硅基级联双微环的分数阶微分器

陈梦,李静,张若虎,胡国华,恽斌峰*

东南大学电子科学与工程学院先进光子学中心, 江苏 南京 210096

摘要 采用一种半径相同的级联双微环谐振器实现 n>1 阶光时域微分器,并基于最小平均偏差原则,分析级联双 微环微分器的微分精度、能量效率和输入信号对微分结果的影响。相比于单一微环,该结构可将微分波形平均绝 对偏差最大值 5.67%降至 0.67%。在 1<n<2 微分阶数范围内,微分器整体平均绝对偏差不超过 2.3%,互相关系 数均大于 99%,微分精度得到提高,且输入信号脉宽对级联双微环微分器的微分阶数影响更小,适用的可接受输入 信号脉宽范围更大。同时,通过调节级联结构中一环的耦合状态,可改变微分器的微分阶数,实现可调谐的高精度 分数阶微分器。

关键词 信号处理;光时域微分器;级联微环谐振器;微分特性;硅基 中图分类号 O439 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.090701

Fractional-Order Differentiator Using Silicon-Based Cascaded Dual Micro-Rings

Chen Meng, Li Jing, Zhang Ruohu, Hu Guohua, Yun Binfeng*

Advanced Photonics Center, School of Electronic Science and Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China

Abstract In this study, a cascaded dual micro-ring resonator with the same radius is used to implement an n > 1 order optical time-domain differentiator. The effects of differentiation accuracy, energy efficiency, and input signal on the differentiation results of the cascaded dual-ring differentiator were analyzed using the principle of minimum average deviation. In comparison with a single micro-ring, the average absolute deviation of differential waveform can be reduced from 5.67% to 0.67%. Within the range of 1 < n < 2 differential orders, the overall average absolute deviation of the differentiator does not exceed 2.3% and the cross-correlation coefficients are greater than 99%. The differential accuracy is improved, the input signal pulse width is less affected the defferentiation order of the cascaded dual micro-ring defferentiator, and the applicable input-signal pulse width range is larger. Simultaneously, by adjusting the coupling state of a loop in the cascade structure, the differentiation order of the differentiator can be changed to realize a tunable high-precision fractional differentiator.

Key words signal processing; photonic temporal differentiators; cascaded micro-ring resonators; differential performance; silicon substrate

OCIS codes 070.4560; 070.5753; 130.3120; 250.4745

1 引 言

传统的光通信网络一般采取光-电-光的传输模 式,即光域传输和电域处理的方式。为了克服电子 信号处理过程中的带宽瓶颈,全光信号处理得以快 速发展^[1-2],并被广泛应用于各个领域^[3]。光学微分 器作为全光信号处理的一个基本元件,可对输入信号的复包络进行光学微分,并被广泛应用于光计 算^[4]、脉冲整形^[5]和超高速编码^[6]等领域。光信号 处理中,分数阶微分器和整数阶微分器同等重要,其 中整数阶微分器可用于产生超短脉冲或奇对称厄 米-高斯波形等^[7-8],分数阶微分器可用于图像处

收稿日期: 2019-07-05; 修回日期: 2019-09-15; 录用日期: 2019-09-26

基金项目:国家自然科学基金(61601118)、江苏省自然科学基金(BK20161429)

^{*} E-mail: ybf@seu.edu.cn

理^[9]、自动化控制^[10]和生物医学等领域^[11-12]。目前 已报道的实现光学微分器的方案有很多,比如光纤 光栅[13]、光学干涉仪[14-17]、定向耦合器[18]和光学微 环谐振器[19-27]等。其中,因结构紧凑、可实现重构等 优点,基于微环谐振器的光学微分器得到研究学者 的广泛关注^[19-22]。自 Liu 等^[19]首次通过实验证实 微环谐振器可用来实现光场一阶微分以来,大量基 于微环的整数阶微分器被相继报道[20-22]。在整数 阶微分的基础上,研究人员发现调节微环的耦合 状态可实现分数阶微分[23-27],但这种基于单微环 结构的分数阶微分波形的平均绝对偏差最大达到 8%^[23,25],且实现 n>1 阶微分时,产生与理想微分 器不一致的三峰结构微分波形。之后, Jin 等^[27]提 出一种新的理论模型来分析单微环微分器,指出 单微环谐振器更适用于 n<1 阶的微分器,而对于 n > 1 阶微分,其微分精度较低。随后 Yang 等^[28] 在实验上利用电调谐级联微环实现了1<n<2阶 的可调谐分数阶微分,平均绝对偏差最大为 6.02%,该研究更关注可调谐微分范围,未对微分 精度、能量效率(EE)和输入信号脉宽(半峰全宽, FWHM)对微分结果的影响展开详细研究,但这对 级联微环微分器的设计十分重要。本文采用半径 相同的级联微环构建微分器,理论分析微分精度、 能量效率和输入信号脉宽对微分结果的影响。结 果表明,与单微环微分器相比,双微环级联微分器 的微分精度明显改善,在1.9阶时精度提高最为显 著,但会降低能量效率,而微分精度和能量效率相 互制约。此外,输入信号脉宽对双微环级联微分 器的微分阶数影响相对较小,适用于更大的输入 信号脉宽范围。

2 工作原理

n 阶时域微分器作为在时域中对光信号的包络 求解n 阶导数的器件,当输入信号为x(t)时,其n阶微分信号输出为 $y(t) = d^{n}x(t)/dt^{n}$,频域传递函 数^[7]可表示为

$$H_{n}(\omega) = [j(\omega - \omega_{0})]^{n} =$$

$$\exp(j\pi n/2) |\omega - \omega_{0}|^{n}, \omega > \omega_{0}$$

$$\exp(-j\pi n/2) |\omega - \omega_{0}|^{n}, \omega < \omega_{0},$$
(1)

式中: ω 为光学角频率; ω_0 为光载波频率;n为微 分的阶数,取正整数或小数。该频谱响应表明微 分器的幅频响应为 $|\omega-\omega_0|^n$,与信号频率相对载 波频率的失谐量成幂次关系,且以光载波频率为 中心呈左右对称;相位响应在谐振频率处有严格 的 $n\pi$ 相移。因此,只需设计一个滤波器,使其传 递函数为 $[j(ω-ω_0)]^n$,即可实现微分功能。n 取 整数,对应整数阶微分器;n 取小数,对应分数阶微 分器。

全通型单微环谐振器由一个环形波导和一条直 波导构成,结构如图 1(a)所示。其传递函数^[29]可表 示为

$$H_{\rm ring} = \frac{E_{\rm out}}{E_{\rm in}} = \frac{t - \alpha \exp(j\phi)}{1 - \alpha t \exp(j\phi)}, \qquad (2)$$

式中:t 为耦合区域振幅透射系数;a 为绕环一周振 幅衰减因子; $\phi = 2\pi n_{\text{eff}} L/\lambda$ 为光在环形波导中传输 一周后产生的相位变化,其中 L 为环周长, n_{eff}为光 波导有效折射率,λ为光波长;E_{out}、E_{in}分别为直波 导输入端和输出端的光电场强度。当谐振器处于欠 耦合、临界耦合和过耦合时,输入信号谱宽范围内相 位偏移分别满足小于 π、等于 π 和大于 π,可近似实 现0<n<2 阶的分数阶微分器[23-25],但基于该结构 实现n>1的分数阶微分的误差值要大于 n<1 的分 数阶微分^[28]。仿真采用级联双环结构实现 n>1 阶 微分,如图1(b)所示。将两个单微环谐振器级联起 来,保证两个微环间距足够大,使其之间的耦合可忽 略,环1被固定在临界耦合状态,保持环2的状态从 欠耦合到临界耦合变化。实验中,可将级联结构中 环1和环2的耦合区替换为马赫-曾德尔干涉 器(MZI)结构,通过对 MZI 一臂施加电压,改变微 环耦合区的振幅透射系数,进而改变环的耦合状态。 基于此原理可对α1,t1,α2,t2 进行调节,通过调节电 极1使环1处于临界耦合状态,调节电极3的电压 改变环2的振幅透射系数t2。此外,还可在微环的 环波导上加电极 2 和电极 4,调节电极 2 和电极 4 的电压,实现环1与环2谐振峰波长的对准,满足设 计要求。先利用环1对输入信号进行一阶微分,再 利用环 2 对环 1 输出的一阶微分信号进行 $n \leq 1$ 阶 微分,即可实现1≤n≤2阶微分。这种级联结构的 传递函数可表示为

$$H = H_{\rm ring1} \times H_{\rm ring2}, \qquad (3)$$

式中:H_{ring1}和H_{ring2}分别为环1和环2的传递函数。

3 微分特性仿真与分析

基于目前常用的硅光平台来构建微环谐振器, 其中单模硅光波导横截面尺寸为 450 nm×250 nm, 微环半径为 50 μ m,波导传输损耗为 5 dB/cm,即对 应绕环一周的振幅衰减因子(α_1 , α_2)为 0.83。对于 采用的双环结构,固定环1为临界耦合状态(t_1 =



图 1 微环微分器结构示意图。(a)单微环;(b)级联双环

Fig. 1 Schematic of micro-ring differentiator structures. (a) Single micro-ring; (b) cascaded double micro-rings

α1=0.83)、环2从欠耦合变化到临界耦合,即改变环
 2耦合区的振幅透射系数 t2,以实现1~2阶微分。
 为了与基于单环的分数阶微分器作对比,仿真中通过
 改变单环的振幅透射系数 t,实现不同微分阶数。

根据最小平均偏差原则,以特定阶数的理想微 分波形为参考,不断优化微环的振幅透射系数 t,使 微环输出波形与理想微分波形能够实现最佳匹配, 优化后的 t 值即为对应微环实现特定阶数时的 t 值。基于此优化方法进行仿真,得到不同微分阶数 n 对应不同优化后的 t 值。优化方法的具体流程如 图 2 所示,以一个脉冲周期内基于微环微分器的输 出功率与理想微分器输出功率的偏差均值作为判决 条件,即平均绝对偏差^[22,30],可表示为

$$D_{\text{ave}} = \int_{T} |P_{\text{out}}(t) - P_{\text{ideal}}(t)| dt/T, \qquad (4)$$

式中: P_{out}(t)和 P_{ideal}(t)分别为微环微分器的输出 功率和理想微分器的输出功率; T 为输入波形的时 间重复周期。

设置微环的初始状态为临界耦合,迭代次数 i 的 初始值为 0,不断增加微环的振幅透射系数 t₂,微环 微分波形会逐渐逼近理想微分波形后偏离,从而通过 图 2 的循环判决条件优化得到偏差均值的最低点,且 由于 t₂ 设置的步进精度很高,当程序结束循环时,能 够保证偏差均值非常接近最优值。单个微环微分器 亦是基于该优化方法实现不同分数阶的微分。

假设输入信号为 150 ps FWHM 的高斯光脉 冲,光载波中心波长为 1439.764 nm。图 3(a)为输 入脉冲信号,结合第 3 节给定的结构参数,分别优化 单环和级联双环结构中的 t 值和 t_2 值,得到 1.5 阶 的微分波形,如图 3(b)所示,图 4 为其对应的幅度 谱和相位谱。此时,单微环结构处于过耦合状态, t_1 为 0.8156;级联结构中,环 1 处于临界耦合状态, t_1 为 0.8300,环 2 处于欠耦合状态, t_2 为 0.8585。 图 4(a)中 Δλ 表示输入信号谱宽范围,即 150 ps 的 输入信号脉宽转换为与频域对应的 3 dB 带宽频率



图 2 优化方法的具体流程

Fig. 2 Specific process of the optimization method

范围。由图 4(b)可以看到,二者在谐振频率附近均 近似满足 1.5π 的相位偏移,但级联双环结构具有更 大的凹陷深度和更宽的工作带宽,更接近理想微分 器谐振波长处幅度为零的要求。

从图 3(b)所示的 1.5 阶微分波形可以发现,此 时单环微分波形只具有两个峰,而级联双环结构有 三个峰,与理想微分波形更为接近。因此级联双环 结构实现 1.5 阶微分波形误差更小、精度更高,对于 其他微分阶数,结果亦是如此。继续优化级联微环 中环 2 的振幅透射系数,可实现不同阶数微分。 图 5为级联结构实现 1~2 阶微分时幅度变化和相 位响应,当实现 1.0 阶、1.2 阶、1.4 阶、1.6 阶、1.8 阶 和 2.0 阶微分时,谐振波长处相位偏移分别为 0.9999π、1.1896π、1.3856π、1.5408π、1.8135π 和 2.0000π,近似满足理想微分器 $n\pi$ 的相移要求,此时



图 3 单环和级联双环结构的 1.5 阶微分波形。(a)输入信号;(b)输出信号

Fig. 3 1.5 order differential waveforms for single micro-ring and cascaded dual micro-ring structures. (a) Input signal; (b) output signal



图 4 单环和级联双环结构的传输特性。(a)幅度谱;(b)相位谱

Fig. 4 Transmission responses of a single micro-ring and the cascaded dual micro-ring. (a) Amplitude spectra; (b) phase spectra





Fig. 5 Amplitude and phase responses of cascaded dual micro-ring structure with different orders. (a) Amplitude spectra; (b) phase spectra

对应输出波形如图 6 所示,实现了 1~2 阶微分。当 微分阶数从 1 阶变化到 2 阶时,波形由双峰变为三 峰,左边小峰高度逐渐升高,右边小峰高度逐渐降 低,直至二者高度相同时,实现整 2 阶微分。

基于优化方法,针对不同微分阶数 n,分别优化 微环器件的振幅透射系数 t_1 和 t_2 ,实现最优化的分 数阶微分。下面分别从微分精度、能量效率等方面, 对基于级联微环和单微环实现 1<n<2 阶微分进 行对比分析,同时研究输入信号脉宽对微分结果产 生的影响。

先研究该微分器的微分精度,通常微分器平均 偏差有两种定义,分别为平均绝对偏差与平均相对 偏差。本文采用平均绝对偏差的定义方式, 如(1)式。

对图1所示的单环和双环级联微分器结构,利 用不同微分阶数 n,分别优化微环的振幅透射系数



图 6 级联双环结构不同微分阶数时的微分波形

Fig. 6 Differential waveforms of cascaded dual micro-ring structures with different differentiation orders

以实现 n>1 阶微分。对微环微分器而言,其在微 环处于临界耦合状态时,幅度响应在谐振波长处 凹陷最深,最接近理想微分器的幅度响应,此时平 均偏差值相对较小。图 7 为基于两种结构实现 n>1阶微分的平均偏差对比。对于单环来说,微 分阶数越大,平均偏差值越大,原因可能在于随着 微分阶数增大,单环振幅透射系数减小,其距离临 界耦合状态越来越远,微环幅度谱的凹陷深度越 小,与理想微分器幅度响应的偏差越大,微分波形 的平均偏差值也就越来越大:对于级联双环来说, 偏差值先增大后减小,其中平均绝对偏差值最大 不超过 2.3%,偏差值出现先增大后减小的原因可 能在于,当微分阶数从1阶变化到2阶时,对应着 从仅环1处于临界耦合状态到环1和环2同时处 于临界耦合状态,当微环处于临界耦合状态时,其 幅度谱凹陷深度与理想微分器最为接近,此时误 差相对较小,因此在微分阶数变化过程中,会出现 平均偏差值先增大后减小的趋势。相比于单环结 构,级联双环结构的平均绝对偏差值更小,尤其是 在实现 1.9 阶微分时,级联双环结构可将平均绝对 偏差最大值 5.67%降至 0.67%,此时微分精度提 高 8 倍左右,改善效果最为显著。在 1<n<2 阶 内,双环级联结构平均偏差值整体相对较低,微分 精度得到提高。

还可通过比较理想微分器的输出时域波形与实际微分器输出之间的相似度的互相关系数(Cc,C_e) 来评估微分器性能^[31],其定义为

$$C_{c} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} P_{out}(t) P_{ideal}(t) dt}{\sqrt{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} P_{out}^{2}(t) dt\right] \left[\int_{-\infty}^{+\infty} P_{ideal}^{2}(t) dt\right]}} \times 100\% .$$
(5)

利用图 6 所对应的微环结构和参数, 同样得到



Fig. 7 Mean deviation characteristics of different differentiation orders

单微环和级联双环实现不同阶数微分器的互相关系数,如图 8 所示。由图 8 可以看到,对单环而言,随着微分阶数增大,输出时域波形与理想微分器的相 似度逐渐减小,这是因为阶数 n 越大(n > 1),对应 单微环的振幅透射系数越小,其距离临界耦合状态 越远,谐振波长处凹陷深度越小,与理想微分器中心 波长处的振幅[$|H_n(\omega)|=0$]相差越大;对级联结构而言,在 n > 1范围内,互相关系数变化相对平 稳,始终保持在 99%以上。因此级联双环结构的微 分精度更高,该结果与平均偏差的计算结果保持一致,验证结果的可靠性。



图 8 不同微分阶数的互相关系数特性



接着研究微分器的能量效率 $E_{\rm E}$,即

$$E_{\rm E} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} P_{\rm out}(t) \,\mathrm{d}t}{\int_{-\infty}^{+\infty} P_{\rm in}(t) \,\mathrm{d}t},\tag{6}$$

式中:P_{in}(t)为微环微分器的信号输入功率。

图 9(a)为能量效率随微分阶数的变化关系。 可以明显看到,级联双环微分器的能量效率低于单 环微分器,一方面是因为光信号要经过两个微环谐 振腔,损耗更多能量;另一方面是光在级联结构 中传输时,更多的能量被束缚在谐振腔内,进而导致



图 9 不同微分阶数下的能量效率特性与 D_{ave}/E_E 指标。(a)能量效率特性;(b) D_{ave}/E_E 指标 Fig. 9 Energy efficiency characteristics and D_{ave}/E_E index under different differentiation orders. (a) Energy efficiency characteristics differentiation; (b) D_{ave}/E_E index differentiation

输出信号的能量效率降低。此外,对单环而言,能量 效率随微分阶数变化几乎保持不变;但对双环而言, 能量效率呈下降趋势,随着微分阶数增加,能量效率 变化逐渐趋于平缓。原因可能在于,当级联微环的 微分阶数增大时,对应环2的振幅透射系数减小,即 振幅耦合系数增大,被耦合进谐振腔的能量更多,直 通端输出的信号能量也就更少;但随着微分阶数继 续增大,环2近临界耦合状态时,振幅耦合系数增幅 会越来越小,相应的能量效率变化也会越来越慢,最 终趋于平缓。

为了从一个更加综合性的角度描述微分精度与 能量效率对微分阶数的影响,以平均偏差与能量效率 的比值 D_{ave}/E_E 作为综合指标,分析其与微分阶数的 关系,如图 9(b)所示。由图 9(b)可以看到,对于单环 和级联双环, D_{ave}/E_E 值都在 0~0.5。可以看到随着 微分阶数的增大,单环 D_{ave}/E_E 的曲线是平缓上升, 而级联双环先上升后下降,且在 n>1.65 阶时级联双 环的 D_{ave}/E_E 值比单环小,因此级联双环结构综合效 果更好。另外,D_{ave}/E_E的整体变化趋势与平均偏差 随微分阶数的变化趋势类似,这主要是因为不管对于 单环还是级联双环结构,随着微分阶数的增大,能量 效率的变化最终都是趋于平缓的。

固定微环器件参数,当输入信号脉宽发生变化 时,其谱宽范围内的相位偏移量发生改变,相应的微 分阶数也就发生改变^[28]。因此,最后研究改变输入 信号脉宽对微分结果产生的影响。对于 t₁ = 0.8300,t₂=0.8585的级联双环微分器,改变输入信 号脉宽,得到微分波形如图 10(a)所示。由图 10(a) 可以看到,随着输入时域信号脉宽减小,其输出波形 小峰高度发生变化,左边小峰高度升高,右边小峰高 度降低,根据图 5 所示微分波形的变化来看,此时对 应的微分阶数逐渐增大。图 10(b)将该结果与基于 单环实现的微分结果进行比较,可以看到,随着输入 时域信号脉宽减小,单环的微分阶数逐渐减小,级联 双环的微分阶数逐渐增大。相比于单环,输入信号 脉宽对双环微分阶数的影响更小一些。



图 10 输入信号脉宽对微分结果的影响。(a)不同输入脉宽下的微分波形;(b)输入信号脉宽对微分阶数的影响 Fig. 10 Effects of the input pulse width on the differentiation result. (a) Differential waveforms under different input pulse widths; (b) effect of input signal pulse width on differentiation order

通常定义互相关系数 C。≥95%的微环微分器 是一个性能良好的微分器件。为了研究改变输入信 号脉宽对微分结果的影响,以输入信号脉宽为 150 ps实现 1.5 阶微分为例,研究基于单环和级联 双环实现 n>1 阶微分时互相关系数、能量效率与 输入脉冲宽度的关系。图 11(a)是互相关系数 C_c 与输入信号脉宽的关系,定义 C。≥95%时对应的输入信号范围为微分器可接受输入信号范围。单环的 最小可接受输入信号脉宽约为 70 ps,级联双环约为 22 ps,这是由两种结构对应器件的 3 dB 带宽不一 致导致的;另外由于双环结构在谐振波长附近的凹 陷深度更大,所以随着输入时域信号脉宽增加,C。 值衰减较为缓慢。综上所述,在允许的微分精度范 围内(C。≥95%),级联结构由于其谐振波长处带宽 大和凹陷深的优势,对应的允许输入信号脉宽范围



更大。相比于单环的可接受输入信号脉宽范围为 70~250 ps,双环的可接受输入信号脉宽范围为 22~600 ps,明显更宽,相应工作带宽也会更大。 图 11(b)是能量效率与输入信号的关系,随着输入 时域信号脉宽越宽,微分器对应的 $E_{\rm E}$ 值越小,且双 环的能量效率小于单环,当能量效率极低时,微分信 号不易与噪声区分,不利于后续器件的接收,因此, 对于双环器件,在可接受输入信号脉宽范围内,可通 过减小输入信号脉宽来改善能量效率。



图 11 单微环和级联双环微分器对比。(a)互相关系数与输入信号脉宽关系;(b)能量效率与输入信号脉宽关系 Fig. 11 Comparison of the differentiations based on a single micro-ring and the cascaded dual micro-ring. (a) Crosscorrelation coefficient as a function of the input pulse width; (b) energy efficiency as a function of the input pulse width

4 结 论

采用一种半径相同的硅基级联双环实现 n>1 阶微分功能,并对其展开详细的微分特性分析。结 果表明,级联双环微分器具有更高的微分精度,即最 大平均绝对偏差不超过 2.3%,在 1.9 阶微分时这种 改善尤其突出;互相关系数均大于 99%。但微分精 度的提高是以牺牲能量效率为代价,即级联双环的 能量效率小于单环,实际应用中,这可通过放大输出 信号能量来改善。同时,研究改变输入信号脉宽对 两种结构微分器结果的影响,得到改变输入信号脉 宽对级联双环微分器微分阶数的影响更小,其可接 受输入信号脉宽范围更大。

参考文献

 Wu Y Y, Zhang X P, Shan X Y, et al. An ultrafast all-optical switch with silicon-based silica structure[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(4): 041303.

吴永宇,张小平,单欣岩,等.一种硅基二氧化硅结构的超快全光开关[J].激光与光电子学进展,2018,55(4):041303.

[2] Guo Y, Li P, Guo Y Q, et al. Real-time and highspeed all-optical quantization by slicing supercontinuum spectrum [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(10): 100701. 郭亚,李璞,郭奠强,等. 切割超连续谱实现实时、 高速全光量化[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(10): 100701.

- [3] Bi X J, Wang H. Person re-identification based on view information embedding[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(6): 0615007.
 毕晓君, 汪灏. 基于视角信息嵌入的行人重识别[J]. 光学学报, 2019, 39(6): 0615007.
- [4] Li F X, Park Y, Azaña J. Complete temporal pulse characterization based on phase reconstruction using optical ultrafast differentiation (PROUD)[J]. Optics Letters, 2007, 32(22): 3364-3366.
- [5] da Silva J A N, de Campos M L R. Spectrally efficient UWB pulse shaping with application in orthogonal PSM [J]. IEEE Transactions on Communications, 2007, 55(2): 313-322.
- [6] Asghari M H, Azaña J. Proposal and analysis of a reconfigurable pulse shaping technique based on multi-arm optical differentiators [J]. Optics Communications, 2008, 281(18): 4581-4588.
- Slavík R, Park Y, Kulishov M, et al. Ultrafast alloptical differentiators [J]. Optics Express, 2006, 14(22): 10699-10707.
- [8] Ngo N Q, Yu S F, Tjin S C, et al. A new theoretical

basis of higher-derivative optical differentiators [J]. Optics Communications, 2004, 230(1/2/3): 115-129.

- [9] Pu Y F, Zhou J L, Yuan X. Fractional differential mask: a fractional differential-based approach for multiscale texture enhancement [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19 (2): 491-511.
- [10] Ren Z M, He C J, Zhang Q F. Fractional order total variation regularization for image super-resolution
 [J]. Signal Processing, 2013, 93(9): 2408-2421.
- [11] Charef A, Idiou D. Design of analog variable fractional order differentiator and integrator [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 69(4): 1577-1588.
- [12] Cai S S, Zheng L F, Zeng B X, et al. Quantitative phase imaging based on transport-of-intensity equation and differential interference contrast microscope and its application in breast cancer diagnosis [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(3): 0307015.

蔡双双,郑龙飞,曾碧新,等.基于强度传输方程和微 分干涉相差显微镜的定量相位成像及其在乳腺癌诊断 中的应用[J].中国激光,2018,45(3):0307015.

- [13] Zhang W F, Li W Z, Yao J P. Optical differentiator based on an integrated sidewall phase-shifted Bragg grating [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2014, 26(23): 2383-2386.
- [14] Dong J J, Zheng A L, Gao D S, et al. Compact, flexible and versatile photonic differentiator using silicon Mach-Zehnder interferometers [J]. Optics Express, 2013, 21(6): 7014-7024.
- [15] Park Y, Azaña J, Slavík R. Ultrafast all-optical firstand higher-order differentiators based on interferometers [J]. Optics Letters, 2007, 32(6): 710-712.
- [16] Yao J P. A photonic integrated signal processor [J].Proceedings of SPIE, 2017, 10106: 101060K.
- [17] Liu W L, Zhang W F, Yao J P. Silicon-based integrated tunable fractional order photonic temporal differentiators[J]. Journal of Lightwave Technology, 2017, 35(12): 2487-2493.
- [18] Huang T L, Zheng A L, Dong J J, et al. Terahertzbandwidth photonic temporal differentiator based on a silicon-on-isolator directional coupler [J]. Optics Letters, 2015, 40(23): 5614-5617.
- Liu F F, Wang T, Qiang L, et al. Compact optical temporal differentiator based on silicon microring resonator
 [J]. Optics Express, 2008, 16(20): 15880-15886.
- [20] Hu Y T, Zhang L, Xiao X, et al. An ultra-high-

speed photonic temporal differentiator using cascaded SOI microring resonators [J]. Journal of Optics, 2012, 14(6): 065501.

- [21] Zhou G, Li Q, Wang T, et al. All-optical temporal differentiation of ultra-high-speed picosecond pulses based on compact silicon microring resonator [J]. Electronics Letters, 2011, 47(14): 814-816.
- [22] Dong J J, Zheng A L, Gao D S, et al. High-order photonic differentiator employing on-chip cascaded microring resonators [J]. Optics Letters, 2013, 38(5): 628-630.
- [23] Shahoei H, Xu D X, Schmid J H, et al. Photonic fractional-order differentiator using an SOI microring resonator with an MMI coupler[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2013, 25(15): 1408-1411.
- [24] Zheng A L, Dong J J, Zhou L J, et al. Fractionalorder photonic differentiator using an on-chip microring resonator [J]. Optics Letters, 2014, 39(21): 6355-6358.
- [25] Liu M, Zhao Y H, Wang X, et al. Widely tunable fractional-order photonic differentiator using a Mach-Zenhder interferometer coupled microring resonator[J]. Optics Express, 2017, 25(26): 33305-33314.
- [26] Jin B Y, Yuan J H, Yu C X, et al. Tunable fractionalorder photonic differentiator based on the inverse Raman scattering in a silicon microring resonator [J]. Optics Express, 2015, 23(9): 11141-11151.
- [27] Jin B Y, Yuan J H, Wang K R, et al. A comprehensive theoretical model for on-chip microring-based photonic fractional differentiators[J]. Scientific Reports, 2015, 5: 14216-14225.
- [28] Yang T, Liao S S, Liu L, et al. Large-range tunable fractional-order differentiator based on cascaded microring resonators [J]. Frontiers of Optoelectronics, 2016, 9(3): 399-405.
- [29] Heebner J E, Wong V, Schweinsberg A, et al. Optical transmission characteristics of fiber ring resonators [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2004, 40(6): 726-730.
- [30] Dong J J, Yu Y, Zhang Y, et al. Arbitrary-order bandwidth-tunable temporal differentiator using a programmable optical pulse shaper [J]. IEEE Photonics Journal, 2011, 3(6): 996-1003.
- [31] Yan S Q, Zhang Y, Dong J J, et al. Operation bandwidth optimization of photonic differentiators
 [J]. Optics Express, 2015, 23(15): 18925-18936.