反射相移在 Fabry-Perot 标准具间距测量中的影响

余佳音[1], 樊静[2], 蓝旭辉[1], 沈小燕[1*], 禹静[1]

[1]中国计量大学计量测试工程学院, 浙江 杭州 310018;

[2]长庆油田分公司技术监测中心, 陕西 西安 710021

摘要 基于光学薄膜理论,采用光学特征矩阵法推导了空气隙 Fabry-Perot(F-P)标准具高反射膜反射相移与入射角的数学模型,并用 TFCalc 膜系设计软件仿真分析了入射角范围在 0°～3°时反射相移的变化,对数学模型进行了验证。结果表明,反射相移与入射角呈指数递增,入射角度在 3°时反射相移为 2.88×10^{-3} rad。实验搭建了 F-P 干涉成像光路,测得 F-P 标准具间距为(2015.50919±0.00002) μm,相对误差限约为 8.6×10^{-9};与未考虑反射相移的测量结果[间距为(2015.50864±0.00082) μm,相对误差限约为 9×10^{-7}]相比,测量准确度有了明显改善。

关键词 测量; 多光束干涉; 反射相移; 小数重合法; 法布里-珀罗标准具; 相对误差限

中图分类号 O436.1 **文献标志码** A **doi:** 10.3788/LOP57.091201

Influence of Reflection-Induced Retardance on the Measurement of Fabry-Perot Etalon Interval

Yu Jiayin[1], Fan Jing[2], Lan Xuhui[1], Shen Xiaoyan[1*], Yu Jing[1]

[1]*College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou, Zhejiang* 310018, *China*;

[2]*Technical Monitoring Center of Changqing Oilfield Company, Xi'an, Shaanxi* 710021, *China*

Abstract Based on the optical thin film theory, the optical characteristic matrix method was used to derive a mathematical model of the reflection-induced retardance and incident angle of the high-reflection film for air-gap Fabry-Perot (F-P) etalon. The change in the reflection-induced retardance at incident angle ranging 0°－3° was analyzed using TFCalc membrane design software, and the mathematical model was verified. Results show that the reflection-induced retardance and the incident angle exponentially increase, and the reflection-induced retardance is close to 2.88×10^{-3} rad when the incident angle is 3°. The experiment setup of the F-P interference imaging optical path, demonstrates that the F-P etalon interval is (2015.50919±0.00002) μm and the relative error limit is approximately 8.6×10^{-9}. Compared with the measurements that do not consider the reflection phase shift [the interval is (2015.50864±0.00082) μm and the relative error limit is approximately 9×10^{-7}], the measurement accuracy shows significant improvement.

Key words measurement; multi-beam interference; reflection-induced retardance; excess fraction method; Fabry-Perot etalon; relative error limit

OCIS codes 120.2230; 120.3180; 110.3175

1 引 言

Fabry-Perot(F-P)标准具的基本光学原理为等倾干涉,在严格平行的两平板间镀有高反射率、低透射率膜层,使得入射光在标准具的内部不断反射。F-P 标准具是一种应用广泛的高分辨干涉分光仪器,可以应用于高分辨光谱学领域和研究波长非常靠近的谱线,如元素的同位素光谱、光谱的超精细结构[1]、光散射时微小频移[2]和谱线内部的结构形状;也可以用作高分辨光学滤波器[3]、精密波长计;还可以实现纳米分辨率的物体微小位移测量[4]、脉冲激光谱型测量[5]。在 F-P 标准具的各种应用中都要求

收稿日期: 2019-08-14; **修回日期**: 2019-09-06; **录用日期**: 2019-09-16

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51875543)、国家自然科学基金青年科学基金(61605193)

* **E-mail**: xyshen@cjlu.edu.cn

能够对其间距进行高精度测量，以确定设计的 F-P 标准具是否能够满足要求，Born 和 Wolf[6]论述了具有溯源性的几何量经典测量方法，如多波长(或双波长)小数重合法。采用小数重合法测量标准具间距 d，可使 d 溯源至标准谱线波长，标准谱线具有量子特性，是理想的自然基准，国际公认光谱灯的标准谱线波长和激光波长可以作为溯源依据。近年来，黄文财等[7]利用高分辨率光谱分析仪对空气隙 F-P 标准具透射谐振峰频率进行测量，通过直线拟合获得自由谱域，计算得到标准具间距 d，其相对误差限为 2×10^{-3}。刘松江等[8]通过对测量模型的改进，利用小数重合法可以准确地求得 F-P 标准具成像圆环干涉级次的小数部分，从而求得标准具的间距 d，其相对误差限为 3×10^{-7}。实际上利用 F-P 标准具实现干涉圆环成像时，在 F-P 标准具中反射膜的反射相移、压力形变和平行板的平行度[9]会对成像圆环的质量产生影响，从而影响测量的准确度。因此本文从 F-P 标准具中反射膜的反射相移入手，基于光学薄膜理论，采用光学特征矩阵法推导了空气隙 F-P 标准具高反射膜反射相移与入射角的数学模型，使用TFCalc膜系设计软件仿真分析了入射角对反射相移的影响，利用 F-P 多光束干涉成像实验，通过一系列同心圆环直径与干涉级次小数的关系，采用三波长小数重合法计算 F-P 标准具间距 d，并对数据处理过程进行了改进修正，以得到更为准确的 F-P 标准具间距。

2 测量 F-P 标准具间距 d 的基本原理

小数重合法测量 F-P 标准具间距 d 是基于 F-P 干涉成像原理[10]。如图 1(a)所示，光源经干涉滤光片产生已知真空波长为 λ 的单色光，经过间距为 d、间隔为空气的折射率为 n、镀高反射膜的 F-P 标准具，发生多光束干涉后，在焦距为 f 的透镜焦平面形成一系列同心圆环，圆环图像由面阵图像器件采集。圆锥光束与光轴平行线的夹角为半圆锥角 θ_i，当 $\theta_i=0$ 时，对应的干涉级次最大。F-P 标准具由中间间隔为空气的两块平行平板组成，平行平板上镀有高反射膜，一般是由高低折射率相间的($2n+1$)层膜组成，如图 1(b)所示。图 1(b)为图 1(a)中 F-P 标准具虚线框内的放大部分，其由基底(K9 光学玻璃)和高反射膜组成。

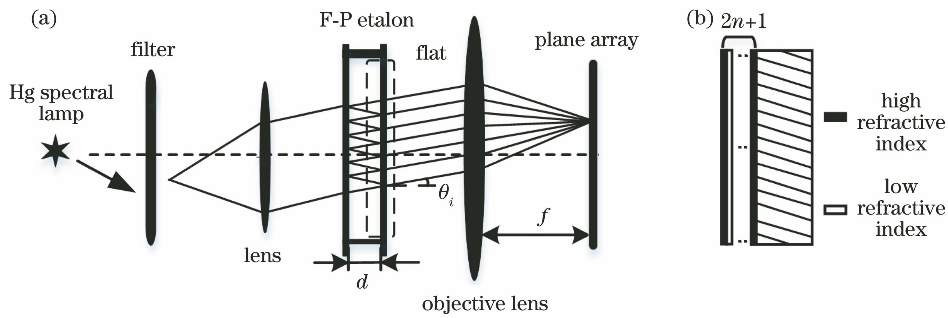

图 1 干涉原理图。(a) F-P 标准具干涉成像原理图；(b)平板放大图

Fig. 1 Interference schematic. (a) F-P etalon interference imaging schematic; (b) flat panel enlargement

根据多光束干涉原理，相邻两光束间的相位差为

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\times 2nd\cos\theta_i 。\tag{1}$$

当 $2K\pi=\Delta\varphi$(K 为正整数)时发生相长干涉，在面阵器件上将形成亮圆环，当($2K+1)\pi=\Delta\varphi$ 时发生相消干涉，在面阵器件上将形成暗圆环，因此在面阵器件上看到一系列明暗相间的同心圆环。设干涉图样中由内向外第一个亮圆环的干涉级次为正整数 k_0，则直径为 D_i 的亮圆环对应级次为 $k_i=k_0+i$($i=-1,-2,-3,\cdots$)，圆环中心 $D=0$ 处所对应的干涉级次为 $2d/\lambda=k_0+\varepsilon$，其中 ε 为干涉级次的小数部分，可得[10]

$$1+\left(\frac{D_i/2}{f}\right)^2=\frac{1}{\cos^2\theta_i}=\left(\frac{k_0+\varepsilon}{k_0+i}\right)^2,\tag{2}$$

经泰勒展开并整理后可得

$$D_i^2=4f^2\left[\frac{2\varepsilon}{k_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{2k_0}\right)+\left(1+\frac{\varepsilon}{k_0}\right)^2\left(-\frac{2i}{k_0}+\frac{3i^2}{k_0^2}-\frac{4i^3}{k_0^3}+\cdots\right)\right],\tag{3}$$

整理后得到以 D_i^2 为因变量，i 为自变量作加权回归直线拟合，模型方程可描述为

$$D_i^2=\frac{8f^2\varepsilon}{k_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{2k_0}\right)-\frac{8f^2i}{k_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{k_0}\right)^2=b_0+b_1i 。\tag{4}$$

由(4)式对不同圆环序号 i 及对应 D_i^2 进行直线

拟合求得截距斜率之比$\frac{b_0}{b_1}\approx-\varepsilon\left(1-1.5\frac{\varepsilon}{k_0}\right)$，可求解干涉级次中的小数部分，即

$$\varepsilon=-\frac{b_0}{b_1}\left(1+1.5\frac{b_0/b_1}{k_0}\right)。\tag{5}$$

实验采用三种波长 λ_1、λ_2 和 λ_3，计算对应干涉圆环级次的小数部分。虽然级次的整数部分 k_{0j} 尚未确知，但其为一定范围内的正整数。选定合适波长利用小数重合法求解标准具间距 d，即

$$d=(k_{0j}+\varepsilon_j)\lambda_j/2,\tag{6}$$

式中：k_{0j} 为由内向外第一个圆环干涉级次的整数部分；ε_j 为其对应的小数部分；λ_j 为单色光的波长，$j=1,2,3$。

一般可由螺旋测微计得到间距 d 的约值，整数 k_{0j} 虽未确知，但可计算其约值及变化范围。如果能用三种 λ_j 准确测量干涉级次的小数部分 $\varepsilon_j\pm U_{\varepsilon_j}$，其中 U_{ε_j} 为小数部分的扩展不确定度，则可由(6)式相当准确地得到标准具间距 d。用二波长常出现整数部分解 k_{0j} 不唯一的情形，而用三种波长求解 k_{0j} 不唯一的情形极少出现。

3 基于反射相移的间距测量模型的改进

3.1 F-P 标准具反射相移的理论分析

F-P 标准具上镀有高低折射率相间的高反射膜，如图 1(b)所示，其中高折射率层材料为 ZnS，$n_1=2.36$，低折射率层材料为 MgF_2，$n_2=1.39$。光波以 θ 斜入射进入 F-P 标准具薄膜，根据薄膜特征矩阵理论，如果 q 为贴着基底的膜层，整个多层薄膜的等效特征矩阵[11]可表示为

$$\begin{bmatrix}B\\C\end{bmatrix}=[M_1][M_2]\cdots[M_q]\begin{bmatrix}1\\n_{\mathrm{sub}}\end{bmatrix},\tag{7}$$

式中：B、C 为等效特征矩阵元素；n_{sub} 为基底的反射率；M_1 为第 1 个膜层的矩阵，以此类推。(7)式具体可表示为

$$\begin{bmatrix}B\\C\end{bmatrix}=\prod_{j=1}^{q}\begin{bmatrix}\cos\delta_j & \frac{\mathrm{i}\sin\delta_j}{n_j}\\ \mathrm{i}n_j\sin\delta_j & \cos\delta_j\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\n_{\mathrm{sub}}\end{bmatrix},\tag{8}$$

式中：$\begin{bmatrix}\cos\delta_j & \frac{\mathrm{i}\sin\delta_j}{n_j}\\ \mathrm{i}n_j\sin\delta_j & \cos\delta_j\end{bmatrix}$为薄膜的特征矩阵，代表每层 $\lambda/4$ 薄膜的参数；$\delta_j=\frac{2\pi}{\lambda}n_jd_j\cos\theta_j$ 为第 j 层薄膜的相位厚度，$n_jd_j\cos\theta_j$ 为第 j 层薄膜的有效光学厚度。则多层膜的反射相移为

$$\phi=\arctan\left[\frac{\mathrm{i}n(CB^*-BC^*)}{n^2BB^*-CC^*}\right]。\tag{9}$$

使用常用的膜系设计软件 TFCalc 设计 F-P 标准具的膜层，参数如表 1 所示。设计的膜层结构为 G/(HL)^4 H/A(G 为基底层，H 为高折射率膜层，L 为低折射率层，A 为空气间隔层)，图 2 为反射相移在0°～3°范围内理论推导值与仿真软件计算值的对比。反射相移与入射角呈指数递增，当 $\theta=3°$时，仿真软件计算的反射相移为 $\phi_1=2.88\times10^{-3}$ rad，理论公式推导的结果为 $\phi_1'=2.65\times10^{-3}$ rad，最大偏差为 2.3×10^{-4} rad。

表 1 TFCalc 膜系设计参数

Table 1 TFCalc film system design parameters

Film	Material	Optical thickness	Physical thickness /nm
1	ZNS	$\lambda/4$	59.35
2	MGF2	$\lambda/4$	98.55
3	ZNS	$\lambda/4$	59.35
4	MGF2	$\lambda/4$	98.55
5	ZNS	$\lambda/4$	59.35
6	MGF2	$\lambda/4$	98.55
7	ZNS	$\lambda/4$	59.35
8	MGF2	$\lambda/4$	98.55
9	ZNS	$\lambda/4$	59.35

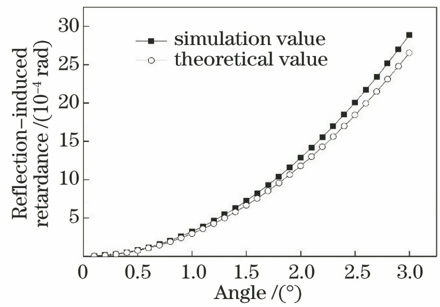

图 2 理论值与仿真值对比图

Fig. 2 Comparison of theoretical and simulation values

3.2 小数重合法测间距 d 原理的改进

由于引入反射相移[12]变量后，干涉圆环对应的角度发生变化，F-P 标准具间距 d 的计算值也发生相应改变，原有的理论公式需进一步改善，此时(1)式可表示为

$$\Delta\varphi'=\frac{2\pi}{\lambda}\times2nd'\cos\theta_i'+2\phi。\tag{10}$$

将(10)式代入(2)式可得

$$1+\left(\frac{D_i/2}{f}\right)^2=\frac{1}{\cos^2\theta_i'}=\left(\frac{k_0+\varepsilon}{k_0+i-\phi/\pi}\right)^2,\tag{11}$$

整理后可得

$$D_i^2=4f^2\left\{\frac{2\varepsilon}{k_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{2k_0}\right)+\left(1+\frac{\varepsilon}{k_0}\right)^2\left[-\frac{2(i-\phi/\pi)}{k_0}+\frac{3(i-\phi/\pi)^2}{k_0^2}-\frac{4(i-\phi/\pi)^3}{k_0^3}+\cdots\right]\right\}。\tag{12}$$

一般有 $\varepsilon/k_0 \ll 1$ 及 $-i/k_0 \ll 1$,对于现代通常的仪器条件及实际测量要求,宜给出保留到 $[(i-\phi/\pi)/k_0]^2$ 项的近似式,即

$$D_i^2=\frac{8f^2\varepsilon}{k_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{2k_0}\right)-\frac{8f^2(i-\phi/\pi)}{k_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{k_0}\right)^2+\frac{12f^2(i-\phi/\pi)^2}{k_0^2}\left(1+\frac{\varepsilon}{k_0}\right)^2。\tag{13}$$

引入新变量 $i^*=\left[1-\frac{1.5(i-\phi/\pi)}{k_0}\right](i-\phi/\pi)$,重新整理后得到以 D_i^2 为因变量、i^* 为自变量作加权回归直线拟合,模型方程为

$$D_i^2=\frac{8f^2\varepsilon}{k_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{2k_0}\right)-\frac{8f^2 i}{k_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{k_0}\right)^2\left[1-\frac{1.5(i-\phi/\pi)}{k_0}\right]=b'_0+b'_1 i^*。\tag{14}$$

由(14)式对不同圆环序号 i 的修正后值 i^* 及对应的 D_i^2 进行直线拟合求得截距斜率之比,可求解干涉级次中的小数部分,即

$$\varepsilon'=-\frac{b'_0}{b'_1}\left(1+1.5\,\frac{b'_0/b'_1}{k_0}\right)。\tag{15}$$

文献[8]给出小数 ε 的 A 类不确定度为 $s_{\varepsilon,\mathrm{A}}$,直径平方 D_i^2 的 B 类不确定度分量为 $U_{D_i^2,\mathrm{B}}$,小数 ε 的 B 类不确定度为 $U_{\varepsilon,\mathrm{B}}$ 及合成不确定度 u_ε 的计算公式为

$$\frac{s_{\varepsilon,\mathrm{A}}}{\varepsilon}\approx\frac{s_{b_0/b_1}}{-b_0/b_1}=\sqrt{\left(\frac{s_{b_0}}{b_0}\right)^2+\left(\frac{s_{b_1}}{b_1}\right)^2-2r_{b_1,b_0}\left(\frac{s_{b_0}}{b_0}\right)\left(\frac{s_{b_1}}{b_1}\right)},\tag{16}$$

$$\frac{0.05(D_i^2-D_{i+1}^2)}{F},\tag{17}$$

$$U_{\varepsilon_j,\mathrm{B}}=\frac{U_{D_{i,j}^2,\mathrm{B}}}{-b_{1,j}}\,\frac{(\varepsilon_j-\overline{i_j})}{|i_j-\overline{i_j}|_{\max}},\tag{18}$$

$$u_\varepsilon=\sqrt{(s_{\varepsilon,\mathrm{A}})^2+\left(U_{\varepsilon,\mathrm{B}}/\sqrt{3}\right)^2},\tag{19}$$

式中:r_{b_1,b_0} 为 b_0 和 b_1 的相关系数;F 为标准具的细度估值;$\overline{i_j}$ 为各波长测量圆环序号的平均值。

使用 Welch-Satterthwaite 公式,由 v_A 和 v_B 求得有效自由度(v_A,v_B 分别指 A 类和 B 类分量的自由度,其中 $v_\mathrm{B}\approx 20$)为

$$v_{\mathrm{eff}}=\frac{(u_\varepsilon)^4}{(s_{\varepsilon,\mathrm{A}})^4/v_\mathrm{A}+(u_{\varepsilon,\mathrm{B}})^4/v_\mathrm{B}},\tag{20}$$

进而得到扩展不确定度为

$$U_\varepsilon=t(v_{\mathrm{eff}},p=0.95)u_\varepsilon,\tag{21}$$

式中:p 为置信概率;t 为由有效自由度和置信概率确定的因子。

美国 NIST(国家标准与技术)研究院给出了间距测量所用的真空波长 λ_0 相对不确定度约 2×10^{-7} 的量值,考虑到实验时波长对实验结果的影响,利用间接测量结果求得不确定度合成间距 d 的相对不确定度,即

$$\frac{U_d}{d}=\sqrt{\left(\frac{\partial\ln F}{\partial\varepsilon}\right)^2U_\varepsilon^2+\left(\frac{\partial\ln F}{\partial\lambda}\right)^2U_\lambda^2},\tag{22}$$

式中:F 为小数重合法求解间距 d 的函数;U_λ 为波长不确定度。

4 F-P 标准具间距测量实验与结果分析

4.1 间距测量实验装置

根据图 1 搭建实验装置,如图 3 所示。将笔形汞灯置于万向调节支架上,由漏磁变压器点亮,汞灯发出的光透过干涉滤光片后形成准单色光,通过毛玻璃后形成均匀面光源,准单色光面光源经 F-P 标准具透射,产生标准共轴圆锥光束,一系列圆锥光束在焦平面上产生一系列同心圆环,圆环图像由面阵采集器件采集。实验的面阵器件采用 OLYMPUS PEN-F 型相机,面阵尺寸为 17.4 mm×13.0 mm。ORF 格式图片的面阵像元数为 10368 × 7776,平均像元间距为 $w\approx$ 1.675 μm;ORI 格式图片的面阵像元数为 5184×3888,平均像元间距为 $2w$。物镜型号为 OLYMPUS M. ZUIKO DIGITAL ED 75 mm 的定焦镜头,F-P 标准具的间距 $d\approx 2$ mm。

实验环境温度为 20.0 ℃,气压为 101.325 kPa,相对湿度(RH)为 60%。根据文献[13]给出的空气折射率 n 的计算公式为

$$n=1+\left(806.051+\frac{248099.0}{132.274-\lambda_0^{-2}}+\frac{1745.57}{39.32957-\lambda_0^{-2}}\right)\times10^{-7},\tag{23}$$

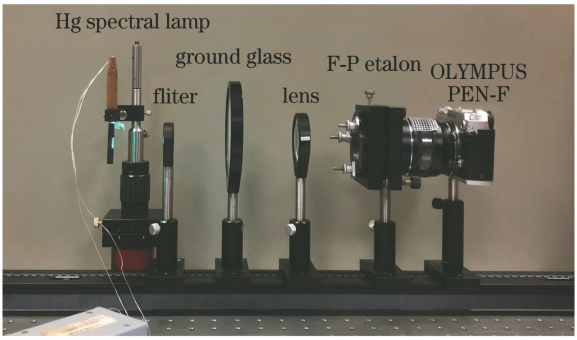

图 3 F-P 标准具间距测量实验装置

Fig. 3 F-P etalon spacing measurement experimental device

得到三种波长的准确值为 $\lambda_1=576.96607$ nm，$\lambda_2=579.07252$ nm，$\lambda_3=546.07942$ nm。

实验系统搭建后，对上述光学器件进行共轴调节，使得进入 F-P 标准具的光斑均匀且充满整个入射孔径。更换滤光片后，分别得到两组调焦实验图片，图片保存格式为 ORI，并计算每张图片第十环的半峰全宽值，选取成像效果最优的同心干涉圆环图片，选取的图片如图 4 所示。由此得到波长相近的两条汞黄线 λ_1 和 λ_2、汞绿线 λ_3 作为小数重合法计算的三个波长，求解 F-P 标准具间距 d。

4.2 同心干涉圆环数据处理及直径 D_i 的求取

由(14)～(21)式可知，间距的测量结果及其扩展不确定度取决于 D_i 的准确测量，即以 D_i^2 为变量的直线拟合结果。因此，面阵器件采集的同心圆环数据必须进行尽可能的细分[13]和优化处理，并采用有效的圆回归算法获取圆环直径 D_i。

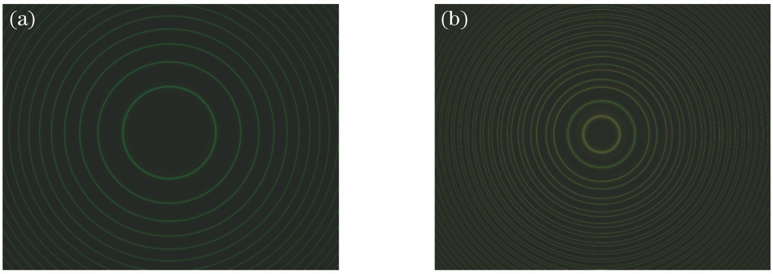

图 4 同心干涉圆环图片。(a) 546 nm 汞绿线同心干涉圆环；(b) 577 nm 和 579 nm 汞黄线同心干涉圆环

Fig. 4 Concentric interference ring pictures. (a) Concentric interference rings of 546 nm mercury green line; (b) concentric interference rings of 577 nm and 579 nm mercury yellow lines

同心干涉圆环的处理过程：1)将采集到的同心干涉圆环图片通过 MATLAB 转换为点矩阵，求得近似圆心点；2)以近似圆心点为旋转中心，对矩阵进行虚拟像元内插与平滑化细分处理，处理后旋转 45°构建新的 x' 和 y'坐标轴；3)在近似圆心点($\tilde{x}_0$，$\tilde{y}_0$)附近，分别沿与 x'轴和 y'轴平行方向上取若干条直线，获得直线与干涉圆环相交的一系列短线段；4)在短线段上采用回归方法求得沿线段方向的条纹峰位细分后坐标，垂直于线段方向的峰位点坐标仍取原值，因为线段靠近 x'或 y'坐标轴，垂直于线段方向的坐标不需细分，如果变化半整数对半径的计算结果影响也可忽略。由此可求得圆环上一系列峰位点的坐标值(x_i，y_i)。

利用最小二乘法求解圆环半径的方法作圆半径回归，具体做法：以(x_i，y_i)到近似圆心坐标($\tilde{x}_0$，$\tilde{y}_0$)的间距 $r_i=\sqrt{(x_i-\tilde{x}_0)^2+(y_i-\tilde{y}_0)^2}$ 作为因变量；中间参量 $\cos\theta_i=\dfrac{x_i-\tilde{x}_0}{r_i}$ 和 $\sin\theta_i=\dfrac{y_i-\tilde{y}_0}{r_i}$ 作为两组自变量；采用模型 $r_i=r_0+x_0\cos\theta_i+y_0\sin\theta_i$ 作二元线性回归，其中 r_0 为圆半径估计值。最终可求得各同心圆环的直径 D_i 与标准差 s_{D_i}。

4.3 F-P 标准具间距的结果分析

根据 4.2 节处理过程读取每个圆环的坐标值(x_i，y_i)，使用圆半径回归得到圆环的直径及标准差，计算结果如表 2 所示，直径与标准差以像元间隔 w 或其倍数作为相对单位，此时相对单位为 $2\sqrt{2}w$。

得到 D_i 与 s_{D_i} 后，利用(14)式对表 2 三组数据进行直线拟合，计算过程使用数值解法[14]，已知量：d 的粗估值 $\tilde{d}$，三组(λ_j，ε_j，$U_{\varepsilon j}$)，根据(13)式和(17)式计算得到 λ_1 对应的 $\varepsilon_1\pm U_{\varepsilon 1}$，由 $\tilde{d}$ 得到最大整数级次估值 $\tilde{k}_{01}=\mathrm{int}(2\tilde{d}/\lambda_{a1})$($\tilde{k}_{02}$，$\tilde{k}_{03}$也可由相应 λ_2，λ_3 求得)，实际波长 $\lambda_{a1}=\lambda_1/n$。进而求得 200 个间隔为 λ_{a1}的区间中心值为

$$d_l=(\tilde{k}_{01}+\varepsilon_1+l)\lambda_{a1}/2, \tag{24}$$

式中：$l=0$，±1，±2，…，±100。

在各个 d_l 区间 $d_l\pm U_{\varepsilon_1}\lambda_{a1}/2$ 内标出 1000 个等间距点，可用公式表示为

$$d_{lm}=(\tilde{k}_{01}+\varepsilon_1+l+m/500)\lambda_{a1}/2, \tag{25}$$

式中：$m=0$，±1，±2，…，±500。

表 2 三种波长经 F-P 标准具的成像圆环直径及其标准差计算结果

Table 2 Results of diameter and standard deviation of imaging ring obtained by F-P etalon with three wavelengths

$\lambda_{a1}=576.96607$ nm			$\lambda_{a2}=579.07252$ nm			$\lambda_{a3}=546.07942$ nm		
$\widetilde{k}_{01}=6987$; relative unit: $2\sqrt{2}w$			$\widetilde{k}_{02}=6961$; relative unit: $2\sqrt{2}w$			$\widetilde{k}_{03}=7381$; relative unit: $2\sqrt{2}w$		
i	D_i	s_{Di}	i	D_i	s_{Di}	i	D_i	s_{Di}
1	678.867	0.193	1	584.772	0.033	1	691.254	0.010
2	867.039	0.211	2	796.093	0.077	2	867.746	0.012
3	1021.180	0.193	3	962.216	0.075	3	1014.056	0.017
7	1486.588	0.091	7	1447.684	0.055	7	1460.179	0.027
8	1581.844	0.080	8	1546.116	0.069	8	1552.212	0.031
9	1671.868	0.075	9	1638.089	0.058	9	1638.431	0.029

对每个区间内的点 d_{lm}，计算另外两个波长 λ_{a2} 与 λ_{a3} 的小数部分 ε_{lm2} 与 ε_{lm3}，找到同时使不等式 $|\varepsilon_{lm2}-\varepsilon_2|\leqslant U_{\varepsilon_2}$ 和 $|\varepsilon_{lm3}-\varepsilon_3|\leqslant U_{\varepsilon_3}$ 成立的所有连续点，分别求解各区间内满足不等式的这些连续点的平均值 $\overline{d_l}$ 和范围半宽度 Δd。F-P 标准具间距 $d=\overline{d_l}\pm\Delta d$，$\overline{d_l}$ 只有唯一区间解时结果很明显。双解时，对 $\overline{d_l}$ 利用波长 λ_{a1}、λ_{a2} 与 λ_{a3} 计算得到小数 ε_{l_1}、ε_{l_2} 与 ε_{l_3}，再计算其与测量值 ε_1、ε_2 与 ε_3 的相对偏差的方均根，由方均根值大小可判断合理解，由此求得修正前间距 $d=(2015.50864\pm0.00082)$ μm，相对误差限 $\Delta d/d$ 约为 9×10^{-7}；修正后 $d'=(2015.50919\pm0.00002)$ μm，相对误差限 $\Delta d'/d'$ 约为 8.6×10^{-9}。根据(5)式，(15)式，(21)式和(22)式分别求解不同波长下修正前后的小数 ε 和 ε'、不确定度 U_ε 和 U'_ε 及间距的相对不确定度，间距 d' 的相对不确定度 U'_d/d' 可取表 3 中的平均值 9.9×10^{-7}，而修正前 d 的相对不确定度 U_d/d 为 1.8×10^{-6}。

表 3 三波长修正前后的小数 ε 及其不确定度

Table 3 Decimal ε before and after three wavelengths correction and its uncertainty

	ε	U_ε	U_d/d	ε'	U'_ε	U'_d/d'
λ_1	0.57814	0.00841	1.2×10^{-6}	0.58205	0.00461	6.9×10^{-7}
λ_2	0.16989	0.01551	2.2×10^{-6}	0.17144	0.00824	1.2×10^{-6}
λ_3	0.73376	0.01472	2.0×10^{-6}	0.73612	0.00777	1.1×10^{-6}

5 结 论

推导并计算了 F-P 标准具薄膜上的反射相移，且得到仿真软件 TFCalc 的验证。实验测量 F-P 标准具间距时使用三条波长相近的谱线，获得三组干涉圆环。对圆环的点位坐标数据作圆回归求解直径及标准差，在经典一阶方程中引入反射相移后的二阶修正项，通过简化后转换为准直线方程，分别对三组圆环直径的平方与干涉级次作加权回归以确定圆环中心干涉级次的小数部分。通过小数重合法的数值解法得到间距 $d'=(2015.50919\pm0.00002)$ μm，相对误差限约为 8.6×10^{-9}。相比于根据环直径平方与干涉级次的经典一阶方程求解的间距 $d=(2015.50864\pm0.00082)$ μm，相对误差限约为 9×10^{-7} 有了明显改善。

参 考 文 献

[1] Chen H T, Liang Y C. Analysis of the tunable asymmetric fiber F-P cavity for fiber strain sensor edge-filter demodulation[J]. Photonic Sensors, 2014, 4(4): 338-343.

[2] Kischkat J, Peters S, Semtsiv M P, et al. Ultra-narrow angle-tunable Fabry-Perot bandpass interference filter for use as tuning element in infrared lasers[J]. Infrared Physics & Technology, 2014, 67: 432-435.

[3] Meng Q H, Chen S H, Lai J J, et al. Multi-physics simulation and fabrication of a compact 128 × 128 micro-electro-mechanical system Fabry-Perot cavity tunable filter array for infrared hyperspectral imager[J]. Applied Optics, 2015, 54(22): 6850-6856.

[4] Wang Z X, Ji C, Wang J, et al. Precision displacement measurement with nanometer resolution based on transmissive laser air-wedge interference[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(9): 0904006.
王子轩, 冀聪, 王晶, 等. 基于透射式激光空气隙干涉的纳米分辨率精密位移测量[J]. 中国激光, 2019, 46(9): 0904006.

[5] Fan Y, Lin Z X, Cheng X W, et al. Pulsed laser

spectral pattern detection based on Fabry-Perot interferometer[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(8): 0804006.
樊燚, 林兆祥, 程学武, 等. 基于法布里-珀罗干涉仪的脉冲激光谱型测量[J]. 中国激光, 2018, 45(8): 0804006.

[6] Born M, Wolf E. Principles of optics[M]. 6th ed. Oxford: Cambridge University Press. 1980: 338-369.

[7] Huang W C, Xie J P, Lü L, et al. Spectrum method of F-P etalon spacing high precision measurement[J]. Chinese Journal of Lasers, 2003, 30(8): 739-742.
黄文财, 谢建平, 吕亮, 等. 高精度测量 F-P 标准具间距的光谱方法[J]. 中国激光, 2003, 30(8): 739-742.

[8] Liu S J, Chang Y, Xiao Z G, et al. Accurate calculation of the spacing of F-P etalon under the multi-wavelength weighted regression [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(3): 529-532.
刘松江, 常缨, 肖志刚, 等. 多波长加权回归准确计算 F-P 标准具的间隔[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(3): 529-532.

[9] Gao B, Pu H H, Gao H Y, et al. Gap thickness retrieval on air etalon by using a focused incoherent white-light beam[J]. Applied Optics, 2011, 50(7): 1007-1013.

[10] Zhu H N, Xiao Z G, Hou Y F, et al. A Fabry-Perot etalon method for measuring focal length and rotation angle: 201510217472.7[P]. 2016-11-09.
朱鹤年, 肖志刚, 侯玉飞, 等. 一种用法布里-珀罗标准具测量焦距和转角的方法: 201510217472.7[P]. 2016-11-09.

[11] Yu K, Liu W, Huang D X, et al. Optimal design and arithmetic on stack of angle-tuned filter [J]. Chinese Journal of Lasers, 2007, 34(9): 1287-1291.
俞侃, 刘文, 黄德修, 等. 角度调谐滤光片的膜系优化设计算法[J]. 中国激光, 2007, 34(9): 1287-1291.

[12] Shen W D, Liu X D, Huang B Q, et al. Analysis on the tunable optical properties of MOEMS filter based on Fabry-Perot Cavity[J]. Optics Communications, 2004, 239(1/2/3): 153-160.

[13] Zhu H N. Lecture on new concept basic physics experiment[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 18-48.
朱鹤年. 新概念基础物理实验讲义[M]. 北京: 清华大学出版社, 2013: 18-48.

[14] Shen X Y, Sun Z P, Hu J C, et al. Method for measuring focal length of transmission objective lens based on F-P etalon[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(5): 1-8.
沈小燕, 孙志鹏, 胡佳成, 等. 基于 F-P 标准具的透射物镜焦距测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(5): 1-8.