

基于压缩感知算法的无透镜数字全息成像研究

张华^{1,2}, 曹良才^{1*}, 金国藩¹, 白瑞迪²

¹清华大学精密仪器系, 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 北京 100084;

²杜克大学电子与计算机工程系, 美国 达勒姆 NC 27708

摘要 无透镜数字全息计算成像可以实现大视场高分辨率三维成像, 但面临成像分辨率低和信噪比差的问题。为此, 构建了基于衍射传输的无透镜压缩数字全息成像模型, 开发了基于全变分正则化约束和两步迭代收缩阈值的优化算法, 抑制了全息重建的二阶项噪声与孪生像噪声, 并在重建模型中引入滤波层, 提高了三维图像的重建信噪比。同时, 提出了基于有效抗混叠区域的压缩全息分块并行重建算法, 提升了压缩数字全息重建效率。建立了基于双角度照明的压缩数字全息成像模型, 提高了三维成像的轴向分辨能力。基于上述算法, 在多层掩模版和粒子流场上实现了大视场无透镜显微成像。

关键词 成像系统; 计算成像; 编码成像; 数字全息; 压缩感知

中图分类号 O438

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.080001

Progress on Lensless Digital Holography Imaging Based on Compressive Holographic Algorithm

Zhang Hua^{1,2}, Cao Liangcai^{1*}, Jin Guofan¹, David Brady²

¹State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instrument,

Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

²Department of Electronic and Computer Engineering, Duke University, Durham, NC 27708, USA

Abstract Lensless digital holographic imaging could support high resolution, large field of view and three-dimensional (3D) imaging, but improving the resolution and quality of the reconstruction is still challenging. In this review paper, the compressive holographic models based on diffraction propagation method are introduced. Compressive sensing are developed based on total variation regularization and two-step iterative shrinkage/thresholding algorithm. The physical mechanism of removing two-order noise and twin image is discussed. A filter layer is designed to improve the signal to noise ratio of 3D reconstruction. A block-wise algorithm based on effective anti-aliasing region is proposed, which can improve computational efficiency of compressive holography. A single-shot compressive holographic model based on two-angle illumination beam is proposed. It effectively improves the axial resolution of 3D imaging. High-resolution 3D reconstruction of multilayer masks and particle flow field are demonstrated by using this algorithm.

Key words imaging systems; computational imaging; coded aperture imaging; digital holography; compressive sensing

OCIS codes 110.1758; 170.1630; 090.1995

1 引言

1947 年英国科学家丹尼斯·伽博为了提高电子显微镜的成像分辨率, 提出利用相干参考波与被测量

散射光波相互干涉, 形成干涉强度分布图, 记录物体衍射光波的振幅和相位信息^[1], 伽博全息术因此诞生。伽博全息术作为一种同轴全息记录方式, 衍射再现过程中零级和正负一级的衍射光波无法分离, 存在

收稿日期: 2020-03-19; 修回日期: 2020-04-04; 录用日期: 2020-04-07

基金项目: 国家自然科学基金(61827825, 61327902)、中国国家留学基金(201706210290)

* E-mail: clc@tsinghua.edu.cn

“孪生像”的问题。1963年, Leith等^[2]提出了离轴全息术的方案,使得全息重建的图像质量获得提升,通过牺牲成像系统的空间带宽积,孪生像问题得到了较好地解决。随后, Goodman等^[3]提出数字全息技术,为全息图的数字化记录和处理开辟了方向。1998年, Zhang等^[4]在实验中实现了相移数字全息,通过多幅全息的采集和处理,有效去除零级噪声和孪生像。虽然相移法可以较好地提升成像质量,但是采集多幅全息图的机制牺牲了成像系统的速度。如何在保证系统空间带宽积和只采集单幅伽博全息图的条件下,通过算法恢复高质量的三维(3D)物体信息,消除全息成像中孪生像的问题,成为数字全息的研究焦点之一。

压缩感知成像技术为以上问题提供了一种可能的解决方案^[5]。压缩感知可以利用光波衍射的三维传播模型构建从三维物体分布到二维伽博全息的正向传输模型,利用图像的稀疏性作为正则化条件,在只采集单幅伽博全息图条件下,通过求解欠定反问题的方式,重建真实三维物理场信息。2007年, 杜克大学的 Brady等^[6-9]首次提出了压缩感知数字全息成像技术(简称压缩全息),在理论上证明了全息衍射编码满足压缩感知成像中的“非相干”编码的要求,并在实验上仅采集一幅伽博全息图,就可实现三维空间的两个蒲公英种子形貌的分层重建。

近十年来,压缩数字全息成像和三维图像解耦已经受到了广泛的关注,取得了显著进展。美国麻省理工学院将边缘稀疏约束引入压缩全息,可以在无扫描部件的条件下,实现1/45像素的一维亚像素定位和1/30像素的二维亚像素定位^[10-11],还研究了基于Mie散射光场传输模型的无透镜压缩全息,分析了散射粒子密集度对三维重建的影响,实现流体中气泡的三维视频重建^[12]。日本大阪大学验证了压缩数字全息技术对空间-光谱-偏振组成的多维物体的重建能力^[13]。法国巴斯德研究所将压缩感知应用到离轴数字全息中,仅采集全息图上7%的像素就可以重建和传统方法同等质量的图像,同时研究证明了压缩全息技术在弱光条件下的图像重建能力^[14]。以色列班古里昂大学在压缩感知数字全息研究中也取得了丰富的研究成果,在理论方面,研究了物体处于菲涅耳全息远场区域和近场区域时,采样数目、像传感器像素大小、物体的轴向分辨率、照明光波长等参数对压缩全息成像的约束关系^[15];在应用方面,利用衍射传播的冗余性,实现部分遮挡物体的压缩数字全息重建^[16]。美国波士顿大学利用数字微镜器件(DMD)分幅面调制的方

法,仅使用单幅全息图就实现了时间和三维空间的四维数据的重建^[17]。法国蒙彼利埃大学利用离轴显微全息成像装置和压缩全息重建算法,实现了对斑马鱼血液循环系统中红细胞的视频观测和三维血管重建^[18]。国内也在该领域开展相关研究^[19-21],上海大学利用4f中继透镜系统,降低全息图的采样间隔,提高了压缩数字全息的三维成像能力^[22]。台湾师范大学在超快成像中引入了压缩数字全息技术,提高了重建图像的保真度^[23]。压缩全息技术也在光学加密和太赫兹全息等领域开展了探索研究^[24,25]。压缩数字全息成像技术可以利用一幅伽博全息图实现真实的三维物体重建,但是在算法重建效率、三维成像分辨率和重建信噪比等方面还有改进的空间。

本文对本课题组在压缩数字全息成像技术的研究工作进展进行介绍。在物理机制方面,对无透镜全息编码成像中孪生像与二阶项噪声的形成机制进行了分析,对压缩感知成像算法的去除噪声的物理机制进行解释和揭示;在算法设计方面,构建了分块并行计算的高速压缩数字全息重建算法,提高重建效率;在三维显微成像方面,开发了基于双角度编码照明的无透镜全息成像技术,实现高精度三维层析成像。同时基于所开发的压缩全息成像重建算法,对多层掩模版和粒子流场等三维物体实现了大视场数字全息显微成像。

2 压缩感知成像模型

压缩感知成像是一种通过求解目标函数极值的方式,从少量压缩采样数据中恢复高维高清图像的成像理论。该方法可以通过硬件编码的方式实现数据的降维采样,需要硬件层面同时实现图像的压缩和采样,硬件设计需要尽可能地保留目标图像的信息,而图像信号重建可以通过后端优化算法实现,这样的成像模型能够极大降低信号采集和传输的成本。在利用压缩采样数据重建高分辨率和多维数据时,会遇到测量信号的像素数目 M 小于目标图像的像素数目 N 的情况,导致压缩重建遇到多解的问题,因此需要引入正则化条件,约束解空间的范围,实现目标图像的重建。压缩感知的数学模型如图1所示,压缩感知成像系统的信号采集过程可表示成一个线性采样过程,公式为

$$\mathbf{I} = \mathbf{H}\mathbf{x}, \quad (1)$$

式中:正向传输矩阵 $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ($M \ll N$),像传感器上采集到的原始信号 \mathbf{I} 长度为 M ,目标图像 \mathbf{x} 的长度为 N 。在压缩感知成像理论指出可以引入信号稀疏约

束的条件,通过求解目标函数极值的方式重建原始信号^[26-27]。2008年,Candes等^[28]证明了稀疏信号的重建可通过求解 l_0 范数最小值的方法获得。

$$\text{Min } \|\boldsymbol{\theta}\|_0, \text{ s.t. } \mathbf{I} - \mathbf{H}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta} = 0, \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\Psi}$ 是一个 $M \times N$ 大小的正交矩阵,也是信号 \mathbf{x} 的稀疏正交基底; $\|\cdot\|_0$ 表示 l_0 范数。信号 \mathbf{x} 在稀疏基底 $\boldsymbol{\Psi}$ 下可以表示为一个非零元系数数量为 K 的稀疏信号 $\boldsymbol{\theta}$ 。

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta} = \sum_{i=1}^N \psi_i \theta_i, \quad \|\boldsymbol{\theta}\|_0 = K, \quad (3)$$

式中:信号的稀疏度表示为 $K, K \ll M$ 。需要注意的是,模型中目标信号、正向传输矩阵和稀疏基都可以扩展到复数域^[29]。

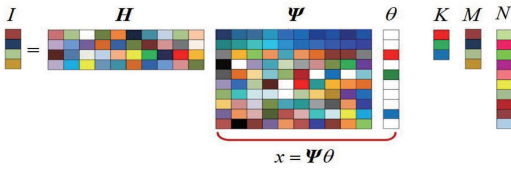


图1 压缩感知的数学模型

Fig. 1 Mathematical model of compressed sensing

Donoho等^[30-31]在数学上证明了最小 l_0 范数是一种NP难问题,需要通过穷举法逐一寻找验证可能的解,计算难度很大。这些都给图像信号重建特别是三维图像数据重建带来了极大的计算量。图像信号重建经常面临计算时间长、消耗内存大、容易陷入局部最优解等问题。因此,基于最小 l_1 范数和 l_{TV} 函数的凸优化反问题求解方式被提出^[32-33],提升了三维数据重建的反问题求解能力和三维数据重建质量。

压缩数字全息是一个反问题求解的过程,两步迭代收缩阈值(TwIST)算法已经被证明了其在反问题图像重建中的有效性,且相比于IST算法收敛速度更快^[34-35],被广泛应用于基于压缩感知的三维图像重建中。同时基于目标图像边缘特征明显的特点,可以采用两步迭代收缩阈值算法对目标图像进行重建,

$$\text{Min } \frac{1}{2} \|\mathbf{I} - \mathbf{H}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta}\|_2 + \tau \Gamma_{TV}(\boldsymbol{\theta}), \quad (4)$$

式中:第一项表示估计信号通过压缩采样后与采集信号之间的残差项;第二项表示估计信号稀疏特性

的正则化项。残差项和正则化项组成优化的目标函数,图像重构就是通过求解目标函数最小来获得。本文中采用全变分 $\Gamma_{TV}(\boldsymbol{\theta})$ 作为正则化项,参数 τ 用于调整残差项和正则化项之间的权重。

3 基于压缩数字全息的三维重建

一束垂直平行光 $\exp(ikz)$ 照明物体所产生的伽博全息图可以表示为

$$\begin{aligned} I_{\text{holo}}(x, y) &= |U_{\Phi}(x, y) + \exp(ikz)|^2 = \\ &|\exp(ikz)|^2 + |U_{\Phi}(x, y)|^2 + \\ &U_{\Phi}(x, y)\exp(-ikz) + U_{\Phi}^*(x, y)\exp(ikz) = \\ &1 + |U_{\Phi}(x, y)|^2 + 2\text{Re}[U_{\Phi}(x, y)\exp(-ikz)], \end{aligned} \quad (5)$$

式中:等号右边的第一项是直流分量,可通过滤波直接去除;第二项是二阶平方项,可以设定为系统噪声 n ,因此伽博全息图可以表示为散射光场和共轭参考光的乘积在实数域上投影的两倍。如图2所示,三维物体可以看成由不同深度的切片组成的多层物体 $\eta(x, y, z)$,切片之间的间隔设为 Δz ,三维物体距离像传感器的距离为 z_0 。假设物体和照明光之间的相互作用满足第一波恩近似条件,平行光照明三维物体后产生散射光,散射光向前传播并在像传感器平面上相互叠加。以角谱衍射传播为例,像传感器上的衍射光场可以表示为

$$\begin{aligned} U_s(x, y) &= \sum_i \iint \hat{n}(f_x, f_y, z_0 + l\Delta z) \cdot \\ &\exp\left[i \frac{2\pi(z_0 + l\Delta z)}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}\right] \cdot \\ &\exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y, \end{aligned} \quad (6)$$

其中,

$$\begin{aligned} \hat{n}(f_x, f_y, z_0 + l\Delta z) &= \\ &\iint \eta(x', y', z_0 + l\Delta z) \exp[-ik(z_0 + l\Delta z)] \cdot \\ &\exp[-i2\pi(f_x x' + f_y y')] dx' dy', \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\exp[-ik(z_0 + l\Delta z)]$ 表示不同深度位置导致的相位延迟; $\hat{n}(f_x, f_y, z_0 + l\Delta z)$ 表示三维物体中第 l 层的角谱分布。将(7)式离散化处理之后,可以得到

$$\begin{aligned} U_{s, n_1 n_2} &= \frac{1}{N_{\Delta}^4} \sum_{m_1} \sum_{m_2} \sum_l \left[\sum_{m'_1} \sum_{m'_2} \eta_{m'_1 m'_2 l} \exp\left(-i2\pi \frac{m'_1 m_1 + m'_2 m_2}{N_{\Delta}}\right) \right] \exp(-ikz_l) \cdot \\ &\exp\left[ikz_l \sqrt{1 - (\lambda m_1 \Delta f_x)^2 - (\lambda m_2 \Delta f_y)^2}\right] \cdot \exp\left[i2\pi \frac{n_1 m_1 + n_2 m_2}{N_{\Delta}}\right], \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $z_l = z_0 + l\Delta z$; $\eta_{m'_1 m'_2 l}$ 表示三维物体中第 l 层、第 m'_1 行、第 m'_2 列的像素值。三维物体被分成 L 层,

每一层沿水平和垂直方向的像素数目都为 N_Δ 。为了对(8)式进行矩阵化处理,定义一维向量 $\mathbf{g}_{(n_2-1) \times N+n_1} = \mathbf{U}_{s,n_1 n_2} \cdot \mathbf{f}_{(l-1) \times N^2+(m'_2-1) \times N+m'_1} = \boldsymbol{\eta}_{m'_1 m'_2 l}$, 则(8)式可以表示为

$$\mathbf{g} = \mathbf{FQBf}, \quad (9)$$

式中: \mathbf{B} 表示 L 个二维傅里叶变换矩阵构成的对角矩阵,大小为 $(L \times N_\Delta^2) \times (L \times N_\Delta^2)$; \mathbf{Q} 由 L 个大小为 $N_\Delta^2 \times N_\Delta^2$ 的相位因子矩阵 $\mathbf{P}_l = \exp[-ik(z_0 + l\Delta z)] \exp[ik(z_0 + l\Delta z) \sqrt{1 - (\lambda m_1 \Delta f_x)^2 - (\lambda m_1 \Delta f_y)^2}]$ 组成,大小为 $N_\Delta^2 \times (L \times N_\Delta^2)$,表示对每一个二维离散傅里叶变换后的结果乘上不同的相位调制因子,并相互累加的过程。 \mathbf{F} 表示二维离散傅里叶逆变换矩阵,大小为 $N_\Delta^2 \times N_\Delta^2$ 。由(9)式和(5)式可以得到三维物体与伽博全息图的线性映射关系为

$$\mathbf{g}_{\text{holo}} = 2\text{Re}[\mathbf{FQBf}] + \mathbf{n} = 2\text{Re}[\mathbf{Hf}] + \mathbf{n}, \quad (10)$$

式中: \mathbf{g}_{holo} 是一维向量,表示对伽博全息图的离散采样后的重新排布。噪声 \mathbf{n} 包含全息图的二阶项和其他背景噪声。本模型中,采用物体本身的稀疏特征作为稀疏信号,稀疏基底 $\boldsymbol{\Psi}$ 为单位矩阵。 \mathbf{H} 是正向传输矩阵,也是压缩成像模型中的感知矩阵,表示三维物体发出的散射光传输和伽博全息的测量过程。利用单幅伽博全息图重建三维物体,在数学上

属于欠定反问题。传统反传播算法无法对该类问题进行求解,压缩感知数字全息算法引入了稀疏正则化条件,通过求解目标函数最小值的方式,重建三维物体。本文采用全变分范数(TV),并基于TwIST算法对(10)式反问题进行求解:

$$\text{Min}_f \frac{1}{2} \|\mathbf{g}_{\text{holo}} - 2\text{Re}[\mathbf{Hf}]\|_2 + \tau \Gamma_{\text{TV}}(\mathbf{f}). \quad (11)$$

下面通过仿真验证压缩数字全息模型的三维重建能力,在图2的模型中,平行光的照射波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$,三维物体距离像传感器的距离 $z_0 = 5 \text{ mm}$,三维物体的水平采样间隔和垂直采样间隔都为 $\Delta = 10 \text{ }\mu\text{m}$,水平采样数目和垂直采样数目都为64,轴向采样间隔 $\Delta z = 200 \text{ }\mu\text{m}$,采样层数为3。三层结构中分别放置字母“T”、“H”、“U”样式的不透光物体。平行光照明到物体每一层上,部分光子与物体相互作用形成散射光,而有些光子直接穿透不发生散射形成参考光,散射光和参考光发生干涉,在像传感器平面上形成伽博全息图。图3(a)为字母图样在不同层上的分布,图3(b)为不同深度的点扩展函数,三维物体在像平面上的散射光可以看作是不同深度的物体与相应的点扩展函数卷积后相互叠加的结果。

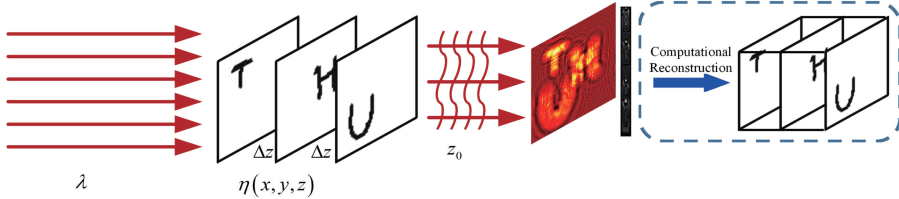


图2 压缩数字全息模型

Fig. 2 Compressed digital holographic model

如果使用传统的反传播算法,伽博全息图在不同层的重建结果如图3(c)所示。层内的重建结果包含来自其他深度物体的波前干扰,同时全息图的二阶项噪声也会出现在重建结果中,不同深度位置的图像无法排除其他层的串扰噪声。不同深度的点扩展函数具有一定的正交性,点扩展函数是伽博全息对不同层物体分布的编码,这种编码方式符合矩阵的“非相干性”,因此可以使用压缩感知算法将不同层的物体进行解耦重建。图3(d)是压缩数字全息算法对单幅伽博全息图的重建结果。三个字母图样可以在正确的位置得到重建,同时重建结构的层间串扰得到有效的抑制,提高了三维重建的信噪比。

4 噪声抑制机理及滤波层的设计

伽博数字全息图中物光项与其共轭项之间是相伴共生的。伽博全息图无法通过离轴干涉或者相移采集的方式去除全息重建过程中的孪生像。由于这种共生关系,使得反向传播算法无法获得清晰的重建结果,会在重建结果中引入与目标光场图像能量相当的噪声,导致重建图像质量的下降。在伽博全息反向传播过程中,物光项会聚焦形成边缘锐利的清晰图像,而共轭项和二阶项则会产生模糊的弥散图。压缩数字全息算法可以利用这一特性,在压缩感知模型中引入边缘系数正则化条件,通过求解目

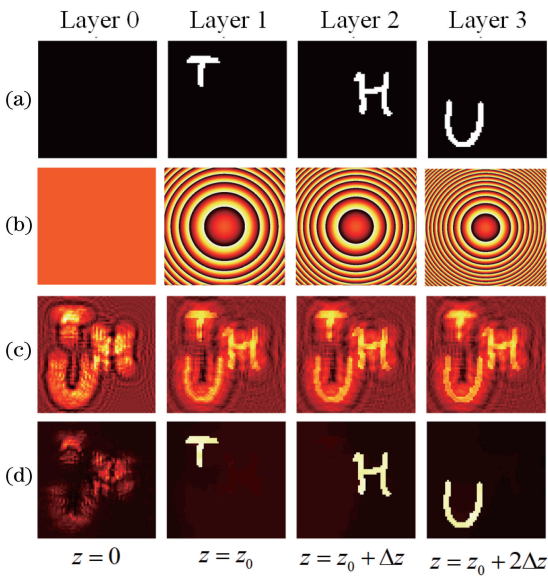


图3 实验结果。(a)三维物体的多层结构;(b)不同层对应的点扩展函数;(c)传统反传播算法的三维重建结果;(d)压缩数字全息的三维重建结果

Fig. 3 Experimental results. (a) Multi-layer structure of 3D object; (b) point spread functions at different layers; (c) 3D reconstruction using traditional back-propagation algorithm; (d) 3D reconstruction using compressive digital holography

标函数极值的方式,抑制重建结果中共轭项和二阶项带来的噪声,提高重建质量。本课题组将该算法和相位恢复算法进行了比较,可以在处理中得到更好的效果^[36]。为了进一步提高压缩数字全息算法的去噪声能力,有效地抑制与全息衍射光波传播模型不相符的噪声,本课题组提出了在模型中预设一个滤波层的方法,即图3中的第0层,大幅度地提升三维重建结果质量。

压缩数字全息算法在求解目标函数最小值的过

程中,需要判定伽博全息图中哪一部分信号可用于重建不同深度的物体,正确的三维物体分布可以使得目标函数中的正则化项达到最小值,但是由于实际采集到的单幅伽博全息图包含有孪生项、二阶项等噪声,这些噪声会导致目标函数中数据保真项过大。如果在模型中不使用一个滤波层,伽博全息图中的噪声也会被当作信号,在不同深度的重建结果中反映出来,影响重建结果的信噪比。在上一节中不同深度字母图像的伽博全息图重建中,如果不设置滤波层,模型的重建结果如图4所示,可以看出,重建结果中存在严重的串扰噪声。全息图中的二阶项通过数字衍射传播无法在任何平面聚焦,无法形成边缘锐利的物体。在图4的重建结果中,二阶项的组分包含在三维重建结果中,影响了层内物体重构结果。如果在压缩数字全息模型中加入一个独立于三维层结构的滤波层,优化过程需要判断伽博全息图内哪些成分可以用于重建深度物体,伽博全息图内不符合正向传输模型和稀疏约束的部分,如孪生项和二阶项,会被滤除出来,保留在滤波层内,而符合正向传输模型和稀疏约束的部分,即物光项,可以被萃取出来,用于重构三维物体。在含有滤波层的压缩数字全息模型中,稀疏正则化约束就如同一个滤波器,如图5(a)所示,将全息图中不符合正向传输模型和稀疏约束的部分滤除,由此提高三维物体的重构质量。图5(b)为在相同的迭代次数下,改变滤波层的位置,获得对应的三维物体重建结果。使用均方误差函数评估重建结果和真值之间的差异。可以看出,当滤波层落在像传感器平面上,即 $z=0$ 时,压缩数字全息算法的重建质量最好。当滤波层的位置逐渐远离像传感器时,重建质量变差。因此,本文中使用的压缩数字全息算法都把滤波层设定在像传感器平面上。

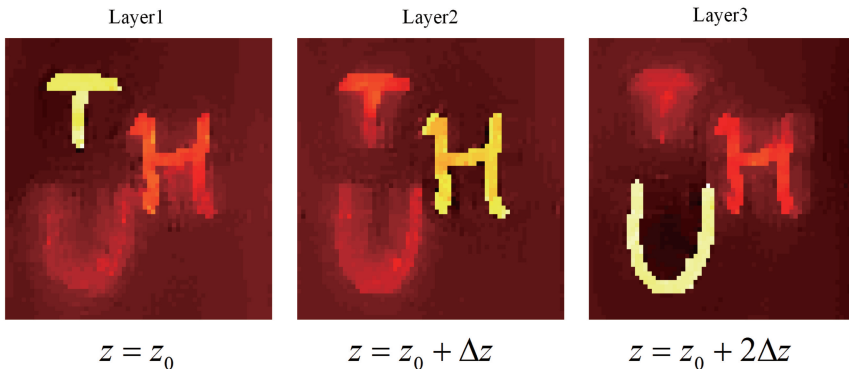


图4 不加滤波层的压缩数字全息重建结果

Fig. 4 Reconstruction of compressive digital holography without a filter layer

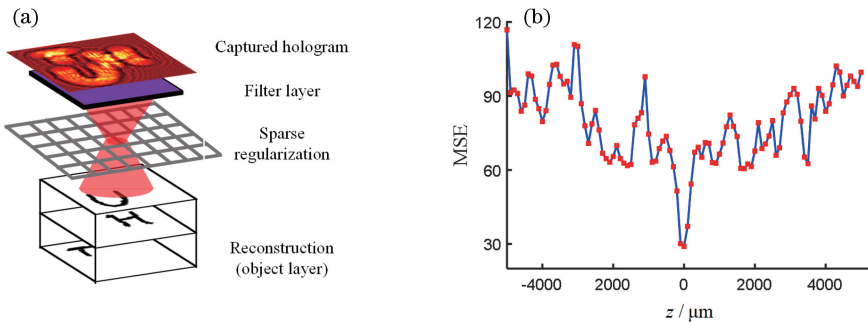


图5 压缩数字全息模型。(a)压缩数字全息滤波机制示意图;(b)滤波层的位置对重建结果的影响

Fig. 5 Compressive digital holography. (a) Schematic diagram of filtering mechanism of compressive digital holography; (b) quality of reconstruction varies with the position of the filter layer

5 分块压缩数字全息技术

压缩数字全息技术可以有效地抑制伽博全息重建过程中二阶项噪声,可以实现从一幅伽博全息图中重建三维物体的信息,但是常常面临计算时间长的问题。表1展示了在几个典型压缩数字全息工作中伽博全息图大小、正向传输矩阵大小和重建计算时间之间的关系,上述工作的计算时间大都停留在

表1 几个典型压缩数字全息的计算重建时间

Table 1 Computational reconstruction time of several typical compressed digital holograms

Reference	Hologram	Reconstruction data	Forward transfer matrix	Reconstruction time/h
Ref. [8]	712×712	$712 \times 712 \times 10$	$(712 \times 712) \times (712 \times 712 \times 10)$	4
Ref. [22]	900×900	$900 \times 900 \times 2$	$(900 \times 900) \times (900 \times 900 \times 2)$	1
Ref. [17]	960×600	$960 \times 600 \times 60$	$(960 \times 600) \times (960 \times 600 \times 60)$	2.5

在数字全息成像中,由于像传感器像素大小限制,只有一定衍射圆锥角范围的光波可以被像传感器正确的记录下来。图6(a)为数字全息的记录过程。平行光分量的传播角 $\sin \beta_i \leq \lambda / (2\Delta_{pp})$ 构成了一个带宽受限的圆锥角。只有在该圆锥角内的角谱分量才能被像传感器正确的记录,超出带限圆锥角的角谱分量所产生的光强度依旧会被像传感器采样,但是只会在全息图中产生混叠噪声,该现象被叫做数字全息的衍射带宽受限。数字全息图的重建是一种数值衍射再现的过程,如图6(b)所示。根据光栅方程理论,有限像素大小的全息图在重建过程中,可以恢复的最大视角为 $\sin \theta = \lambda / (2\Delta_{pp})$,可见数字全息重建的最大视角 θ 刚好对应数字全息记录过程中可记录最大角谱分量的衍射角 $\sin \beta_i$ 。因此分析得到,距离像传感器平面距离为 z 的点状物体,全息图上记录的有效信息只覆盖于一个圆形的区域中,圆形区域的直径为 $A = 2z \sin \theta$,也称为有效抗混叠直径,该区域的边界称为有效抗混叠边界。只有该圆形区域内的全息图,在衍射重建过程中对点状物体的重建

小时量级。美国麻省理工学院^[37]和日本千叶大学^[38]也开发了基于GPU加速的压缩数字全息算法,相比于基于CPU计算平台的算法计算速度可以提高20~30倍,但是基于GPU的压缩感知算法开发环境还属于初级发展阶段,算法开发成本较高。本文依据数字全息衍射带宽受限的特点,建立区块三维物体到子全息之间的映射关系,提出了基于CPU多核并行计算的分块压缩数字全息重建模型。

有贡献。根据这一特性,本课题组提出了一种分块压缩数字全息并行重建算法,提高三维重建的速度。

本课题组搭建了一套伽博全息三维显微成像系统,根据有效抗混叠边界的表达式,短的传播距离和短的照明波长可以减少抗混叠区域的直径,采集到的伽博全息图可以被分割成更多的子全息图,进行并行处理,提高算法效率^[39]。如图7(a)所示,通过光刻技术在苏打玻璃上刻蚀不同图案作为标准的被观察物体,苏打玻璃的厚度为2.3 mm,通过堆叠的方式形成三维多层结构,利用532 nm的平行光垂直照明多层物体,并在CMOS像传感器上形成伽博全息图。苏打玻璃的折射率为1.52,玻璃中的等效波长为350 nm。实验中使用的CMOS像传感器像素大小为 $3.8 \mu\text{m}$ 。采集到的伽博全息图大小为 1024×1024 ,如图7(b)所示。实验中分别在苏打玻璃表面刻蚀了三种不同的图案: π 图、棋盘格和直线图。本实验中多层结构物体与像传感器的距离约为10 mm,可以计算出该实验中伽博全息图的有效抗混叠直径为 $920 \mu\text{m}$ 。理论上子全息应该向四周扩展填补

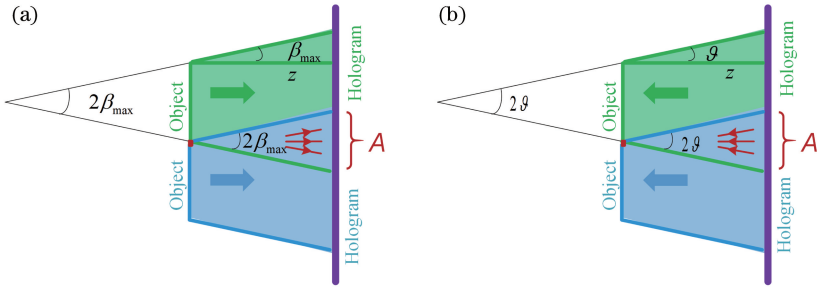


图 6 数字全息成像。(a)记录过程;(b)重建过程

Fig. 6 Digital holography. (a) Recording; (b) reconstruction

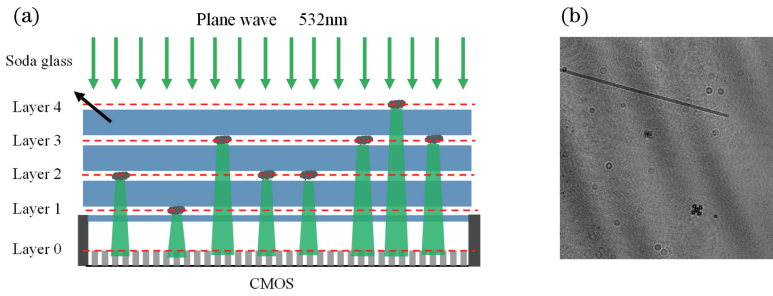


图 7 伽博全息三维显微成像系统。(a)实验装置示意图;(b)采集到的伽博全息图

Fig. 7 Gabor holographic 3D microscopic imaging system. (a) Schematic diagram of imaging system; (b) captured Gabor hologram

121 个像素,进行数据填补以保留尽可能多物体信息。但是全息图具有冗余性,压缩感知算法可以有效地从部分缺失的全息图中重建图像。根据实验经验,设定子全息图向外扩展 40 个像素。

本实验将整幅全息图分割成 64 块子全息图,然后将子全息图向外扩展 40 个像素,并相应的进行数

据填补。子全息图的重建过程是完全独立的,数据的处理方式相同,可以进行并行处理。本论文中使用基于 CPU 的单程序多任务 (SPMD) 的并行运算技术完成数据重建。子全息图的重建结果通过去除周围补零部分后,重新拼接在一起,形成完整的三维重建结果。图 8 给出了反传播算法、传统压缩数字

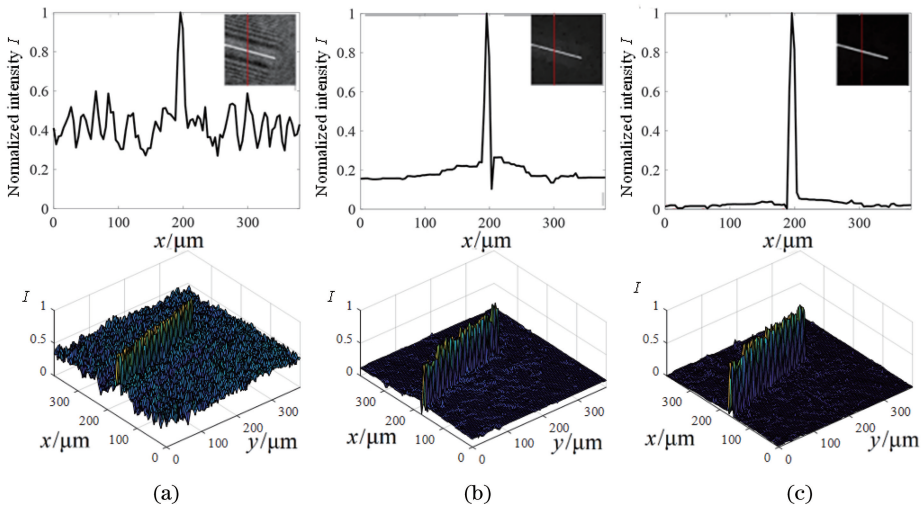


图 8 三维多层物体重建结果。(a)反传播算法;(b)传统压缩数字全息算法;(c)分块压缩数字全息算法的三维重建结果中局部放大

Fig. 8 3D multi-layer object reconstruction results. (a) Back-propagation algorithm; (b) traditional compressive digital holographic algorithm; (c) local enlarged image of the reconstruction using block compressive digital holographic algorithm

全息算法、分块压缩数字全息算法的三维多层物体重建结果。相比于反传播算法,后两种算法可以很好消除层间串扰噪声,获得高质量的图像重建。同时在本实验中,传统压缩数字全息算法的计算时间为 10296 s,而分块压缩数字全息算法的总计算时间仅为 191 s,约为传统算法的 1/50。

6 基于双角度照明的压缩数字全息成像技术

压缩数字全息成像可以恢复真实的三维物体信息。但是由于像素数值孔径有限,使得三维重建结果的轴向分辨率较低,尤其是在显微成像中,重建结果的轴向分辨率相比于横向分辨率小一个数量级,大大降低了无透镜全息成像的实际应用价值。针对该问题,本课题组提出了单次曝光双角度编码照明的压缩数字全息模型,能够将成像系统的轴向分辨率提高到和横向分辨率相同的数量级,提高三维重建结果的可视化性能。

本文采用双角度编码照明方式,在像传感器平面上获得两幅伽博全息图。两幅全息图的照明方式不同,所对应的正向传输模型也不同,由此可以建立一个三维物空间分布到两幅二维伽博全息图之间的映射关系。该映射关系可以表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{\text{holo}}^1 \\ \mathbf{g}_{\text{holo}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\text{Re}(c_1 \mathbf{H}_1) \\ 2\text{Re}(c_2 \mathbf{H}_2) \end{bmatrix} \mathbf{f}, \quad (12)$$

式中: $\mathbf{g}_{\text{holo}}^1$ 表示垂直照明条件下像传感器采集到的全息图; $\mathbf{g}_{\text{holo}}^2$ 表示倾斜照明条件下像传感器采集到的全息图; \mathbf{H}_1 和 \mathbf{H}_2 分别表示垂直照明和倾斜照明条件下的正向传输模型; c_1 和 c_2 表示垂直照明和倾斜照

明条件下的参考光;平行光照明时参考光可以表示为 $\exp[ik(x\cos\varphi_x + y\cos\varphi_y)]$, φ_x 和 φ_y 是笛卡尔坐标系中参考光和坐标轴之间的夹角。由此可利用 TwIST 算法对(12)式的反问题进行求解。

$$\text{Min}_f \frac{1}{2} \|\mathbf{g}_{\text{holo}}^1 - 2\text{Re}[c_1 \mathbf{H}_1 \mathbf{f}]\|_2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{g}_{\text{holo}}^2 - 2\text{Re}[c_2 \mathbf{H}_2 \mathbf{f}]\|_2 + \tau \Gamma_{\text{TV}}(\mathbf{f}). \quad (13)$$

双角度照明的压缩数字全息系统建立了两幅伽博全息图和三维物体空间的映射关系,利用全变分正则化的稀疏约束,实现三维物体的重建。由于估计的三维物体分布需要同时满足两个正向传输模型,因此理想点源的轴向位置可定位到两种照明方式的点扩展函数的重叠区域,由此提升压缩数字全息轴向分辨率。

为了展示双角度照明压缩数字全息对纵向分辨率的提升作用,搭建了一套粒子场三维流场全息成像系统,如图 9 所示。照明光的波长为 532 nm,两束照明光的夹角约为 40° 。为了提高伽博全息图的记录精度,采用像素大小为 $1.67 \mu\text{m}$ 的 CMOS,被观察物体为直径 $3 \mu\text{m}$ 的聚苯乙烯粒子溶液。利用双角度压缩数字全息模型对一次曝光采集的全息图进行重建。实验中截取两幅像素数目为 200×200 的倾斜照明子全息图和垂直照明子全息图,如图 10(a)和图 10(b)所示。图中包含 10 个聚苯乙烯粒子产生的衍射环,利用基于双角度照明的压缩数字全息算法,可以重建这 10 个粒子的三维空间分布,如图 10(c)所示。

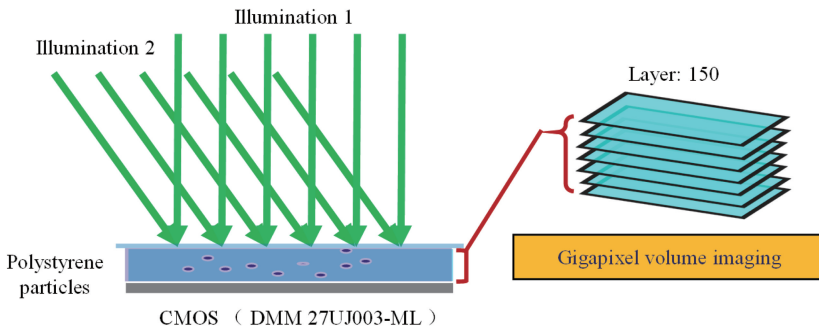


图 9 粒子流场三维视频成像系统

Fig. 9 Particle-flowing 3D video imaging system

图 11 给出了反传播模型、单角度压缩数字全息模型、双角度压缩数字全息模型的三维粒子场重建结果。可以看出,反传播模型的三维重建结果中,粒子的轴向分辨率很低,使得重建结果在轴向上存在

严重的拖影现象,同时存在严重的旁瓣噪声。单角度压缩数字全息模型所对应的三维重建结果则有一定的改善,但是轴向分辨能力还是明显小于横向分辨能力。双角度压缩数字全息模型的三维重建结果

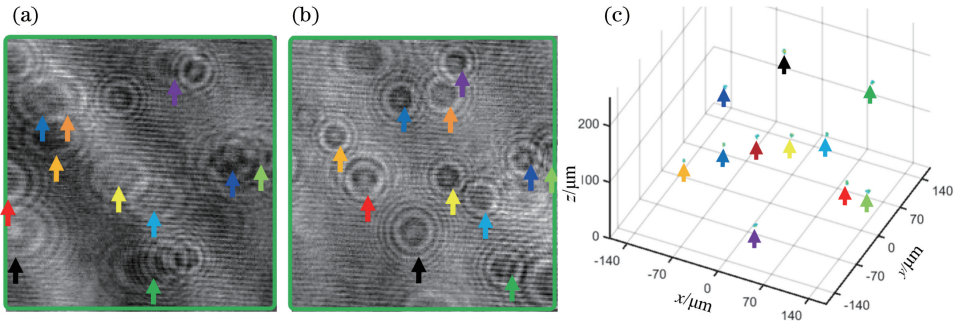


图 10 伽博全息图。(a)倾斜照明;(b)垂直照明;(c)三维粒子场分布

Fig. 10 Gabor holograms. (a) Oblique illumination; (b) vertical illumination; (c) 3D particle field reconstruction

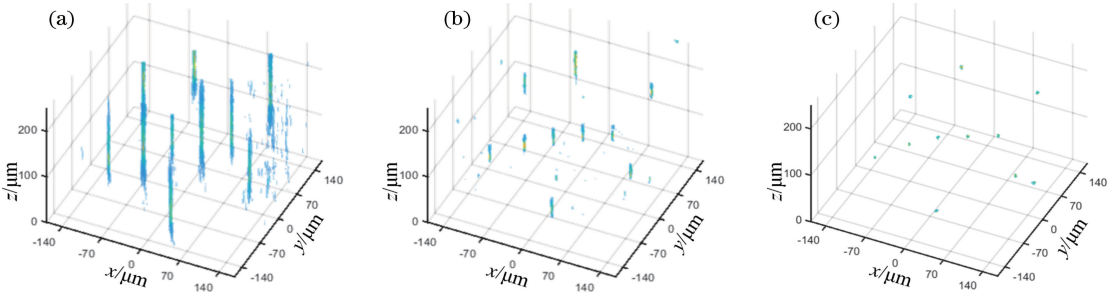


图 11 三维粒子场重建结果。(a)反传播模型;(b)单角度压缩数字全息模型;(c)双角度压缩数字全息

Fig. 11 3D particle field reconstruction results. (a) Back-propagation model; (b) single-angle compression digital holographic model; (c) double-angle compression digital hologram

中,三维粒子场被较好地重建,旁瓣噪声得到有效的抑制,轴向分辨能力基本与横向分辨能力相当。

基于双角度照明的压缩数字全息模型可以有效提高三维重建结果的轴向分辨能力,同时保留了伽博全息大视场的特点。实验中像传感器采集到的全息图的视场大小约为 29.8 mm^2 。基于分块并行处理的思想,对整幅全息图进行重建。实验中选择利用两幅子全息图可以重建全息图上方 $200 \times$

200×150 像素的子三维数据体。图 12(a)、(b)分别为重建结果中两个聚苯乙烯粒子的等值面三维重建结果,可以看出,双角度照明压缩数字全息可以较好地实现粒子形貌的微观重建。图 12(c)为三维粒子流场中粒子位置随时间的变化图,颜色栏表示时间变化。根据轴向分辨能力的定义,可以得到该成像系统可分辨的最小单元的大小约为 $2.09 \mu\text{m} \times 2.17 \mu\text{m} \times 2.93 \mu\text{m}$,系统的有效成像像素数目可达 4.8 亿。

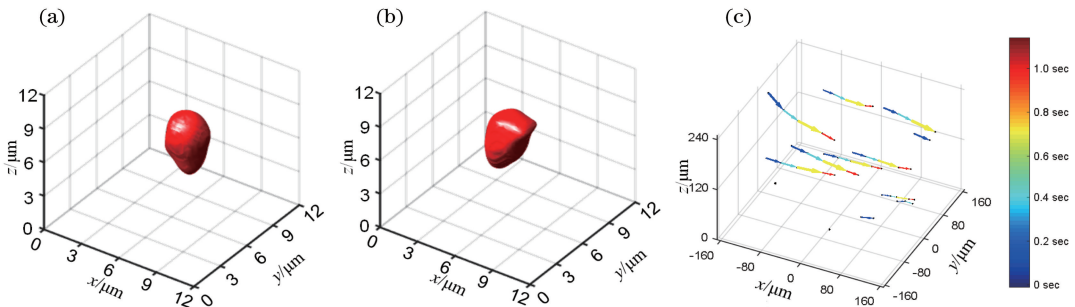


图 12 三维重建结果。(a)(b)两个粒子微观三维重建结果;(c)三维粒子流场中粒子位置随时间的变化图

Fig. 12 3D reconstruction results. (a)(b) Microscopic 3D reconstruction results of two particles; (c) particle position varies with time in a 3D particle-flowing field

7 结束语

本文揭示了压缩采样数字全息抑制二阶项与去

除孪生像的物理机制,提出了基于滤波层的压缩采样数字全息成像模型,有效提升了三维物体重建的信噪比。分析了由于像传感器像素间隔引起的衍射带

宽受限现象,提出基于有效抗混叠区域的压缩采样数字全息分块并行重建算法,提高了三维重建效率和重建质量。构建了基于双角度照明的压缩采样数字全息模型,提高了三维成像的轴向分辨能力,实现了一次曝光条件下高精度三维流动场显微成像。研究表明,压缩感知算法在提升数字全息三维成像能力方面具有显著的优势,经过进一步的研究和开发,将在数字全息成像技术、散射成像技术^[40]和无透镜编码成像技术^[41]中发挥重要的作用。

参 考 文 献

- [1] Gabor D. A new microscopic principle[J]. Nature, 1948, 161(4098): 777-778.
- [2] Leith E N, Upatnieks J. Wavefront reconstruction with continuous-tone objects [J]. Journal of the Optical Society of America, 1963, 53(12): 1377.
- [3] Goodman J W, Lawrence R W. Digital image formation from electronically detected holograms[J]. Applied Physics Letters, 1967, 11(3): 77-79.
- [4] Zhang T, Yamaguchi I. Three-dimensional microscopy with phase-shifting digital holography [J]. Optics Letters, 1998, 23(15): 1221-1223.
- [5] Zhang H, Cao L C, Jin G F, et al. Applications and challenges of compressed imaging [J]. Science & Technology Review, 2018, 36(10): 20-29.
张华, 曹良才, 金国藩, 等. 压缩成像技术的应用与挑战[J]. 科技导报, 2018, 36(10): 20-29.
- [6] Brady D J, Pitslanis N, Sun X B, et al. Compressive sampling and signal inference: US7427932B2 [P]. 2007-07-31.
- [7] Lim S, Marks D L, Brady D J. Sampling and processing for compressive holography [J]. Applied Optics, 2011, 50(34): H75-H86.
- [8] Brady D J, Choi K, Marks D L, et al. Compressive holography [J]. Optics Express, 2009, 17 (15): 13040-13049.
- [9] Brady D J, Mrozack A, MacCabe K, et al. Compressive tomography[J]. Advances in Optics and Photonics, 2015, 7(4): 756-813.
- [10] Liu Y, Tian L, Lee J W, et al. Scanning-free compressive holography for object localization with subpixel accuracy[J]. Optics Letters, 2012, 37(16): 3357-3359.
- [11] Liu Y, Tian L, Hsieh C H, et al. Compressive holographic two-dimensional localization with $1/30^2$ subpixel accuracy[J]. Optics Express, 2014, 22(8): 9774-9782.
- [12] Chen W S, Tian L, Rehman S, et al. Empirical concentration bounds for compressive holographic bubble imaging based on a Mie scattering model[J]. Optics Express, 2015, 23(4): 4715-4725.
- [13] Horisaki R, Tanida J, Stern A, et al. Multidimensional imaging using compressive Fresnel holography[J]. Optics Letters, 2012, 37(11): 2013-2015.
- [14] Marim M M, Atlan M, Angelini E, et al. Compressed sensing with off-axis frequency-shifting holography[J]. Optics Letters, 2010, 35 (6): 871-873.
- [15] Rivenson Y, Stern A, Rosen J. Reconstruction guarantees for compressive tomographic holography [J]. Optics Letters, 2013, 38(14): 2509-2511.
- [16] Rivenson Y, Rot A, Balber S, et al. Recovery of partially occluded objects by applying compressive Fresnel holography [J]. Optics Letters, 2012, 37 (10): 1757-1759.
- [17] Wang Z H, Spinoulas L, He K, et al. Compressive holographic video[J]. Optics Express, 2017, 25(1): 250-262.
- [18] Brodoline A, Rawat N, Alexandre D, et al. 4D compressive sensing holographic microscopy imaging of small moving objects[J]. Optics Letters, 2019, 44 (11): 2827-2830.
- [19] Wu Y C, Wu X C, Wang Z H, et al. Reconstruction of digital inline hologram with compressed sensing [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1109001.
吴迎春, 吴学成, 王智化, 等. 压缩感知重建数字同轴全息[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1109001.
- [20] Han C, Wu W, Li M M. Encoding and reconstruction of lensless off-axis Fourier hologram based on the theory of compressed sensing [J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(2): 0209015.
韩超, 吴伟, 李蒙蒙. 基于压缩感知理论的无透镜离轴傅里叶全息编码与重建[J]. 中国激光, 2014, 41 (2): 0209015.
- [21] Weng J W, Qin Y, Yang C P, et al. Reconstruction of single low-coherence digital hologram by compressive sensing [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(10): 100901.
翁嘉文, 秦怡, 杨初平, 等. 单幅弱相干光数字全息图的压缩感知重建[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(10): 100901.
- [22] Wu X Y, Yu Y J, Zhou W J, et al. 4f amplified in-line compressive holography [J]. Optics Express, 2014, 22(17): 19860-19872.

- [23] Lin Y C, Cheng C J, Lin L C. Tunable time-resolved tick-tock pulsed digital holographic microscopy for ultrafast events[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(11): 2082-2085.
- [24] Bai Y B H, Lü X D, Li G Q, et al. Optical interference double gray image encryption system based on compressive sensing [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(4): 041002.
白音布和, 吕晓东, 李根全, 等. 基于压缩感知的光学干涉双灰度图像加密系统[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(4): 041002.
- [25] Yuan J, Li Q, Gong W P. Influences of compressive sensing 3D reconstruction algorithm control parameters on terahertz digital holography reconstruction[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(10): 1014001.
袁静, 李琦, 巩文盼. 压缩感知三维重建算法控制参数对太赫兹数字全息再现的影响[J]. *中国激光*, 2018, 45(10): 1014001.
- [26] Romberg J. Imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 14-20.
- [27] Candès E, Romberg J. Sparsity and incoherence in compressive sampling [J]. *Inverse Problems*, 2007, 23(3): 969-985.
- [28] Candes E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
- [29] Foucart S. A note on guaranteed sparse recovery via ℓ_1 -minimization [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2010, 29(1): 97-103.
- [30] Donoho D L. For most large underdetermined systems of equations, the minimal ℓ_1 -norm near-solution approximates the sparsest near-solution [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(7): 907-934.
- [31] Candès E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [32] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [33] Chen S B, Donoho D. Basis pursuit [C] // *Proceedings of 1994 28th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, CA, USA. IEEE Comput. Soc. Press, 1994:41-44
- [34] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(12): 2992-3004.
- [35] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. Two-step algorithms for linear inverse problems with non-quadratic regularization [C] // *2007 IEEE International Conference on Image Processing*, September 16-October 19, 2007. San Antonio, TX, USA. IEEE, 2007: 105-108.
- [36] Zhang W H, Cao L C, Brady D J, et al. Twin-image-free holography: a compressive sensing approach [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(9): 093902.
- [37] Yamaguchi T, Rehman S, Barbastathis G. Compressive holography with GPU calculation [C] // *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, JeJu Island. Washington, D. C. : OSA, 2016.
- [38] Endo Y, Shimobaba T, Kakue T, et al. GPU-accelerated compressive holography [J]. *Optics Express*, 2016, 24(8): 8437-8445.
- [39] Zhang H, Cao L C, Zhang H, et al. Efficient block-wise algorithm for compressive holography [J]. *Optics Express*, 2017, 25(21): 24991-25003.
- [40] Zhang H, Liu S W, Cao L C, et al. Noise suppression for ballistic-photons based on compressive in-line holographic imaging through an inhomogeneous medium [J]. *Optics Express*, 2020, 28(7): 10337-10349.
- [41] Wu J C, Zhang H, Zhang W H, et al. Single-shot lensless imaging with Fresnel zone aperture and incoherent illumination [J]. *Light Science & Application*, 2020, 9(53): 1-11.