

粗糙表面六参量偏振双向反射分布函数模型

朱达荣^{1,2}, 冯康康^{1,2*}, 汪方斌^{1,2}, 刘涛^{1,2}, 孙凡^{1,2}, 王雪^{1,2}

¹安徽建筑大学机械与电气工程学院, 安徽 合肥 230601;

²安徽建筑大学建筑机械故障诊断与预警重点实验室, 安徽 合肥 230601

摘要 理想光滑表面具有很强的偏振特性,但实际表面通常较为粗糙,造成遮蔽效应明显和漫反射严重。为准确表征粗糙表面偏振特性,基于微面元模型,综合考虑遮蔽效应和漫反射情况下,建立一种改进的六参量偏振双向反射分布函数(pBRDF)模型,在此基础上推导出粗糙表面光学反射偏振度表达式。对铝和黑漆材料的偏振度进行模型仿真,反演其复折射率。结果表明,所提模型仿真值与实验测量值更加吻合,复折射率反演精度更高。对 45# 钢材开展 pBRDF 测量,分析了不同入射角、反射角、粗糙度下偏振度的分布。实验结果表明,六参量模型仿真值与实验测量值均能较好地吻合,通过对漫反射部分建模增加了模型的准确性。该研究可为粗糙表面的探测和分析提供理论基础和方法。

关键词 散射; 偏振; 双向反射分布函数; 参数反演; 粗糙表面

中图分类号 O436.3

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.092901

Six-Parameter Polarized Bidirectional Reflectance Distribution Function Model for Rough Surfaces

Zhu Darong^{1,2}, Feng Kangkang^{1,2*}, Wang Fangbin^{1,2}, Liu Tao^{1,2}, Sun Fan^{1,2}, Wang Xue^{1,2}

¹School of Mechanical and Electrical Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei, Anhui 230601, China;

²Key Laboratory of Construction Machinery Fault Diagnosis and Early Warning Technology of Anhui Jianzhu University, Hefei, Anhui 230601, China

Abstract The ideal surface has strong polarization properties, but the actual surface is usually rough, resulting in significant shadowing and severe diffuse reflection. In order to accurately characterize the polarization properties of rough surfaces, based on the micro-facet model, an improved six-parameter polarization bidirectional reflection distribution function (pBRDF) model is established considering the shadowing effect and diffuse reflection. Based on this, the expression of the optical reflection polarization degree of rough surface is derived. The degree of polarization of aluminum and black lacquer materials is simulated to invert the complex refractive index. The results show that the proposed model simulation value is more consistent with the experimental measurement value, and the complex refractive index inversion accuracy is higher. The pBRDF measurement is carried out on the 45# steel material, and the distribution of polarization degrees under different incident angles reflection angles and roughness is analyzed. The experimental results show that the simulation values of the six-parameter model can be well matched with the experimental measurements, and the accuracy of the model is increased by modeling the diffuse reflection part. This work can be used as a theoretical basis and method for the detection and analysis of rough surfaces.

Key words scattering; polarization; bidirectional reflectance distribution function; parameter inversion; rough surface

OCIS codes 290.5855; 260.5430; 290.5880; 290.1483

收稿日期: 2019-07-10; 修回日期: 2019-08-28; 录用日期: 2019-09-10

基金项目: 国家自然科学基金(61871002, 51805003)、安徽省自然科学基金(1808085ME125)、安徽省高校省级自然科学基金项目(KJ2017ZD42, KJ2019A0795)

* E-mail: fengkang@ahjzu.edu.cn

1 引言

偏振探测技术有着传统探测技术所不具备的优势,不仅能够获取目标的表面光强信息,而且能够获取目标的偏振信息^[1],如偏振度(DOP)、偏振角等信息。这些多维信息能够提高目标的识别精度,从而辨别出传统探测技术无法识别的目标和纹理特征。光波与不同介质相互作用后,光的偏振状态变化决定于目标的本征属性,如目标材质、粗糙度等。依据这一特点,偏振探测技术在目标识别、遥感和生物医学等方面得到广泛的应用^[2-4]。

偏振双向反射分布函数(pBRDF)作为表征粗糙表面反射偏振特性的典型模型,描述了入射光经目标表面反射后,反射光偏振特性在上半球空间的分布情况,能够很好地表征目标表面偏振特性与探测角度、复折射率、表面粗糙度等影响因素之间的数学关系^[5]。pBRDF的获取主要有实验测量和理论建模两种方式。由于实验测量受到实验条件、测量数据多的限制,很难获取在任意入射、反射等条件下的pBRDF。因此,国内外众多学者开展了pBRDF的建模与研究,其中,大多数集中在对现有模型进行改进,逐渐形成了适用于不同情况的pBRDF模型。Priest^[6]基于微面元模型提出一种pBRDF模型,并对两种复折射率相差较大的材料进行实验测量,发现模型计算结果和实验数据有相同的趋势,但未进行定量的分析。Thilak等^[7]基于微面元pBRDF模型推导出了目标表面散射光偏振度表达式,利用实验数据和优化算法对材料的复折射率进行反演。虽然进行了定量的分析,但该模型未考虑漫反射对偏振特性的影响,反演精度不高。之后,冯巍巍等^[8]在考虑漫反射对偏振度的影响下,建立一种适用于涂层表面的pBRDF模型,但该模型漫反射部分过于简单,造成模型精度不高,且无法表征漫反射与反射角的关系,不满足互易性。Renhorn等^[9]采用半球反射率(DHR)对漫反射进行建模,对涂层材料反射光的s偏振和p偏振分析,模型仿真值与实验测量值能很好地吻合,但DHR计算量较大,实际应用较为困难。杨玉峰等^[10]采用Minnaert模型^[11]对漫反射部分建模,提出一种半经验的粗糙面六参数BRDF模型,提高了数据拟合精度,但无法对目标的复折射率以及粗糙度等材料属性进行反演,另外,该模型并未推导至偏振化形式,使得该模型不具备反射光偏振特性分析的能力。

针对传统模型的不足,本文基于微面元理论,考

虑多次遮蔽效应和漫反射对粗糙表面散射偏振特性的影响,采用Minnaert模型表征漫反射强度,引入镜面反射系数,提出一种改进的偏振双向反射分布函数模型,推导出反射光偏振度的表达式,并基于反射光偏振度对模型参数进行反演。为验证所提六参量模型的有效性和精确性,对文献[7]中的铝和黑漆材料数据进行参数反演。最后,对45#钢开展偏振特性测量实验和模型仿真,分析了不同入射角、反射角、表面粗糙度下反射光偏振度的分布。

2 理论基础

2.1 双向反射分布函数(BRDF)

BRDF表征了目标表面反射辐射传输特性,是对粗糙表面散射特性进行建模的常用函数模型。图1为BRDF几何关系示意图,其定义为经目标表面沿 (θ_r, φ_r) 方向反射的辐亮度 $dL_r(\theta_i, \theta_r, \Delta\varphi, \lambda)$ 与沿着 (θ_i, φ_i) 方向入射到目标表面的辐照度 $dE_i(\theta_i, \varphi_i, \lambda)$ 之比^[12]

$$f(\theta_i, \varphi_i, \theta_r, \varphi_r, \lambda) = \frac{dL_r(\theta_i, \theta_r, \Delta\varphi, \lambda)}{dE_i(\theta_i, \varphi_i, \lambda)}, \quad (1)$$

式中: θ_i 和 φ_i 分别为入射光的天顶角和方位角; θ_r 和 φ_r 分别为反射光的天顶角和方位角;相对方位角 $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_r$; λ 为入射光的波长。

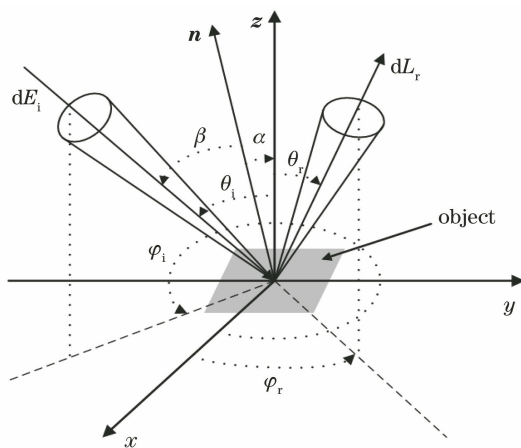


图1 BRDF几何关系

Fig. 1 Geometric relationship of BRDF

图1中 z 为目标表面法线, n 为微面元法线, α 为目标表面法线与微面元法线的夹角, β 为微面元法线与入射光的夹角, α 和 β 满足以下关系式:

$$\cos(2\beta) = \cos \theta_i \cos \theta_r + \sin \theta_i \sin \theta_r \cos \Delta\varphi, \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{\cos \theta_i + \cos \theta_r}{2 \cos \beta}. \quad (3)$$

2.2 六参量偏振双向反射分布函数

pBRDF是在BRDF基础上加入偏振特性推导

而来,可以表征目标表面入射辐射和反射辐射之间的偏振辐射传输关系,两者之间的偏振传输关系可由穆勒矩阵建立联系,

$$\mathbf{F}_{j,l}(\theta_i, \varphi_i, \theta_r, \varphi_r) = \frac{\mathbf{L}_r(\theta_i, \theta_r, \Delta\varphi)}{\mathbf{E}_i(\theta_i, \varphi_i)}, \quad (4)$$

式中: $\mathbf{F}_{j,l}(\theta_i, \varphi_i, \theta_r, \varphi_r)$ 为 pBRDF 穆勒矩阵;下标

j, l 表示矩阵中第 $j+1$ 行, $l+1$ 列, 取值范围均为 $0, 1, 2, 3$; $\mathbf{E}_i(\theta_i, \varphi_i)$ 为入射光的斯托克斯矢量; $\mathbf{L}_r(\theta_i, \theta_r, \Delta\varphi)$ 为反射光的斯托克斯矢量。

一般认为 pBRDF 包括具有偏振的镜面反射 \mathbf{F}^s 和非偏振的漫反射 \mathbf{F}^d 两部分, 即:

$$\mathbf{F}_{j,l} = \mathbf{F}_{j,l}^s + \mathbf{F}_{j,l}^d. \quad (5)$$

由微面元理论可知, 目标表面由一系列微小面元组成, 这些微小面元都服从菲涅耳反射定律, 镜面反射 \mathbf{F}^s 由入射光经微面元一次镜面反射产生, 漫反射 \mathbf{F}^d 由入射光经微面元多次反射产生。其中镜面反射 \mathbf{F}^s 表达式为

$$\mathbf{F}_{j,l}^s = \frac{k_s \cdot \exp\left(\frac{-\tan^2\alpha}{2\sigma^2}\right) \cdot G(\theta_i, \theta_r, \sigma)}{2\pi 4\sigma^2 \cos^4\alpha \cos\theta_i \cos\theta_r} \times \mathbf{M}_{j,l}^s, \quad (6)$$

式中: k_s 表示镜面反射系数; σ^2 表示粗糙表面的斜度方差; $G(\theta_i, \theta_r, \sigma)$ 表示遮蔽效应函数^[13], 本文采用由 Scancer 提出的函数, 其考虑了多重散射效应, 表达式见下式; $\mathbf{M}_{j,l}^s$ 为镜面反射的穆勒矩阵。

$$G(\theta_i, \theta_r, \sigma) = \frac{1}{1 + S(\theta_i, \sigma) + S(\theta_r, \sigma)}, \theta_i, \theta_r \in [0, \frac{\pi}{2}], \quad (7)$$

$$S(\theta, \sigma) = \frac{\exp[-g(\theta, \sigma)]}{2\sqrt{\pi}g(\theta, \sigma)} - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\sqrt{g(\theta, \sigma)}], \quad (8)$$

$$g(\theta, \sigma) = \frac{1}{\sigma^2 \cdot \tan^2\theta}, \quad (9)$$

式中: erfc 为互补误差函数。

当相对方位角 $\Delta\varphi = \pi$ 时, 穆勒矩阵 $\mathbf{M}_{j,l}^s$ 的表达式为^[14]

$$\mathbf{M}_{j,l}^s = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} |r_s|^2 + |r_p|^2 & |r_s|^2 - |r_p|^2 & 0 & 0 \\ |r_s|^2 - |r_p|^2 & |r_s|^2 + |r_p|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_s r_p^* + r_s^* r_p & i(r_s^* r_p - r_s r_p^*) \\ 0 & 0 & -i(r_s^* r_p - r_s r_p^*) & r_s r_p^* + r_s^* r_p \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中: r_s 和 r_p 分别为 s 分量和 p 分量的振幅反射率; r_s^* 和 r_p^* 分别为 r_s 和 r_p 的共轭复数。

$$|r_s|^2 = \frac{(A - \cos\beta)^2 + B^2}{(A + \cos\beta)^2 + B^2}, \quad (11)$$

$$|r_p|^2 = |r_s|^2 \frac{(A - \sin\beta \tan\beta)^2 + B^2}{(A + \sin\beta \tan\beta)^2 + B^2}, \quad (12)$$

$$\begin{cases} A = \sqrt{\frac{\sqrt{C} + D}{2}} \\ B = \sqrt{\frac{\sqrt{C} - D}{2}} \\ C = 4n^2 k^2 + D^2 \\ D = n^2 - k^2 - \sin^2\beta \end{cases}, \quad (13)$$

式中: n 和 k 分别为材料复折射率 $\tilde{n} = n + ik$ 的实部和虚部。

现实生活中材料表面由于受到磨损或经过加工, 通常是比较粗糙的, 入射光经过材料表面会发生

不同程度的漫反射现象。Minnaert 模型可以模拟反射系数随角度缓慢变化的 BRDF 表面, 主要用于植被、土壤等环境的反射情况, 在特定形式可以退化为 Lambert 模型, 并且满足互易性定理。杨玉峰等^[10]利用该模型对 BRDF 的漫反射特性进行表征, 提高了传统 BRDF 的建模精度。Minnaert 模型表达式为

$$f = \frac{\rho_0}{\pi} (\cos\theta_i \cos\theta_r)^{k-1}, \quad (14)$$

式中: k 为待定系数, 取值范围为 $0 \sim 1$, 当 $k = 1$ 时, 模型转化为 Lambert 模型。

由于该模型包含 $(\cos\theta_i \cos\theta_r)^{k-1}$ 项, 能够很好地模拟漫反射强度随角度的变化情况, 同时满足互易性。因此本文采用 Minnaert 模型对漫反射分量进行建模, 并对(14)式加入偏振特性转化为漫反射偏振模型, 可以认为漫反射不具有偏振特性而只对

反射辐射强度有贡献,因此漫反射穆勒矩阵 $\mathbf{M}_{j,l}^d$ 中只有 $M_{00}^d=1$,其余元素均为 0。偏振化的漫反射模型表达式为

$$\mathbf{F}_{j,l}^d = \frac{k_d}{\pi} (\cos \theta_i \cos \theta_r)^c \times \mathbf{M}_{j,l}^d, \quad (15)$$

式中: k_d 为相对漫反射系数; c 为待定系数,取值范围为 $(-1,0)$ 。

结合(5)式、(6)式和(15)式,可得六参量 pBRDF 模型表达式为

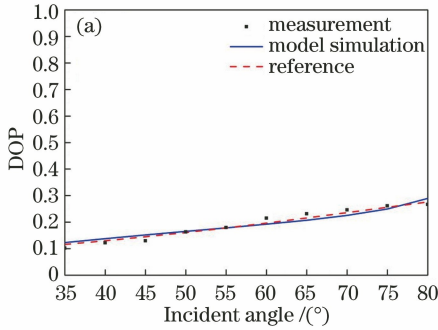
$$\mathbf{F}_{j,l} = \frac{k_s \cdot \exp\left(\frac{-\tan^2 \alpha}{2\sigma^2}\right) \cdot G(\theta_i, \theta_r, \sigma)}{2\pi 4\sigma^2 \cos^4 \alpha \cos \theta_i \cos \theta_r} \times \mathbf{M}_{j,l}^s + \frac{k_d}{\pi} (\cos \theta_i \cos \theta_r)^c \times \mathbf{M}_{j,l}^d. \quad (16)$$

2.3 反射光偏振度表达式

由于自然光中圆偏振分量极小,可以忽略不计^[15],则当入射光为自然光时,其斯托克斯矢量可以表示为 $\mathbf{E}_i = [1 \ 0 \ 0]^T$, T 为矩阵的转置运算。由(4)式可求得反射光的斯托克斯矢量 \mathbf{L}_r 。

$$\mathbf{L}_r = \mathbf{F}_{j,l} \mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} F_{00} \\ F_{10} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{00}^s + F_{00}^d \\ F_{10}^s \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

偏振度定义为偏振分量占该光波的总强度之比,即



3 模型参数反演

为了验证所提六参量 pBRDF 模型的可靠性,选取文献[7]中铝和黑漆材料的开源数据作为材料表面反射光偏振度测量值,分别采用本文模型和文献[7]模型对材料复折射率进行参数反演,并将本文模型与文献[7]模型进行对比。推导出的反射光偏振度(18)式中含有 6 个未知参数,可以根据几组实测数据采用优化算法对参数进行求解。由于目标函数是非线性的,选择非线性最小二乘法进行参数求解^[7]。

将反演出的 6 个模型参数代入(18)式中,可以得到目标表面反射光偏振度关于入射角的模型仿真结果,对比曲线如图 2 所示。从图中可以看出,本文模型与实验测量结果基本吻合,且比文献[7]模型的计算值更加接近实验测量值,这是由于漫反射分量的加入,考虑了反射光中非偏成分对偏振度的作用,提高了 pBRDF 的建模精度。表 1 为两种材料复折射率的反演结果,从表中可以发现,所提六参量模型具有更高的反演精度,更加接近真实值,铝和黑漆的 n, k 值精度有较大提高。对比图和反演结果表明,所提六参量模型具有一定的可靠性和准确性。

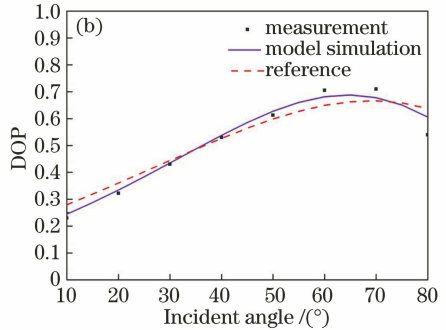


图 2 DOP 对比曲线。(a)铝;(b)黑漆

Fig. 2 DOP contrast curves. (a) Aluminum; (b) black paint

表 1 参数反演结果

Table 1 Parameter inversion results

Sample	Truth		Reference		Estimated	
	n	k	n	k	n	k
Aluminum	1.24	6.6	1.37	3.97	1.255	6.582
Black paint	1.405	0.2289	1.46	1.32	1.413	0.232

4 实验与分析

实验选用 45 # 钢进行表面反射光偏振特性分析。材料表面形貌由 KEYENCE 公司的 VR-3000

型三维轮廓仪进行检测,测得 45 # 钢板 $\sigma = 0.45$ 。图 3 为测量装置示意图,该测量系统主要包括光源、转角装置和探测器。其中,光源采用 LED 点光源,实验前测定入射光偏振度小于 1%,可视为无偏光,

点光源经过准直透镜准直后入射目标表面;探测器采用 Bossa Nova Technologies 公司的 SALSAs 液晶偏振相机,利用该相机能够快速获取目标的偏振信息;入射角和探测角度改变由转角装置控制。为了避免环境中杂散光干扰,实验在光学暗室中进行。

4.1 目标表面反射光偏振度测量与建模

实验时,入射角取 30° 、 40° 、 50° ,在每个人射角下,反射角在 $(20^\circ, 65^\circ)$ 范围内每 5° 测量一次偏振度数据,相对方位角 $\Delta\varphi = 180^\circ$,相机曝光时间设置为 5,增益设置为 0,探测波长选择 435 nm。偏振图像采集时,为了减小测量误差,每组数据取 10 次采集结果的平均值。

利用获取的多组偏振度测量值对六参量模型进行参数反演,将反演结果代入(18)式中可得偏振度模型仿真结果,并与文献[7]模型的仿真结果进行对比,对比曲线如图 4 所示。从图中可以看出,目标表面反射光偏振度随反射角的增大而增大,随着入射

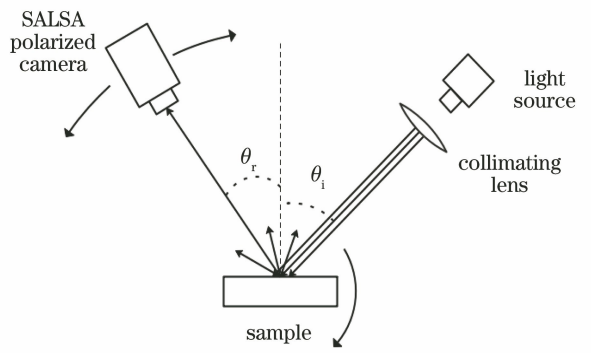


图 3 测量装置示意图

Fig. 3 Schematic of measuring device

角的增大,偏振度呈整体增大趋势。另外,所提六参量模型的仿真值与实测结果吻合度更高,验证了六参量模型的有效性和准确性。这是由于考虑了漫反射对反射光偏振度的影响,漫反射对反射光偏振特性具有消偏作用,因此,文献[7]模型的仿真值相比于六参量模型的仿真值整体偏大。

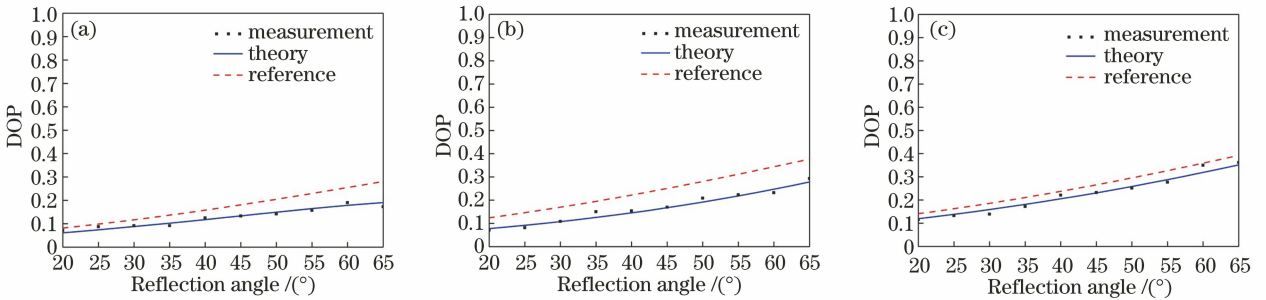


图 4 不同入射角下 DOP 实验测量值与模型仿真值对比。(a) $\theta_i = 30^\circ$; (b) $\theta_i = 40^\circ$; (c) $\theta_i = 50^\circ$

Fig. 4 Comparison between experimental measurement and model simulation of DOP at different incident angles.

(a) $\theta_i = 30^\circ$; (b) $\theta_i = 40^\circ$; (c) $\theta_i = 50^\circ$

4.2 表面粗糙度对偏振度仿真结果的影响

由微面元理论和遮蔽效应可知,材料表面粗糙度参量 σ 是影响粗糙表面反射光偏振特性的一个重要因素,本文采用数值仿真的方法进行分析,分析方法如下:利用 $\theta_i = 40^\circ$ 的反演结果 ($n = 1.6, k = 2.139, \sigma = 0.5, k_s = 0.9, k_d = 0.15, c = -0.3$),固定参量 n, k, k_s, k_d, c 的值不变,分别取 $\sigma = 0.35, 0.5, 0.65$,不同 σ 下反射光偏振度对比曲线如图 5 所示。由图 5 可知, σ 越大,反射光偏振度整体减小,这是由于材料表面的粗糙度增大,造成表面的遮蔽效应增强,同时入射光在材料表面发生多次反射概率增大,导致漫反射增强,反射光退偏现象越严重,这个仿真结果与相关模型研究结果一致^[16,17]。因此,粗糙度参量是粗糙表面反射光偏振特性的一个重要影响因素。

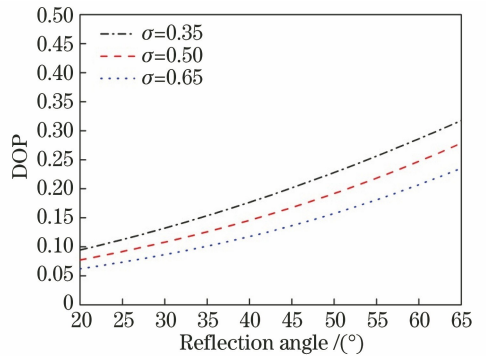


图 5 不同 σ 值下 DOP 对比曲线

Fig. 5 DOP contrast curves at different σ values

5 结 论

提出一种改进的六参量偏振双向反射分布函数模型,并推导出金属粗糙表面反射光偏振度表达式,

用于表征粗糙表面的反射光偏振特性,并基于反射光偏振度对模型参数进行反演。通过对文献中实测数据进行参数反演,验证了在考虑漫反射情况下,六参量 pBRDF 模型能够更好地与实验测量值吻合,并且提高了复折射率反演精度。对 45# 钢表面反射光偏振特性进行了测量与分析,实验结果表明,反射光偏振度随入射角、反射角增大而增大,随材料表面粗糙度增大而减小,同时模型计算值与实验测量值均能较好地吻合,进一步验证了所提模型的可靠性。需要指出的是,参数的反演需要精确的 pBRDF 测量数据,因此如何优化实验设备以减小误差是后续研究的方向。

参 考 文 献

- [1] Yang M, Fang Y H, Wu J, et al. Polarized reflectance properties for ground-feature's background based on six-component pBRDF model [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(5): 0526001.
杨敏, 方勇华, 吴军, 等. 基于六参量偏振 BRDF 模型的地物背景偏振反射特性研究 [J]. *光学学报*, 2018, 38(5): 0526001.
- [2] Wang X L, Wang F, Liu X, et al. Hyperspectral polarization characteristics of typical camouflage target under desert background [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(5): 051101.
王小龙, 王峰, 刘晓, 等. 荒漠背景下典型伪装目标的高光谱偏振特性 [J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(5): 051101.
- [3] Xu F F, Zeng C Y, Chen H. Research on active laser polarization imaging of vehicle targets under complicated background [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(5): 051103.
徐飞飞, 曾朝阳, 陈杭. 复杂地物背景下的车辆目标激光主动偏振成像研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(5): 051103.
- [4] Watson R, Raven P N. Comparison of measured BRDF data with parameterized reflectance models [J]. *Proceedings of SPIE - the International Society for Optical Engineering*, 2001, 4370: 159-168.
- [5] Chen W L, Li J W, Sun Z Q, et al. Analysis of visible polarization characteristics of typical satellite surface materials [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(10): 1026001.
陈伟力, 李军伟, 孙仲秋, 等. 典型卫星表面材料可见光偏振特性分析 [J]. *光学学报*, 2018, 38(10): 1026001.
- [6] Priest R G. Polarimetric microfacet scattering theory with applications to absorptive and reflective surfaces [J]. *Optical Engineering*, 2002, 41(5): 988-993.
- [7] Thilak V, Voelz D G, Creusere C D. Polarization-based index of refraction and reflection angle estimation for remote sensing applications [J]. *Applied Optics*, 2007, 46(30): 7527-7536.
- [8] Feng W W, Wei Q N, Wang S M, et al. Study of polarized bidirectional reflectance distribution function model for painted surfaces [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(2): 290-294.
冯巍巍, 魏庆农, 汪世美, 等. 涂层表面偏振双向反射分布函数的模型研究 [J]. *光学学报*, 2008, 28(2): 290-294.
- [9] Renhorn I G E, Hallberg T, Bergström D, et al. Four-parameter model for polarization-resolved rough-surface BRDF [J]. *Optics Express*, 2011, 19(2): 1027-1036.
- [10] Yang Y F, Wu Z S, Cao Y H. Practical six-parameter bidirectional reflectance distribution function model for rough surface [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(2): 0229001.
杨玉峰, 吴振森, 曹运华. 一种实用型粗糙面六参数双向反射分布函数模型 [J]. *光学学报*, 2012, 32(2): 0229001.
- [11] Minnaert M. The reciprocity principle in lunar photometry [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 1941, 93: 403-410.
- [12] Yuan Y, Jin D, Su L J. Optimization modeling and verification of bidirectional reflectance distribution function for rough surfaces [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(5): 052901.
袁艳, 金鼎, 苏丽娟. 粗糙表面双向反射分布函数优化建模与验证 [J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(5): 052901.
- [13] Sancer M. Shadow-corrected electromagnetic scattering from a randomly rough surface [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1969, 17(5): 577-585.
- [14] Zhan H Y, Voelz D G, Cho S Y, et al. Complex index of refraction estimation from degree of polarization with diffuse scattering consideration [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(33): 9889-9895.
- [15] Yang M, Fang Y H, Wu J, et al. Multiple-component polarized bidirectional reflectance distribution function model for painted surfaces based on Kubelka-Munk theory [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(1): 0126002.
杨敏, 方勇华, 吴军, 等. 基于 Kubelka-Munk 理论的涂层表面多参量偏振双向反射分布函数模型 [J].

光学学报, 2018, 38(1): 0126002.

- [16] Zhuansun X B, Wu W Y, Huang Y H, et al. Establishment and simulation of simplified polarimetric BRDF model based on MB model [J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(3): 1098-1102.
颢孙晓博, 武文远, 黄雁华, 等. 基于 MB 模型的简化偏振 BRDF 模型建立与仿真 [J]. 红外与激光工

程, 2015, 44(3): 1098-1102.

- [17] Zhang Y, Song P, Zhao H J. Double-Gauss polarimetric BRDF model of painted surfaces [J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46 (11): 1117002.
张颖, 宋平, 赵慧洁. 一种适用于涂层的双高斯偏振 BRDF 模型 [J]. 红外与激光工程, 2017, 46(11): 1117002.