

一种改进的高光谱解混非负矩阵分解初始化方法

黄鹏飞^{1,2}, 孔祥兵^{2*}, 景海涛¹

¹河南理工大学测绘与国土信息工程学院, 河南 焦作 454150;

²黄河水利科学研究院, 河南 郑州 450000

摘要 提出了一种结合欧氏距离和光谱信息散度的改进的高光谱解混非负矩阵分解(NMF)初始化方法(ISSF)。在初始化基础上,结合标准 NMF 算法和分块 NMF 算法进行平行对比实验。结果表明,在合成影像实验中,在信噪比为 20 dB~50 dB 范围内,经过 ISSF 初始化后的分块 NMF 算法获取的结果要优于其他方法;且其在真实影像实验中获取的端元光谱与真实影像端元光谱之间具有最小的平均光谱角差值,即 0.1812;其重构影像与真实影像之间的均方根误差值最小,为 0.007。

关键词 图像处理; 高光谱影像; 非负矩阵分解; 空间特征; 光谱特征

中图分类号 TP751.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.061020

Improved Hyperspectral Unmixed Initialization Method Based on Non-Negative Matrix Factorization

Huang Pengfei^{1,2}, Kong Xiangbing^{2*}, Jing Haitao¹

¹ School of Surveying and Land Information Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454150, China;

² Yellow River Institute of Hydraulic Research, Zhengzhou, Henan 450000, China

Abstract An improved hyperspectral unmixed initialization method (ISSF) based on non-negative matrix factorization (NMF) combining Euclidean distance and spectral information divergence is proposed. On the basis of initialization, a parallel comparison experiment is performed in combination with the standard NMF algorithm and the block NMF algorithm. The results show that, in the synthetic image experiment, the block NMF algorithm after ISSF initialization is better than other methods in the signal-to-noise ratio range from 20 dB to 50 dB. There is a minimum average spectral angular difference between the end-member spectrum obtained in the real image experiment and the reality image endmember spectra, i. e., 0.1812. The root mean square error between the reconstructed image and the real image is the smallest, i. e., 0.007.

Key words imaging processing; hyperspectral image; non-negative matrix factorization; spatial characteristics; spectral characteristics

OCIS codes 100.4145; 330.6180; 310.6188

1 引言

高光谱影像中存在的大量混合像元是像元级遥感分类和面积量测难以达到高精度实用要求的主要原因,精准的混合像元分解是需要深入研究的科学问题。为此,许多学者提出了多种较为有效的方法,

如基于非负矩阵分解(NMF)的混合像元解混方法。NMF 由 Lee 等^[1]在 *Nature* 上正式提出,即将原始数据矩阵分解成两个相乘的低秩的非负矩阵,降低数据维度,减少计算量。Lee 等^[2]基于欧氏距离度和 KL(Kullback-Leibler)散度,提出了两种目标函数,及其相应的两种乘性更新法则,并对算法的收

收稿日期: 2019-09-10; 修回日期: 2019-11-07; 录用日期: 2018-11-19

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC0504501)、国家自然科学基金(61501200, 41877079)、河南省水利科技攻关计划项目(GG201942, GG201829)

* E-mail: kongxb_whu@foxmail.com

敛性进行了证明。至此,广大研究人员开始在 Lee 等研究的基础上对基于 NMF 的混合像元解混方法进行了深入研究。

现有的关于非负矩阵分解的研究大多关注于分解算法本身,对于非负矩阵分解的初始化提及较少,而初始化可以为非负矩阵分解提供较好的端元光谱子集和端元初始丰度,初始化的优劣是影响分解结果的重要因素。在非负矩阵初始化问题上,Roberts 等^[3]提出一种端元子集优选方法,即多端元光谱混合分析(MESMA),该方法允许每个像元对应的端元数目不同;Roessner 等^[4]面向城市地物覆盖问题,提出了一种结合影像空间信息的端元子集优化方法;Rogge 等^[5]在以上的基础上提出 ISMA (iterative implementation of spectral mixture analysis)的方法,该方法通过端元光谱集数目依次递减的方式进行光谱分解迭代,并对结果进行分析,获取最优端元子集。

以上方法多是从整幅影像出发,较少为局部端元子集优选问题,且忽略了影像的光谱信息,Wang 等^[6]提出的一种基于欧氏距离和光谱角的分块初始化方法,很好地弥补了以上不足,但是光谱角是通过计算两个光谱矢量间的广义夹角来确定两者的相似性,其仅能从形状上比较两个光谱之间的差异,不能从物理上反映出反射能量值的差异。光谱信息散度^[7]则可以很好地弥补光谱角的不足,光谱信息散度是一种考虑光谱概率分布的随机方法,该方法是从光谱曲线的形状出发计算各个信息点包含的信息熵,通过比较信息熵的数值大小判断两条不同曲线的相似程度。

针对以上不足,本文提出了一种新型的结合欧氏距离和光谱信息散度^[8]的高光谱影像分割方法(SSIS),并在此基础上改进了一种基于空谱融合的分块初始化方法(IISF)。实验证明经过 IISF 初始化的分块 NMF 算法^[6]相比于其他算法在噪声较大的情况下有显著的分解优势。

2 高光谱解混 NMF 初始化

2.1 基于空谱距离的影像分割方法

提出了一种新型的基于空谱距离的影像分割方法,该方法以新型的空谱距离为度量单位,通过聚类方式^[9]分割影像。新型的空谱距离结合了欧氏距离和光谱信息散度,很好地表达了高光谱影像的空间特征和光谱特征。

对于影像块 i 中的像元 j ,其距离影像块 i 中心的欧氏距离为

$$d_{mn} = \sqrt{\frac{(m^i - m_j)^2 + (n^i - n_j)^2}{\omega}}, \quad (1)$$

式中: ω 是像元 j 到其所在影像块中心的距离; m 为像元的行号; n 为像元的列号

像元 j 和影像块 i 中心的光谱散度^[10]为

$$d_{\text{sid}} = d(\bar{x}^i \parallel x_j) + d(x_j \parallel \bar{x}^i), \quad (2)$$

其中

$$d(\bar{x}^i \parallel x_j) = \sum_{k=1}^L p_{ik} d_k(\bar{x}^{ik} \parallel x_{jk}) = \sum_{k=1}^L p_{ik} [I(x_{jk}) - I(\bar{x}^{ik})], \quad (3)$$

$$d(x_j \parallel \bar{x}^i) = \sum_{k=1}^L p_{jk} d_k(x_{jk} \parallel \bar{x}^{ik}) = \sum_{k=1}^L p_{jk} [I(\bar{x}^{ik}) - I(x_{jk})], \quad (4)$$

式中: $d(\bar{x}^i \parallel x_j)$ 和 $d(x_j \parallel \bar{x}^i)$ 分别为光谱 \bar{x}^i 关于光谱 x_j 以及光谱 x_j 关于光谱 \bar{x}^i 的相对熵; $I(\bar{x}^{ik}) = -\log p_{ik}$ 称为光谱 \bar{x}^i 第 k 波段的互信息; $I(x_{jk}) = -\log p_{jk}$ 称为光谱 x_j 第 k 波段的互信息;

$p_{ik} = \bar{x}^{ik} / \sum_{n=1}^L \bar{x}^{in}$ 称为光谱 \bar{x}^i 第 k 波段的概率; $p_{jk} = x_{jk} / \sum_{n=1}^L x_{jn}$ 称为光谱 x_j 第 k 波段的概率。

基于欧氏距离和光谱散度的空谱距离为

$$D_j = \sqrt{d_{\text{sid}}^2 + \left(\frac{d_{mn}}{\omega}\right)^2 \omega_s^2}, \quad (5)$$

式中: ω_s 用来控制欧氏距离和光谱信息散度在空谱距离中的比重。

2.2 IISF 初始化

首先通过 SSIS 方法对原始影像进行影像分割,获取影像块以及相应的空谱距离 D_j ,然后以顶点成分分析^[11-12](VCA)对分块影像进行分块端元光谱初始化,获取分块端元光谱信息;通过全局控制最小二乘法^[13](FCLS)获取初始端元丰度信息。图 1 是 IISF 初始化流程图。

3 分块 NMF 算法

在欧氏距离目标函数基础上加入空谱特征约束项,最终的目标函数^[6]为

$$\min_{\substack{\mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S}_r \geq 0}} f(\mathbf{A}, \mathbf{S}_r) X = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^p \|\mathbf{X}^p - \mathbf{A}\mathbf{S}^p\|_F^2 + \lambda \sum_{p=1}^p \sum_{S_j \in \theta_p} C_j \|\mathbf{W}^p \mathbf{S}_j\|_2, \quad (6)$$

式中: \mathbf{X}^p 是原始影像分割后的影像矩阵; p 为分割

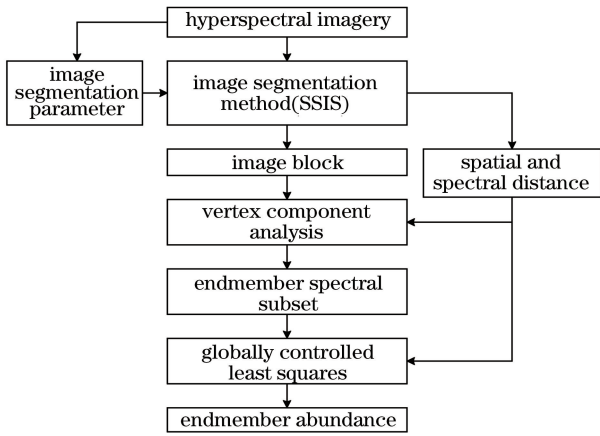


图1 ISSF初始化流程图

Fig. 1 Initialization flow chart of ISSF

后的影像块的个数; \mathbf{A} 是端元光谱矩阵; \mathbf{S}^p 是影像块 θ_p 的端元丰度矩阵; \mathbf{S}_r 是最末端元丰度矩阵; S_j 是原始影像的像元的光谱特征值; λ 是规则化参数^[14], 用于平衡误差和约束项之间的关系; C_j 是原始影像分割后每个像元的置信度指数, 是空谱距离 D_j 的倒数; \mathbf{W}^p 是影像块权重矩阵。

对于第 p 个影像块来说, 其权重矩阵元素^[6]可表示为

$$w_i^p = \frac{1}{|\bar{s}^p[i]| + \epsilon}, \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^p &= \operatorname{argmin}_{\bar{s}^p} \frac{1}{2} \|\bar{\mathbf{x}}^p - \mathbf{A} \mathbf{S}^p\|_{\text{F}}^2 \\ \text{s.t. } &|\mathbf{S}^p| \geq 0, \mathbf{1}^T \bar{s}^p = 1, \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\bar{\mathbf{x}}^p$ 是第 p 个影像块的平均光谱特征值; $\bar{s}^p = (\bar{s}^p[1], \dots, \bar{s}^p[M])^T$ 是影像块 p 的平均丰度矩阵, 其中 M 是端元个数。

4 合成影像实验与分析

4.1 实验数据

本研究所用的实验数据来自美国地质调查局(USGS)矿物光谱库^[15], 从矿物光谱库中选择了 Acmite、Alunite、Ammonio、Analcime 和 Andalusite 这 5 种矿物, 以这 5 种矿物的光谱反射率为基础, 人工合成一幅具有 221 个波段的 180×180 像元的高光谱影像, 波段范围为 $0.39 \sim 2.56 \mu\text{m}$ 。受多种因素的影响, 真实高光谱中往往存在严重的条带噪声干扰, 为了尽可能地使模拟影像和真实影像相接近, 在合成过程中加入了条带噪声。

4.2 评价标准

本研究以光谱夹角^[10](SAD)为标准来量测端

元光谱与原始光谱之间的相似度, 光谱夹角越小, 则端元光谱与原始光谱越相似, 分解结果越优。对于端元 m 来说, NMF 分解之后的端元光谱 $\bar{\mathbf{a}}_m$ 与真实端元光谱 \mathbf{a}_m 之间的光谱夹角值为

$$V_{\text{SAD}, m} = \arccos\left(\frac{\bar{\mathbf{a}}_m^T \mathbf{a}_m}{\|\bar{\mathbf{a}}_m\|_2 \|\mathbf{a}_m\|_2}\right). \quad (9)$$

利用均方根误差 RMSE 来评价端元丰度分解结果的优劣, 均方根误差越小, 分解之后的端元丰度与原始丰度差值越小, 分解结果越优。对于端元 m 来说, NMF 分解之后的端元丰度 \mathbf{S}_m 与原始端元丰度 $\bar{\mathbf{S}}_m$ 之间的均方根误差为

$$R_{\text{MSE}, m} = \frac{1}{\sqrt{N}} \|\mathbf{S}_m - \bar{\mathbf{S}}_m\|_{\text{F}}, \quad (10)$$

式中: N 为影像的像元个数。

4.3 实验分析

ISSF 初始化首先需要通过 SSIS 方法将模拟影像进行分割, 获取影像块及其所对应的置信指数。影像块的优劣往往决定了初始化结果的优劣。通过调节 SSIS 方法中空谱距离的两个参数 ω 和 ω_s 来控制分割结果。 ω 可以控制影像块的平均大小和个数, 取值范围为 $[3, 11]$ 。 ω_s 是用来控制光谱散度和空间距离在空谱距离中的比重, 取值范围为 $[0.1, 1]$; 当 ω_s 很大时, 空间距离所占比重较大, 所得到的影像块更加紧凑且形状和尺寸更加规则; 当 ω_s 很小时, 光谱散度所占比重较大, 所得到的影像块更加均匀, 但形状和尺寸并不规则。在保证其他条件相同的情况下, 通过调节 ω 和 ω_s 进行初始化实验, 选取最优的分割参数作为后续非负矩阵分解实验的初始化分割参数。图 2 是最优分割参数 ω 取 7, ω_s 取 0.2 时的影像分割结果及其所对应的置信度。

图 3 和图 4 是信噪比为 30 dB、影像分割参数 ω 为 7、 ω_s 为 0.2 时, VCAFCLS^[11]、ASCNMF^[2]、SGSNMF^[6] 和 RESGSNMF 四种分解方法得到的端元光谱和端元丰度。VCAFCLS 是顶点成分分析法^[12] 结合全局控制最小二乘法^[13]; ASCNMF 是经

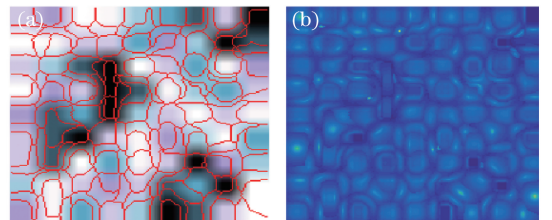


图2 分割影像及置信度。(a)分割影像;(b)置信度

Fig. 2 Segmentation image and confidence index.

(a) Segmentation image; (b) confidence index

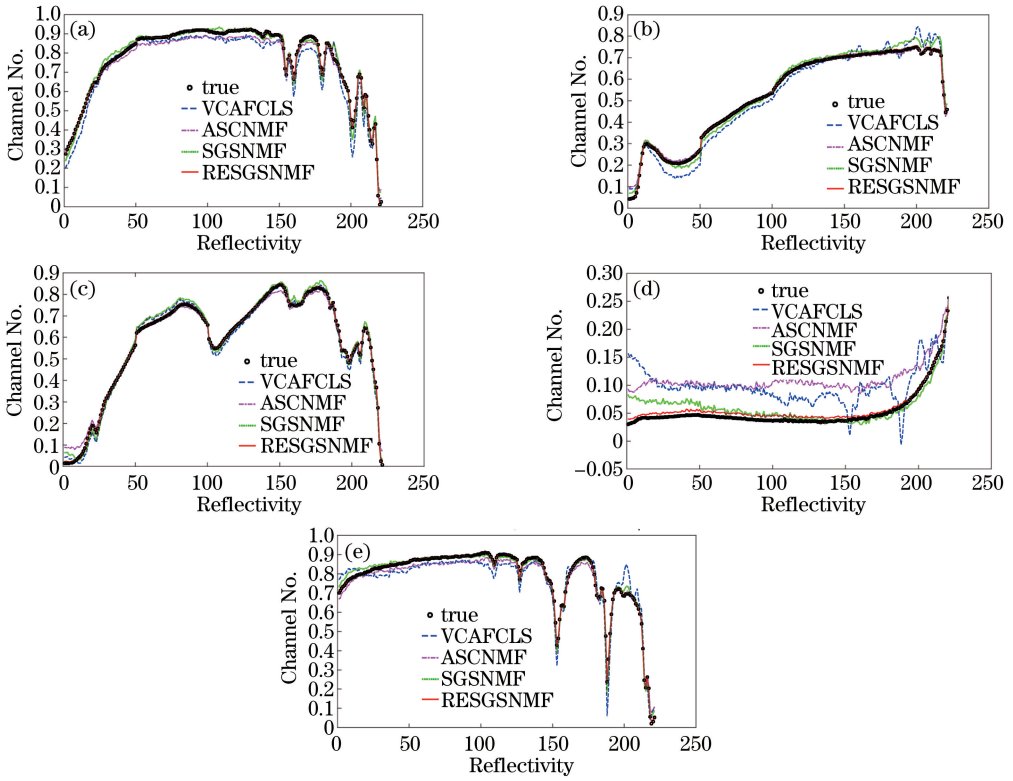


图3 端元光谱。(a) Acmite; (b) Alunite; (c) Ammonio; (d) Analcime; (e) Andalusite
 Fig. 3 Endmember spectra. (a) Acmite; (b) Alunite; (c) Ammonio; (d) Analcime; (e) Andalusite

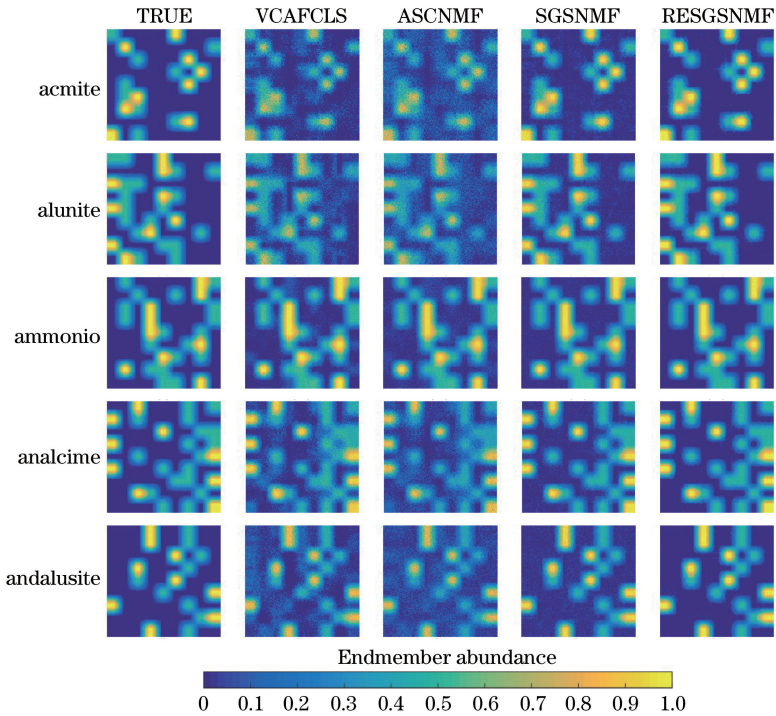


图4 端元丰度
 Fig. 4 Endmember abundance

过 VCAFCLS 初始化后的标准非负矩阵分解法^[2];
 SGSNMF 是经过分块初始化^[6]后的分块 NMF 算

法^[6]; RESGSNMF 是经过本文提出的 IISF 初始
 化后的分块 NMF 算法。

从图 3 中可以看出, RESGSNMF 方法获取的端元光谱结果从波形和数值上都与真实结果更加接近, 说明 RESGSNMF 方法相比于其他方法具有更优的端元光谱值。从图 4 中可以看出, 相比于原始端元丰度, ASCNMF 方法得到的丰度结果比较模糊, 这是因为其并没有考虑端元丰度的平滑性和稀疏性。丰度稀疏性即任一端元光谱信息都不太可能布满整幅影像空间, 任一影像像元都不太可能包含所有端元光谱。丰度平滑性则是指影像局部空间内的端元丰度一般变化很小, 影像像元和其邻域像元中各端元对应的丰度值往往相似。SGSNMF 方法和 RESGSNMF 方法则是先将原始影像分割成多个影像块, 以此为基础加入非负约束和归一化约束, 分块进行非负矩阵分解。基于影像块的 NMF 方法在分解过程中不断地更替端元种类, 通过控制目标函数来获取最优端元子集, 很好地满足了端元丰度稀疏的特点。同时以空谱距离对每个影像块中单个像

元赋予权重, 很好地满足了端元丰度平滑的特点。RESGSNMF 方法中的基于光谱信息散度以及欧氏距离的空谱距离既考虑到影像像元之间因空间距离引起的差异, 同时也考虑到了像元之间的光谱差异。所有统计的分解结果是通过程序运行 20 次后得到的结果进行平均得到的。从横向对比丰度(图 4) 可以看到, RESGSNMF 方法得到的端元丰度优于另外三种结果。

从表 1 中可以看出, 当信噪比大于 20 dB 时, RESGSNMF 方法能得到较好的端元丰度信息。从表 2 中可以看出, 当信噪比大于 25 dB 时, RESGSNMF 方法能得到较好的端元光谱信息, 但是随着信噪比的增加, VCAFCLS 和 ASCNMF 方法变化速率增大, 当信噪比大于 40 dB 后, 4 种方法得到的端元光谱差异很小。这说明在信噪比较低时, 分解方法是影响分解结果的第一要素。而当信噪比较高时, 初始化是影响分解结果的第一要素。

表 1 不同信噪比下的 RMSE
Table 1 RMSE at different SNR

SNR /dB	20	25	30	35	40	45	50
VCAFCLS	0.1394	0.0594	0.0313	0.0262	0.0217	0.0217	0.022
ASCNMF	0.0832	0.0479	0.0277	0.0261	0.0215	0.0216	0.0217
SGSNMF	0.0357	0.0252	0.0224	0.0215	0.0136	0.0072	0.0045
RESGSNMF	0.0355	0.0249	0.0219	0.0216	0.0101	0.0057	0.0030

表 2 不同信噪比下的 SAD
Table 2 SAD at different SNR

SNR /dB	20	25	30	35	40	45	50
VCAFCLS	0.0902	0.0479	0.0269	0.0175	0.0089	0.0047	0.0024
ASCNMF	0.0468	0.0294	0.0178	0.0102	0.0066	0.0037	0.0021
SGSNMF	0.0201	0.0183	0.0131	0.0045	0.0026	0.0024	0.0022
RESGSNMF	0.0201	0.0174	0.0096	0.0043	0.0020	0.0017	0.0017

5 真实影像实验与分析

5.1 实验数据

本研究所用的真实高光谱影像数据取自 1997 年在美国内华达州通过 AVIRIS 传感器获取的 Cuprite 数据集。该数据是一个具有 224 个波段的 250×190 矿区高光谱影像, 波段范围为 370 ~ 2480 nm。本实验剔除了受水汽和其他噪声影响的第 1~3、106~115、151~169 和 221~224 共计 36 个波段, 基于剩余的 188 个波段进行实验。该数据集中附带了 12 种真实地物光谱信息用于验证实验结果。这 12 种地物分别是 Alunite、Andradite、Buddingtonite、Dumortierite、Kaolinite_1、kaolinite_2、Muscovite、Montmorillonite、

Nontronite、Pyrope、Sphene 和 Chalcedony。考虑到验证数据集中提供的真实地物光谱信息为 12 个, 所以本次实验将端元个数设置为 12, 以便于更好地验证结果。图 5 是该数据集的真实影像。

5.2 实验分析

本实验以光谱角 SAD 以及重构影像与原始影像之间的 RMSE 来评价各种算法分解结果的优劣。根据 $\mathbf{X} = \mathbf{AS}$ 来获取重构的高光谱影像 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{188 \times 47500}$, 其中 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{188 \times 12}$ 为端元光谱, $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{12 \times 47500}$ 为端元丰度。

图 6 是 Cuprite 数据集在影像分割参数 ω 为 7、 ω_s 为 0.2 时, 通过 RESGSNMF 方法获取的端元丰度结果。图 7 是 4 种不同方法在迭代次数为 100、 ω 为 7、 ω_s 为 0.2 时端元光谱和端元丰度重构影像的

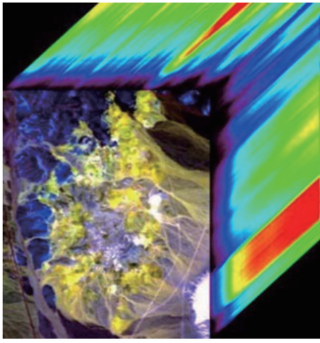


图 5 Cuprite 影像
Fig. 5 Cuprite Image

RMSE,从图中可以看出,RESGSNMF 方法的重构影像 RMSE 值最小,为0.007。表 3 是 4 种不同方法在迭代次数为 100、 ω 为 7、 ω_s 为 0.2 时得到的 12 种

地物的 SAD 值,从表中可以看出 VCAFCLS、ASCNMF、SGSNMF 和 RESGSNMF 4 种方法得到的平均 SAD 分别为0.2963,0.1988,0.1874,0.1812。从数值上可以看出,RESGSNMF 方法要优于另外三种方法。本文实验是在 64 位 Windows 7 系统上进行的,处理器为 Intel(R) Core(TM) i7-6700 CPU @3.40 GHz,运行内存为 8.00 GB。表 4 是 4 种不同方法在迭代次数为 100 时,程序运行 20 次的平均运行时间,从表中可以看出,SGSNMF 和 RESGSNMF 相比于另外两种方法,运行时间较长,运行效率较低,这是由逐块进行非负矩阵分解造成的,提高分解结果精度的同时降低了分解效率,这也是分块非负矩阵分解算法的局限所在,是以后改进的重要方向。

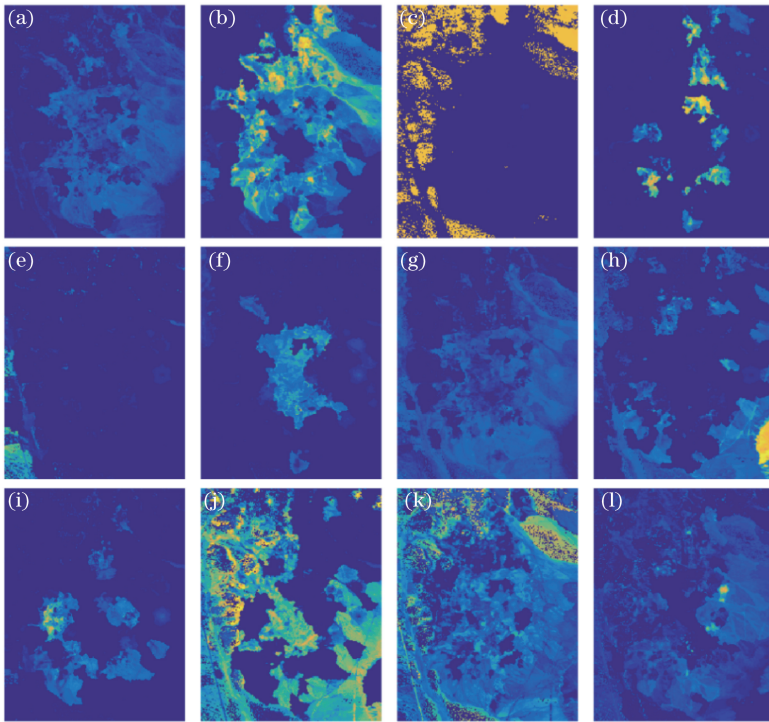


图 6 RESGSNMF 估计的端元丰度图。(a) Sphene;(b) Pyrope;(c) Alunite;(d) Muscovite;(e) Kaolinite_2;(f) Chalcedony;
(g) Dumortierite;(h) Montmorillonite;(i) Kaolinite_1;(j) Andradite;(k) Nontronite;(l) Buddingtonite
Fig. 6 Endmember abundance estimated by RESGSNMF. (a) Sphene; (b) Pyrope; (c) Alunite; (d) Muscovite;
(e) Kaolinite_2; (f) Chalcedony; (g) Dumortierite; (h) Montmorillonite; (i) Kaolinite_1; (j) Andradite;
(k) Nontronite; (l) Buddingtonite

6 结 论

在基于非负矩阵分解的高光谱解混研究中,初始矩阵的优劣往往是影响最终分解结果的重要因素。为了获取更优的初始矩阵,提出一种新型的基于欧氏距离和光谱信息散度的高光谱影像分割方法,并以此为基础,改进了一种基于空谱融合的高光谱解混

NMF 初始化方法。该初始化方法结合了欧氏距离和光谱信息散度,综合考虑了高光谱影像局部空间特征和像元光谱特征。实验结果表明,该初始化方法相比于其他初始化方法能够获取较好的初始端元子集和初始端元丰度。然而由于所提方法进行分块初始化,相比于其他方法,计算复杂度较高,对硬件要求较高,所以后期将针对这些问题进行深入研究。

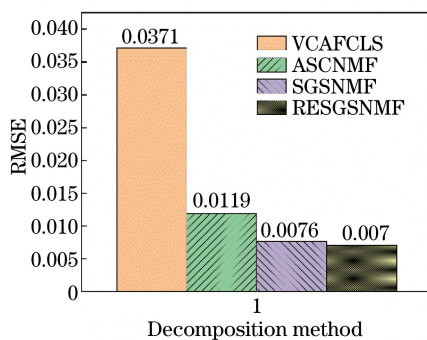


图 7 重构影像 RMSE

Fig. 7 RMSE of reconstructed image

表 3 不同方法下 12 种端元的 SAD

Table 3 SAD of 12 kinds of endmembers for different methods

Endmember type	VCAFCLS	ASCNMF	SGSNMF	RESGSNMF
Alunite	0.1021	0.1127	0.1222	0.1143
Andradite	0.6908	0.1057	0.0699	0.0691
Buddingtonite	1.0904	0.0947	0.0966	0.117
Dumortierite	0.1001	0.125	0.0735	0.1003
Kaolinite_1	0.0838	0.6064	0.1249	0.179
Kaolinite_2	0.0758	0.0676	0.0799	0.0765
Muscovite	0.1746	0.6873	1.1197	1.1181
Montmorillonite	0.061	0.063	0.0686	0.0597
Nontronite	0.1072	0.077	0.1164	0.095
Pyrope	0.8972	0.3081	0.2339	0.0948
Sphene	0.0833	0.0531	0.0556	0.0604
Chalcedony	0.0896	0.0858	0.088	0.0907
Average of SAD	0.2963	0.1988	0.1874	0.1812

表 4 不同方法的运行时间

Table 4 Running time of four different methods

Method	VCAFCLS	ASCNMF	SGSNMF	RESGSNMF
Running time /s	10.200	17.353	25.241	25.031

参 考 文 献

- [1] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization [J]. Nature, 1999, 401(6755): 788-791.
- [2] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non-negative matrix factorization [C] // Advances in Neural Information Processing Systems, December 3-8, 2001, Vancouver, British Columbia, Canada. Canada: NIPS, 2001: 556-562.
- [3] Roberts D A, Gardner M, Church R, et al. Mapping chaparral in the Santa Monica mountains using multiple endmember spectral mixture models [J]. Remote Sensing of Environment, 1998, 65(3): 267-279.
- [4] Roessner S, Segl K, Heiden U, et al. Automated

differentiation of urban surfaces based on airborne hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(7): 1525-1532.

- [5] Rogge D M, Rivard B, Zhang J K, et al. Iterative spectral unmixing for optimizing per-pixel endmember sets [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44 (12): 3725-3736.
- [6] Wang X Y, Zhong Y F, Zhang L P, et al. Spatial group sparsity regularized nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2017, 55(11): 6287-6304.
- [7] Liu W J, Yang X H, Qu H C, et al. Hyperspectral unmixing algorithm based on spectral information

- divergence and spectral angle mapping[J]. *Journal of Computer Applications*, 2015, 35(3): 844-848.
- 刘万军, 杨秀红, 曲海成, 等. 基于光谱信息散度与光谱角匹配的高光谱解混算法[J]. *计算机应用*, 2015, 35(3): 844-848.
- [8] Kong X B. Hyperspectral unmixing based on homogeneous region analysis [D]. Wuhan: Wuhan University, 2012: 27-41.
- 孔祥兵. 基于同质区分析的高光谱影像混合像元分解[D]. 武汉: 武汉大学, 2012: 27-41.
- [9] Yan Y, Hua W S, Cui Z H, et al. Classification and volume for hyperspectral endmember extraction[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(9): 093004.
- 严阳, 华文深, 崔子浩, 等. 高光谱分类体积的端元提取[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(9): 093004.
- [10] Kong X B, Shu N, Tao J B, et al. A new spectral similarity measure based on multiple features integration[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2011, 31(8): 2166-2170.
- 孔祥兵, 舒宁, 陶建斌, 等. 一种基于多特征融合的新型光谱相似性测度[J]. *光谱学与光谱分析*, 2011, 31(8): 2166-2170.
- [11] Nascimento J M P, Dias J M B. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, 43(4): 898-910.
- [12] Fang S, Wang J M, Cao F Y. Hyperspectral image unmixing based on constrained nonnegative matrix factorization[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(16): 161001 .
- 方帅, 王金明, 曹风云. 基于约束非负矩阵分解的高光谱图像解混[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(16): 161001.
- [13] Heinz D C, Chang C. Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39(3): 529-545.
- [14] Hoyer P O. Non-negative matrix factorization with sparseness constraints [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2004, 5: 1457-1469.
- [15] Kruse F A, Lefkoff A B, Boardman J W, et al. The spectral image processing system (SIPS): interactive visualization and analysis of imaging spectrometer data[J]. *Remote Sensing of Environment*, 1993, 44(2/3): 145-163.