# 图像边缘信息辅助的压缩采样策略

杨俊<sup>1\*</sup>,潘博<sup>2</sup>,陈丽<sup>1</sup>,朱永安<sup>1</sup>,蒋涛<sup>1</sup>,崔晨<sup>3</sup> <sup>1</sup>嘉兴学院数理与信息工程学院,浙江嘉兴 314001; <sup>2</sup>嘉兴国电通新能源科技有限公司,浙江嘉兴 314001; <sup>3</sup>黑龙江大学数据科学与技术学院,黑龙江哈尔滨 150080

**摘要** 压缩感知是近年来提出的一种新的信号压缩采样理论,采样端通过投影获取压缩数据,需要较多计算资源 并且成本较高,仍未能实现广泛应用。不同于标准的压缩感知,本文提出一种基于边缘信息辅助的图像压缩采样 方法,即随机采集图像的部分像素作为测量,其中图像边缘附近像素以较高的概率采样,最后使用非线性优化方法 恢复图像。所提采样策略通过两次采样分别获取随机测量值及自适应测量值,并给出采样策略的物理描述,以及 仿真实验实现,同时讨论了边缘信息在采样矩阵中的最优比率。实验结果表明,所提算法能快速有效地恢复高质 量图像。

关键词 图像处理;压缩感知;稀疏表示;数据获取;优化算法 中图分类号 O436 **文献标志码** A

doi: 10.3788/LOP57.081018

## Image Edge Information Aided Compressive Sampling Strategy

Yang Jun<sup>1\*</sup>, Pan Bo<sup>2</sup>, Chen Li<sup>1</sup>, Zhu Yongan<sup>1</sup>, Jiang Tao<sup>1</sup>, Cui Chen<sup>3</sup>

<sup>1</sup> College of Mathematics Physics and Information Engineering, Jiaxing University, Jiaxing, Zhejiang 314001, China; <sup>2</sup> Jiaxing Guodiantong New Energy Technology Co. LTD., Jiaxing, Zhejiang 314001, China;

<sup>3</sup> School of Data Science and Technology, Heilongjiang University, Harbin, Heilongjiang 150080, China

Abstract Compressive sensing (CS) is proposed as a new signal compressive sampling theory in recent years. At the coding end CS obtains compressed data through projection, which requires more computing resources and higher implementation cost. Different from the standard compressed sensing, this paper proposes an image compression sampling method based on edge information assistance. In other words, some pixels of the image are randomly collected as measurement, and the pixels near the image edge are sampled with a high probability. Finally, the nonlinear optimization method is used to restore the image. The proposed sampling strategy obtains the random measurements and the adaptive measurements respectively through two steps. This paper gives the physical description of the sampling strategy and realizes it through simulation experiment. At the same time, the optimal ratio of edge information in sampling matrix is also discussed. Experimental results show that the proposed algorithm can quickly and effectively recover high quality images.

Key words image processing; compressive sensing; sparse representation; data acquisition; optimization algorithm OCIS codes 100.2960; 110.6915; 120.0280

1引言

压缩感知(CS)理论作为一种新的信号压缩理 论,吸引了众多学者的关注<sup>[1-7]</sup>。人们可通过获取少 量的采样或者测量数据,即可恢复信号或图像,而传 统的信号获取理论则需要采集大量的数据。压缩感 知框架中采样矩阵(也叫测量矩阵)的设计非常重 要,因为采样矩阵不仅控制着信号的采样过程,还决 定着信号的恢复,采样矩阵需要获取所处理数据的 重要信息。压缩感知在采样阶段的计算耗时主要是

收稿日期: 2019-09-04; 修回日期: 2019-09-13; 录用日期: 2019-09-16

基金项目:国家自然科学基金(61702224)、浙江省自然科学基金(LY18F020020,LY15F020040)

<sup>\*</sup> E-mail: yangj95@mail2.sysu.edu.cn

图像和采样矩阵的乘积运算,对于大数据(高清图像)的采集来说,这种随机投影方式不仅耗时,而且 占据了大量的内存。为了在资源受限的环境中进行 数据采样和压缩,本文采用了不同的采样方式:在场 景的空间"像素"域中随机选取部分"像素"作为测量 值。这种方式中采样矩阵可看作是一个近似单位算 子,大幅节省了计算资源。这种随机矩阵采样方式 适合于光学图像的获取,还可以用于军事、环境、医 疗等二维(2D)及三维(3D)成像方面。

常用的压缩感知采样及恢复算法包括基于模型 和自适应恢复的算法[8-11],这些算法极大提升了图 像恢复的性能。比如,模型引导的自适应压缩感知 恢复算法(MARX)<sup>[8-9]</sup>恢复的图像质量比非自适应 方式提升了2dB~7dB。但是该算法速度非常慢, 处理一幅 512×512 的图像,需要大约 10 h。基于块 处理的压缩感知方法[12]以及快速压缩感知框架[13] 近年来被不断提出。基于全总差分(TV)的压缩感 知恢复算法是一种注重边缘保持的恢复算法,而且 处理速度高于其他的恢复算法[4,14-16]。结构化随机 矩阵(SRM)具备快速计算能力,以及支持分块处 理<sup>[13]</sup>。上述快速压缩感知方法并非对信号自适应, 而是图像恢复性能有限。本文提出利用图像本身的 自适应信息有效提高恢复图像的质量。图像中边缘 信息不仅包括了图像的局部信息,也体现了图像的全 局轮廓。本文详细阐述了基于自适应随机感知及恢 复(ASR)框架。在信号的压缩采样端进行自适应随 机采样策略,恢复端使用压缩感知所采用的恢复算 法。当完全采用随机方式对图像的像素域进行感知 时,得到的测量值是独立的,即图像的空域中每个像

素都具有相同的概率被感知。本文提出的自适应感 知框架指出:与图像中平滑区域的像素相比,位于图 像边缘上或在边缘附近的像素对图像的恢复更有效。 因此,边缘区域的像素应该具有比其他平滑区域像素 更高的概率被感知,从而获取高质量的图像。在仿真 过程中,本文使用原始图像作为采样所使用的"场景" 数据,随机选取部分空间域位置的像素作为感知到的 测量值。所提框架一方面在采样端降低了资源需求, 另一方面在解码端大幅提升了恢复图像的质量 (3 dB~7 dB),同时,仅增加了很少量的计算复杂度。

## 2 基于 ASR 的感知模型

在图像获取及编码系统中,首先测量  $m_r(\ll n)$ 个随机测量值  $y = \mathbf{\Phi}_r \circ f$ ,其中 f 是二维原始图像, 并且  $f \in \mathbf{R}^{\sqrt{n} \times \sqrt{n}}$ ,  $\mathbf{\Phi}_r$  是一个 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$  的二值随机矩 阵,该矩阵的元素仅有 0/1 值,符号。表示对应元素 之间的内积运算。即通过随机感知或选取  $m_r$  个图 像"像素"作为测量值,然后量化得到测量值并发送 到解码端。从前面得到的  $m_r$  个测量值中以较少的 计算资源使用标准的压缩感知恢复算法恢复出粗

糙、低质量的图像  $\hat{f}_1$ ;再通过图像  $\hat{f}_1$  预测出图像 f的边缘信息,由边缘信息指导再次采样,高概率随机 采样位于图像边缘或者边缘附近的像素作为自适应 测量值,并用  $m_a$  表示。最后,边缘附近的测量值  $m_a$  和随机测量值  $m_r$  共同作为更新后的总测量值,  $m=m_a+m_r$ 。在相同采样率的条件下,由总测量值 恢复高质量图像  $\hat{f}_2$ 。图 1 为本文提出的边缘辅助

是独立的,即图像的空域中每个像 采样及恢复框架图。 adaptive sampling random sampling data sampling data sampling data recovery





下两方面的优势:1)不同于投影方式,本文方法只需 在图像和采样矩阵对应元素间内积运算,该方法简 单有效,占用很少的计算资源;2)利用图像的边缘的 先验信息,在相同采样率的条件下,本文方法能够显 著提升恢复图像的质量。

## 2.1 自适应随机采样

采用符号 *f*(*x*,*y*)表示 2D 希尔伯特空间 *L*(*R*)×*L*(*R*)中的图像函数,本文所提自适应随机 感知及恢复过程由以下步骤构成。

1) 完全随机感知矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_r$  符合 2D 一致同分布 U(0,1)×U(0,1),该 0/1 矩阵可以通过对随机矩阵 进行二进制阈值化获得。当使用完全随机方式采样 时,图像中边缘及平滑区域的像素具有相同的概率 被采样。目的是以较少的资源获取图像,这种随机 采样矩阵符合受限等距性及不相关条件。首先获取 图像的  $m_r$  个随机测量值  $y_r = \boldsymbol{\Phi}_r \circ f$ ,使用标准压缩 感知恢复算法对这  $m_r$  个随机测量值进行恢复,得

到低质量的图像  $f_1 = f_1$ 。

2)步骤1中以较少测量次数获取了低质量图像 f<sub>1</sub>,该图像用于预测原始图像 f 的边缘信息,表述如下,

$$\Gamma(f) \approx \Gamma(f_{p}) = \Gamma[I(f_{1})], \qquad (1)$$

式中:当 $\Gamma(f)=1$ 时,表示图像 f 的边缘像素;当  $\Gamma(f)=0$ 时,表示图像的非边缘处的像素; $f_p$ 表示 从低质量图像  $f_1$ 中预测得到的高质量图像;预测算 子 I 表示图像去噪、图像去模糊等运算。这里为了 简单直接使用低质量图像  $f_1$ 作为预测得到的较高 质量图像  $f_p$ 。 $\Gamma$ 表示边缘检测算子及二值阈值化 处理,如 Sobel 及 Canny 边缘检测算子<sup>[17-18]</sup>。通过 以上步骤,高质量图像的边缘  $\Gamma(f)$ 可以由预测图 像的边缘  $\Gamma(f_p)$ 近似获得。

3)虽然预测的图像边缘不准确,但通过实验发现图像边缘及附近的像素十分重要,因此可以直接对低质量的图像边缘进行数学形态学运算,提取图像的边缘信息,用以指导采样时获取的重要位置的像素,得到自适应采样模式如下

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{a} = M^{p} [ \Gamma(f_{p}) ], \qquad (2)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{a}$ 为自适应采样矩阵; $M^{p}$ 表示对预测图像  $f_{p}$ 的边缘进行二进制形态学操作的运算符。这里 的形态学运算包括:膨胀运算,用 $M_{a}^{p}$ 表示;闭运算 (即先膨胀后腐蚀),用 $M_{e}^{p}$ 表示。此外, $M_{n}^{p}$ 表示无 数学形态学运算。

在步骤1中,使用完全随机方式进行测量并获 取低质量图像,步骤1中获取的测量值在本次测量 时并不需要重复测量,得到实际的自适应随机测量 如下。

$$\boldsymbol{\Phi}_{a} = \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{a} \setminus (\boldsymbol{\Phi}_{r} \cap \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{a}) , \qquad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\Phi}_{a}$ 需要实际测量,为了表述方便也称为自适 应测量;\表示补运算; $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{a}$ \( $\boldsymbol{\Phi}_{r} \cap \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{a}$ )表示 ( $\boldsymbol{\Phi}_{r} \cap \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{a}$ )在 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{a}$ 中的补集。由以上的自适应测量 可以得到自适应的测量值

$$y_{a} = \boldsymbol{\Phi}_{a} \circ f_{\circ} \tag{4}$$

具体实现如下:首先随机采样整个图像中部分 像素,然后在图像边缘及附近位置(边缘数学形态学 处理)随机采样部分像素,后者采样的像素会和前者 部分重复,因此并不需重复采样。假定位于图像边 缘或边缘附近的像素的重要性高于位于图像平滑区 域的像素,并且实验结果也证实了上述假设。需要 把自适应采样部分并入随机采样过程,这对于提升 采样效率的计算十分必要。

4)随机采样矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_{r}$ 和自适应采样矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_{a}$ 合 并得到自适应随机采样矩阵,

$$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{r}} \bigcup \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{a}} \, . \tag{5}$$

自适应采样矩阵由图像 f<sub>1</sub> 的边缘或边缘附近 元素的位置指定。在仿真实验中,我们直接用完全 随机测量值(步骤 1)和自适应测量值(步骤 3)作为 新的自适应随机测量值,

$$y_{\rm m} = y_{\rm r} \bigcup y_{\rm a}, \qquad (6)$$

式中:y<sub>r</sub> 是完全随机测量值;y<sub>a</sub> 是与图像 f<sub>p</sub> 的边 缘或边缘附近元素对应的自适应测量值。为了充分 利用两次的测量值,利用步骤 1 中得到的随机测量 值 y<sub>r</sub>,同时由步骤 1 恢复的图像边缘信息用于指导 再次采样,两次采样获取的测量值可以恢复出高质 量的图像。

本文从物理上描述如何获取对应于感知矩阵 **Φ**<sub>m</sub> 的测量值,在由互补的金属氧化物半导体 (CMOS)构成的存储单元的摄像机中,可使用集成 电路控制重置晶体管(或称开关)进行控制,通过开 关控制仅使用部分的光电探测器及放大器。先后将 **Φ**<sub>r</sub> 及**Φ**<sub>a</sub> 矩阵中值为1的元素所对应的开关打开, 并进行数据采集。与传统的图像获取方式相比,自 适应随机感知方式并不需要使用所有的光电探测器 及放大器,从而节省了电源并延长了图像采集设备 的使用寿命。更重要的是,自适应随机感知方式可 以推广到其他数据获取中,比如需要获取图像中的 某些区域的重要信息,可以通过自适应增加该区域 的测量次数,即可实现图像中重要数据的获取及 恢复。

为了表示方便,自适应随机感知矩阵的采样率

 $\eta_1$  定义为矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_m$  中非零元素的个数所占矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_m$ 的维度(即图像的大小 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ )的比例:

$$\eta_1 = \sum_{i,j} \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{m}}(i,j) / \mathrm{Dim}(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{m}})_{\circ}$$
(7)

自适应采样率  $\eta_2$  定义为矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_a$  中非零元素的个数所占矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_a$  的非零元素个数的比例:

$$\eta_2 = \sum_{i,j} \boldsymbol{\Phi}_{a}(i,j) / \sum_{i,j} \boldsymbol{\Phi}_{m}(i,j) \,. \tag{8}$$

采样率  $\eta_1$  可以取较小的值,测量成本将大大降低。但自适应采样率  $\eta_2$  不能取值过大,如果取值过大,则混合的测量矩阵将不再满足有限等距性及不相关条件,从而导致恢复的图像中信息丢失,本文的最后讨论了  $\eta_2$  对图像恢复性能的影响。

### 2.2 基于 TV 正则化的恢复算法

通过自适应随机测量获取压缩的测量值,是图像的一种压缩表示。由这些测量值恢复高质量的图像时,恢复算法起到了关键的作用。本节将讨论TV正则项<sup>[4,13,15-16,19]</sup>与自适应随机矩阵结合构成图像恢复算法。贪婪追踪算法<sup>[20-22]</sup>为稀疏重建提供了一种 /<sub>0</sub>的优化求解方法,线性规划算法<sup>[3]</sup>和其他优化算法<sup>[23-26]</sup>也被提出用来解决 /<sub>1</sub>最优化问题。自从 Rudin等<sup>[19]</sup>提出 TV 正则项后,该方法已经广泛应用于压缩感知的恢复及最优化问题的求解<sup>[27-28]</sup>。为了从压缩图像 g(即测量值)中重建出高质量图像,本文采用拉格朗日正则项进行求解。

$$O(f) = \min_{f} \left\{ \int (g - \boldsymbol{\Phi}_{m} \circ f)^{2} dx dy + \alpha \int \sqrt{\left(\frac{df}{dx}\right)^{2} + \left(\frac{df}{dy}\right)^{2}} dx dy + \beta \int \sqrt{(Tf)^{2}} dx dy \right\},$$
(9)

式中: $\boldsymbol{\Phi}_{m}$ 是自适应随机采样算子;  $\alpha$  和  $\beta$  是拉格朗

日因子。第二项是 TV 正则项,第三项是带有稀疏 化算子 T 的 4 范数最小化,根据变分原理得到

$$\frac{\delta O(f)}{\delta f} = 2\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{m}}^{*} \circ (g - \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{m}} \circ f) - \alpha \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left[ \frac{\mathrm{d}f/\mathrm{d}x}{\sqrt{(\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)^{2} + (\mathrm{d}f/\mathrm{d}y)^{2}}} \right] - \alpha \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y} \left[ \frac{\mathrm{d}f/\mathrm{d}y}{\sqrt{(\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)^{2} + (\mathrm{d}f/\mathrm{d}y)^{2}}} \right] + \beta T^{*} \left[ \frac{Tf}{\sqrt{(Tf)^{2}}} \right], \qquad (10)$$

式中:O(f)是(9)式中给出的目标函数; $\Phi_{m}^{*}$ 和  $T^{*}$ 分别是 $\Phi_{m}$ 和 T的共轭算子。为了快速重建图像,  $\beta$ 取 0,即不考虑稀疏正则项。由非线性共轭梯度方 法<sup>[19,29]</sup>以及(10)式对(9)式进行优化求解。

## 3 仿真实验

#### 3.1 实验设置及说明

本文的实验平台是 MATLAB R2017b,实验环 境是 Window 8.1 专业版 64 位,内存 8 GB,CPU Intel i3 3.30 GHz。通过实验展示了自适应随机矩 阵的性能,并对所提自适应随机采样及恢复的算法 进行了实验评估。本节处理的图像大小为 256× 256。这些图像包括摄影图像而且广泛应用在一些 参考文献中,图 2 所示为实验所用的部分测试图像。 本节所用的符号安排如下: $M_n$ 、 $M_d$ 和 $M_c$ 分别表示 对图像 f 的边缘不使用数学形态学运算、使用膨胀 运算以及使用闭运算;类似的 $M_n^e$ 、 $M_n^e$ 和 $M_c$ 分别 表示对图像  $f_p$ 的边缘做相应的形态学运算。分别 使用  $\mathbf{0}_n$ 和 $\mathbf{0}_n$ 表示完全随机矩阵以及自适应随机 矩阵。



图 2 部分测试图像。(a) Lena;(b) Fruits;(c) Boat;(d) House;(e) Cameraman;(f) Peppers Fig. 2 Some test images. (a) Lena; (b) Fruits; (c) Boat; (d) House; (e) Cameraman; (f) Peppers

#### 3.2 实验结果与分析

本节展示加入边缘信息的测量矩阵能够显著提 升恢复图像的性能。首先对于加入不同边缘信息的 随机测量矩阵分别进行图像恢复;然后在相同的采样 率下,与完全随机采样方式以及其他的恢复算法进行 了对比;最后讨论边缘信息对图像恢复性能的影响。

为了突出加入边缘信息后的优势、验证本文方 法的有效性,首先使用自适应随机矩阵进行图像的 采样及恢复,然后在相同的采样率情况下,与完全随 机采样方式进行实验对比。图 3 为不同采样率下测 试图像恢复结果。可以看出,对所有方法来说,收敛 性或性能增加的趋势基本相同;自适应随机采样方 法恢复图像的效果远好于完全随机采样方法;涉及 到膨胀边缘信息的自适应随机采样方法获得最好的 峰值信噪比(PSNR)效果,这表明边缘周围的像素 包含了图像的重要信息。







自适应随机采样矩阵中的边缘信息量影响恢复 图像效果,图4为Lena 图像在采样率为35%时加 入了不同程度边缘信息的感知及恢复效果,对于图 4(c)、(d)和图4(e)、(h)自适应采样率 $\eta_2$ 分别为 20%和45%。通过比较图4(c)、(e)、(g)和图4 (d)、(f)、(h)可以看出,采样方式 $\boldsymbol{\Phi}_m + M_{d,e}$ 恢复图 像效果超过 $\boldsymbol{\Phi}_m + M_{d,e}^e$ ,而 $\boldsymbol{\Phi}_m + M_e^e$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_m + M_n$ 恢 复图像的效果差别并不大。在加入了预测边缘信息 的自适应随机矩阵中, $\boldsymbol{\Phi}_m + M_{d,e}^e$ 尤其是 $\boldsymbol{\Phi}_m + M_a^e$ 取得了较大的PSNR值。对于后者,当采样率为 35%时,PSNR值为30.1 dB,而在相同采样率情况 下,完全随机方式恢复的图像PSNR 仅为27.2 dB。

将本文方法和主流的压缩感知恢复方法进行了 性能对比,分别是 MARX<sup>[8]</sup>、TVAL3<sup>[16]</sup>、SRM-WPFFT<sup>[13]</sup>和 BCS-SPL-DDWT<sup>[12]</sup>,其中,后两种方 法简写为 SRM 及 BCS。图 5 展示了不同压缩感知 的恢复算法和 ASR 方法恢复图像的 PSNR 结果 对比。 尽管 MARX 方法的恢复图像效果总体上最 好,但本文 ASR 方法效果明显好于 TVAL3、SPM 和 BCS 方法。然而 MARX 方法非常耗时,在普通 计算机的 MATLAB 平台上,处理一幅 512×512 大 小的灰度图像大约需要 10 h,并不适合大尺度信号 处理。对于相同大小的图像以及相同的采样率, ASR 方法仅需要不到 10 s 的处理时间。表 1 列出 上述方法的 CPU 运行时间,图像大小均为 256× 256 的灰度图像,采样率均为 35%,可以看出,除了 MARX 方法处理一幅 256×256 的灰度图像耗费超 过 1 h,其他方法在相同的情况下仅耗时不到 20 s。

在采样率为40%的情况下,图6展示了这些方法恢复图像的视觉效果,测试图像分别为Lena、 House、Boat和Baboon,采样率为40%,每行从左到 右依次对应ASR、BCS、MARX、TVAL3和SRM, 表2是图6中恢复图像对应的PSNR。可以看出, ASR方法恢复出图像的PSNR值和视觉质量与其 他方法的效果相当或者好于其他方法。



图 4 采样率为 35%时,完全随机采样和不同自适应随机采样的恢复效果。(a)原图;(b)  $\boldsymbol{\sigma}_r$ :27.2 dB;(c)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_c$ : 31.3 dB;(d)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_c^p$ :29.6 dB;(e)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_d$ :32.7 dB;(f)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_d^p$ :30.1 dB;(g)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_n$ :28.7 dB;(h)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_n^p$ :28.7 dB Fig. 4 Recovery effect of completely random sampling and different adaptive random sampling when sampling rate is 35%. (a) Original image; (b)  $\boldsymbol{\sigma}_r$ : 27.2 dB; (c)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_c$ : 31.3 dB; (d)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_c^p$ : 29.6 dB; (e)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_d$ : 32.7 dB; (f)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_d^p$ : 30.1 dB; (g)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_n$ : 28.7 dB; (h)  $\boldsymbol{\sigma}_m + M_n^p$ : 28.7 dB



图 5 ASR 方法与其他压缩感知恢复方法的 PSNR 结果 Fig. 5 PSNR results of ASR and other CS recovery methods

在图 3、5、6 及表 1、2 中,ASR 方法使用了相同 的自适应采样率 η<sub>2</sub> 参数,该参数对每幅图像并非最 优值。但如果自适应随机矩阵中包含太多的边缘信 息,将破坏感知矩阵的有限等距性及不相关条件。 本文通过实验对测试图像的自适应采样率 η<sub>2</sub> 的最 优值进行估计和讨论。图 7 显示了  $\boldsymbol{\Phi}_{m} + M_{d,c}^{p}$ 方法 中  $\eta_{2}$  的变化趋势,对于  $\boldsymbol{\Phi}_{r}$ 和  $\boldsymbol{\Phi}_{m} + M_{d,c}^{p}$ ,采样率均 为  $\eta_{1} = 40\%$ ,测试图像分别为 Lena、Peppers、Fruits 和 Cameraman,上下两行分别对应于不同自适应采 样率  $\eta_{2}$ 情况下恢复图像的 PSNR 及结构相似性

表 1	采样率为35%时,不同算法恢复大小
	为 256×256 的图像运行时间

Table 1 Running time of different algorithms for  $256 \times 256$ image with sampling ratio is 35% s

Image	MARX	ASR	TVAL3	SRM	BCS
Lena	5820.0	8.7	1.7	0.5	15.6
Boat	4620.5	6.8	1.8	0.6	14.3
House	5220.1	7.0	1.5	0.5	16.4

(SSIM)值。可以看出,如果使用数学形态学算子对 图像边缘进行处理,即使自适应的测量值和随机测 量值所占比例差别不大(比如采样率 $\eta_1 = 40\%$ 时, 对于自适应随机方式 $\boldsymbol{\Phi}_m + M_{d,c}^8$ ,所得自适应采样 率的最优值为  $\eta_2^{\text{et}} \approx 40\% \pm 5\%$ ),自适应随机矩阵 方式也能明显获得更好的恢复效果。然而,当采样 率同样为  $\eta_1 = 40\%$ 时,对于自适应随机方式  $\boldsymbol{\Phi}_{\text{m}} + M_{\text{p}}^{\text{n}}$ ,通过大量实验得到的自适应采样率的最优值为  $\eta_2^{\text{et}} \approx 15\% \pm 5\%$ 。这表明位于图像边缘附近位置的 像素比位于图像边缘本身位置的像素包含了更重要 的图像信息。因此,通过选取更多的位于图像边缘 附近的像素进行图像数据的采集,同时在其他区域 等概率随机选取像素,两次采样的数据作为总的采 样数据进行图像恢复,将取得更好的恢复效果,从而 获取高质量图像。



图 6 采样率为 40%时,不同算法恢复图像视觉效果。(a)~(d) ASR;(e)~(h) BCS;(i)~(l) MARX; (m)~(p) TVAL3;(q)~(t) SRM

Fig. 6 Visual results of different algorithms with sampling ratio is 40%. (a)-(d) ASR; (e)-(h) BCS; (i)-(l) MARX; (m)-(p) TVAL3; (q)-(t) SRM

表 2 采样率为 40%时各种算法恢复图像的 PSNR 值 Table 2 PSNR values of different algorithms with

sampling ratio is 40 %
------------------------

Image	PSNR /dB					
Image	ASR	BCS	MARX	TVAL3	SRM	
Lena	32.06	31.09	36.08	29.55	29.33	
House	37.19	34.67	38.46	28.01	33.26	
Boat	29.04	26.67	29.87	27.53	25.52	
Baboon	21.41	22.03	22.05	19.80	20.59	

## 4 结 论

采样矩阵是压缩感知研究领域的重要问题,采 样矩阵不仅决定着数据的采集方式,还决定着数据 的恢复性能。本文提出了一种自适应随机部分采样 及恢复框架,采样矩阵通过加入图像边缘信息进行 空间部分像素的采样,从而获取压缩的图像数据。 所提出的自适应随机采样及恢复框架为低损耗、高



图 7 自适应采样率  $oldsymbol{\Phi}_{ ext{m}}+M_{ ext{d}, ext{c}}^{ ext{p}}$ 的最优值估计

Fig. 7 Optimal value estimation of adaptive sampling rate  $oldsymbol{\Phi}_{
m m} + M_{
m d,c}^{
m p}$ 

质量数据获取领域开辟了一条新的道路,具有广泛的研究及应用前景。本文采样策略分为两步测量, 也可多次测量获取较准确的边缘信息,逐步更新恢 复图像质量。下一步工作将通过分块处理和投影的 方式,对标准压缩感知使用边缘信息辅助自适应 测量。

#### 参考文献

- Romberg J. Compressive sensing by random convolution[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(4): 1098-1128.
- [2] Candes E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [3] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [4] Lustig M, Donoho D, Pauly J M. Sparse MRI: the application of compressed sensing for rapid MR imaging[J]. Magnetic Resonance in Medicine, 2007, 58(6): 1182-1195.
- [5] Yuan J, Li Q, Gong W P. Influences of compressive sensing 3D reconstruction algorithm control parameters on terahertz digital holography reconstruction[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(10): 1014001.

袁静,李琦,巩文盼.压缩感知三维重建算法控制参数对太赫兹数字全息再现的影响[J].中国激光,2018,45(10):1014001.

[6] Wang Y Y, Ren Y C, Chen L Y, et al. Terahertz

wave wide-beam imaging technology based on block compressive sensing theory [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(4): 0407001.

王与烨,任宇琛,陈霖宇,等.基于分块压缩感知理 论的太赫兹波宽光束成像技术[J].光学学报,2019, 39(4):0407001.

- [7] Luo L, Chen Q, Liu X J, et al. Colored adaptive compressed imaging based on extended wavelet trees
  [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56
  (1): 010301.
  骆乐,陈钱,刘星炯,等.基于扩展小波树的彩色自适应压缩成像[J].激光与光电子学进展, 2019, 56
  (1): 010301.
- [8] Wu X L, Dong W S, Zhang X J, et al. Modelassisted adaptive recovery of compressed sensing with imaging applications [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(2): 451-458.
- [9] Wu X L, Zhang X J, Wang J. Model-guided adaptive recovery of compressive sensing [C] // 2009 Data Compression Conference, March 16-18, 2009, Snowbird, Utah, USA. New York: IEEE, 2009: 123-132.
- Soni A, Haupt J. Learning sparse representations for adaptive compressive sensing [C] // 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), March 25-30, 2012, Kyoto, Japan. New York: IEEE, 2012: 2097-2100.
- [11] Soni A, Haupt J. Efficient adaptive compressive sensing using sparse hierarchical learned dictionaries[C] // 2011 Conference Record of the Forty Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR), November 6-9,

2011, Pacific Grove, CA, USA. New York: IEEE, 2011: 1250-1254.

- Mun S, Fowler J E. Block compressed sensing of images using directional transforms [C] // 2009 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), November 7-10, 2009, Cairo, Egypt. New York: IEEE, 2009: 3021-3024.
- [13] Do T T, Gan L, Nguyen N H, et al. Fast and efficient compressive sensing using structurally random matrices [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(1): 139-154.
- [14] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(12): 2992-3004.
- Becker S, Bobin J, Candès E J. NESTA: a fast and accurate first-order method for sparse recovery [J].
   SIAM Journal on Imaging Sciences, 2011, 4(1): 1-39.
- [16] Li C, Yin W, Zhang Y. User's guide for TVAL3: TV minimization by augmented Lagrangian and alternating direction algorithms[M]. China: CAAM, 2009.
- [17] Canny J. A computational approach to edge detection[M] // Fischler M A, Firschein O. Readings in computer vision. California: Morgan Kaufmann Publishers, 1987: 184-203.
- [18] Parker J R. Algorithms for image processing and computer vision [M]. UK: John Wiley & Sons, 2010: 42-46.
- [19] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60: 259-268.
- [20] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.

- [21] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [22] Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(2): 1094-1121.
- [23] Hale E T, Yin W, Zhang Y. Fixed-point continuation for l<sub>1</sub>-minimization: methodology and convergence [J]. SIAM Journal on Optimization, 2008, 19(3): 1107-1130.
- [24] van den Berg E, Friedlander M P. Probing the pareto frontier for basis pursuit solutions[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2009, 31(2): 890-912.
- [25] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [26] Dai Q, Sha W. The physics of compressive sensing and the gradient-based recovery algorithms [J/OL]. (2009-06-08) [2019-09-03]. https://arxiv.xilesou. top/abs/0906.1487.
- [27] Alliney S, Ruzinsky S A. An algorithm for the minimization of mixed l<sub>1</sub> and l<sub>2</sub> norms with application to Bayesian estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(3): 618-627.
- [28] Osher S, Solé A, Vese L. Image decomposition and restoration using total variation minimization and the H<sup>1</sup>[J]. Multiscale Modeling & Simulation, 2003, 1 (3): 349-370.
- [29] Hager W W, Zhang H. A survey of nonlinear conjugate gradient methods [J]. Pacific Journal of Optimization, 2006, 2(1): 35-58.