beta_x\right)}{\sin\left(\frac{\pi b_x \sin \theta \cos \varphi}{\lambda} + \beta_x\right)} \cdot \frac{\sin\left(N_y \frac{\pi b_y \sin \theta \sin \varphi}{\lambda} + \beta_y\right)}{\sin\left(\frac{\pi b_y \sin \theta \sin \varphi}{\lambda} + \beta_y\right)}, \quad (1)$$

式中: r_0 表示单个声源半径; ρ_0 为大气密度; r 表示光波输出点与点阵列声源体中心间的距离; θ 为俯仰角; φ 为方位角; P 表示声源功率; c_0 为声波在媒介中的传播速度; \bar{k} 为平均波数; ω 为角频率; b_x, b_y 分别为 x 行、 y 列排布的声源间距; λ 为波长; N_x, N_y 表示每一行每一列点声源个数; G 表示衰减因子,表达式为^[19]

$$G = \frac{1}{(r - r_0)} \int_{r_0}^r \alpha(r) dr, \quad (2)$$

$$\alpha = f^2 \left\{ 1.83 \times 10^{-11} \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1/2} + \left(\frac{T_0}{T} \right)^{5/2} \left[1.278 \times 10^{-2} \times \frac{\exp(-2239.1/T)}{f_{r,o} + (f^2/f_{r,o})} \right] + \left[1.069 \times 10^{-1} \times \frac{\exp(-3352/T)}{f_{r,n} + (f^2/f_{r,n})} \right] \right\}, \quad (3)$$

其中, T_0 表示参考温度,为 293.15 K, T 表示大气实际温度, p 表示大气实际压强, p_0 表示参考压强,为 $1.01325 \times 10^4 \text{ N/m}^2$, $f_{r,o}$ 和 $f_{r,n}$ 分别表示大气中氧气和氮气的弛豫频率。

大气折射率受大气温度、压强的影响,其计算公式可表示为^[20]

$$n(R) = 1 + 77.6 \times 10^{-6} (1 + 7.52 \times 10^{-3} \lambda^{-2}) \frac{p}{T} \quad (4)$$

假设存在理想大气,大气压强为固定值且均匀分布,大气折射率为 1 且均匀分布。引入点阵列相干声源后,大气压强的变化量为 Δp ,大气的温度始终保持不变,代入点阵列相干声源产生的声压计算公式,可得引起的折射率起伏为

$$n^*(R) = 1 + 77.6 \times 10^{-6} (1 + 7.52 \times 10^{-3} \lambda^{-2}) \frac{\Delta p}{T} = 1 + 77.6 \times 10^{-6} (1 + 7.52 \times 10^{-3} \lambda^{-2}) \frac{1}{T} \times \frac{r_0}{r} \left\{ \sqrt{\frac{2P\rho_0 c_0}{4\pi r_0^2}} \times \exp(-G) \times \exp[-j(\omega t - \bar{k}r + \bar{k}r_0)] \right\} \times \frac{\sin\left(N_x \frac{\pi b_x \sin \theta \cos \varphi}{\lambda} + \beta_x\right)}{\sin\left(\frac{\pi b_x \sin \theta \cos \varphi}{\lambda} + \beta_x\right)} \cdot \frac{\sin\left(N_y \frac{\pi b_y \sin \theta \sin \varphi}{\lambda} + \beta_y\right)}{\sin\left(\frac{\pi b_y \sin \theta \sin \varphi}{\lambda} + \beta_y\right)}. \quad (5)$$

图 2 数值模拟出点阵列声源所激发出的大气折射率不均匀体的空间分布情况。从图 2 可以看出,引入点阵列相干声源之后,在光波输出点与点阵列相干声源体中心点的距离 r 一定的情况下,随着角度 θ 和 φ 的变化,点阵列声源所激发的人工大气折射率不均匀体发生规律变化。

因大气折射率的不均匀分布会产生大气湍流,故声源激发的人工大气折射率不均匀体也可以看作是“人工湍流”。仿照对大气湍流的解析过程,本

研究对声源激发产生人工大气折射率不均匀体的随机过程进行解析。人工大气折射率不均匀体的互相关函数可以表示为

$$B_n(r) = \langle n_1^*(r_1) n_2^*(r_2) \rangle, \quad (6)$$

式中: $n_1^*(r), n_2^*(r)$ 表示点 r_1 和 r_2 两点处声源引起的人工大气折射率数值; $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均。

谱密度函数可由相干函数的傅里叶变化得到(维纳-辛钦定理),即

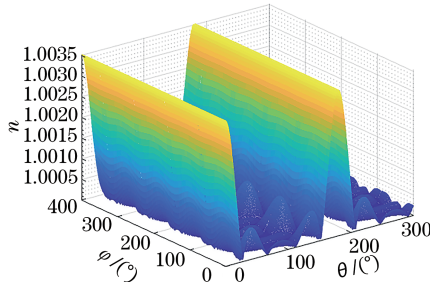


图 2 点阵列声源激发的大气折射率不均匀空间分布
Fig. 2 Spatial distribution of heterogeneous atmospheric refractive index excited by point-array sound source

$$\Phi_n(k) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^r B_n(r) \exp(ikr) dr, \quad (7)$$

Kolmogrov 谱模式下的谱密度函数可以表示为

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 \times C_n^2 \times \kappa^{-11/3}, \quad (8)$$

式中, C_n^2 是大气折射率结构常数, 由著名的“2/3 定律”可以表示为^[21]

$$C_n^2 r^{2/3} = \left\langle [n_1(r_1) - n_2(r_2)]^2 \right\rangle. \quad (9)$$

引入声源干扰下空间 r_1 和 r_2 两点处的人工大气折射率的数值, 可得

$$C_n^2 r^{2/3} = \left\langle \left\{ 77.6 \times 10^{-6} \times (1 + 7.52 \times 10^{-3} \lambda^{-2}) \times T^{-1} \times [p(r_1) - p(r_2)] \right\}^2 \right\rangle, \quad (10)$$

式中, $p(r_1)$ 、 $p(r_2)$ 表示点阵列相干声源体在空间 r_1 和 r_2 处产生的声压强。

2.2 光波在声源激发的大气折射率不均匀体中的光强起伏

对声波扰动激发的大气折射率不均匀体分布进行计算, 得出人工大气折射率不均匀体的结构常数在 10^{-17} 量级, 属于弱湍流范围。以光波段的平面波为例, 当光波段的平面波入射到湍流大气中时, 在弱起伏下利用 Rytov 近似, 闪烁指数可表示为^[12]

$$\sigma_I^2 = \exp(\sigma_{\ln I}^2) - 1 \cong \sigma_{\ln I}^2, \sigma_I^2 \ll 1, \quad (11)$$

式中, $\sigma_{\ln I}^2$ 为 Rytov 近似下 C_n^2 为常数时的对数振幅

起伏方差, 它可以表示为^[12]

$$\sigma_{\ln I}^2 = 8\pi^2 k^2 \int_0^L \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) [1 - \cos(\kappa^2 z/k)] d\kappa dz. \quad (12)$$

由于声源产生的大气折射不均匀体与光学大气湍流本质上是相同的, 都是因大气折射率不均匀分布导致光波传输特性改变所致, 故研究光在“人工大气折射率不均匀体”中的闪烁特性, 可以采用光在大气湍流中的传输特性模型。

在(12)式中, 引入人工大气折射率不均匀体的结构常数, 可以求得点阵列声源产生的声压与光波段平面波闪烁指数之间的关系式, 即

$$\begin{aligned} \sigma_{\ln I}^2 &= 8\pi^2 k^2 \int_0^L \int_0^\infty \Phi_n(\kappa) [1 - \cos(\kappa^2 z/k)] d\kappa dz = \\ &8\pi^2 k^2 \int_0^L \int_0^\infty \kappa 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} [1 - \cos(\kappa^2 z/k)] d\kappa dz = \\ &8\pi^2 k^2 \int_0^L \int_0^\infty \kappa 0.033 \left\langle \left\{ 77.6 \times 10^{-6} \times (1 + 7.52 \times 10^{-3} \lambda^{-2}) \times T^{-1} \times [p(r_1) - p(r_2)] \right\}^2 \right\rangle \times \\ &\kappa^{-11/3} [1 - \cos(\kappa^2 z/k)] d\kappa dz, \end{aligned} \quad (13)$$

式中, z 表示平面光波在人工折射率不均匀体中传播的距离, λ 表示平面光波的波长。

3 数值模拟结果

为了研究点阵列相干声源不同参数对光波段平面波闪烁指数的影响, 分别计算阵列声源中每个点声源功率 P 、频率 f , 光波输出点至点阵列声源体中心点的距离 r 、点阵列声源体中声源个数 N 、每个点声源之间的距离以及不同方位角改变对光波闪

烁指数的影响, 计算结果如图 3 所示。

图 3(a) 表示声源功率与光波传输时的闪烁指数之间的变化关系, 可以看出, 在其他声源参数以及传输距离一定的情况下, 随着阵列声源中每个声源功率的增大, 在人工折射率不均匀体中传输相同距离时的光波闪烁指数逐渐增大。随着声源功率的增加, 声波产生的大气压强增加, 导致人工大气折射率不均匀体起伏加剧, 从而使光波的闪烁指数增加。

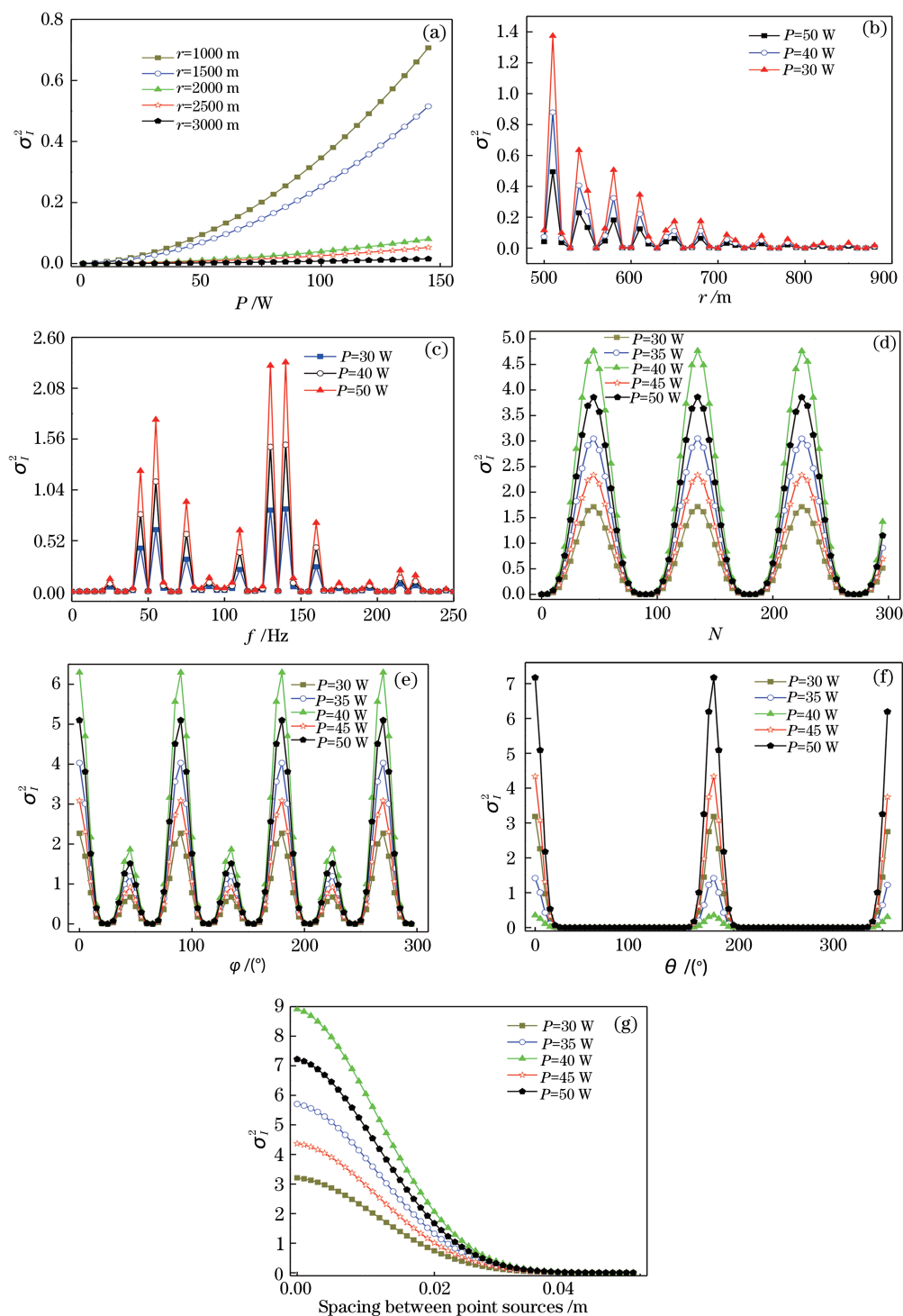


图 3 不同声源参数改变对光波闪烁指数的影响。(a)声源功率变化对光波闪烁指数影响;(b)距离中心点声源不同处闪烁指数变化;(c)声源频率变化对光波闪烁指数的影响;(d)每一行(列)点声源个数变化对光波闪烁指数的影响;(e)方位角 φ 的改变对光波闪烁指数的影响;(f)俯仰角 θ 的改变对光波闪烁指数的影响;(g)单个点声源之间距离的改变对光波闪烁指数的影响

Fig. 3 Effects of different sound source parameters on light wave flicker index. (a) Effect of power change of sound source on light wave flicker index; (b) flicker index changes at different locations from the sound source at the center; (c) effect of sound source frequency change on light wave flicker index; (d) effect of the number of sound sources at each row (column) on the flicker index of light waves; (e) effect of azimuthal angle φ on light wave flicker index; (f) effect of pitch angle θ on light wave flicker index; (g) effect of the change of the spacing between single point sound sources on the light wave flicker index

从图 3(b)中可以看出,在其他声源参数以及传输距离一定的情况下,随着光波输出点与点阵列相干声源中心点之间距离 r 的增加,光波闪烁指数会出现规律的起伏分布,且随着与声源距离的增加,声波产生的大气压强减小,引起的人工大气折射率不均匀体波动减小,对光波传输产生的影响也逐渐减小。需要注意的是,这里的距离 r 是指光波从距离声源 r 处的点开始传输,而光波在人工折射率不均匀体中传输的总距离 Z 始终取一定值。

从图 3(c)中可以看出,在其他声源参数以及传输距离一定的情况下,点阵列声源体中每个声源频率的改变,会引起光波闪烁指数产生剧烈起伏,声源频率的变化会导致平面波闪烁指数出现剧烈起伏。

图 3(d)给出每一行(列)点阵列声源个数变化对光波闪烁指数的影响,可以看出,在其他声源参数以及传输距离一定的情况下,每一行(列)声源个数的变化会引起光波闪烁指数出现周期性变化。光波闪烁指数并不会随着声源个数的增加而一直呈增加状态。

图 3(e)给出方位角 φ 变化对平面波闪烁指数的影响,在其他声源参数以及传输距离一定的情况下,方位角的变化会引起光波闪烁指数出现周期性的变化,极大值与极小值交替出现。

图 3(f)给出俯仰角 θ 变化对光波闪烁指数的影响,可以看出,在其他声源参数以及传输距离一定的情况下,在方位角为 $0^\circ\sim 15^\circ$ 、 $155^\circ\sim 200^\circ$ 、 $345^\circ\sim 360^\circ$ 之间会出现闪烁指数的极大值点。

图 3(g)给出单个点声源之间的距离变化对光波闪烁指数的影响,可以看出,在其他声源参数以及传输距离一定的情况下,随着点声源之间的距离增大,光波闪烁指数不断减小。单个点声源之间的间距在大于 0.04 m 之后,引起的平面波光强逐渐稳定。

文献[10]中计算了点阵列声源参数对大气压强起伏分布产生的影响,对比文献和本文的结论,可知两者曲线起伏一致,这是因为大气压强起伏强弱与大气折射率起伏强弱正相关,大气折射率起伏越强,在光波传输距离相等的情况下,引起的光波闪烁指数越大,反之亦然。

可以看出不同声源参数的改变,对光波在大气湍流中的闪烁指数产生不同的影响。本文的结论对于声源控制光波的传输具有重要意义,在使用声

源改变光波的传输特性时,按照不同需求调节声源的参数,可以达到定量地改变光波的传输特性的目的。

4 结 论

计算了点阵列相干声源激发产生的人工大气折射率不均匀体的空间分布情况,并对人工大气折射率不均匀体进行数值解析。结合平面波在随机介质中的传输特性,求解出了点阵列相干声源对平面波传输过程中闪烁指数的影响情况,计算并仿真了点阵列声源不同参数对于平面波闪烁指数的影响。结果表明,声波能够激发产生大气折射率不均匀体,引起平面波产生光强起伏,并且声源参数的改变会引起平面波闪烁指数出现不同程度的起伏变化。本研究验证了声波控制湍流改变光传输特性的可行性,为抑制湍流效应、提高光传输效率的进一步研究提供了新思路。

参 考 文 献

- [1] Tonning A. Scattering of electromagnetic waves by an acoustic disturbance in the atmosphere [J]. Applied Scientific Research, 1957, 6(1): 401-421.
- [2] Marshall J M, Peterson A M, Barnes A A. Combined radar-acoustic sounding system [J]. Applied Optics, 1972, 11(1): 108-112.
- [3] Bhatnagar N, Peterson A. Interaction of electromagnetic and acoustic waves in a stochastic atmosphere [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1979, 27(3): 385-393.
- [4] Weiss M, Knochel R. A monostatic radio-acoustic sounding system used as an indoor remote temperature profiler [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2001, 50(5): 1043-1047.
- [5] Weiss M, Knochel R. A monostatic radio-acoustic sounding system [C] // 1999 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (Cat. No. 99CH36282), June 13-19, 1999, Anaheim, CA, USA. New York: IEEE Press, 1999: 6346226.
- [6] Ulyanov Y N, Maksimova N G, Misaylov V L. Radio acoustic sounding with the use of wideband acoustic impulses [C] // 2008 4th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, September 15-19, 2008, Sevastopol, Crimea, Ukraine. New York: IEEE Press, 2008: 249-251.
- [7] Gong S H, Yan D P, Wang X. A novel idea of purpose fully affecting radio wave propagation by

- coherent acoustic source-induced atmospheric refractivity fluctuation[J]. *Radio Science*, 2015, 50(10): 983-996.
- [8] Zhang X T, Gong S H, Liu Y. A study of tropospheric scattering model based on coherent source-induced atmospheric refractivity fluctuation [C] // 2018 12nd International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE), December 3-6, 2018, Hangzhou, China. New York: IEEE Press, 2018: 1-4.
- [9] Gong S, Liu Y, Hou M, et al. A novel idea of coherent acoustic wave-induced atmospheric refractivity fluctuation and its applications [M] // *Computational and Experimental Studies of Acoustic Waves*. New York: IntechOpen, 2017.
- [10] Gao Q. A novel method of aerosol control and application technology based on coherent acoustic wave disturbance[D]. Xi'an: Xidian University, 2018. 高琦. 基于相干声波扰动大气的气溶胶控制及应用技术探究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2018.
- [11] Ke X Z, Dong Y, Zhang Y. Turbulence effect induced by acoustic wave fluctuation [J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2019, 34(2): 186-191. 柯熙政, 董越, 张颖. 声波扰动激发湍流效应的研究[J]. *电波科学学报*, 2019, 34(2): 186-191.
- [12] Tatarski V I, Silverman R A, Chako N. Wave propagation in a turbulent medium [J]. *Physics Today*, 1961, 14(12): 46-51.
- [13] Chernov L A, Silverman R A, Sanders J L, Jr. Wave propagation in a random medium [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1961, 28(2): 318-319.
- [14] Ishimaru A. *Wave propagation and scattering in random media*[M]. New York: Academic Press, 1978.
- [15] Guo L X, Luo Z M, Wu Z S, et al. Study on characteristics of fluctuation for optical wave propagation in the atmospheric turbulence [J]. *Journal of Xidian University*, 2001, 28(3): 273-277. 郭立新, 骆志敏, 吴振森, 等. 湍流大气中的光波闪烁研究[J]. *西安电子科技大学学报*, 2001, 28(3): 273-277.
- [16] Ke X Z, Wang C Z. Intensity distribution of the partially coherent vortex beams propagating in atmospheric turbulence [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(11): 110604. 柯熙政, 王超珍. 部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布 [J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(11): 110604.
- [17] Liu M W, Li Y C. Propagation of OFDM-OAM optical signal in atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(7): 0706002. 刘旻雯, 李迎春. OFDM-OAM 光信号在大气湍流中的传输 [J]. *光学学报*, 2019, 39(7): 0706002.
- [18] Li Y, Qi J, Chen F N. Propagation quality of laser diode beam in anisotropic non-Kolmogorov atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(7): 0701003. 李燕, 戚俊, 陈斐楠. 激光二极管光束在各向异性非柯氏大气湍流中的传输质量 [J]. *光学学报*, 2017, 37(7): 0701003.
- [19] Yang X R, Chen Y. *Atmospheric acoustics* [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2007. 杨训仁, 陈宇. *大气声学* [M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2007.
- [20] Grabner M, Kvicera V, Pechac P, et al. Vertical dependence of refractive index structure constant in lowest troposphere [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2011, 10: 1473-1475.
- [21] Owens J C. Optical refractive index of air: dependence on pressure, temperature and composition [J]. *Applied Optics*, 1967, 6(1): 51-59.