图像式无砟轨道沉降监测靶面相对位姿修正方法

闵永智^{1,2}*,任维卓¹,郭薇¹,陶佳¹,胡捷¹ ¹兰州交通大学自动化与电气工程学院,甘肃兰州 730070; ²甘肃省人工智能与图形图像处理工程研究中心,甘肃兰州 730070

摘要 图像式无砟轨道路基沉降监测系统中,列车运营过程中受振动等因素影响,靶面和相机的相对偏转会影响 光斑中心定位结果的精度。因此,设计了一种监测靶面位姿测量系统,通过靶面位姿解算得到偏转角,实现对光斑 中心定位结果的修正。首先,将单目视觉和监测靶面相结合,根据靶面二维特征点之间已知的几何约束关系建立 摄像机的透视投影模型;然后,基于 P5P 问题,使用 HOMO 算法对靶面位姿进行线性求解,在此基础上通过非线 性 Levenberg-Marqurdt 算法得到位姿优化解。系统可以进行实时的特征点图像处理和位姿解算。搭建了无砟轨 道表面沉降监测中靶面位姿测量系统的实验平台,以高精度的三维精密旋转台为基准,将靶面竖直安装在三维精 密仪上,通过控制三维精密仪的旋转角度获取靶面位姿测量的数据。实验结果表明:当分别绕 X、Y 和 Z 轴转动角 度在[-5°,5°]时,位姿测量系统三个方向的均方根误差分别是 0.048°,0.052°,0.056°,整个测量过程时间为 0.9 s, 测量系统的时间和精度均满足图像式无砟轨道路基表面沉降监测系统的测量要求。

关键词 机器视觉;无砟轨道;沉降监测;单目视觉;位姿测量

中图分类号 U213.244 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.081501

Target Surface Relative Pose Correction Method in Image Type Ballastless Track Settlement

Min Yongzhi^{1,2*}, Ren Weizhuo¹, Guo Wei¹, Tao Jia¹, Hu Jie¹

¹ School of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou, Gansu 730070, China; ² Gansu Province Artificial Intelligence and Graphic Image Processing Engineering Research Center,

Lanzhou, Gansu 730070, China

Abstract In the image type ballastless track subgrade settlement monitoring system, vibration and other factors are affected during the operation of the train. The relative deflection of the target surface and camera affects the accuracy of the spot center positioning results. Therefore, a monitoring target attitude measurement system is designed. The deflection angle is obtained by solving the target pose to achieve correction of the spot center positioning results. First of all, combine monocular vision with monitoring targets, establishing a perspective projection model of the camera according to a known geometric constraint relationship between the two-dimensional feature points of the target surface. Then, based on the P5P question, using the HOMO algorithm to solve the linear pose of the target surface linearly. On this basis, the pose optimization solution is obtained by the nonlinear Levenberg-Marqurdt algorithm. The system can perform real-time feature point image processing and pose calculation. An experimental platform for the target surface attitude measurement system in the surface settlement monitoring of ballastless track is constructed based on a high-precision three-dimensional precision rotary table, and mount the target surface vertically on the three-dimensional precision instrument. The data of the target pose measurement is obtained by controlling the rotation angle of the three-dimensional precision instrument. Experimental results show that when the *X*, *Y*, and *Z* axis are respectively rotated at $[-5^\circ, 5^\circ]$, the root mean square error of the three directions of the pose measurement system is 0.048° , 0.052° , 0.056° , respectively. The

收稿日期: 2019-08-23; 修回日期: 2019-09-02; 录用日期: 2019-09-16

基金项目:国家自然科学基金(61663022)、甘肃省自然科学基金(18JR3RA105)、兰州交通大学"百名青年优秀人才培养 计划"基金资助

* E-mail: minyongzhi@mail.lzjtu.cn

entire measurement process time is 0.9 s. The time and accuracy of the measurement system meet the measurement requirements of the image-based ballastless roadbed surface settlement monitoring system.

Key words machine vision; ballastless track; settlement monitoring; monocular vision; pose measurement OCIS codes 150.0155; 120.5050

1引言

我国高速铁路主要的道床形式是无砟轨道,也 是保证高速铁路平稳运行的关键基础[1-2]。由于长 期运营和环境影响,路基易发生沉降形变,为了保证 列车安全平稳运行需要采取有效措施精确控制高速 铁路无砟轨道沉降变形问题。目前,常用的监测方 法有沉降板、沉降观测桩、沉磁环沉降仪、剖面沉降 仪、单点沉降计及静力水准仪等[3-6]。然而,这些监 测方法存在测量效率低、易受环境影响、测量误差 大、人工成本高以及无法实现远程自动连续监测的 缺点。因此,针对高速铁路路基沉降变形的长期、自 动和高精度监测等问题,文献「7-8]提出了利用激光 位移传感器测量路基沉降的方法,该方法具有自动 连续监测、便于安装等优点,为图像式无砟轨道路基 沉降自动监测提供了新思路,但其稳定性及监测精 度还有待提高。为了提高测量精度,文献「9-10]对 激光光斑中心定位技术进行研究:但当监测系统长 期运营后,由于振动等因素导致相机和靶标发生相对 偏转产生测量误差,因此现场需要对靶标和相机进行 自标定。文献「11-13]通过建立单目视觉与相机之间 的位姿测量模型,综合分析相机参数、靶面、图像等误 差因素,有效地提高了精度优化方法;但使用要求和 环境有一定的局限性。文献「14-15]提出了共面4特 征点的关系,利用平行和相交关系,推导出世界坐标 系三维向量变换到坐标的单位向量,进而求解物体与 靶面的相对位姿;并采用EPnP算法解算位姿的初始 参数,再将解算的初始参数作为 SoftPOSIT 算法的迭 代值,以此来实现位姿的自动测量;但空间体积较大, 无法安装在路基沉降监测系统中。

基于以上问题,本文将靶标与相机相对位姿约 束关系的求解转化为基于特征点位姿解算的 PnP 问题,目前对 PnP的求解研究主要有线性算法^[16] 与非线性算法^[17]。线性算法通过构造相机模型,线 性求解相机参数矩阵,计算简单、耗时短;该方法通 过控制特征点之间位置关系的约束来求解靶标与摄 像机之间的相对位置和相对姿态。首先,依据监测 系统的要求,设计了一种与监测环境相适应的自标 定的监测靶面位姿测量系统。然后,利用单目视觉 系统结合靶面特征的几何信息,使用 HOMO 算法 进行物体在空间相对位置的线性解算,在此基础上 通过 Levenberg-Marqurdt (L-M)^[18-19] 算法进行非 线性迭代得到优化解,最终完成监测系统靶面的位 姿非接触式测量。

2 图像式无砟轨道路基沉降监测系统 工作原理

图像式无砟轨道路基表面沉降变形相机链视觉 传递测量系统如图1所示,依据沉降监测的要求,在 实际应用现场根据路基状况确定监测站之间的距离 与监测点的数量;沿着钢轨方向,间隔25~50 m的 距离安装在无砟轨道上。通过图像采集设备采集激 光光斑变化前后的两幅图像,然后通过光斑中心定 位算法找到它们的中心位置(*x*₁,*y*₁)和(*x*₂,*y*₂),通



train direction

图 1 图像式路基表面沉降变形相机链视觉传递监测系统

Fig. 1 Image type road settlement deformation camera chain visual transmission monitoring system

过对前后两幅图像的光斑中心做差分运算,可得出 路基的垂直沉降量(Δx,Δy)。传递监测站要监测 本监测点相对于基准点的沉降变形,并将本监测点 沉降变形数值传递到下一级传递监测站。因此,监 测站和传递站通过首尾光学相连的方式形成了一个 "链条",若以某监测点为基准点,则可通过对所有沉 降监测点相对沉降数据进行融合与分析,完成监测 区间内部的绝对沉降量值传递,最终得到某一监测 点在整个监测区间内的绝对位移,并通过某一个沉 降监测点将所有数据发送到监控中心,完成相对于 基准观测点的绝对沉降数值测量。

2.1 特征点的设计

在位姿解算过程中,特征点的定位精度直接决 定位姿测量系统的精度,特征点空间拓扑的结构设 计充分考虑图像式无砟轨道路基沉降监测系统中相 机与靶面相对位姿变化特点以及现场实际工作条 件,尽可能让特征点充满整个相机的视场。结合以 上特点,现场布置5个共面特征点,特征点的结构布 置如图2所示,便于特征点匹配。



图 2 特征点的设计 Fig. 2 Feature point design

根据特征点的空间拓扑约束在透视投影变换下 的不变量进行特征点的匹配,即实现光斑中心与特 征点的准确对应。匹配步骤如下。

1) 对提取的特征光斑进行最小二乘法直线拟合, 则拟合得到的直线即为 $p_2 \rightarrow p_4$ 特征点所在的直线。

2) 分别计算点 $P_i(i=1,2,3,4,5)$ 到直线 f 的 距离 $P'_i(i=1,2,3,4,5)$,设精度为 ε ,如果 $P'_i < \varepsilon$, P_i 为 $p_2 \rightarrow p_4$ 特征点,则另外两个点为 p_1 和 p_5 ,拟 合得到直线 n,可求得直线 f 和直线 n 的交点G,特 征点 $p_2 \rightarrow p_4$ 中距离 G 点最近的是 p_3 点。

3)通过判断其余特征点位于直线 *f* 的上方或
 下方,来确定 *p*₁ 和 *p*₅。

2.2 监测靶面位姿测量系统

路基沉降监测仪中相机与接收靶面的位姿估计

是利用相机对沉降变形进行视觉测量的关键。经实 际运营测试发现,在沉降监测期间该系统长期无人 值守,对列车经过振动后检测站内各单元相对位置 变化不能实时监测,进而无法得知监测路段是否发 生真实沉降,因此,监测系统的自动化检测设备就显 得尤为重要。为此,首先根据沉降监测站的体积、环 境、结构等限制要求,设计了如图3所示的传递检测 站的靶面位姿测量系统原理图。系统主要由数字信 号处理(DSP)嵌入式图像处理系统、数据传输设备、 辅助光源、靶面二维特征点、倾角仪测量装置、三维 精密位移平台和摄像机组成。相当于将光源发送单 元与相机拍摄靶面图像的接收单元整合,由于监测 系统为双向链式,所以在监测点系统结构设置中为 了保证双向监测与链式传递测量,监测点需要设置 双向摄像机,两个接收靶面与光源。由于相机和接 收靶面的安装位置是固定的,所以应该在安装前进 行相机和靶面的位姿求解。





3 基于单目视觉的沉降监测靶面的位 姿解算

在三维欧氏空间中任意一点 P,在两个不同坐 标系中的坐标为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$, 其转化关系为

$$\boldsymbol{P}_1 = \boldsymbol{R}\boldsymbol{P}_2 + \boldsymbol{t} \,, \qquad (1)$$

式中:**R** 为旋转矩阵;**t** 为平移向量。摄像机坐标系下的空间一点(*x*_e,*y*_e,*z*_e),在靶面坐标系下坐标为(*x*_{*},*y*_w,*z*_w),在图像坐标系下坐标为(*X*,*Y*),计算机像素坐标为(*u*,*v*),其中物点、相机光心以及像点在一条直线上。根据相机透视投影模型中的4个不同层次的坐标系转换,针孔成像模型的数学表达式采用齐次坐标和矩阵表示为

$$\rho \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{u} & 0 & u_{0} & 0 \\ 0 & f_{v} & v_{0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{w} \\ y_{w} \\ z_{w} \\ 1 \end{pmatrix} = K[\mathbf{R}, \mathbf{t}]P, \qquad (2)$$

式中:f为相机镜头的焦距; ρ 为比例参数;K与相机内部参数有关。

相机相对位姿解算归结为求 6 个自由度的未知 参数(3 个旋转参数和 3 个平行参数),每给定一个 图像特征点就可以消除一个自由度,从各特征点的 *x*、*y*坐标导出的约束条件最大为 2,给出 4 个及以 上的特征点,可获得解析解^[17]。考虑到靶面或相机



图 4 单目视觉沉降监测系统成像模型

Fig. 4 Imaging model of monocular visual settlement monitoring system

相对位置改变而导致某个特征点缺失的情况,设置 如图 4 所示的 5 个特征点,只要相机采集到 4 个或 以上特点,就可以进行位姿解算。

HOMO 算法是一种经典的相机姿态估计算法,其核心思想是利用平面或近似平面间的单应变换估计相机姿态矩阵,适合共面空间特征点的位姿 解算^[20]。以下是相机位姿矩阵的线性解算过程。

对摄像机提前标定,即相机线性模型的内部参数 K 已知的情况下,由(2)式可得:

$$\rho \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix},$$
(3)

特征点 $P_i(i=1,2,3,4,5)$ 对应像点 $P'_i(i=1,2,3,4,5)$,由(2)式可知,其在像平面坐标系下经过校正后的像素点坐标归一化为 $(u_{pi},v_{pi})^{T}$ 。由于 5个特征点共面,在靶面坐标系下特征点坐标 $(x_w,y_w,z_w)^{T}$ 转换到 Z = 0平面后的坐标为 $(x'_w,y'_w,0)^{T}$,由(3)式可得:

$$\rho \begin{pmatrix} u_{pi} \\ v_{pi} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & t_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_w \\ y'_w \\ 1 \end{pmatrix}, i = 1, \cdots, 5. \quad (4)$$

$$\mathbf{h} \, \text{ u} \, \vec{\eta} \, \text{ d} \, \text{ t} \, \vec{\eta} \, \text{ t} = 1, \cdots, 5. \quad (4)$$

$$\begin{cases}
\rho = r_{31} x'_{w} + r_{32} y'_{w} + t_{z} \\
f_{ai} = (r_{11} x'_{w} + r_{12} y'_{w} + t_{x}) - \rho u_{\rho i} = 0, i = 1, \dots, 5_{\circ} \\
f_{bi} = (r_{21} x'_{w} + r_{22} y'_{w} + t_{y}) - \rho v_{\rho i} = 0
\end{cases}$$

采用矩阵形式 Ax = 0, 可得:

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_{1}^{\prime} & y_{1}^{\prime} & 1 & 0 & 0 & 0 & u_{p1}x_{1}^{\prime} & u_{p1}y_{1}^{\prime} & u_{p1} \\ 0 & 0 & 0 & x_{1}^{\prime} & y_{1}^{\prime} & 1 & v_{p1}x_{1}^{\prime} & v_{p1}y_{1}^{\prime} & v_{p1} \\ \vdots & \vdots \\ x_{n}^{\prime} & y_{n}^{\prime} & 1 & 0 & 0 & 0 & u_{pn}x_{n}^{\prime} & u_{pn}y_{n}^{\prime} & u_{pn} \\ 0 & 0 & 0 & x_{n}^{\prime} & y_{n}^{\prime} & 1 & v_{pn}x_{n}^{\prime} & v_{pn}y_{n}^{\prime} & v_{pn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ t_{x} \\ r_{21} \\ r_{22} \\ t_{y} \\ r_{31} \\ r_{32} \\ t_{z} \end{pmatrix} = 0_{\circ}$$
(6)

每个特征点可以产生一组(5)式的线性方程,当 (6)式中系数矩阵 A 满秩时,方程有唯一解,求解未 知量至少需要 4 个非共线的特征点,才能得到线性 解,并结合正交约束,求解得 R 和 t。在特征点分布 过程中布置 5 个特征点,充分考虑列车运行的特点, 只要在相应的图像区域内采集到 3 个或以上特征 点,便可以进行位姿的求解。从而可以由靶面上5 个特征点解得靶面位姿线性解。

为进一步提高单应矩阵的估计精度,采用 L-M 算法求优化解[21],得到非线性最小化(局部最小)的 数值解。在经典摄影测量技术中,所构造的目标函 数是各空间三维特征点重投影误差平方之和[22],即 非线性最小二乘问题,目标函数如下:

$$\min F(x) =$$

 $-\sin\theta$

$$\sum_{i=1}^{5} \left[\left(u_{pi} - \frac{r_1 p_i + t_x}{r_3 p_i + t_z} \right)^2 + \left(v_{pi} - \frac{r_2 p_i + t_y}{r_3 p_i + t_z} \right)^2 \right]$$
(7)

因此,本文采用该算法对非线性目标函数进行求 解,利用(5)式求得初值,再利用(7)式中的 L-M 算法 求得精确解。当目标函数的相对变化量小到一定程 度,或者达到预设的迭代次数上限时,迭代停止。

使用方便描述角度变换的欧拉角(φ, θ, ϕ)来代 替正交矩阵R,求解得到

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi & -\cos\phi\sin\varphi + \sin\phi\sin\theta\cos\varphi & \sin\phi\sin\varphi + \cos\phi\sin\theta\cos\varphi \\ \cos\theta\sin\varphi & \cos\phi\cos\varphi + \sin\phi\sin\theta\sin\varphi & -\sin\phi\cos\varphi + \cos\phi\sin\theta\sin\varphi \\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中

$$\varphi = \arctan 2(r_{32}, r_{33}),$$

$$\theta = \arctan 2(-r_{31}, \sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}),$$

$$\phi = \arctan 2(r_{21}, r_{11}).$$
(10)

实验与数据分析 4

4.1 实验条件

图像式无砟轨道路基沉降监测靶面固定在监测 点的铝合金箱体上,实际上是相机的位姿改变导致了 监测靶面与相机的相对偏转。基于实验条件,本文通 过固定相机位置不变,改变靶面位姿进行研究实验, 为了验证相对位姿测量方法的可行性与精度,搭建了 如图 5 所示的靶面位姿测量系统实验平台。

实验中相机选用 Microvision 公司的 MV3000UC型CMOS相机,像元数 512×384。靶 面尺寸 120 mm×150 mm,水平和竖直方向的相邻 标志点相距 15 mm,标志点直径为 2 mm。高精度 双轴倾角仪型号为 TLL-90S, 双轴精度为 0.005°, 单 轴精度为 0.01°。靶面和倾角仪竖直固定在一个 NT305WM 光学三维高精密旋转台上,精度为 $\pm 0.1^{\circ}$ 。相机安装在投影靶面前方 0.2 m 处。

4.2 实验结果及分析

图 6 是经过图像处理并进行连通域质心标记后 得到的特征点图像。

在实验过程中,为避免靶面三轴同时转动时发 生耦合现象,首先固定其中两个轴,按照单轴转动进 行测量,通过调节三维精密旋转平台改变靶面偏转 角度,每个轴做了18组实验,实验测量位姿角度误 差如图7所示。

实验误差分析如表1所示。



图 5 系统实验图 Fig. 5 Experimental diagram



图 6 特征点提取及质心定位结果图 Fig. 6 Feature point extraction and centroid positioning results

由表1可知,位姿测量系统三个方向的均方根 误差分别是 0.048°, 0.052°, 0.056°。图 7 主要表明 了倾角仪旋转过程中圆光斑中心位置与初始靶标位 置的偏差变化,从图中可以看出,绕坐标轴旋转角度 在「-5°,5°]时,其相对误差均小于 0.1°。满足图像 式无砟轨道路基沉降监测系统的精度要求。



图 7 实验测量位姿角度误差示意图。(a)绕 X 轴旋转角度与位置偏差图;(b)绕 Y 轴旋转角度与位置偏差图; (c)绕 Z 轴旋转角度与位置偏差图

Fig. 7 Schematic of experimental measurement of pose angle error. (a)Rotation angle and position deviation around X axis;(b) rotation angle and position deviation around Y axis;(c) rotation angle and position deviation around Z axis

Table 1 Experimental error analysis			(°)
Error	X	Y	Ζ
Maximum error	0.084	0.085	0.088
Minimum error	0.011	0.006	0.002
Root mean square error	0.048	0.052	0.056

表1 实验误差分析

5 结 论

在图像式无砟轨道路基表面沉降监测系统中, 由于列车振动等因素,靶面和相机的相对偏转会影 响光斑中心定位结果。针对位姿偏转角度较小的情况,设计了一种自标定的监测靶面位姿测量系统,对 相机和靶面的相对偏转进行了修正。通过靶面位姿 解算得到偏转角,从而得到靶面与相机之间的相对 偏移情况,实现了对光斑中心定位结果的修正,提高 了无砟轨道路基表面沉降监测精度。然后,将单目 视觉和监测靶面特征点相结合,根据靶面二维特征 点之间已知的几何约束关系与摄像机的透视投影模 型,基于 PnP 问题,使用线性与非线性结合的方法 求解位姿,得到位姿优化解。实验结果表明:当分别 绕 X、Y 和 Z 轴转动角度在[-5°,5°]时,位姿测量 系统三个方向的均方根误差分别是 0.048°,0.052°, 0.056°,整个识别过程用时 0.9 s,实验计算精度和时 间均满足图像式无砟轨道路基表面沉降监测要求。 因此,所设计的监测靶面位姿测量系统可以应用于 图像式路基沉降监测系统中由于振动等因素需要对 相机和靶面进行实时修正的场景。

参考文献

- Li M L. Deformation monitoring and assessment technology for substructure of unballasted track on railway passenger dedicated line [J]. Engineering Science, 2009, 11(1): 48-59.
 李明领.客运专线无砟轨道铁路线下结构沉降变形 观测与评估技术[J].中国工程科学, 2009, 11(1): 48-59.
- [2] Min Y Z, Dang J W, Zhang Z H. Online surface settlement monitoring system of image-based ballastless track [J]. Optics and Precision Engineering, 2013, 21(6): 1621-1627.
 (闵永智, 党建武, 张振海. 图像式无砟轨道表面沉降

在线监测系统[J]. 光学 精密工程, 2013, 21(6): 1621-1627.

- [3] Min Y Z, Guo W, Dang J W. Center positioning of target surface image for subgrade settlement monitoring system of high-speed rail[J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(10): 288-296.
 (闵永智,郭薇,党建武.高铁路基沉降监测系统靶面 图像中心定位[J].光学 精密工程, 2017, 25(10): 288-296.
- [4] Tan Q L, Xie C. Comparison and analysis of permafrost railway subgrade settlement deformation monitoring [J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 226/227/228: 1651-1654.
- [5] Hou M S, Liu J Q, Liu D L, et al. Research on calibration technology of laser scanning projection system based on laser ranging[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(10): 1004002.
 侯茂盛,刘继强,刘大礼,等.基于激光测距的激光 扫描投影系统标定技术研究[J].中国激光, 2019, 46(10): 1004002.
- [6] Liu J B, Guo P Y, Li X, et al. Evaluation strategy for camera pose estimation algorithm based on point correspondences [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36 (5): 0515002.
 刘进博,郭鹏宇,李鑫,等.基于点对应的相机姿态 估计算法性能评价 [J].光学学报, 2016, 36 (5): 0515002.
- [7] Cao Y J, Yu G J, Li X L. Image processing and improvement of edge detection of laser spot [J]. Laser & Infrared, 2016, 46(9): 1160-1164.
 曹远佳, 尉广军,李先龙.激光光斑的图像处理及边 缘检测的改进[J].激光与红外, 2016, 46(9): 1160-1164.
- [8] Xu S. Tunnel monolithic roadbed settlement image monitoring technology based on laser collimation[J]. Chinese Railways, 2012(5): 84-86.
 徐实.基于激光准直特性的隧道整体道床沉降图像监测技术[J]. 中国铁路, 2012(5): 84-86.
- [9] Min Y Z, Kang F, Dang J W, et al. Technology of light spot center positioning of ballastless track settlement monitoring system [J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(2): 81-85.
 闵永智,康飞,党建武,等.无砟轨道沉降监测系统 光斑中心定位技术研究[J].铁道学报, 2014, 36 (2): 81-85.
- [10] Duan Z Y, Wang N, Zhao W Z, et al. Sub-pixel edge location algorithm based on Gauss integral curved surface fitting [J]. Chinese Journal of Scientific

Instrument, 2017, 38(1): 219-225.

段振云, 王宁, 赵文珍, 等. 基于高斯积分曲面拟合 的亚像素边缘定位算法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(1): 219-225.

- [11] He F Y, Lin J R, Gao Y, et al. Optimized pose measurement system combining monocular vision with inclinometer sensors [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(12): 1215002.
 何斐彦,林嘉睿,高扬,等.单目视觉与倾角仪组合 优化的位姿测量系统[J].光学学报, 2016, 36(12): 1215002.
- [12] Wang T Y, Dong W B, Wang Z Y. Position and orientation measurement system based on monocular vision and fixed target [J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(4): 0427003.
 王天宇,董文博,王震宇.基于单目视觉和固定靶标的位姿测量系统[J]. 红外与激光工程, 2017, 46 (4): 0427003.
- [13] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- [14] Lao D B, Zhang H J, Xiong Z, et al. Automatic measurement method of attitude based on monocular vision [J]. Acta Photonica Sinica, 2019, 48(3): 0315001.
 劳达宝,张慧娟,熊芝,等.基于单目视觉的姿态自动测量方法 [J].光子学报, 2019, 48(3): 0315001.
- [15] Wang P, Zhou Q T, Sun C K. Study of pose estimation based on multiple feature points topological determination [J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(5): 0517001.
 王鹏,周权通,孙长库.多特征点拓扑确定位姿测量 算法研究[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(5): 0517001.
- [16] Xiao N F. Intelligent robot[M]. Guangzhou: South China University of Technology Press. 2008: 36-45.
 肖南峰. 智能机器人[M]. 广州: 华南理工大学出版 社, 2008: 36-45.
- [17] Vasconcelos F, Mazomentos E, Kelly J, et al. Relative pose estimation from image correspondences under a remote center of motion constraint[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2018, 3(3): 2654-2661.
- [18] Malik S, Roth G, McDonald C. Robust corner tracking for real-time augmented reality [C] // Proceeding Conference of Vision Interface, May

2002, Calgary, Alberta, Canada. Canada: NRC • CNRC, 2002: 399-406.

- [19] Zhang L J, Huang X X, Feng W C, et al. Solution of duality in pose estimation of a single circle utilizing constraint angles motion reconstruction [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(1): 0115002.
 张李俊,黄学祥,冯渭春,等.运动重建约束角的圆位姿二义性消除方法[J].光学学报, 2016, 36(1): 0115002.
- [20] Zhao L K, Zheng S Y, Wang X N, et al. Rigid object position and orientation measurement based on monocular sequence [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2018, 52 (12): 2372-2381.

赵丽科,郑顺义,王晓南,等.单目序列的刚体目标 位姿测量[J].浙江大学学报(工学版),2018,52 (12): 2372-2381.

- [21] Miao X K, Zhu F, Hao Y M, et al. A new pose estimation method based on uncertainty-weighted errors of the feature points [J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2012, 23(7): 1348-1355.
 苗锡奎,朱枫,郝颖明,等.基于特征点不确定性加 权误差的位姿估计新方法[J].光电子 • 激光, 2012, 23(7): 1348-1355.
- [22] Yang W H, Lin J R, Gao Y, et al. Pose measurement system of double shield universal compact TBM [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35 (11): 1112005.
 杨文辉,林嘉睿,高扬,等.双护盾硬岩隧道掘进机 位姿测量系统[J].光学学报, 2015, 35 (11): 1112005.